

# Operaciones Unitarias 1

## Elementos de la mecánica de fluidos

- Cuantificación de la irreversibilidad. Fluidos Newtonianos (FN)

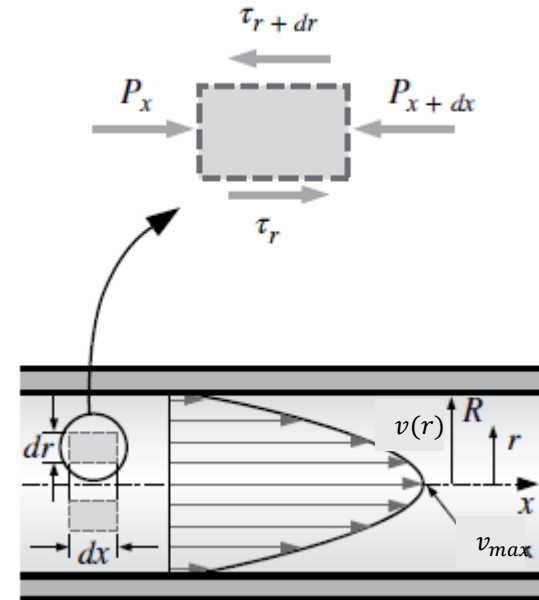
# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; Ecuación de Hagen Poiseuille

Un flujo con una velocidad de distribución constante se llama *flujo totalmente desarrollado*.

En regímenes laminar ( $Re < 2100$ ) y flujo totalmente desarrollado de un fluido incomprensible irreversible, un balance de cantidad de movimiento permite obtener una ecuación determina el perfil de velocidad. Esta ecuación relaciona la pérdida de energía mecánica debido a la fricción en el seno del fluido.

Cada partícula de fluido se desplaza a una velocidad axial constante a lo largo de una línea de corriente, y el perfil de velocidad  $v(r)$  permanece invariable en la dirección del flujo.

Para un elemento diferencial anular de radio  $r$ , grosor  $dr$  y longitud  $dx$  orientado coaxialmente el ducto incluyendo sólo los efectos de la presión y viscosidad (fricción):



$$(2\pi r dr P)_x - (2\pi r dr P)_{x+dx} + (2\pi r dx \tau)_r - (2\pi r dx \tau)_{r+dr} = 0 \Rightarrow r \frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{x+dx} - (r\tau)_x}{dr} = 0 \Rightarrow r \frac{dP}{dx} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0$$

$$\tau = -\mu \frac{dv_r}{dr} \Rightarrow \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dv_r}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} \quad \text{Esta ecuación diferencial debe ser integrada 2 veces} \Rightarrow \mu \left( r \frac{dv_r}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} r dr \Rightarrow$$

$$\mu \left( r \frac{dv_r}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} \frac{r^2}{2} + C_1 \quad \text{Para } r = 0, v_r \text{ es máximo, } \frac{dv_r}{dr} = 0; C_1 = 0 \Rightarrow 2\mu dv_r = \frac{dP}{dx} r dr \Rightarrow v_r = \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} r^2 + C_2$$

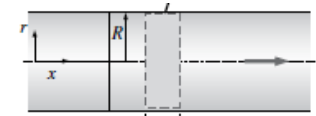
$$\text{Para } r = R, v_r = 0; C_2 = -\frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} R^2 \Rightarrow v_r = \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} r^2 - \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} R^2 \Rightarrow v_r = \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} (r^2 - R^2) \Rightarrow v_r = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

El perfil de velocidad en flujo laminar totalmente desarrollado es parabólico con un máximo en la línea central y nulo en la pared de la tubería.

La velocidad axial  $v_r$  es positiva para cualquier  $r$ , y por lo tanto el gradiente de presión axial  $\frac{dP}{dx}$  debe ser negativo (es decir, la presión **debe** disminuir en la dirección del flujo debido a efectos viscosos)

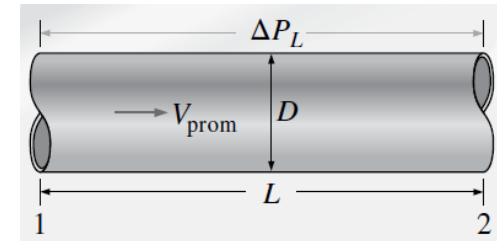
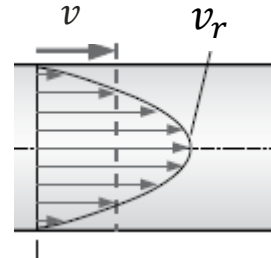
# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; Ecuación de Hagen Poiseuille

La velocidad promedio es (flujo laminar totalmente desarrollado):  $v_r = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$



$$\bar{v} = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} v_r dA_c = -\frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \frac{R^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) 2\pi r dr = -\frac{1}{2R^2} \frac{dP}{dx} \frac{R^2}{\mu} \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr \Rightarrow \bar{v} = -\frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{dP}{dx}$$

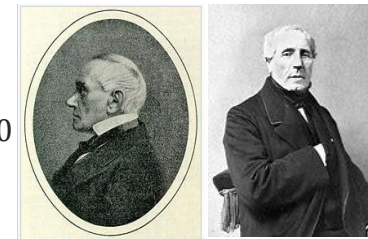
$$\left. \begin{aligned} v_r &= -\frac{R^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \\ \bar{v} &= -\frac{R^2}{8\mu} \frac{dP}{dx} \end{aligned} \right\} v_r = 2\bar{v} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \Rightarrow v_{(r=0),max} = 2\bar{v}$$



$$\frac{dP}{dx} = cttte \Rightarrow \frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L} \Rightarrow \bar{v} = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{P_2 - P_1}{L} \Rightarrow \Delta P_L = P_1 - P_2 = \frac{8\mu \bar{v} L}{R^2} = \frac{32\mu \bar{v} L}{D^2}$$

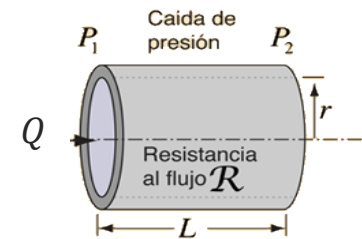
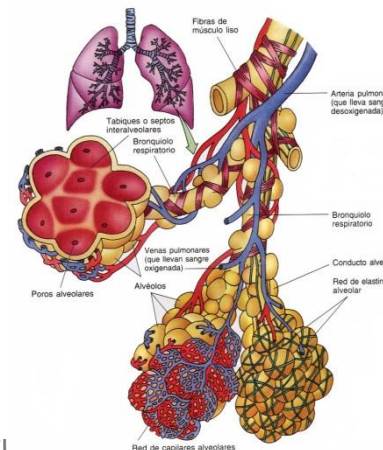
Los efectos viscosos causan una caída de presión irreversible (pérdida de presión  $\Delta P_L$  (L: Lost); Si  $\mu = 0 \rightarrow \Delta P_L = 0$ )

$$\bar{v} = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{\Delta P_L}{L} \Rightarrow \bar{v} [\pi R^2] = -\frac{R^2 [\pi R^2] \Delta P_L}{8\mu L} \Rightarrow \dot{Q}_V = -\frac{[\pi R^4] \Delta P_L}{8\mu L} = \frac{[\pi D^4] \Delta P_L}{128\mu L} \quad \text{flujo volumétrico} \left[\frac{m^3}{s}\right]$$



Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen  
Jean Leonard Marie Poiseuille

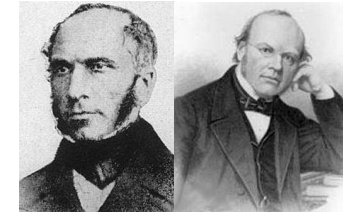
La ecuación de Hagen-Poiseuille, en la ventilación pulmonar describe el efecto que tiene el radio de las vías respiratorias sobre la resistencia del flujo de aire en dirección a los alveolos. Si el radio de los bronquiolos se redujera por la mitad, ecuación predice que el caudal de aire que pasa por ese bronquiolo reducido tendría que oponerse a una resistencia 16 veces mayor. Al reducirse el radio de las vías aéreas respiratorias, el esfuerzo de la persona se eleva a la cuarta potencia.



# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; Ecuación de Darcy -Weisbach

Considerar flujo estacionario en un tubo horizontal de un fluido de densidad constante y flujo completamente desarrollado.

Considerar un elemento de fluido con forma de disco concéntrico con el eje del tubo, de radio  $r$  y longitud  $dL$ , como cuerpo libre sujeto a fuerzas debido a la presión y fuerza viscosa. Dado que el conducto es horizontal  $F_{gravedad}$  idéntica en todos sus puntos y la velocidad es constante, el balance de momento determina que  $\sum F = 0$

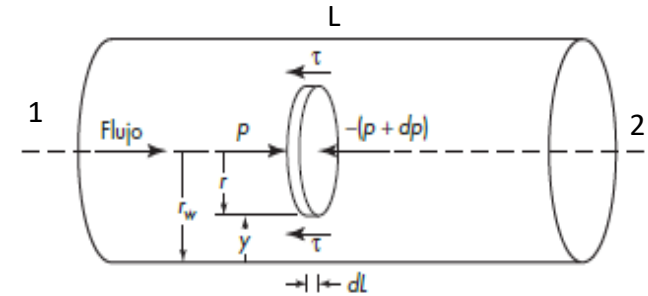


Henry Philibert Gaspard Darcy (1803 - 1858)

Julius Ludwig Weisbach (1806 -1871)

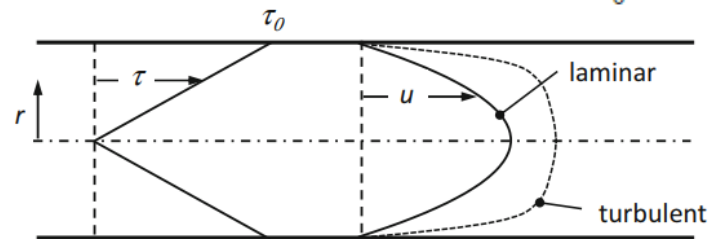
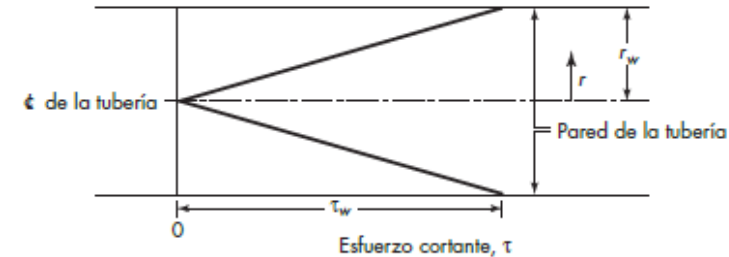
Dividiendo por  $\pi r^2 dL$

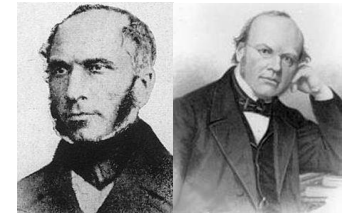
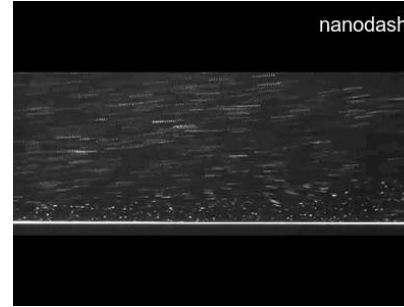
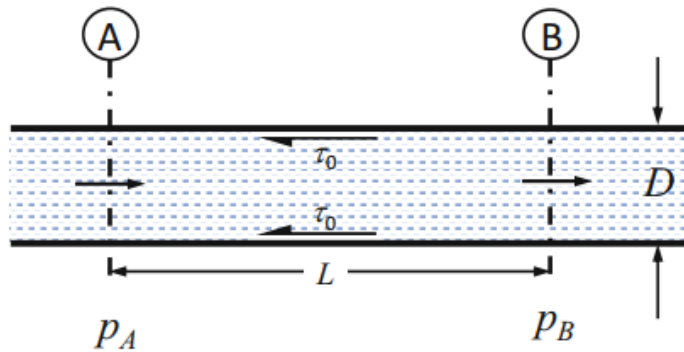
$$\sum F = P\pi r^2 - (P + dP)\pi r^2 - 2\pi r dL \tau = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dL} + \frac{2\tau}{r} = 0$$



En flujo estacionario, ya sea laminar o turbulento, la presión es constante en una sección transversal cualquiera de un tubo con corriente, por lo tanto,  $\frac{dP}{dL}$  es independiente de  $r$ . En la pared del conducto,  $r = r_0$  y  $\tau = \tau_0$ .

$$\frac{dP}{dL} + \frac{2\tau_0}{r_0} = 0 \Rightarrow \frac{\tau}{r} = \frac{\tau_0}{r_0}$$





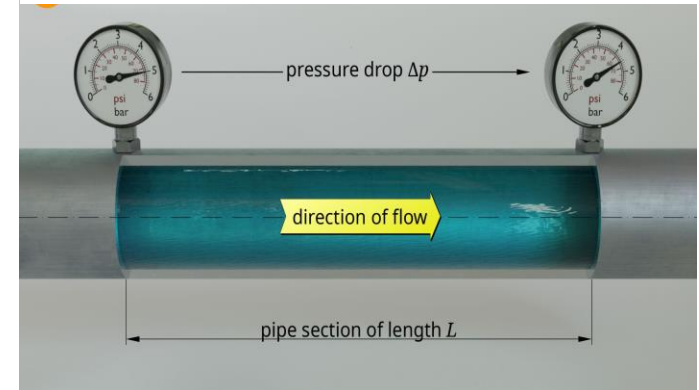
$$\frac{dP}{dL} + \frac{2\tau_0}{r_0} = 0 \rightarrow \frac{dP}{dL} + \frac{4\tau_0}{D} = 0 \rightarrow -\frac{dP}{dL} = \frac{4\tau_0}{D} \rightarrow -dP = \frac{4\tau_0}{D} dL$$

$$-\int_{P_A}^{P_B} dP = \frac{4\tau_0}{D} \int_0^L dL \rightarrow -(P_B - P_A) = -\Delta P_L = \frac{4\tau_0}{D} L$$

$-\Delta P_L = 4\tau_0 \frac{L}{D}$ ; ecuación de **caída de presión** debido a los efectos de la irreversibilidad [ $Pa$ ].  $\Delta P_L/L$  es el gradiente de presión

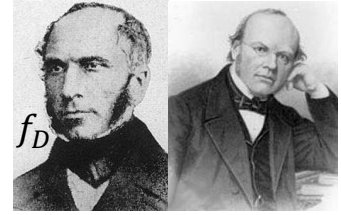
$e_L = \frac{-\Delta P_L}{\rho} = \frac{4\tau_0 L}{\rho D}$ ; ecuación de **disipación de energía** (o pérdida por fricción) debido a los efectos de la irreversibilidad [ $J.kg^{-1}$ ]

$h_L = \frac{-\Delta P_L}{\rho g} = \frac{4\tau_0 L}{\rho g D}$ ; ecuación de **perdida de carga** debido a los efectos de la irreversibilidad [ $m$ ]. [ $h_L/L$ ] es el gradiente hidráulico.



