



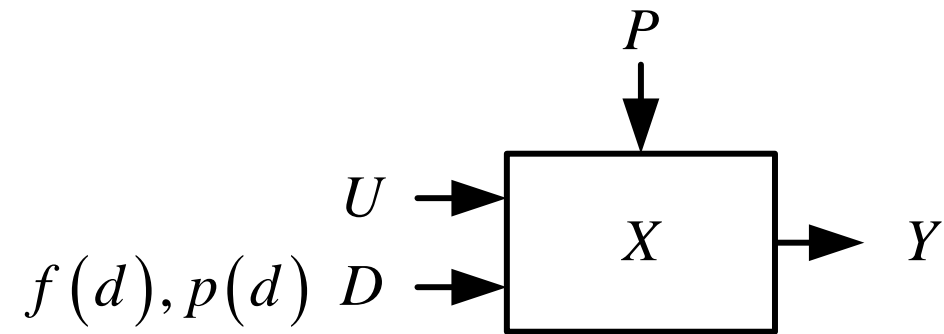
Generación de números aleatorios Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Generación de números aleatorios

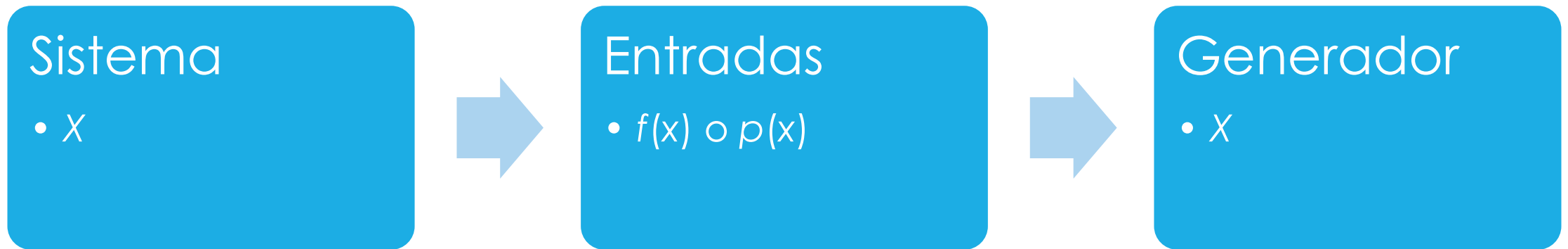
Clasificación de variables

- Parámetros (P)
- Variables de entrada:
 - Manipulables (U)
 - Perturbación (D)
- Variables de salida (Y)
- Variables internas (I)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



- Tiempo entre arribos de clientes
- Tipo de operación
- Monto de la operación

Estrategia



- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Números aleatorios

- Un número aleatorio R es aquel que se obtiene al azar.
- Es una variable continua.
- Propiedades de una secuencia de números aleatorios r_1, r_2, \dots :
 - Uniformidad
 - Independencia

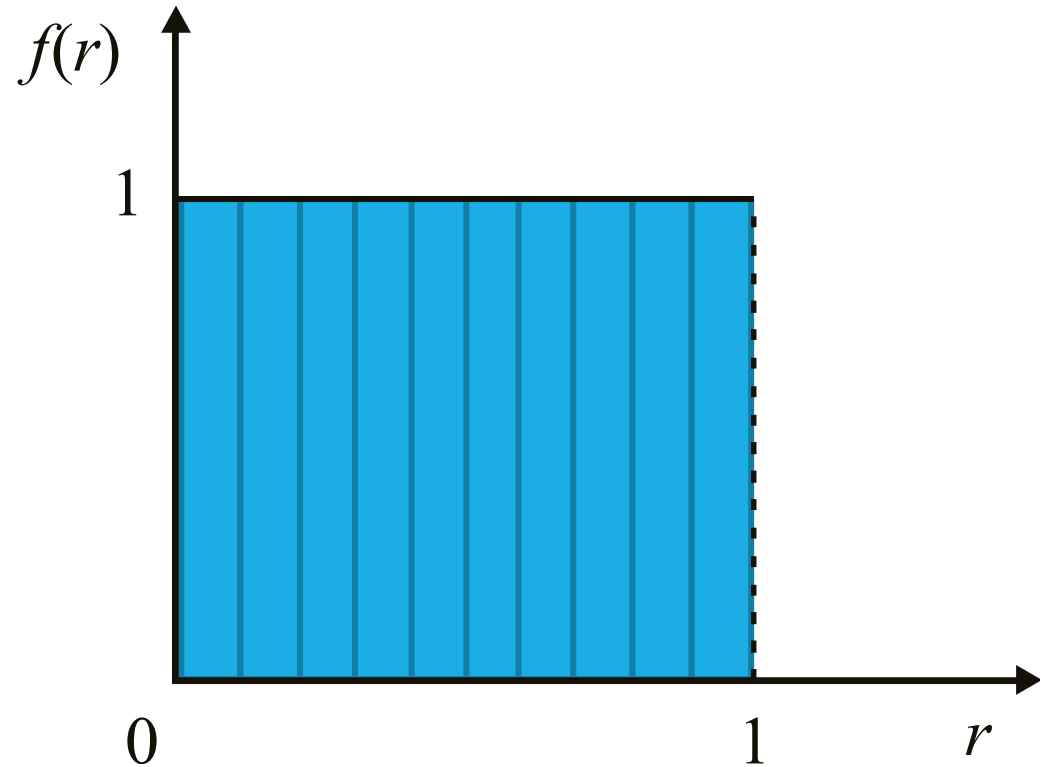
$$f(r) = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$E(R) = \int_0^1 r \, dr = \frac{r^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$




