



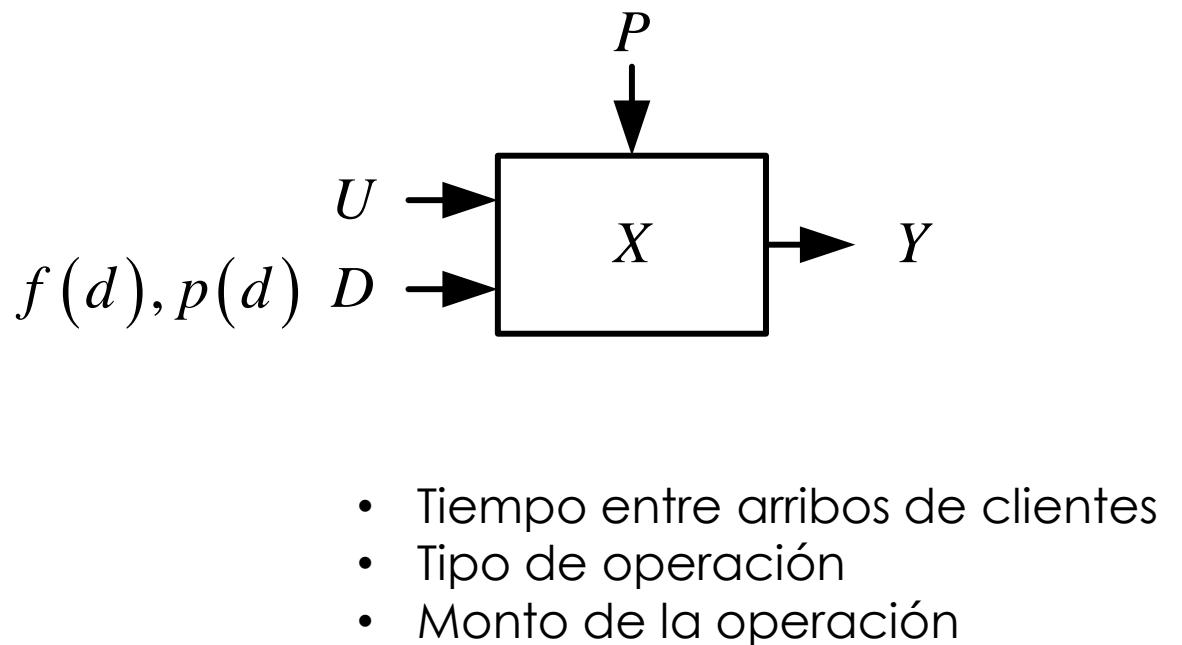
Sistemas estocásticos

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

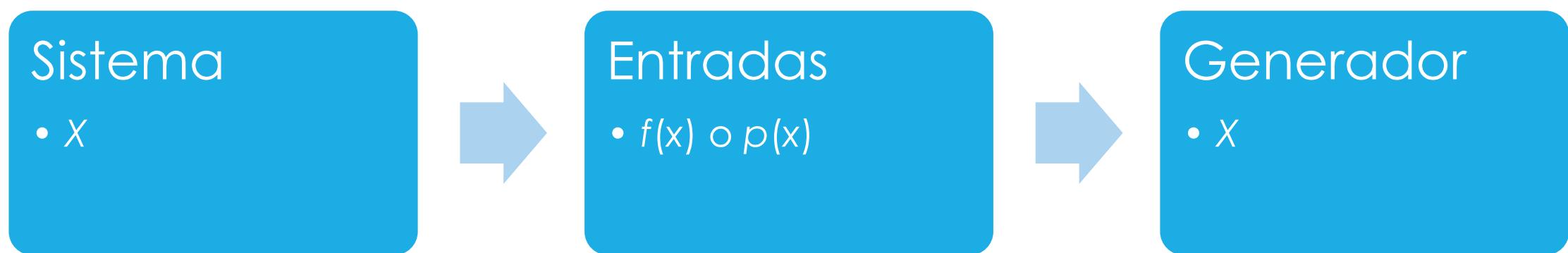
Sistemas estocásticos

Clasificación de variables

- Parámetros (P)
- Variables de entrada:
 - Manipulables (U)
 - Perturbación (D)
- Variables de salida (Y)
- Variables internas (I)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



Estrategia



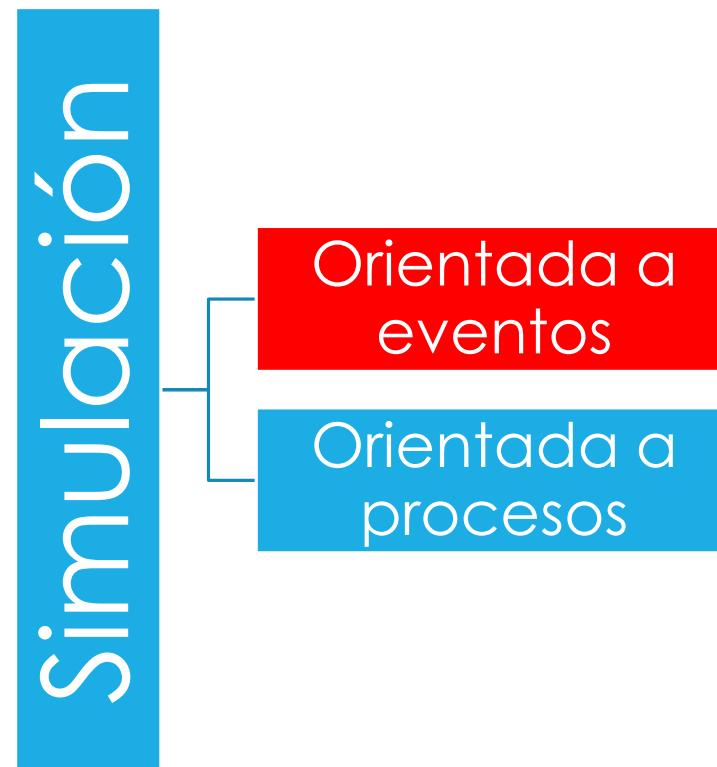
- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Enfoques

Simulación

- Orientada a eventos
- Orientada a procesos

Enfoques



Enfoque orientado a eventos

Sistema estocástico

- El tiempo es protagonista.
- El estado se modifica cada vez que ocurre un evento.
- Evento: Causa instantánea de un cambio de estado en un sistema discreto:
 - Llegada de un cliente
 - Falla de un equipo
 - Finalización de la tarea de un servidor

Centro de cómputos

Una empresa posee dos equipos de computación que brindan idéntico servicio. Cada equipo tiene un tiempo medio de falla de 6 meses. Por cada mes que un equipo está fuera de servicio se pierden \$2000. Cuando ambos equipos fallan, las pérdidas son de \$10000 por mes. Estas pérdidas son causadas por multas que la empresa debe pagar a fin de mes dependiendo exclusivamente del estado de los equipos en ese momento sin importar en qué instante del mes fallaron. El costo de reparación es de \$1000 por equipo, y se abona al final de la misma. El tiempo medio de reparación es de 2 meses. Se quiere determinar el fondo anual que la empresa deberá reservar para enfrentar los gastos provocados por las fallas de los equipos.