Ecuación de Bernoulli, para **flujo incompresible**:

$$\frac{P_1}{\rho} + gz_1 + \frac{v_1^2}{2} + w_s = \frac{P_2}{\rho} + gz_2 + \frac{v_2^2}{2} + e_L \quad e_L = \frac{4\tau_o L}{\rho D}$$



El factor de fricción es el parámetro utilizado para la correlación de los efectos de flujo. Se define como:  $f_f = \frac{\tau_o}{\rho \frac{v^2}{2}}$

$$e_L = \frac{4\tau_o L}{\rho D} \rightarrow e_L = 4 \frac{L}{D} \frac{1}{\rho} f_f \rho \frac{v^2}{2} \Rightarrow e_L = f_D \frac{L}{D} \frac{v^2}{2}$$



John Thomas Fanning (1837–1911)

Ecuación definida en términos de energía por unidad de masa:  $[J \cdot kg^{-1}] \equiv [m^2 s^{-2}]$

En términos de caída de presión:  $\Delta P_L = f_D \frac{L}{D} \rho \frac{\bar{v}^2}{2} \quad [Pa] \equiv [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}]$

$\Delta P_L = función(L, D, \bar{v})$ .  $\Delta P_L \propto \rho \frac{\bar{v}^2}{2}$  presión dinámica conversion irreversible de energia mecanica cuando el

fluido en movimiento se detiene. También  $\Delta P_L \propto \frac{L}{D}$ ; mayor pérdida de carga a mayor longitud y menor diámetro de ducto.

En términos de la *altura de la columna de fluido equivalente*, o pérdida de carga:  $h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f_D \frac{L}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad [m]$

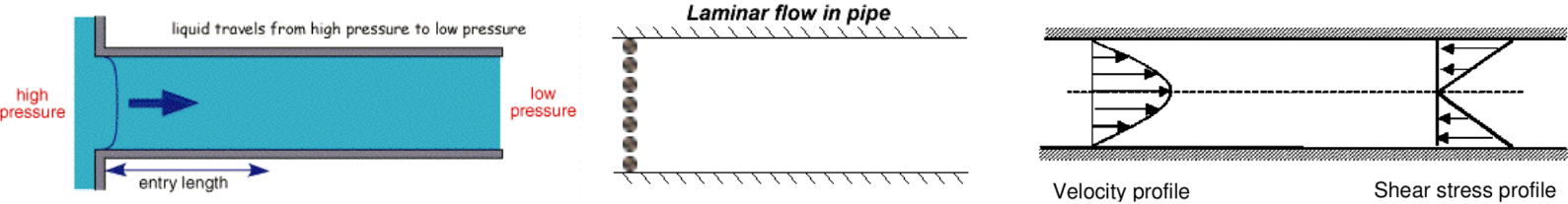
$f_D$  es el factor de fricción de Darcy.  $f_f$  es el factor de fricción de Fanning.  $f_D = 4f_f$

# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; dependencia $f_D$ régimen de flujo

Del análisis dimensional y experimentación los parámetros que influyen el factor de fricción son el número de Reynolds y la rugosidad relativa del ducto. La dependencia está determinada por el tipo de flujo

## Flujo laminar

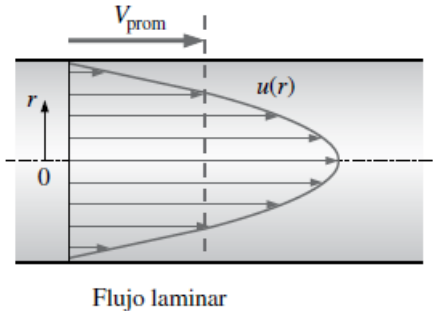
Un régimen de flujo es laminar, cuando en cada sección de conducto, normal al eje, todas las líneas de corriente son paralelas y se desplazan paralelas al eje del conducto. El diagrama de distribución de velocidades en un plano axial es una parábola de segundo grado. La velocidad es máxima en el eje del conducto y cero en contacto con la pared.



El factor de fricción solo depende del número de Reynolds; De la relación entre las ecuaciones de Hagen – Poiseuille y la ecuación de Darcy es posible demostrar que:

$$\Delta P_L = \frac{32\mu \bar{v}L}{D^2} \quad \Delta P_L = f_D \frac{L}{D} \rho \frac{\bar{v}^2}{2} \Rightarrow f_D = \frac{64}{Re}$$

Hagen – Poiseuille

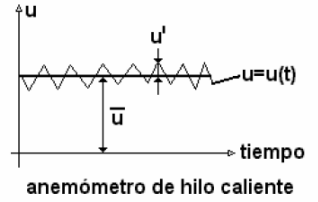
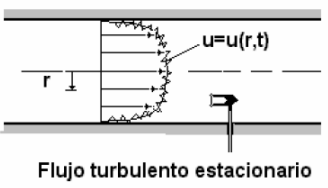
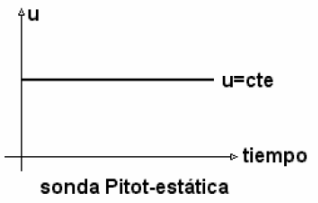
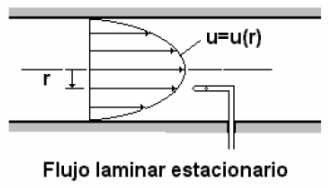
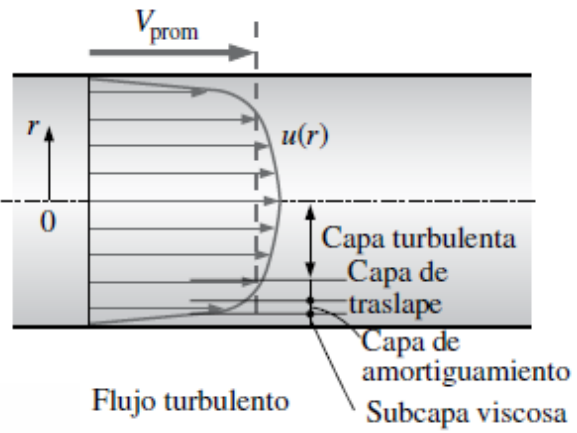


# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; dependencia $f_D$ régimen de flujo

## Flujo turbulento:

Un régimen de flujo es turbulento cuando, por incremento de la velocidad, se rompe la regularidad del escurrimiento con formación de torbellinos. Las líneas de corriente no son paralelas. El diagrama de distribución de velocidades toma una forma achatada. El escurrimiento es laminar en una capa adyacente a la interfase ducto – fluido.

Debido a la condición de no deslizamiento, en la zona de contacto fluido solido hay una capa fluida adherida al sólido, con velocidad relativa nula. Esta es la capa límite. Para régimen turbulento, el pasaje de este régimen, que ocurre desde el seno del fluido que escurre, al reposo en la capa adherida a la pared se produce a través de una capa de escurrimiento laminar y de una de transición.