$$V(R) = \int_0^1 r^2 \, dx - [E(R)]^2 = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Números aleatorios

- Consecuencias:
 - Si el intervalo $(0, 1)$ es dividido en c clases, el número esperado de n observaciones en cada intervalo es n/c .
 - La probabilidad de observar un valor en un intervalo en particular es independiente de los valores previamente observados: $1/c$.



Ejemplos

- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05,
0.06, 0.07, 0.08, 0.09 
- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 1.00,
0.99, 0.98, 0.97, 0.96 
- 0.14, 0.71, 0.65, 0.28, 0.21, 0.84,
0.66, 0.70, 0.67, 0.88 

Random Number Table

13962	70992	65172	28053	02190	83634	66012	70305	66761	88344
43905	46941	72300	11641	43548	30455	07686	31840	03261	89139
00504	48658	38051	59408	16508	82979	92002	63606	41078	86326
61274	57238	47267	35303	29066	02140	60867	39847	50968	96719
43753	21159	16239	50595	62509	61207	86816	29902	23395	72640
83503	51662	21636	68192	84294	38754	84755	34053	94582	29215
36807	71420	35804	44862	23577	79551	42003	58684	09271	68396
19110	55680	18792	41487	16614	83053	00812	16749	45347	88199
82615	86984	93290	87971	60022	35415	20852	02909	99476	45568
05621	26584	36493	63013	68181	57702	49510	75304	38724	15712

Números pseudoaleatorios

- Simulan los números aleatorios.
- Son generados por un algoritmo.
- Generan una gran cantidad de números.
- Se puede repetir una sucesión de valores.
- Importa la calidad del generador.

El gobierno porteño quiere reemplazar los tradicionales bolilleros de la Quiniela por un sistema que despierta sospechas

Lanzó una licitación para comprar dos computadoras cuyo código fuente será inaccesible para los técnicos. Un hombre del gobierno fue señalado por su interés en el tema

13 de Septiembre de 2019



Según las especificaciones técnicas del pliego, LOTBA, la sociedad del Estado que se creó para asumir las competencias que ejercía Lotería Nacional, pretende incorporar dos computadoras con el hardware y el software necesario para registrar todas las apuestas y realizar sorteos automáticos RNG (Random Number Generator).

[El caso de los Niños Cantores en 1942](#)

Método de congruencia lineal

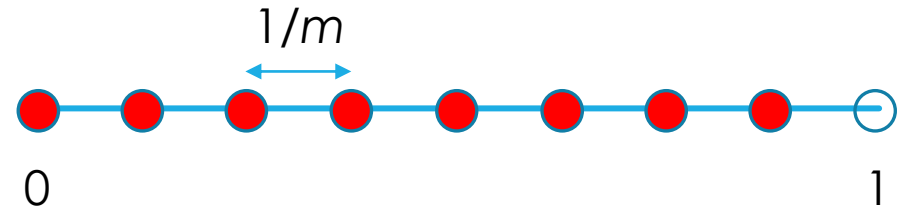
- $x_i \in \mathbb{N}$
- x_0 : semilla
- a : constante multiplicativa
- c : incremento
- m : módulo
- $c \neq 0$: congruencia mixta
- $c = 0$: congruencia multiplicativa

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

- $x_i \in \{0, 1, 2, \dots, (m-1)\}$
- $r_i \in \{0, 1/m, 2/m, \dots, (m-1)/m\}$
- Propiedades de r :
 - Es discreto
 - $m \rightarrow \infty, r \rightarrow 1$
 - gap tamaño mínimo $1/m$
 - m valores distintos
 - $P \leq m$ periodo o longitud de ciclo