Modelado considerando eventos

Eventos

- F1: Falla equipo 1.
- F2: Falla equipo 2.
- R1: Se repara equipo 1.
- R2: Se repara equipo 2.
- FM: Fin de mes.

Velocidades

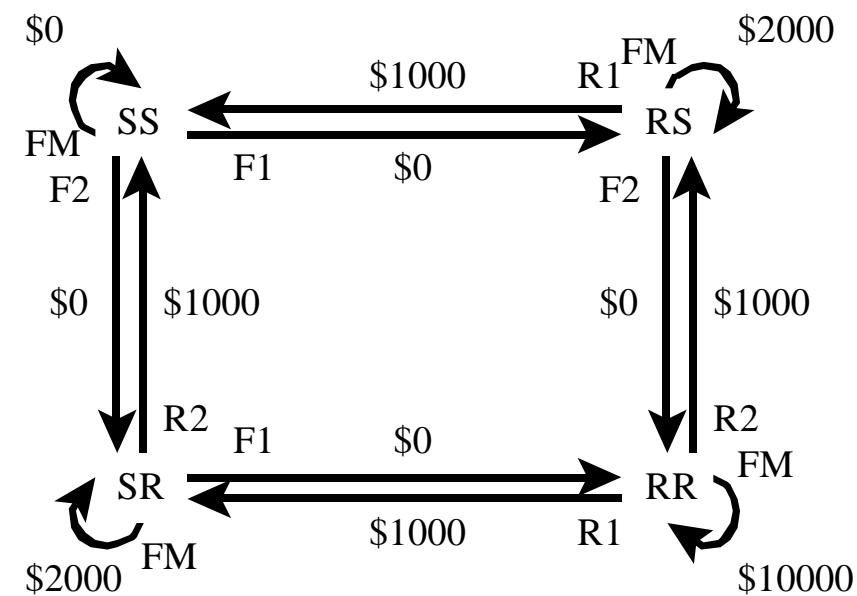
- $\lambda_{F1} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{F2} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{R1} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{R2} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

Modelado considerando eventos

Estados

- SS: Los dos equipos en servicio.
- SR: El equipo 1 en servicio, el equipo 2 en reparación.
- RS: El equipo 2 en servicio, el equipo 1 en reparación.
- RR: Los dos equipos en reparación.

Red de Markov



Paso de tiempo

Paso de tiempo

Paso de tiempo

- Constante
- Variable

Paso de tiempo

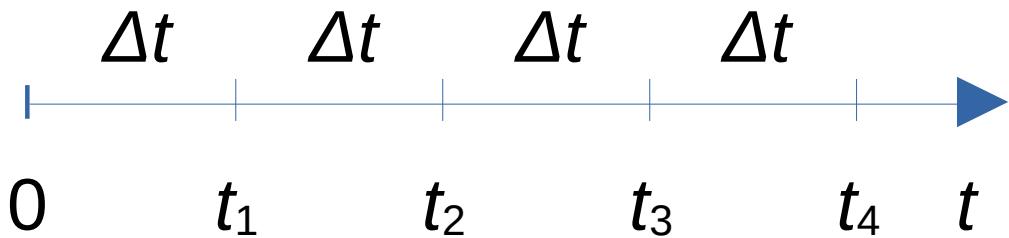
Paso de tiempo

Constante

Variable

Paso constante de tiempo

- Paso constante Δt
- Solo ocurre un evento por vez.
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Dar un paso Δt .
 3. Determinar el posible evento A.
 4. Generar r
 5. Si $r < P(A)$, ocurre A, modificar estado.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



Requiere $P(A)$

Paso constante de tiempo

- Distribución exponencial:
 - $P(A) = \lambda_A \Delta t$
- Para $\Delta t = 0.25$ mes
 - $P(F1) = 0.04$
 - $P(F2) = 0.04$
 - $P(R1) = 0.12$
 - $P(R2) = 0.12$

Mes	Evento	Estado	Pérdida (\$)
0.00		SS	
0.25		SS	
0.50		SS	
0.75		SS	
1.00	FM	SS	0
...
2.00	FM	SS	0
2.25	F2	SR	0
3.00	FM	SR	2000
4.00	FM	SR	2000
4.50	F1	RR	0
5.00	FM	RR	10000
5.25	R2	RS	1000
6.00	FM	RS	2000
6.50	R1	SS	1000
7.00	FM	SS	0
7.25	F1	RS	0
7.50	F2	RR	0
8.00	FM	RR	10000
9.00	FM	RR	10000
9.50	R2	RS	1000
10.00	FM	RS	2000
11.00	FM	RS	2000
12.00	FM	RS	2000
Total			\$45000

Paso de tiempo

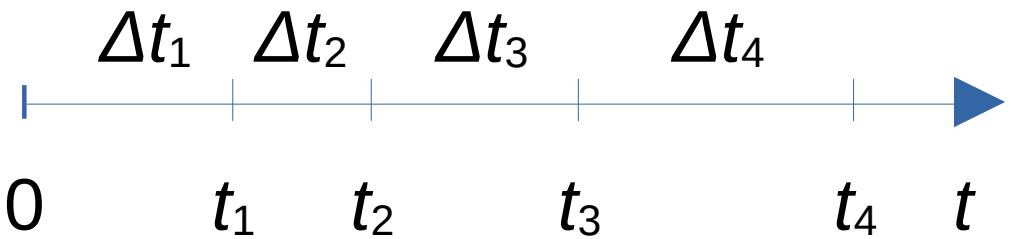
Paso de tiempo

Constante

Variable

Paso variable de tiempo

- Paso variable Δt
- $f(\Delta t) \rightarrow$ generadores
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Determinar el siguiente evento A.
 3. Dar un paso Δt hasta A.
 4. Modificar el estado.
 5. Agendar eventos futuros.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



Requiere generador $f(\Delta t)$

Paso variable de tiempo

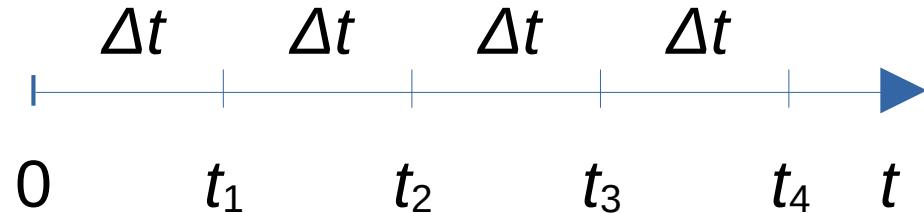
- Distribución exponencial:
 - $\Delta t_A = -\frac{1}{\lambda_A} \ln(r_A)$
- Con velocidades:
 - $\lambda_{F1} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
 - $\lambda_{F2} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
 - $\lambda_{R1} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$
 - $\lambda_{R2} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

Mes	Evento	Estado	Pérdida (\$)
0.00		SS	
0.25		SS	
0.50		SS	
0.75		SS	
1.00	FM	SS	0
...
2.00	FM	SS	0
2.25	F2	SR	0
3.00	FM	SR	2000
4.00	FM	SR	2000
4.50	F1	RR	0
5.00	FM	RR	10000
5.25	R2	RS	1000
6.00	FM	RS	2000
6.50	R1	SS	1000
7.00	FM	SS	0
7.25	F1	RS	0
7.50	F2	RR	0
8.00	FM	RR	10000
9.00	FM	RR	10000
9.50	R2	RS	1000
10.00	FM	RS	2000
11.00	FM	RS	2000
12.00	FM	RS	2000
Total			\$45000