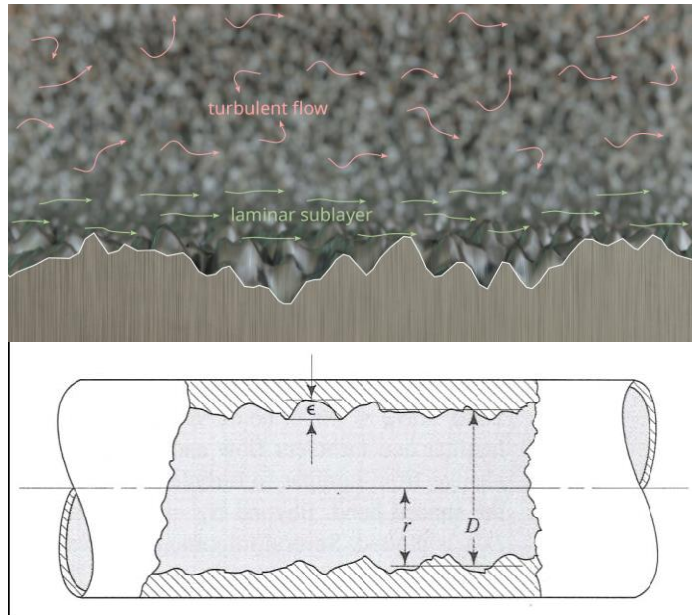


# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; dependencia $f_D$ régimen de flujo

## Flujo turbulento:

El factor de fricción depende del número de Reynolds y de la rugosidad del tubo. La rugosidad relativa se define como la relación de la altura media de rugosidad de la tubería al diámetro de la tubería,  $\frac{\epsilon}{D}$ . La forma funcional de esta relación no se puede obtener a partir de un análisis teórico, y todos los resultados disponibles se obtienen a partir de experimentos.

La rugosidad relativa de las tuberías puede aumentar con el uso, como un resultado de la corrosión, la acumulación de sarro y la precipitación. En este caso, un factor de contingencia puede ser agregado al valor de  $\epsilon$ , (generalmente 1,3). Como consecuencia, el factor de fricción puede aumentar por un factor de 5 a 10.



Material	$\epsilon$ (mm)
Vidrio	0.0003
PVC	0.0015
Polietileno (PE)	0.002
Asbesto cemento	0.030
Acero	0.046
Hierro forjado	0.06
Hierro fundido asfaltado	0.12
Hierro galvanizado	0.15
Arcilla vitrificada	0.15
Hierro fundido	0.15
Hierro dúctil	0.25
Madera cepillada	0.18 -0.9
Concreto	0.3 -3.0
Acero bridado	0.9 - 9

Valores de rugosidad equivalentes para tuberías comerciales nuevas\*

Material	Rugosidad $\epsilon$	
	ft	mm
Vidrio, plástico	0 (liso)	
Concreto	0.003-0.03	0.9-9
Duela de madera	0.0016	0.5
Hule, alisado	0.000033	0.01
Tubería de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

\* La incertidumbre en estos valores puede ser hasta  $\pm 60$  por ciento.

# Elementos de la Mecánica de Fluidos flujo interno, cuantificación de la irreversibilidad; rugosidad

**TABLE 4.5 Recommended Surface Roughness Values for Various Piping Materials**

Pipe Material	Surface Roughness (m)	Surface Roughness (ft)
Copper, drawn, tubing	0.000002	0.0000067
Glass, drawn tubing	0.000002	0.0000067
Plastic, drawn tubing	0.000002	0.0000067
Brass, drawn	0.000002	0.0000067
Iron, cast—new	0.0003	0.0021
Iron, wrought—new	0.000045	0.00017
Iron, galvanized	0.00015	0.0005
Iron, asphalt coated	0.00015	0.0005
Steel, new	0.000045	0.00015
Steel, lightly corroded	0.0003	0.00125
Steel, heavily corroded	0.002	0.0067
Steel, galvanized	0.00015	0.0005
Steel, polished (hygienic)	0.000002	0.0000067
Steel, stainless, drawn tubing	0.000002	0.0000067
Sheet metal ductwork, smooth joints	0.00003	0.0001
Concrete, very smooth	0.00004	0.00013
Concrete, wood floated, brushed	0.0003	0.001
Concrete, rough, visible form marks	0.002	0.0067
Rubber, smooth tubing	0.00001	0.000033
Rubber, wire reinforced	0.001	0.0033

Never use a value less than 0.0000015 m or 0.000005 ft, which are the limiting values that define a “smooth” pipe [10].

## Elementos de la Mecánica de Fluidos, cuantificación de la irreversibilidad; gráfica de Moody y ecuaciones asociadas

Para flujo turbulento, la relación entre el factor de fricción de Darcy, el número de  $Re$  y la rugosidad relativa  $\frac{\varepsilon}{D}$  está determinada en la ecuación de **Colebrook** (1939):

$$\frac{1}{\sqrt{f_{DCb}}} = -2,0 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7065} + \frac{2,5256}{Re\sqrt{f_D}} \right)$$

Si  $\varepsilon = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_D}} = 2,0 \log(Re\sqrt{f_D}) - 0,8$ ; ecuación de Prandtl. Si  $Re = \infty \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2,0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7}\right)$  flujo turbulento totalmente rugoso; ecuación de von Karman

La ecuación de Colebrook es implícita en  $f_D$  y es solo válida para flujo turbulento; Para flujo laminar  $f_D = \frac{64}{Re}$

Ecuación de **Churchill - Usagi** (1977), para cualquier  $Re$  (flujo laminar, región de transición y turbulento):

$$f_{DChu} = 8 \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + (A + B)^{-1,5} \right]^{\frac{1}{12}} \quad \text{donde } A = \left\{ -2,457 \ln \left[ \left( \frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \frac{\varepsilon}{D} \right] \right\}^{16} \quad \text{y } B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

# Elementos de la Mecánica de Fluidos, cuantificación de la irreversibilidad; gráfica de Moody y ecuaciones asociadas

Ecuación de **Chen** (1979) para cualquier *Re* (flujo laminar, región de transición y turbulento):

$$\frac{1}{\sqrt{f_{DChen}}} = -2,0 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3,7065} - \frac{5,0452}{Re} \log \left( \frac{1}{2,8257} \left( \frac{\varepsilon}{D} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{Re^{0,8981}} \right) \right]$$

COMMUNICATIONS  
**An Explicit Equation for Friction Factor in Pipe**  
A single explicit equation correlating friction factor, pipe roughness, diameter, and Reynolds number for transition and turbulent flow regions is proposed with the same accuracy as the implicit Colebrook equation.  
**Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 18, No. 3, 1979 297**  
**Literature Cited**  
 Churchill, S. W., *Chem. Eng.*, 91 (Nov 7, 1977).  
 Colebrook, C. F., *J. Inst. Civil Eng.*, 133 (1939).  
 Moody, L. F., *Trans. ASME*, 66, 641 (1944).  
 Nikuradse, J., *Forsch. Arb. Ing. Wes.*, No. 356 (1932).  
 Von Kármán, T., *Nach. Ges. Wiss. Göttingen, Fachgruppe I*, 5, 58-76 (1930).  
 Wood, D. J., *Civil Eng.*, 60-61 (Dec. 1966).