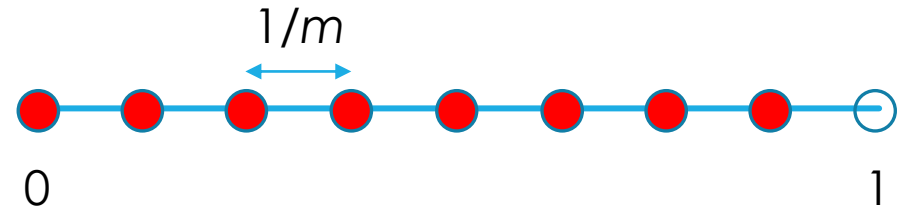


$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

- Calidad:
 - Uniformidad
 - Máxima densidad: $gaps \rightarrow 0$
 - P grande
- Requisitos:
 - m grande para máxima densidad y P grande.
 - a, c y X_0 apropiados para P grande.



$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Cálculo de r

- $a = 17$
- $c = 43$
- $m = 100$
- $x_0 = 27$

i	x	r
0	27	---
1	2	0.02
2	77	0.77
3	52	0.52

Generador de congruencia lineal.xlsx

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Calibri 11 Fuente Ajustar texto General

N K S A Alineación Combinar y centrar

Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Estilos

Insertar Eliminar Formato Celdas Edición

Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar

F2 17

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>r</i>		Parámetros						
2	0	27	---		a =	17					
3	1	2	0.02		c =	43					
4	2	77	0.77		m =	100					
5	3	52	0.52		x0 =	27					
6											
7											
8											
9						$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$					
10											
11						$r_i = \frac{x_i}{m}$					
12											
13											
14											
15											
16											

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Insertar función: Autosuma, Usado recientemente, Financieras
 Biblioteca de funciones: Lógicas, Texto, Fecha y hora, Búsqueda y referencia, Matemáticas y trigonométricas, Más funciones

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Mostrar fórmulas, Comprobación de errores, Evaluar fórmula

Ventana Inspección, Opciones para el cálculo, Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G
1	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>r</i>		Parámetros		
2	0	=F5	---		a =	17	
3	1	=RESIDUO(F\$2*B2+F\$3,F\$4)	=B3/F\$4		c =	43	
4	2	=RESIDUO(F\$2*B3+F\$3,F\$4)	=B4/F\$4		m =	100	
5	3	=RESIDUO(F\$2*B4+F\$3,F\$4)	=B5/F\$4		x0 =	27	
6							
7							
8							
9					$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$		
10							
11					$r_i = \frac{x_i}{m}$		
12							
13							
14							
15							

Longitud de ciclo

- $a = 13$
- $c = 0$
- $m = 2^6 = 64$
- $x_0 = 1, 2, 3$ y 4
- $P = 16, 8, 16$ y 4
- $x \in \{1, 5, 9, 13, \dots, 53, 57, 61\}$
- $r \in \{1/64, 5/64, 9/64, \dots, 61/64\}$
- $gap = 5/64 - 1/64 = 4/64 = 0.0625$

i	x	x	x	x
0	1	2	3	4
1	13	26	39	52
2	41	18	59	36
3	21	42	63	20
4	17	34	51	4
5	29	58	23	
6	57	50	43	
7	37	10	47	
8	33	2	35	
9	45		7	
10	9		27	
11	53		31	
12	49		19	
13	61		55	
14	25		11	
15	5		15	
16	1		3	

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Insertar función: Autosuma, Usado recientemente, Financieras, Lógicas, Texto, Fecha y hora, Búsqueda y referencia, Matemáticas y trigonométricas, Más funciones

Administrador de nombres: Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Nombres definidos

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Mostrar fórmulas, Comprobación de errores, Evaluar fórmula

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	x	x	x	x		Parámetros						
2	0	1	2	3	4		a =	13					
3	1	13	26	39	52		c =	0					
4	2	41	18	59	36		m =	64					
5	3	21	42	63	20		x0 =	27					
6	4	17	34	51	4								
7	5	29	58	23									
8	6	57	50	43									
9	7	37	10	47			$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$						
10	8	33	2	35									
11	9	45		7			$r_i = \frac{x_i}{m}$						
12	10	9		27									
13	11	53		31									
14	12	49		19									
15	13	61		55									
16	14	25		11									
17	15	5		15									
18	16	1		3									
19													