Comparación

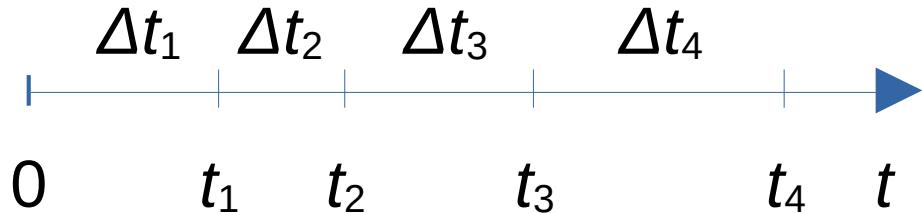
Paso constante

- Fácil programación
- Sistemas continuos y discretos
- Error Δt
- Ineficiente, varios pasos sin eventos



Paso variable

- Error nulo
- Eficiente
- Programación compleja
- Solo sistemas discretos



Mantenimiento de aviones

Mantenimiento de aviones

Al inicio de cada día, se revisa un avión. El tiempo de revisión es despreciable. Se decide si la unidad necesita mantenimiento o no. La empresa alquila un taller a \$2500 por día. Por cada día que pasa sin operar un avión, la empresa pierde \$5000. Se desea determinar si conviene alquilar un segundo taller.

Sistema

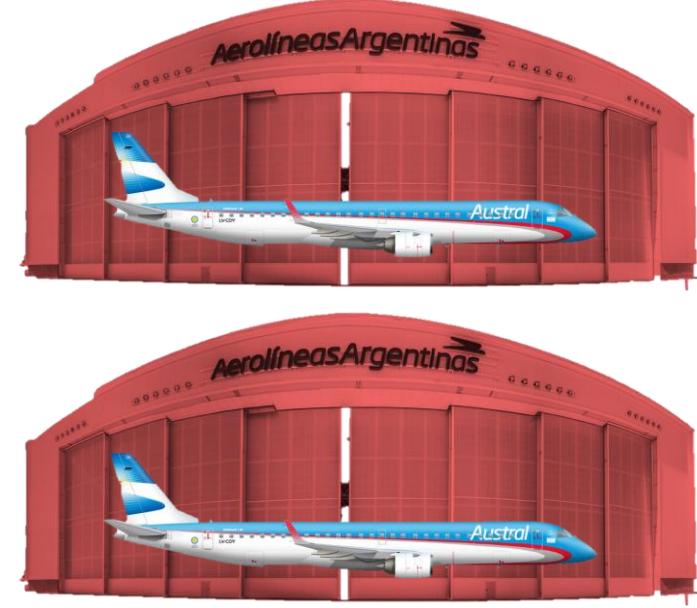


Casos

Un taller



Dos talleres



Pasos para la simulación

- Propósito: Determinar si conviene alquilar un segundo taller.
- Sistema: El sistema de mantenimiento de la empresa.
- Adquisición de datos: Registros de tiempo de ingreso de aviones al taller, tiempo de reparación.
- Construcción del modelo: Una maqueta.
- Validación del modelo: Verificación de los costos reales correspondientes al periodo de medición.
- Experimentación: Estudiar los costos con un taller y con dos talleres.
- Implementación de los resultados: Alquilar otro taller o no.

Modelado de entradas

- Probabilidad de falla: 0.5
- Tiempo de reparación: 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3 días con una probabilidad de 1/6.



Simulación

Días	Días en taller	Un taller					
		Entrada	Salida	Total			
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
Días totales perdidos							

Simulación

Días	Días en taller	Un taller					
		Entrada	Salida	Total			
0	2.5	0	2.5	2.5			
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
Días totales perdidos							

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
Días totales perdidos								

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos		20.5						

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

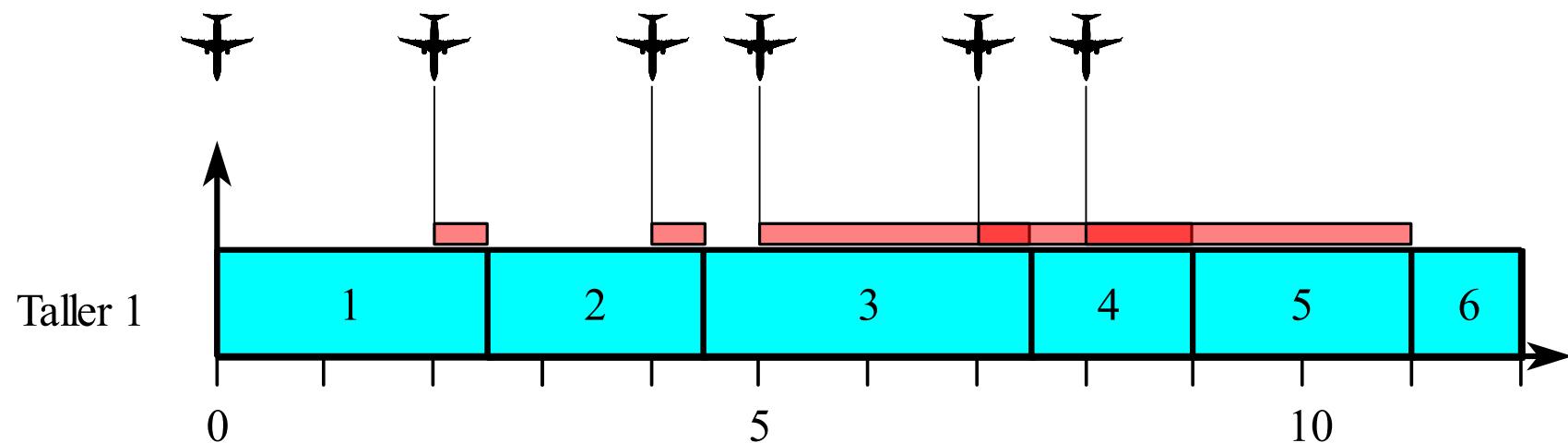
Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5	2	4	2	2
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos		20.5						

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5	2	4	2	2
3								
4	3	4.5	7.5	3.5	4	7	3	1
5	1.5	7.5	9	4	5	6.5	1.5	2
6								
7	2	9	11	4	7	9	2	1
8	1	11	12	4	8	9	1	2
9								
Días totales perdidos		20.5			12.0			

Resultados



Costos para 10 días

- Costo Total 1 taller = $10 \times 2500 + 20.5 \times 5000 = \127500
- Costo Total 2 talleres = $10 \times 5000 + 12.0 \times 5000 = \110000

Procesamiento de resultados

Procesamiento de resultados

- Estadísticas basadas en observaciones: Se promedia un atributo de varias entidades.

$$Xm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2$$

<i>i</i>	<i>x</i>
1	x_1
2	x_2
...	...
<i>n</i>	x_n

Procesamiento de resultados

- Estadísticas basadas en el tiempo: Se promedia un atributo de una entidad en el tiempo.