Ecuación de **Swamee–Jain** (1976) para *Re*>2300 (región de transición y turbulento):

$$f_{DSJ} = \frac{0,25}{\left[ \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} \quad 10^{-6} \leq \varepsilon/D \leq 10^{-2} ; 5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8 \text{ error} < 1\%$$

*Department of Chemical Engineering*    **Ning Hsing Chen**  
*University of Lowell*  
*Lowell, Massachusetts 01854*  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Darcy\\_friction\\_factor\\_formulae](https://en.wikipedia.org/wiki/Darcy_friction_factor_formulae)

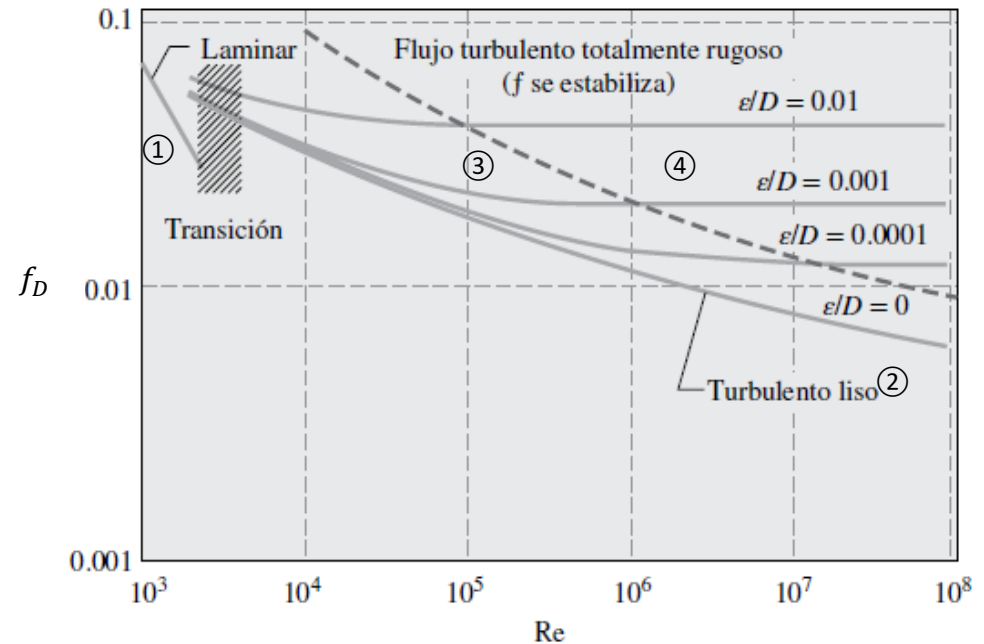
# Elementos de la Mecánica de Fluidos, cuantificación de la irreversibilidad; gráfica de Moody y ecuaciones asociadas

① Régimen Laminar: las pérdidas de carga ocurren por intercambio de cantidad de movimiento y es independiente de la rugosidad de las paredes.

② Régimen turbulento y conducto de paredes lisas  $\frac{\varepsilon}{D} = 0$ ; las pérdidas de energía se deben a torbellinos en el seno del fluido, sin influencia de la pared del ducto.

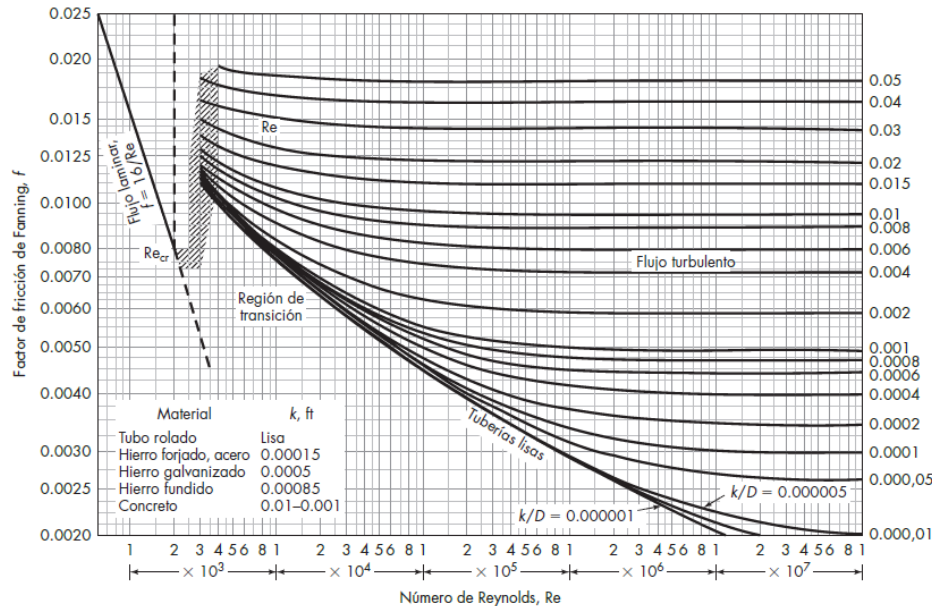
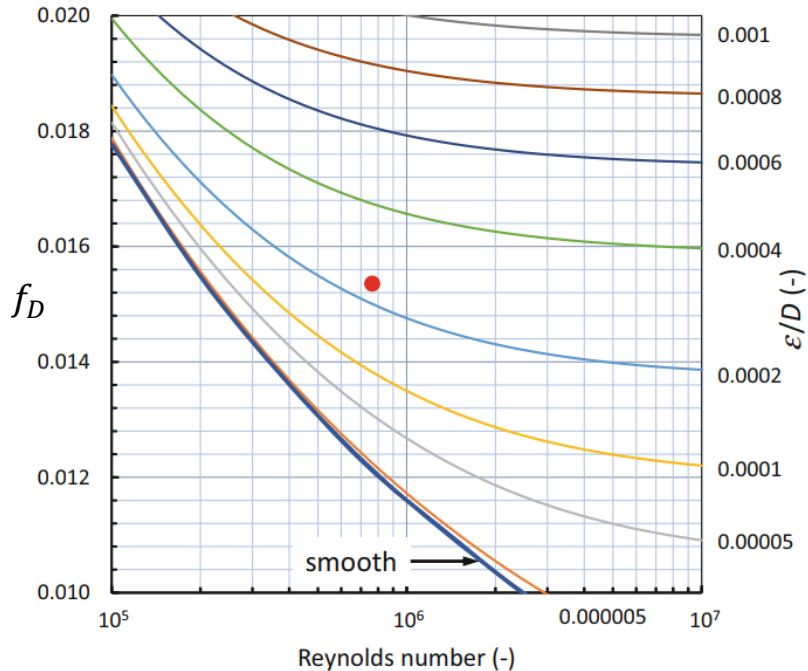
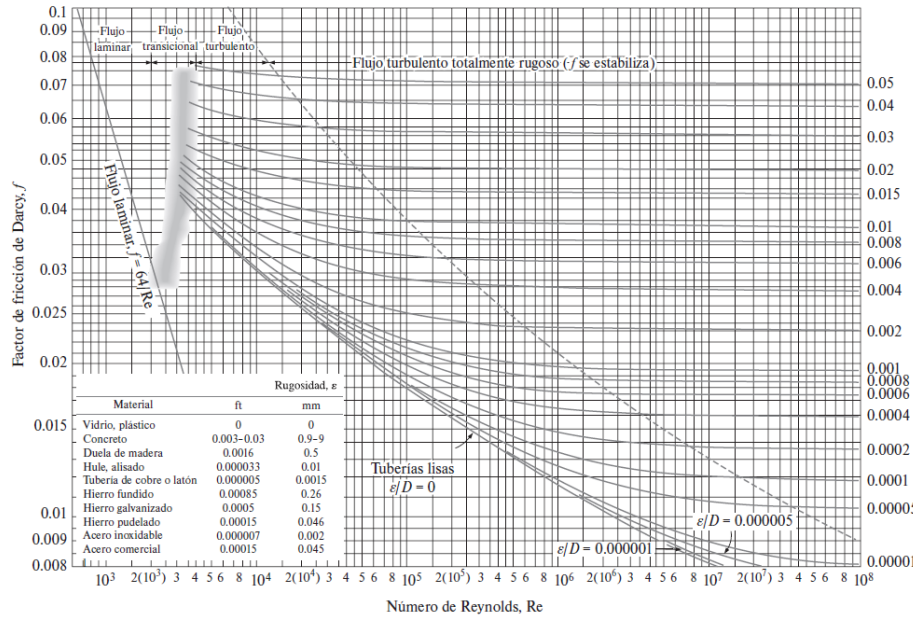
③ Corresponde a escurrimiento turbulento en un conducto rugoso.