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

fx Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores
Financieras Fecha y hora Más funciones Crear desde la selección Quitar flechas Evaluar fórmula
Biblioteca de funciones Administrador de nombres Nombres definidos Auditoría de fórmulas Ventana Inspección Opciones para el cálculo Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		Parámetros	
2	0	1	2	3	4		a =	13
3	1	=RESIDUO(\$H\$2*B2+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C2+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D2+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E2+\$H\$3,\$H\$4)		c =	0
4	2	=RESIDUO(\$H\$2*B3+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C3+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D3+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E3+\$H\$3,\$H\$4)		m =	=2^6
5	3	=RESIDUO(\$H\$2*B4+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C4+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D4+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E4+\$H\$3,\$H\$4)		x0 =	27
6	4	=RESIDUO(\$H\$2*B5+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C5+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D5+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E5+\$H\$3,\$H\$4)			
7	5	=RESIDUO(\$H\$2*B6+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C6+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D6+\$H\$3,\$H\$4)				
8	6	=RESIDUO(\$H\$2*B7+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C7+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D7+\$H\$3,\$H\$4)				
9	7	=RESIDUO(\$H\$2*B8+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C8+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D8+\$H\$3,\$H\$4)			$x_{i+1} = (a x_i + c) \text{ mod } m$	
10	8	=RESIDUO(\$H\$2*B9+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C9+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D9+\$H\$3,\$H\$4)				
11	9	=RESIDUO(\$H\$2*B10+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D10+\$H\$3,\$H\$4)			$r_i = \frac{x_i}{m}$	
12	10	=RESIDUO(\$H\$2*B11+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D11+\$H\$3,\$H\$4)				
13	11	=RESIDUO(\$H\$2*B12+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D12+\$H\$3,\$H\$4)				
14	12	=RESIDUO(\$H\$2*B13+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D13+\$H\$3,\$H\$4)				
15	13	=RESIDUO(\$H\$2*B14+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D14+\$H\$3,\$H\$4)				
16	14	=RESIDUO(\$H\$2*B15+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D15+\$H\$3,\$H\$4)				
17	15	=RESIDUO(\$H\$2*B16+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D16+\$H\$3,\$H\$4)				
18	16	=RESIDUO(\$H\$2*B17+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D17+\$H\$3,\$H\$4)				
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

Cálculo de r

- $a = 7^5 = 16807$
- $c = 0$
- $m = 2^{31}-1 = 2147483647$
- $x_0 = 123457$

ALEATORIO() en Excel
Rnd() en Visual Basic

i	x	r
0	123457	---
1	2074941799	0.9662
2	559872160	0.2607
3	1645535613	0.7662

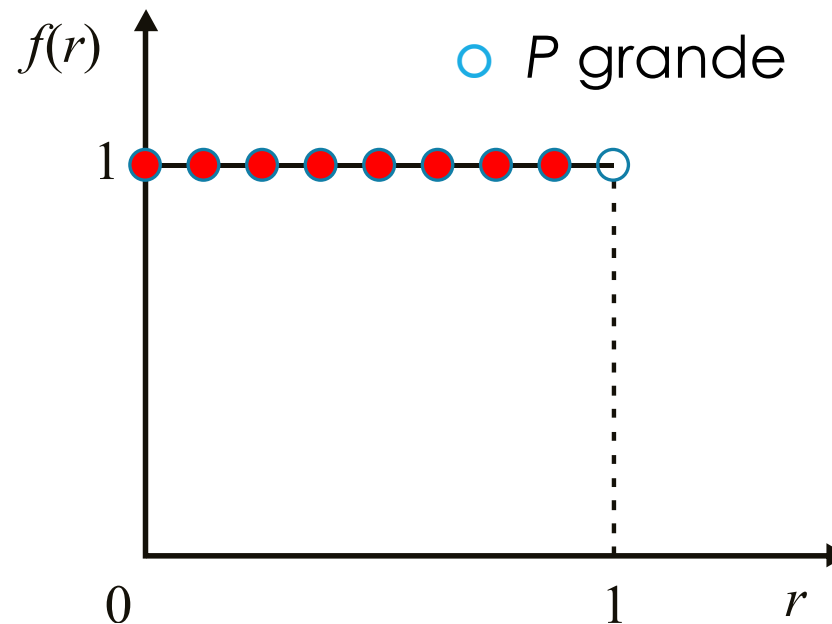
Prueba de calidad de un generador

Números aleatorios

- Uniformidad
- Independencia

Generador

- Uniformidad
- Máxima densidad: $gaps \rightarrow 0$
- P grande



Prueba de calidad de un generador

- Prueba de frecuencia: Usa el método de Kolmogorov-Smirnov o el método chi-cuadrado para comparar una distribución uniforme con la secuencia generada.
- Prueba de corridas o rachas (*runs test*): Utiliza el chi-cuadrado para determinar la presencia anormal de grupos de números ascendentes, descendentes, por encima del promedio, o por debajo del promedio.