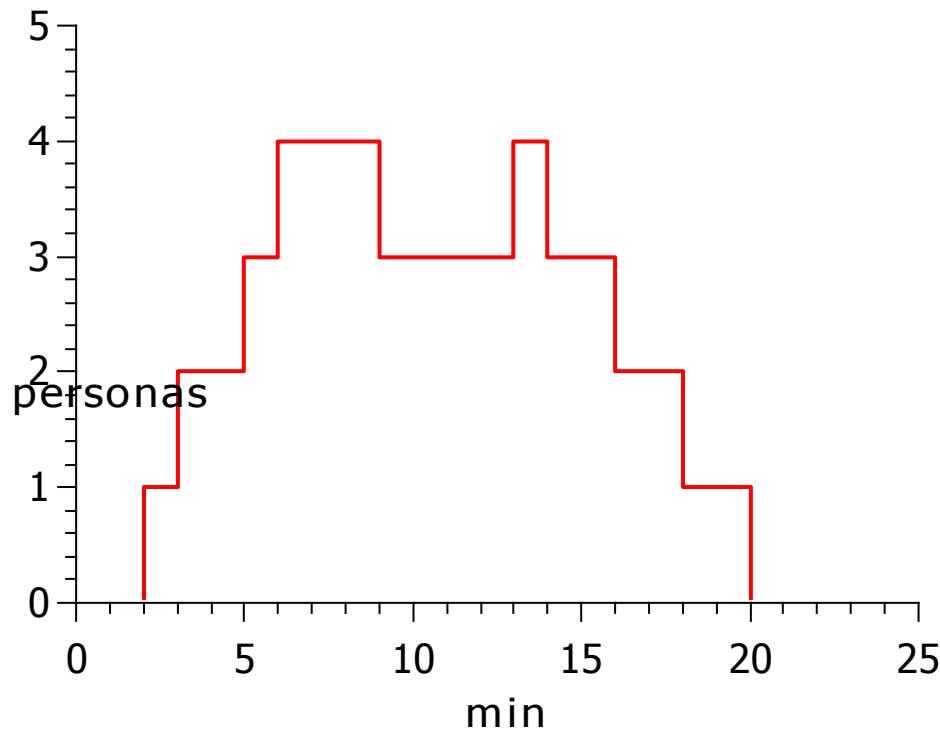
$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

i	x	Δt
1	x_1	Δt_1
2	x_2	Δt_2
...
n	x_n	Δt_n

Procesamiento de resultados



$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

$$Xm = 2.4$$

$$S^2 = 1.54$$

Promedios para una fila.xlsx

i	x	Δt
1	0	2
2	1	1
3	2	2
4	3	1
5	4	3
6	3	4
7	4	1
8	3	2
9	2	2
10	1	2
11	0	0

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Calibri 11 A A Ajustar texto General \$ % 000 Número Formato condicional Dar formato Estilos de como tabla celda Estilos Celdas Portapapeles Fuente Alineación Combinar y centrar Número Estilos Celdas Edición

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t (min)	X	Δt (min)	(X-Xm) ²					
2	0	0	2	5.76		Xm =	2.4		
3	2	1	1	1.96		S ² =	1.54		
4	3	2	2	0.16					
5	5	3	1	0.36	$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$				
6	6	4	3	2.56		$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$			
7	9	3	4	0.36					
8	13	4	1	2.56					
9	14	3	2	0.36					
10	16	2	2	0.16	$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$				
11	18	1	2	1.96					
12	20	0	0	5.76					
13				20					

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Fórmulas

- Autosuma \sum
- Lógicas
- Búsqueda y referencia
- Usado recientemente
- Texto
- Matemáticas y trigonométricas
- Fecha y hora
- Más funciones

Biblioteca de funciones

Insertar función Financieras

Administrador de nombres

Nombres definidos

Rastrear precedentes

Utilizar en la fórmula

Rastrear dependientes

Crear desde la selección

Mostrar fórmulas

Comprobación de errores

Quitar flechas

Evaluar fórmula

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo

Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	t (min)	X	Δt (min)	$(X - Xm)^2$				
2	0	0	=A3-A2	$=(B2-G$2)^2$		$Xm =$	=SUMAPRODUCTO(B2:B12,C2:C12)/A12	
3	2	1	=A4-A3	$=(B3-G$2)^2$		$S^2 =$	=SUMAPRODUCTO(D2:D12,C2:C12)/A12	
4	3	2	=A5-A4	$=(B4-G$2)^2$				
5	5	3	=A6-A5	$=(B5-G$2)^2$				
6	6	4	=A7-A6	$=(B6-G$2)^2$				
7	9	3	=A8-A7	$=(B7-G$2)^2$				
8	13	4	=A9-A8	$=(B8-G$2)^2$				
9	14	3	=A10-A9	$=(B9-G$2)^2$				
10	16	2	=A11-A10	$=(B10-G$2)^2$				
11	18	1	=A12-A11	$=(B11-G$2)^2$				
12	20	0	0	$=(B12-G$2)^2$				
13				=SUMA(C2:C12)				

$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

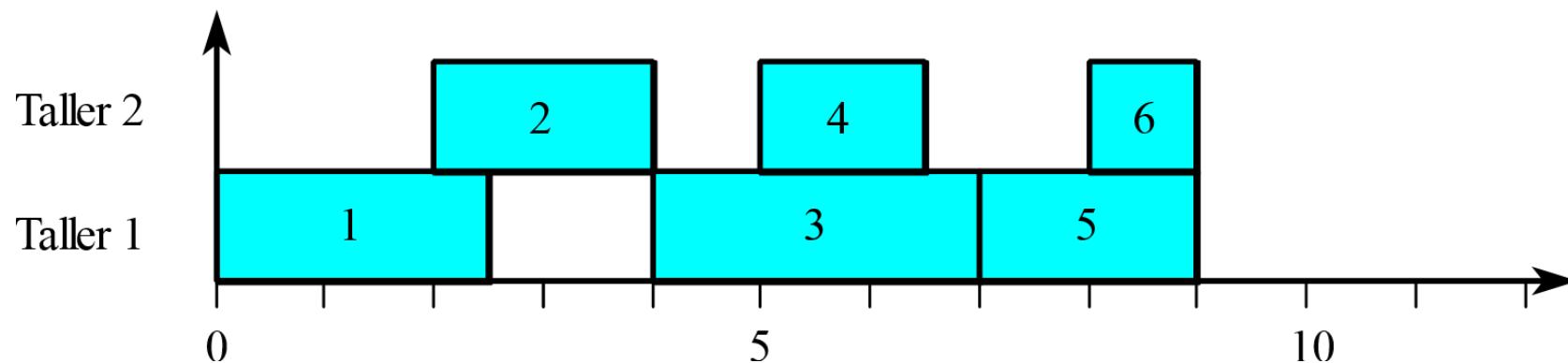
$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

Resultados

- Número de aviones que entraron
- Número de aviones que salieron
- Tiempo total de espera
- Tiempo medio de espera
- Longitud media de la fila
- Tiempo de utilización del Taller