④ Régimen altamente turbulento (altos valores de Re) y cañerías rugosas; el factor de fricción es independiente del Re siendo sólo función de la rugosidad relativa.



Aunque se concibió para tuberías circulares, también se puede usar para tuberías no circulares al sustituir el diámetro por el diámetro hidráulico

# Elementos de la Mecánica de Fluidos, cuantificación de la irreversibilidad; gráfica de Moody y ecuaciones asociadas



Coeficiente de fricción de Fanning  $C_f = \frac{f_D}{4}$

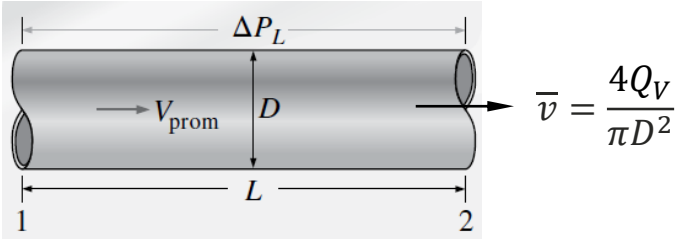
# Operaciones Unitarias 1

## Elementos de la mecánica de fluidos

- Cuantificación de la irreversibilidad. Fluidos No Newtonianos (FNN)

# Elementos de la Mecánica de Fluidos, cuantificación de la irreversibilidad; fluidos no Newtonianos

Fluido Newtoniano ( $\mu$  constante); flujo laminar  $D= 2R$   $\bar{v} = \frac{R^2 \Delta P_L}{8\mu L}$



Ecuación de Hagen-Poiseuille (EHP)

Fluido No Newtoniano  $\vec{\tau} = K(\dot{\gamma})^n$ ; flujo laminar  $\bar{v} = \left(\frac{n}{3n+1}\right) \left(\frac{\Delta P_L}{2LK}\right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}}$

Si  $n = 1$  se obtiene EHP con  $\mu = K$ ;  $K$  coeficiente de consistencia;  $n$  índice reológico

Válido para fluidos no newtonianos que obedecen la ley de potencia (LP)

$$\Delta P_L = f_D \frac{L}{D} \rho \frac{\bar{v}^2}{2} \rightarrow f_D = 2 \frac{\Delta P_L}{L} \frac{D}{\rho \bar{v}^2} \Rightarrow f_D = 8 \left(\frac{6n+1}{n}\right)^n \frac{K \bar{v}^{n-2}}{\rho D^n}$$

$f_D$  es el factor de fricción de Darcy.  $f_f$  es el factor de fricción de Fanning.  $f_D = 4f_f$

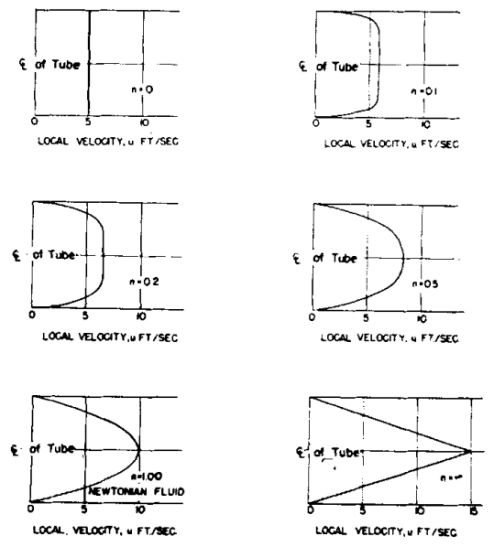
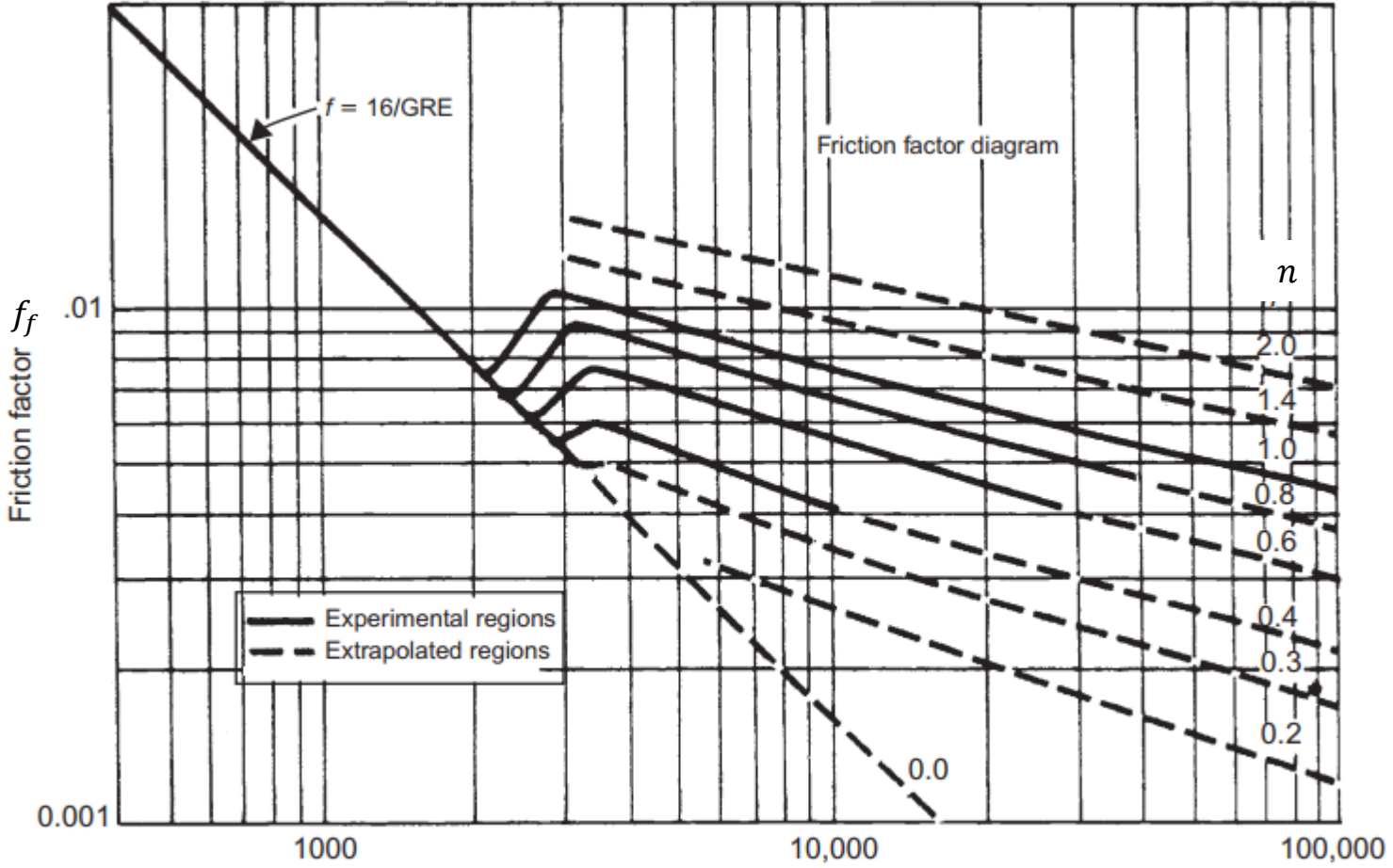


Fig. 1. Laminar velocity profiles for power-law fluids.