Prueba de calidad de un generador

- Prueba de autocorrelación: Compara la correlación existente entre los elementos de una secuencia con la correlación nula esperada.
- Prueba de huecos (*gap test*): Cuenta la cantidad de dígitos entre dos sucesivas repeticiones de un mismo dígito, y utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov para comparar esta cantidad con el valor esperado.
- Prueba de póker: Controla que la frecuencia de aparición de dígitos en una serie de números sea la esperada.

Generadores de variables aleatorias

Variables aleatorias

R

- Número aleatorio
- Distribución uniforme

X

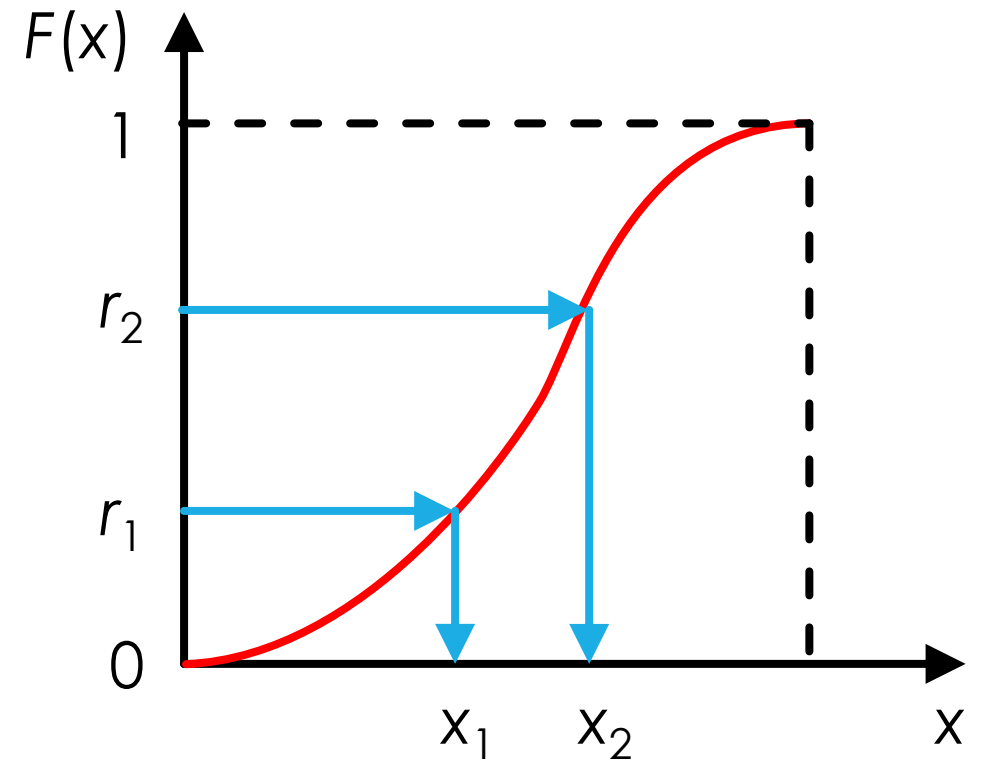
- Variable aleatoria
- Cualquier distribución $f(x)$ o $p(x)$

Método de la transformada inversa

Método analítico

1. Dada $f(x)$ o $p(x)$
2. Obtener $F(x)$
3. $F(x) = r$
4. $x = F^{-1}(r)$

Método gráfico



Generador exponencial

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = r$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$x = F^{-1}(r) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - r)$$

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(r)$$

LN(x) en Excel

Log(x) en Visual Basic

Generador exponencial.xlsx

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Portapapeles Pegar Fuente Calibri 11 A A Fuente Alineación Ajustar texto Combinar y centrar General Número Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Estilos Celdas Edición

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	X		Parámetro									
2	1	1.1263996		L =	0.5								
3	2	1.4274699		Decimales =	2								
4	3	11.363609											
5	4	0.0639789											
6	5	1.0481052											
7	6	0.19446											
8	7	1.7371068											
9	8	0.6184773											
10	9	0.4700588											
11	10	0.9609568											
12	11	1.698068											
13	12	2.3893687											
14	13	4.1516184											
15	14	1.1682904											
16	15	0.3268791											
17	16	1.5351928											
18	17	2.2239142											
19	18	0.6387933											

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(r)$$



Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Insertar función
 Autosuma Usado recientemente
 Lógicas Texto Fecha y hora
 Búsqueda y referencia Matemáticas y trigonométricas Más funciones
 Biblioteca de funciones

Administrador de nombres Nombres definidos
 Asignar nombre Utilizar en la fórmula Crear desde la selección

Rastrear precedentes Rastrear dependientes Quitar flechas
 Mostrar fórmulas Comprobación de errores Evaluar fórmula
 Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección
 Opciones para el cálculo Cálculo