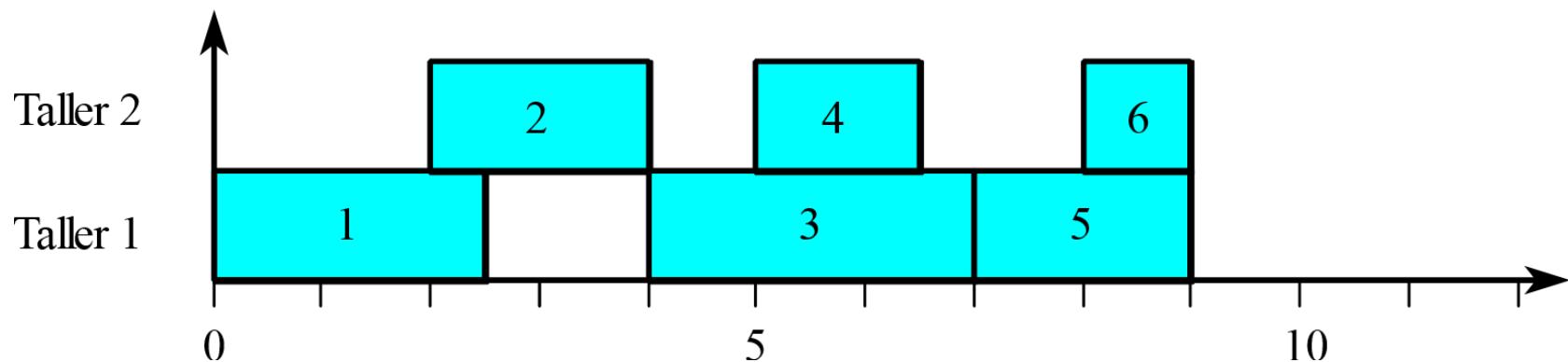
Utilización media

- Utilización: $x = \text{Si}(\text{Utilizado}, 1, 0)$
- Utilización media: Promedio basado en tiempo.
- Taller 1 = $(2.5+3+2)/10 = 0.75$
- Taller 2 = $(2+1.5+1)/10 = 0.45$
- Talleres utilizados = $0.75+0.45 = 1.2$



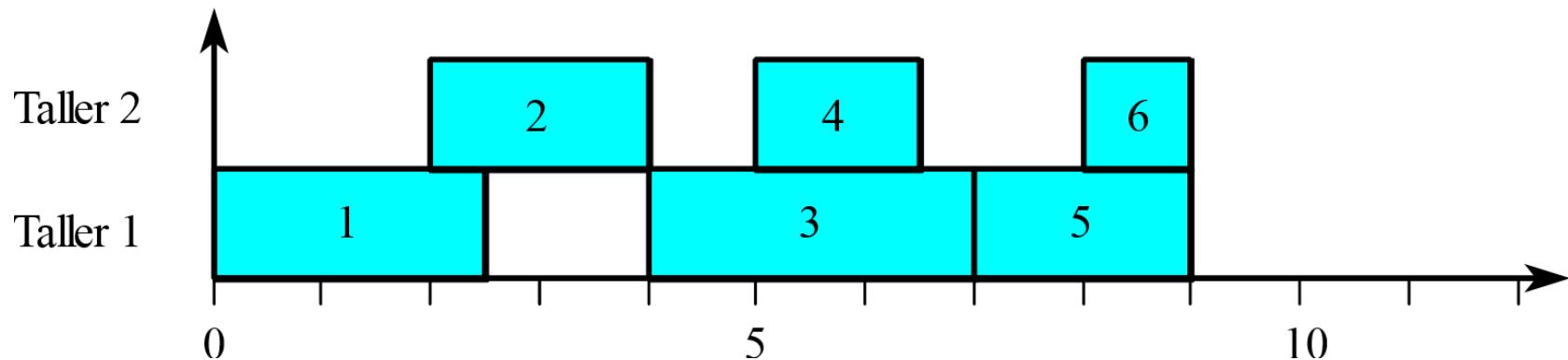
Tiempo de ocupación medio

- Promedio: Basado en observaciones (los servicios).
○ Taller 1 = $(2.5+5)/2 = 3.25$ día/servicio
○ Taller 2 = $(2+1.5 +1)/3 = 1.5$ día/servicio
○ Talleres = $(3.25+1.5)/2 = 2.375$ día/(servicio taller)



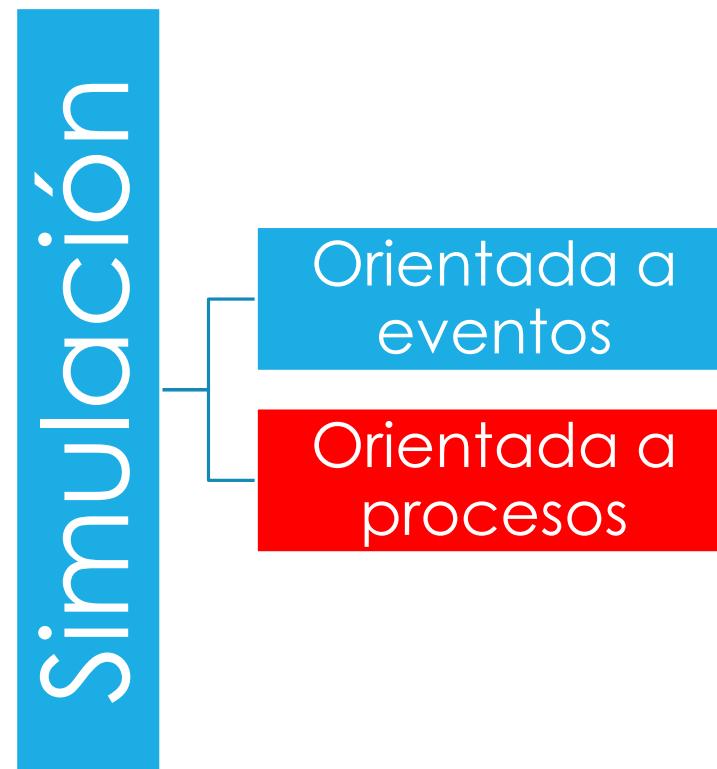
Tiempo ocioso medio

- Promedio: Basado en observaciones (detenciones).
- Taller 1 = $(1.5+1)/2 = 1.25$ día/detención
- Taller 2 = $(2 + 1+1.5+1)/4 = 1.375$ día/detención
- Talleres = $(1.25+1.375)/2 = 1.3125$ día/(detención taller)