Fluido No Newtoniano; Número Generalizado de Reynolds  $N_{Gre} = \frac{D^n \bar{v}^{2-n} \rho}{K 8^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n$  Si  $n = 1$ ;  $Re = \frac{D \rho \bar{v}}{\mu}$  con  $\mu = K$

En flujo laminar  $f_D = \frac{64}{N_{Gre}}$ ;  $f_f = \frac{16}{N_{Gre}}$   $N_{Gre} < \frac{6464n(2+n)^{\frac{(2+n)}{(1+n)}}}{(1+3n)^2} = N_{Gre,crit}$





Generalized Reynolds number ( $N_{GRE}$ ) en flujo turbulento

Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems

D. W. DODGE and A. B. METZNER  
University of Delaware, Newark, Delaware

$$\frac{1}{\sqrt{f_{f,nN}}} = \left(\frac{4}{n^{0,75}}\right) \log \left[ N_{GRE} f_{f,nN}^{\left(1-\frac{n}{2}\right)} \right] - \left(\frac{0,4}{n^{1,2}}\right)$$

New equation calculates friction factor for turbulent flow on non-Newtonian f...  
N El-Emam; A H Kamel; M El-Shafer; A El-Batrawy  
Oil & Gas Journal; Sep 22, 2003; 101, 36; ABI/INFORM Global  
pg. 74

Factor de corrección de la Energía cinética,  $\alpha$  conducto de sección circular

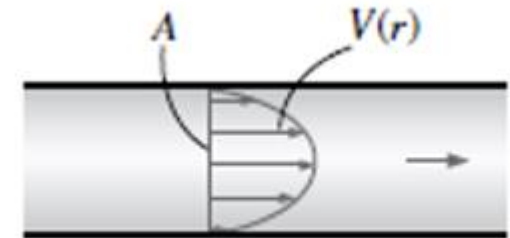
A un radio  $r$  de una sección transversal fluye con una  $v(r)$  una porción  $\delta\dot{m} = \rho v(r)dA$  de fluido. Su energía

cinética por unidad de masa es:  $de_c = \frac{1}{2}(v(r))^2$ , por lo que la energía cinética total en esta sección será  $E_c =$

$\int_A \frac{1}{2}(v(r))^2 \delta\dot{m} = \frac{1}{2}\rho \int_A (v(r))^3 dA$ . La energía cinética media es  $E_{c,prom} = \frac{1}{2}\dot{m}\bar{v}^2 = \frac{1}{2}\rho A\bar{v}^3$ . Se define un factor

de corrección  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{E_c}{E_{c,prom}} = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{v(r)}{\bar{v}} \right)^3 dA$$



$\alpha = 2,0$  para el flujo laminar **newtoniano** totalmente desarrollado en un tubo.

$$\dot{m} = \rho V_{prom} A, \quad \rho = \text{constante}$$

Flujo laminar **no newtoniano**, fluido adelgazante;

$$\alpha = \frac{3(3n + 1)^2}{(2n + 1)(5n + 3)}$$

$1,04 \leq \alpha \leq 1,11$  para el flujo turbulento totalmente desarrollado en un ducto circular. Se adopta el valor  $\alpha = 1$

$$\dot{W}_s + \dot{m} \left( \frac{P_1}{\rho_1} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2} + gz_1 \right) = \dot{m} \left( \frac{P_2}{\rho_2} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{turb} + \dot{E}_{perdida\ mecánica} \quad \left[ \frac{J}{s} \right]$$

$$H_s + \frac{P_1}{\rho_1 g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + H_{turb,ext} + h_L \quad [m]$$

# Operaciones Unitarias 1

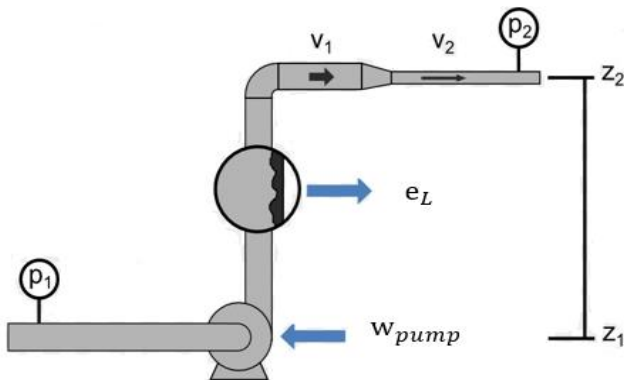
## Ecuación de la energía mecánica

- Interpretación
- Modos de tratamiento

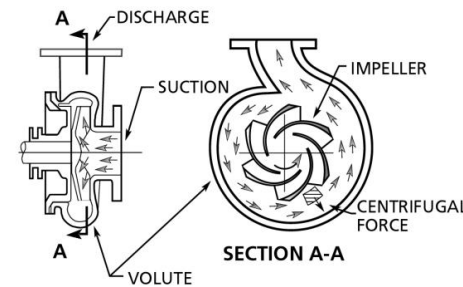
# Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios Modos de tratamiento

$$\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2} + w_{pump} = \frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2} + e_L \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

	$\frac{J}{kg} \equiv \frac{m^2}{s^2}$ o $\frac{\text{energía}}{\text{masa}}$	$\frac{m}{\text{energía}}$ o $\frac{\text{energía}}{\text{peso}}$	$Pa \equiv \frac{kg}{ms^2}$ o $\frac{\text{energía}}{\text{volumen}}$
$\frac{\text{Energía estática}}{\text{masa}}$	$\frac{P}{\rho}$	$\frac{P}{\rho g}$	$P$
$\frac{\text{Energía potencial}}{\text{masa}}$	$gz$	$z$	$\rho g z$
$\frac{\text{Energía cinética}}{\text{masa}}$	$\frac{v^2}{2}$	$\frac{v^2}{2g}$	$\rho \frac{v^2}{2}$
$\frac{\text{perdida de energía mecánica}}{\text{masa}}$	$e_L$	$h_L = \frac{e_L}{g}$	$\Delta P_L = \rho e_L$
$\frac{\text{trabajo de bomba}}{\text{masa}}$	$w_s$	$H_s = \frac{w_s}{g}$	$\rho w_s$



Dispositivo rotodinámico para entrega de energía  $w_{pump}$  :



# Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios Modos de tratamiento: concepto de carga o altura

$$\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2} + w_{pump} = \frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2} + e_L \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

$$\frac{w_{pump}}{g} + \frac{P_1}{\rho_1 g} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{e_L}{g} [m]$$

$$H_{pump} + \frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{v_1^2}{\alpha 2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_L [m]$$