F7

	A	B	C	D	E	F
1	i	X		Parámetro		
2	1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())		L =	0.5	
3	=A2+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())		Decimales =	2	
4	=A3+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
5	=A4+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
6	=A5+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
7	=A6+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
8	=A7+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
9	=A8+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
10	=A9+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
11	=A10+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
12	=A11+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
13	=A12+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
14	=A13+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
15	=A14+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
16	=A15+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
17	=A16+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
18	=A17+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				
19	=A18+1	=-1/E\$2*LN(ALEATORIO())				

$$x = - \frac{1}{\lambda} \ln (r)$$

Exponencial Histograma Gráfica Tabla

Generador uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} = r$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

$$x = a + (b-a)r$$

Generador triangular

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a \leq x < b \\ \frac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & b \leq x \leq c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & a < x \leq b \\ 1 - \frac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)} & b < x \leq c \\ 1 & x > c \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

Generador triangular

- $r = \text{ALEATORIO}()$
- $xi = a + \text{RAIZ}((b-a) * (c-a) * r)$
- $xd = c - \text{RAIZ}((c-b) * (c-a) * (1-r))$
- $\text{SI}(r < (b-a)/(c-a), xi, xd)$

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

Generador triangular.xlsx

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Calibri 11 Fuente Ajustar texto General

N K S A Alineación Combinar y centrar

Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda

Insertar Eliminar Formato Celdas

Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar Edición

F1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<i>i</i>	<i>r</i>	<i>xi</i>	<i>xd</i>	<i>x</i>		a =	0	
2	1	0.82099191	3.13877412	3.92727376	3.92727376		b =	2	
3	2	0.23635482	1.68411932	1.71893889	1.68411932		c =	6	
4	3	0.45590712	2.3389924	2.38638282	2.38638282				
5	4	0.77791215	3.05531436	3.69129726	3.69129726				
6	5	0.76218288	3.02426761	3.61093934	3.61093934				
7	6	0.89954173	3.28549855	4.44726096	4.44726096				
8	7	0.14472962	1.31786016	1.46938313	1.31786016				
9	8	0.0059341	0.26685045	1.11557765	0.26685045				
10	9	0.03832459	0.67815563	1.1958133	0.67815563				
11	10	0.9805611	3.43026722	5.31696737	5.31696737				
12	11	0.18354808	1.48410812	1.57339338	1.48410812				
13	12	0.79702726	3.09262464	3.79288747	3.79288747				
14	13	0.17490798	1.44875664	1.55003277	1.44875664				

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

fx Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores
Financieras Fecha y hora Más funciones Crear desde la selección Quitar flechas Evaluar fórmula
Biblioteca de funciones Administrador de nombres Nombres definidos Auditoría de fórmulas Ventana Inspección Opciones para el cálculo Cálculo

	B	C	D	E	F	G	H
1	r	xi	xd	x	a =		0
2	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B2)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B2))	=SI(B2<(bt-at)/(ct-at),C2,D2)	b =		2
3	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B3)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B3))	=SI(B3<(bt-at)/(ct-at),C3,D3)	c =		6
4	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B4)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B4))	=SI(B4<(bt-at)/(ct-at),C4,D4)			
5	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B5)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B5))	=SI(B5<(bt-at)/(ct-at),C5,D5)			
6	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B6)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B6))	=SI(B6<(bt-at)/(ct-at),C6,D6)			
7	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B7)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B7))	=SI(B7<(bt-at)/(ct-at),C7,D7)			
8	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B8)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B8))	=SI(B8<(bt-at)/(ct-at),C8,D8)			
9	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B9)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B9))	=SI(B9<(bt-at)/(ct-at),C9,D9)			
10	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B10)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B10))	=SI(B10<(bt-at)/(ct-at),C10,D10)			
11	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B11)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B11))	=SI(B11<(bt-at)/(ct-at),C11,D11)			
12	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B12)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B12))	=SI(B12<(bt-at)/(ct-at),C12,D12)			
13	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B13)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B13))	=SI(B13<(bt-at)/(ct-at),C13,D13)			
14	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B14)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B14))	=SI(B14<(bt-at)/(ct-at),C14,D14)			
15	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B15)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B15))	=SI(B15<(bt-at)/(ct-at),C15,D15)			
16	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B16)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B16))	=SI(B16<(bt-at)/(ct-at),C16,D16)			
17	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B17)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B17))	=SI(B17<(bt-at)/(ct-at),C17,D17)			
18	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B18)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B18))	=SI(B18<(bt-at)/(ct-at),C18,D18)			
19	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B19)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B19))	=SI(B19<(bt-at)/(ct-at),C19,D19)			
20	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B20)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B20))	=SI(B20<(bt-at)/(ct-at),C20,D20)			