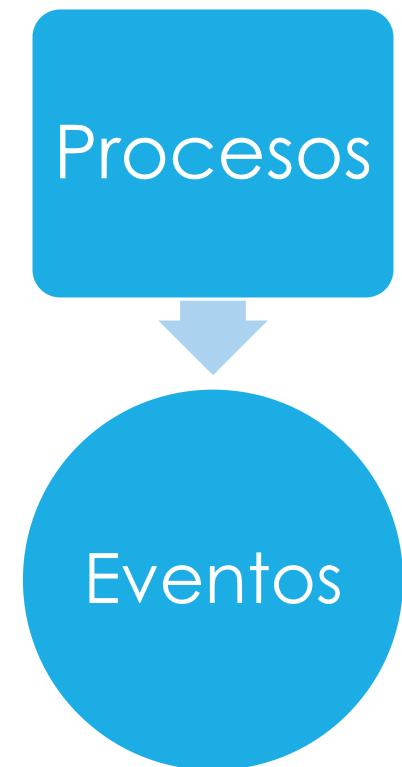


Enfoque orientado a procesos

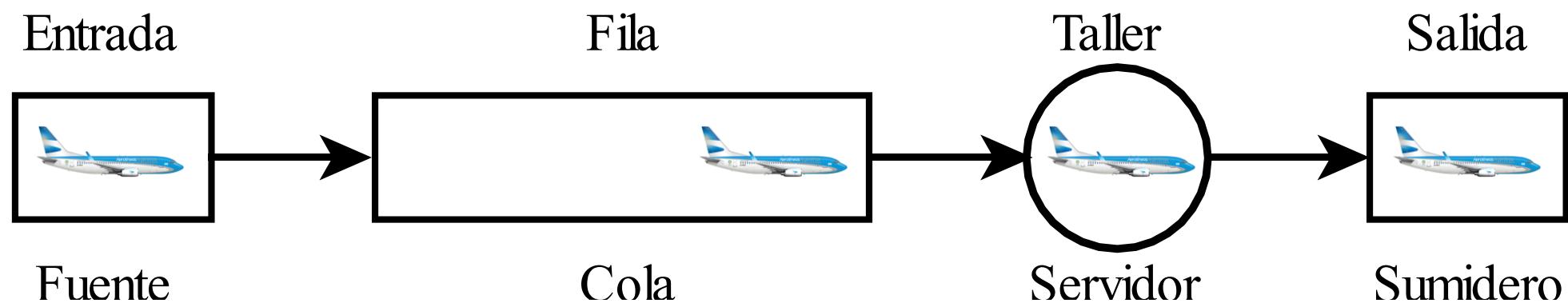
Enfoques



Enfoque orientado a procesos

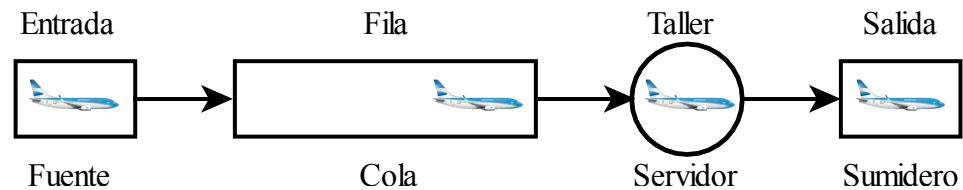


Simulación orientada a procesos



Simulación orientada a procesos

Procesos



Eventos

- Inicio de la revisión
- Finalización de la revisión
- Inicio del mantenimiento
- Finalización del mantenimiento

Software para simulación

Lenguajes para simulación

- Propósito general: FORTRAN, C, Pascal
- Orientados a eventos: SIMSCRIPT y SLAM
- Orientados a procesos: GPSS, SIMAN y SIMNET

SIMSCRIPT II.5 Main program Queueing Model

```
1 MAIN
2
3     READ MEAN.INTERARRIVAL.TIME,
4             MEAN.SERVICE.TIME, AND TOT.DELAYS
5
6     CREATE EVERY SERVER(1)
7     LET U.SERVER(1) = 1
8
9     ACTIVATE AN ARRIVAL.GENERATOR NOW
10
11    START SIMULATION
12
13 END
```

File Tools Views Options Units Help

Real Time 256 Pause Time: 2D → 0.00 h 0% Speed: Position:

Model Builder

- Graphics Objects
- Probability Distributions
- Basic Objects
- Process Flow
- Calculation Objects
- Fluid Objects

Object Selector

- Simulation
- Display Models
- Graphics Objects
- Probability Distributions
- Basic Objects
- Process Flow