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

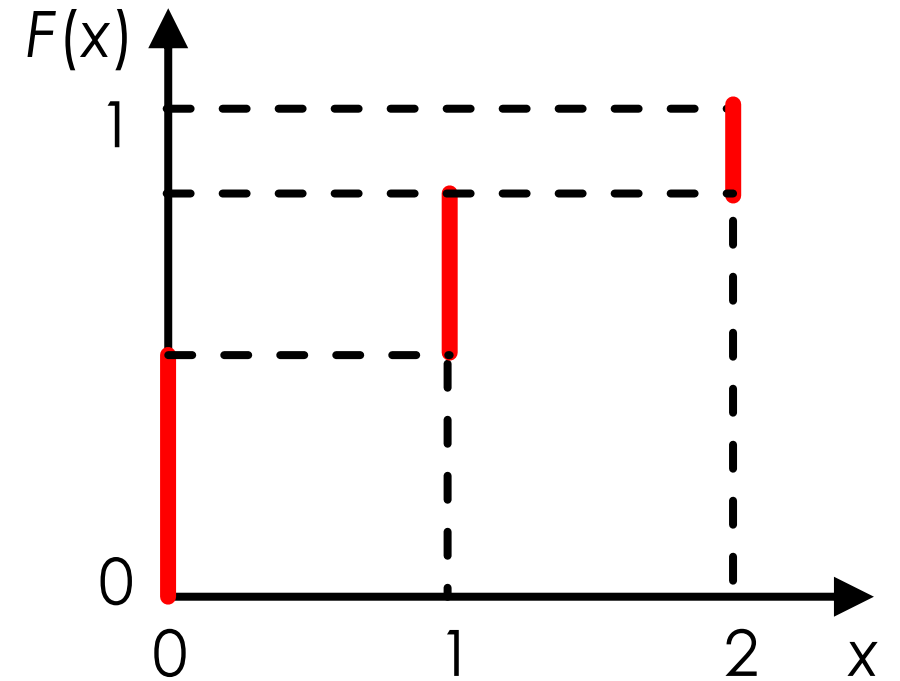
Distribuciones discretas

i	x	$p(x)$
1	0	0.5
2	1	0.3
3	2	0.2

Distribuciones discretas

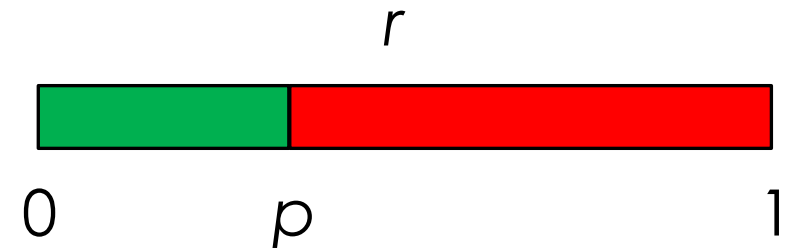
i	x	$p(x)$	$F(x)$
1	0	0.5	0.5
2	1	0.3	0.8
3	2	0.2	1.0

$$x = \begin{cases} 0 & r \leq 0.5 \\ 1 & 0.5 < r \leq 0.8 \\ 2 & 0.8 < r \leq 1.0 \end{cases}$$



Evento con probabilidad p

1. Generar r
2. Si $r < p$, ocurre el evento.



Simulación de un evento.xlsx

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Insertar función: Autosuma, Usado recientemente, Financieras
 Lógicas, Texto, Fecha y hora
 Búsqueda y referencia, Matemáticas y trigonométricas, Más funciones

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Mostrar fórmulas, Comprobación de errores, Evaluar fórmula

Ventana Inspección, Opciones para el cálculo, Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Evento		p =	0.2					
2	1	0.85705639	No								
3	2	0.8124233	No								
4	3	0.75809756	No								
5	4	0.766238	No								
6	5	0.88974304	No								
7	6	0.3046304	No								
8	7	0.36104897	No								
9	8	0.49063825	No								
10	9	0.81374989	No								
11	10	0.59588632	No								
12	11	0.45207323	No								
13	12	0.83371004	No								
14	13	0.48514103	No								
15	14	0.22851486	No								
16	15	0.71073359	No								
17	16	0.19103658	Sí								



Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Insertar función: Autosuma, Usado recientemente, Financieras
 Biblioteca de funciones: Lógicas, Texto, Fecha y hora, Búsqueda y referencia, Matemáticas y trigonométricas, Más funciones

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Mostrar fórmulas, Comprobación de errores, Evaluar fórmula