View1

Model Title

2014-Jan-01 00:00:00.000

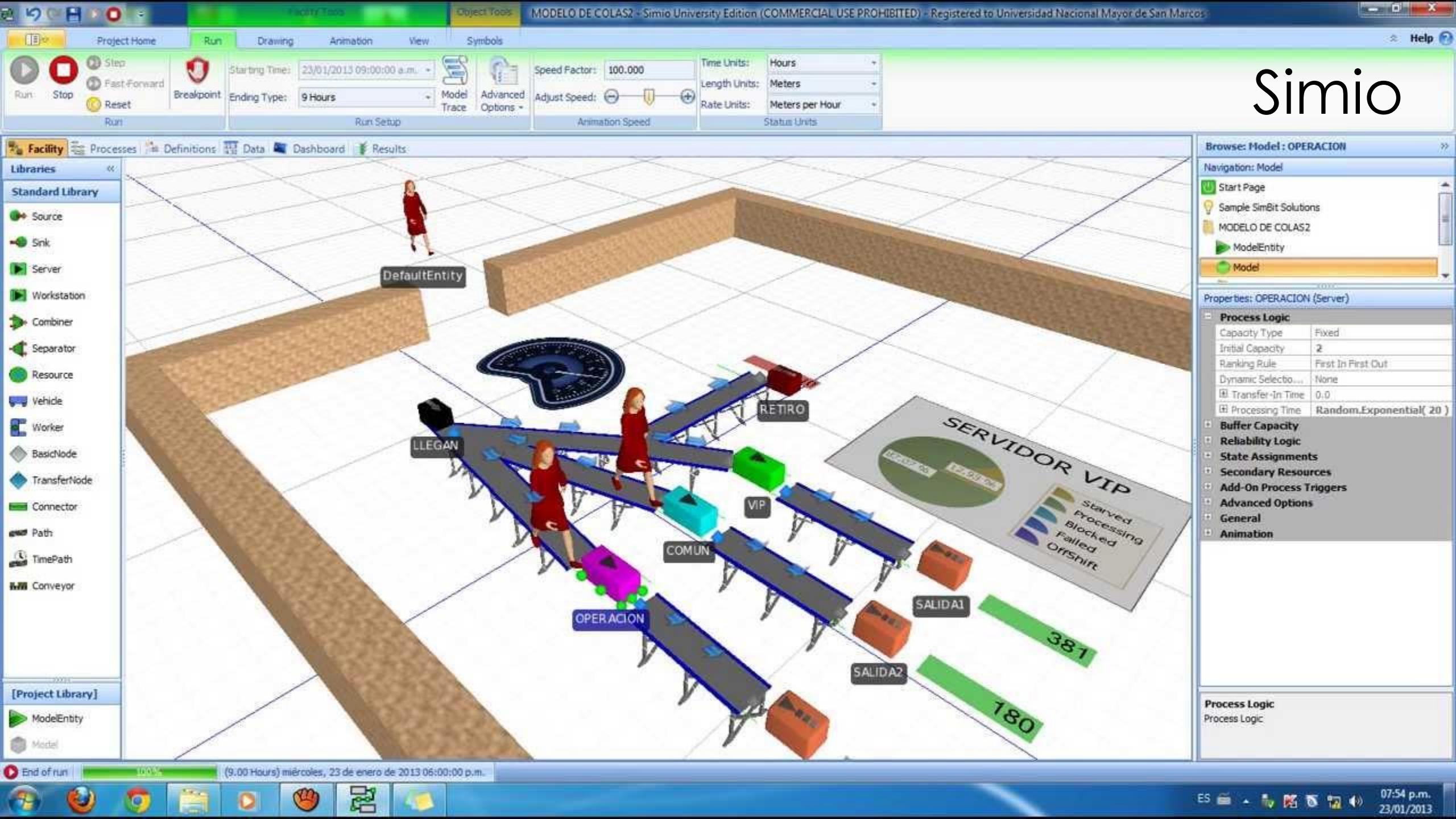
Input Editor - Simulation

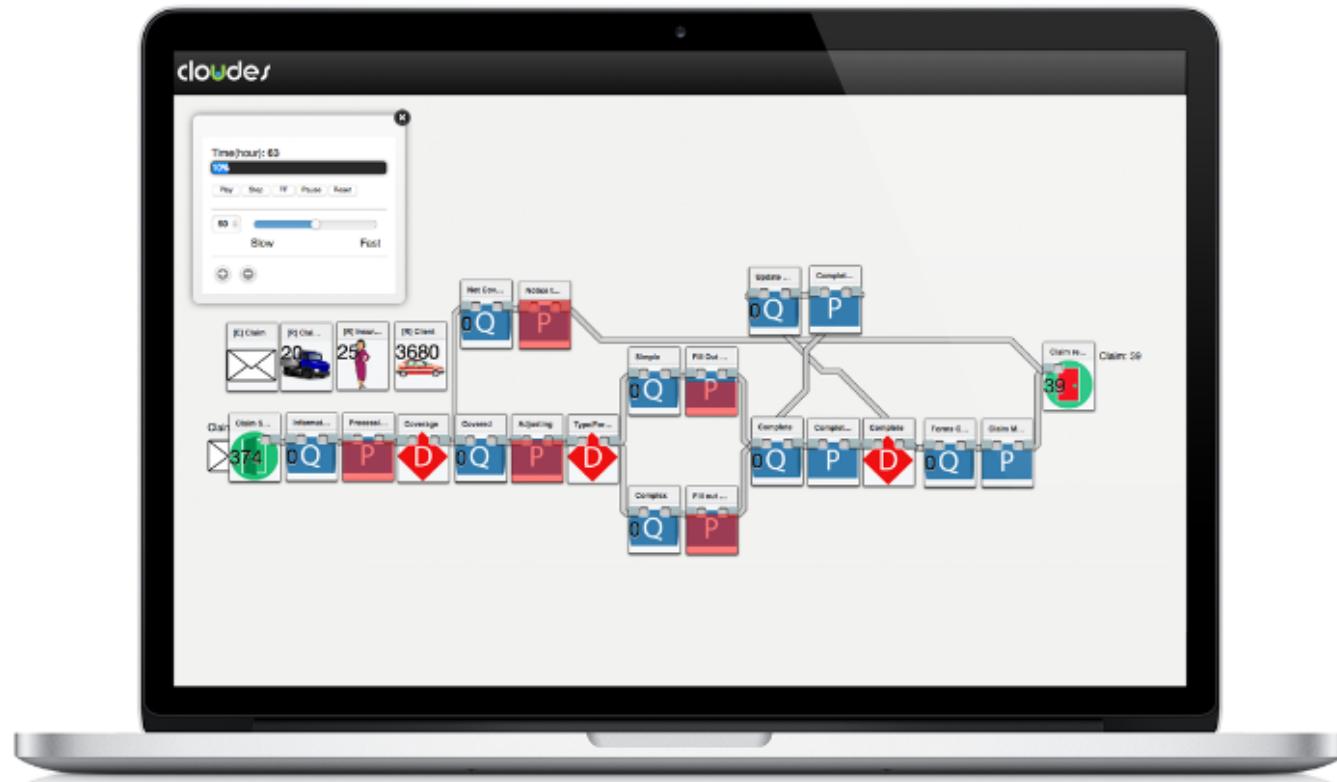
Key Inputs	Multiple Runs	GUI
Keyword	Default	Value
AttributeDefinitionList	<i>None</i>	
CustomOutputList	<i>None</i>	
RunDuration	8760.0 h	168 h
InitializationDuration	0.0 h	24 h
PauseCondition	<i>None</i>	
ExitAtPauseCondition	FALSE	
ExitAtStop	FALSE	

Output Viewer - Simulation

Output	Value
Entity	
Name	Simulation
ObjectType	GraphicSimulation
SimTime	0.00000 h
Simulation	
Software Name	JaamSim
Software Version	2017-06
Configuration File	D:\Documents\uoas\EngSci\Teachin...
RunNumber	301
RunIndex	{ 4, 1 }
Present Time and	Oct 02, 2017 10:44

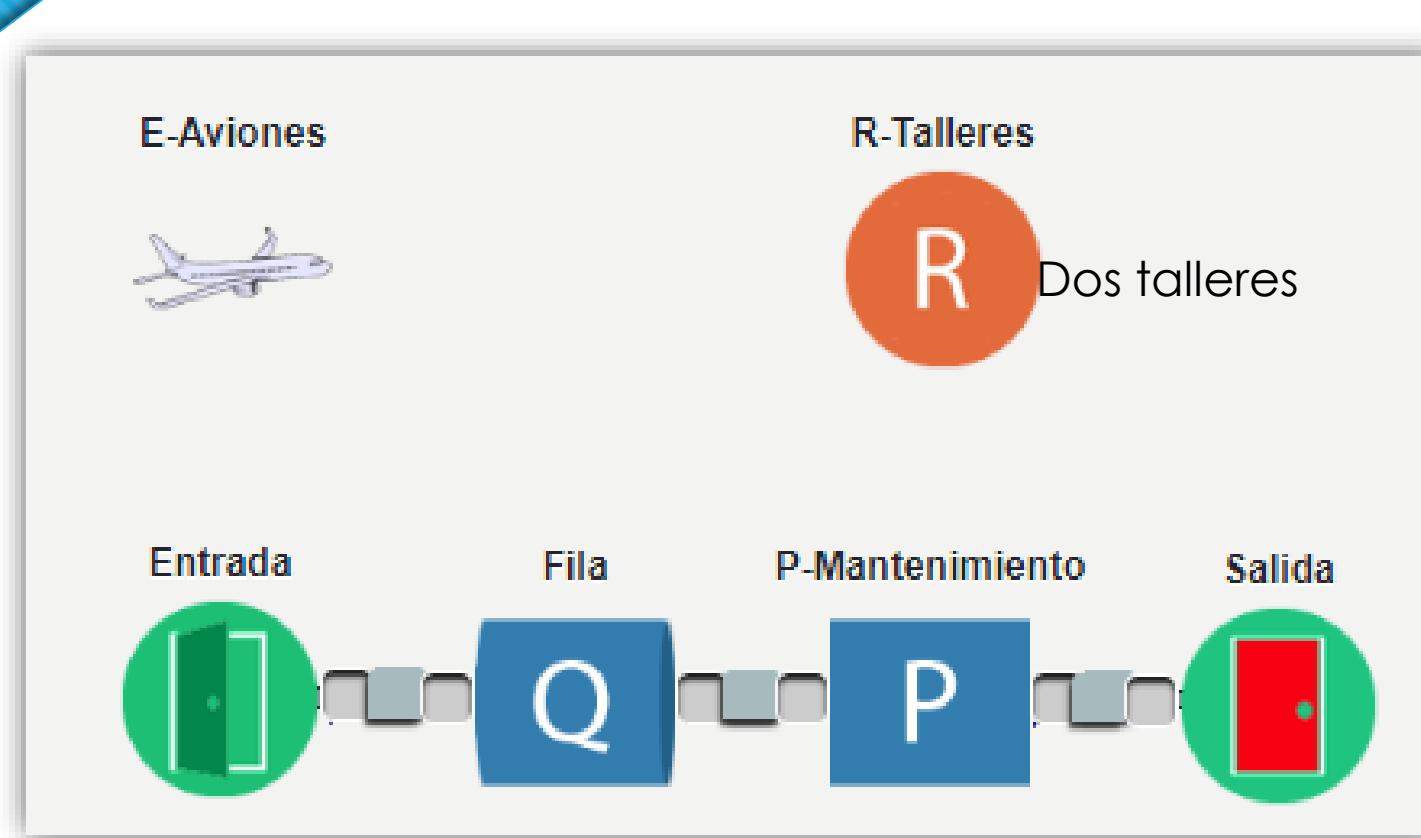
JaamSim





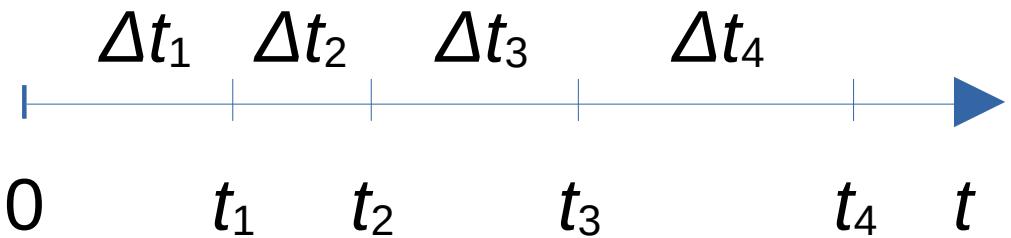
LEARN BUILD & PLAY
with Simulations

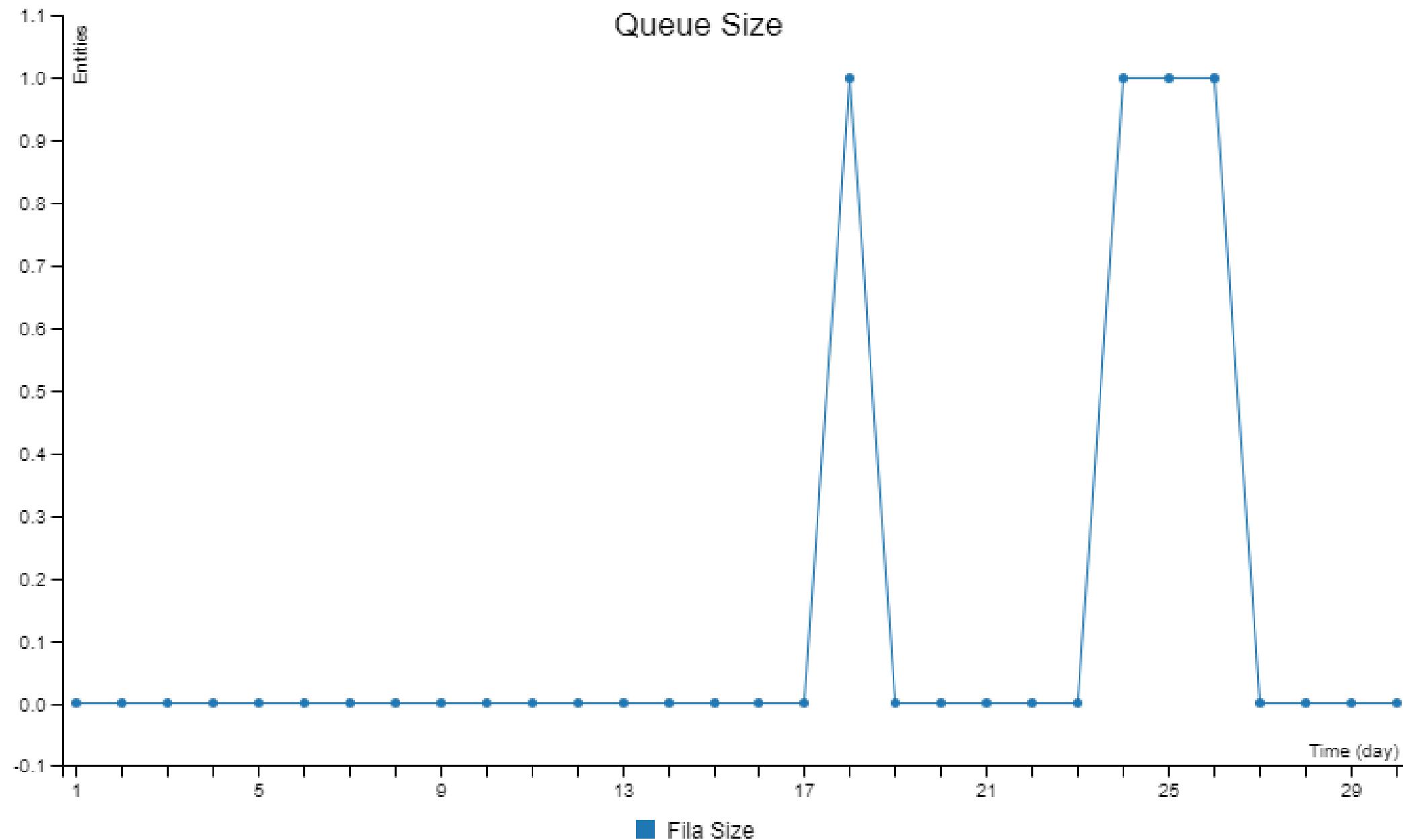
Cloudes



Paso de reloj variable

- Paso variable Δt
- $f(\Delta t) \rightarrow$ generadores
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Determinar el siguiente evento A.
 3. Dar un paso Δt hasta A.
 4. Modificar el estado.
 5. Agendar eventos futuros.
 6. Si no finalizó, ir a 2.





Longitud de Simulación: 30 day

Repeticiones: 1

Entrada

Total Arrivals	7
----------------	---

Mantenimiento

Avg Process Time (day)	2.143
Total Idle Time (day)	15
Total Entities Processed	7

Salida

"Aviones" Exited	7
Total Exited	7

Fila

Entities Denied (Max Queue Size)	0
Entities Balked (Wait Time Limit)	0
Dequeued	7
Queue Max	2
Queue Final	0
Queue Avg	0.141
Max Wait Time (day)	2
Avg Wait Time (day)	0

Talleres

Quantity Final	1
Max Utilization (%)	100
Avg Utilization (%)	50

Aviones

Total Arrived	7
Total Exited	7
Total Dropped	0
Total Representing A Batch	0
Total Separated	0
Avg Time In System (day)	2.71