Ventana Inspección, Opciones para el cálculo, Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Evento	p =		0.2	
2	1	=ALEATORIO()	=SI(B2<F\$1,"Sí","No")				
3	2	=ALEATORIO()	=SI(B3<F\$1,"Sí","No")				
4	3	=ALEATORIO()	=SI(B4<F\$1,"Sí","No")				
5	4	=ALEATORIO()	=SI(B5<F\$1,"Sí","No")				
6	5	=ALEATORIO()	=SI(B6<F\$1,"Sí","No")				
7	6	=ALEATORIO()	=SI(B7<F\$1,"Sí","No")				
8	7	=ALEATORIO()	=SI(B8<F\$1,"Sí","No")				
9	8	=ALEATORIO()	=SI(B9<F\$1,"Sí","No")				
10	9	=ALEATORIO()	=SI(B10<F\$1,"Sí","No")				
11	10	=ALEATORIO()	=SI(B11<F\$1,"Sí","No")				
12	11	=ALEATORIO()	=SI(B12<F\$1,"Sí","No")				
13	12	=ALEATORIO()	=SI(B13<F\$1,"Sí","No")				
14	13	=ALEATORIO()	=SI(B14<F\$1,"Sí","No")				
15	14	=ALEATORIO()	=SI(B15<F\$1,"Sí","No")				
16	15	=ALEATORIO()	=SI(B16<F\$1,"Sí","No")				
17	16	=ALEATORIO()	=SI(B17<F\$1,"Sí","No")				

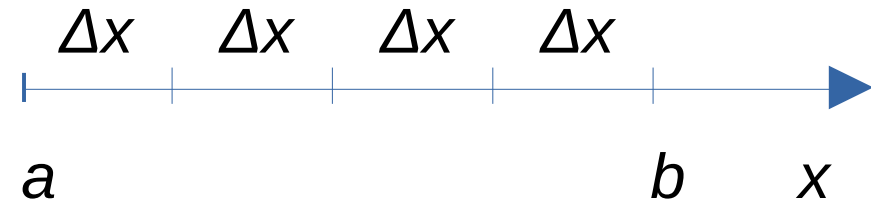
Generador discreto uniforme

- Para simular un dado:
 - $a = 1$
 - $b = 6$
 - $\Delta x = 1$

ENTERO(x) en Excel

Int(x) en Visual Basic

Generador de un dado.xlsx



$$x = \text{Int} \left(r \left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

[El redondeo en VB de Excel](#)

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Calibri 11 Fuente Ajustar texto General

N K S A Alineación Combinar y centrar Número

Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Estilos

Insertar Eliminar Formato Celdas

Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar Edición

D1 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Dado							
2	1	0.25960554	2							
3	2	0.17792739	2							
4	3	0.94012451	6							
5	4	0.3270328	2							
6	5	0.08535359	1							
7	6	0.25514114	2							
8	7	0.50199035	4							
9	8	0.78025166	5							
10	9	0.69663829	5							
11	10	0.17083267	2							
12	11	0.66617342	4							
13	12	0.80457721	5							
14	13	0.25182085	2							
15	14	0.91560714	6							

$$x = \text{Int} \left(r \left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda WPS PDF Argo ¿Qué desea hacer?

Insertar función: Autosuma, Usado recientemente, Financieras
 Biblioteca de funciones: Lógicas, Texto, Fecha y hora, Búsqueda y referencia, Matemáticas y trigonométricas, Más funciones

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Mostrar fórmulas, Comprobación de errores, Evaluar fórmula

Ventana Inspección, Opciones para el cálculo, Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Dado						
2	1	=ALEATORIO()	=ENTERO(B2*6)+1						
3	2	=ALEATORIO()	=ENTERO(B3*6)+1						
4	3	=ALEATORIO()	=ENTERO(B4*6)+1						
5	4	=ALEATORIO()	=ENTERO(B5*6)+1						
6	5	=ALEATORIO()	=ENTERO(B6*6)+1						
7	6	=ALEATORIO()	=ENTERO(B7*6)+1						
8	7	=ALEATORIO()	=ENTERO(B8*6)+1						
9	8	=ALEATORIO()	=ENTERO(B9*6)+1						
10	9	=ALEATORIO()	=ENTERO(B10*6)+1						
11	10	=ALEATORIO()	=ENTERO(B11*6)+1						
12	11	=ALEATORIO()	=ENTERO(B12*6)+1						
13	12	=ALEATORIO()	=ENTERO(B13*6)+1						
14	13	=ALEATORIO()	=ENTERO(B14*6)+1						
15	14	=ALEATORIO()	=ENTERO(B15*6)+1						

$$x = \text{Int} \left(r \left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$