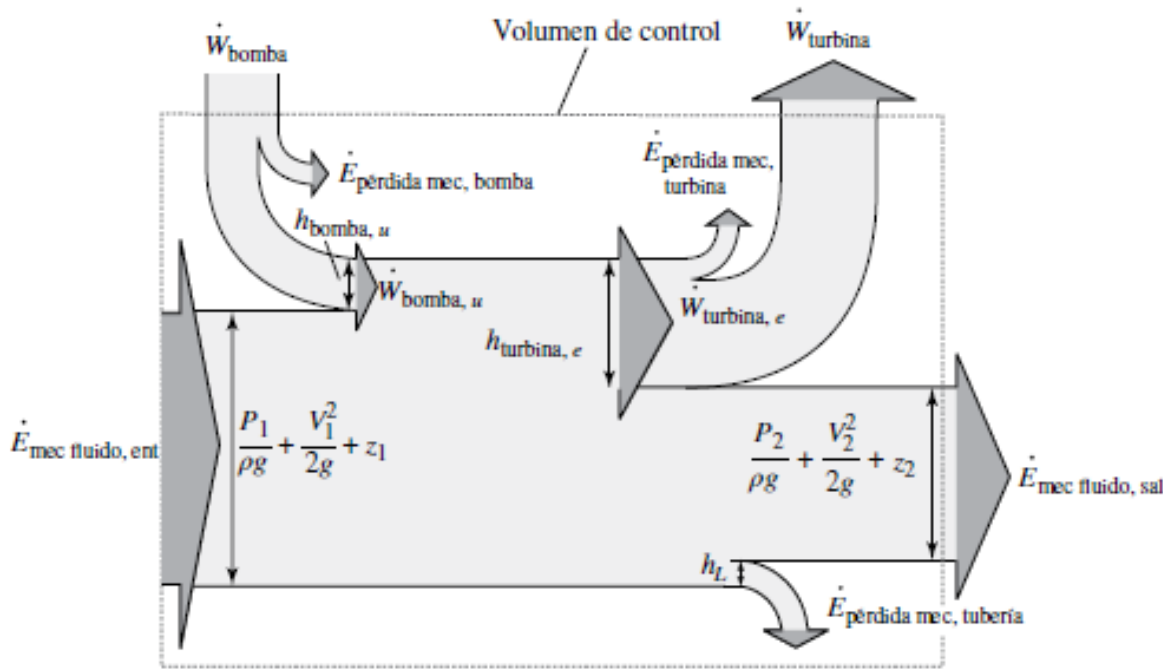
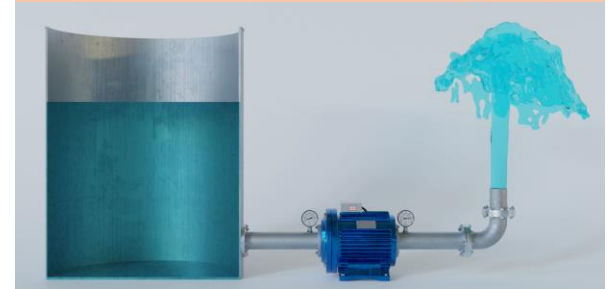


Diagrama de Sankey

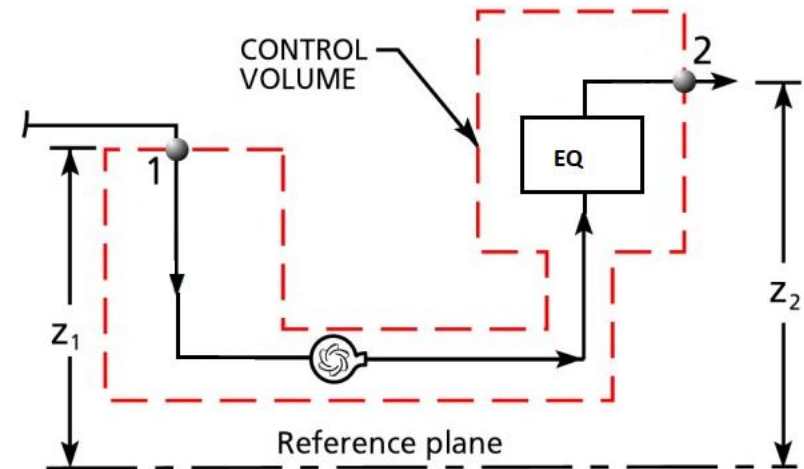
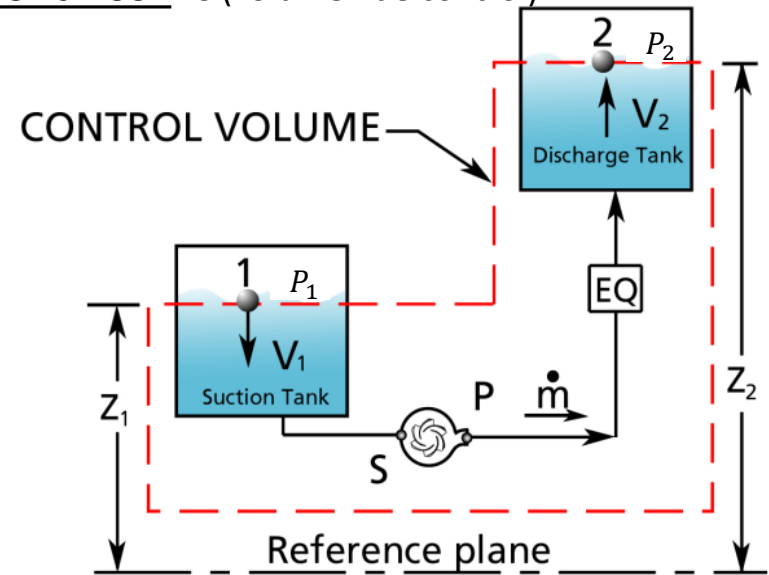
Indica la altura por la cual el fluido se elevaría si la energía se convirtiera en energía potencial y se expresa en unidades de longitud.



## Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios VC (volumen de control)

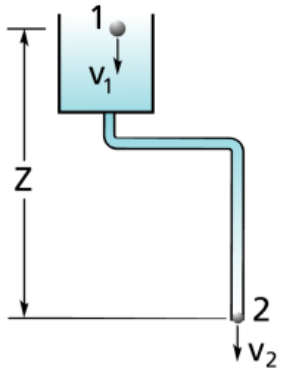
Un volumen de control es un límite imaginario que rodea un sistema e interseca todas las entradas y salidas; permite aplicar el principio de conservación de la masa. El límite del sistema se determina ubicando adecuadamente la entrada y la salida. El volumen de control abarca todas las fuentes de energía internas y externas que afectan al sistema; permite aplicar el principio de conservación de la energía

$$\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2} + w_{pump} = \frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2} + e_L \left[ \frac{J}{kg} \right]$$



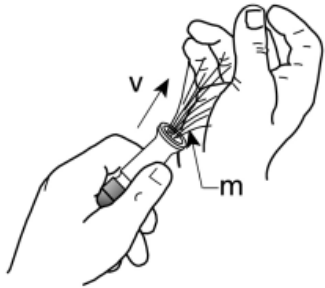
La presencia de los tanques es irrelevante

# Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios Modos de tratamiento



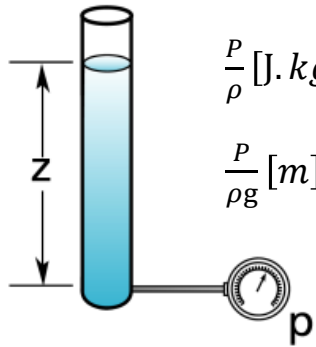
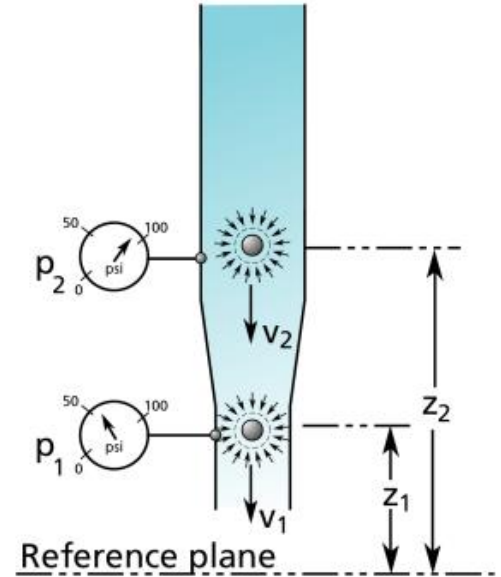
$gz [J.kg^{-1}]$  energía potencial por unidad de masa  
 $z [m]$  energía potencial específica o carga potencial

$$\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2} + w_{pump} = \frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2} + e_L \left[ \frac{J}{kg} \right]$$



$\frac{v^2}{2} [J.kg^{-1}]$  energía cinética por unidad de masa

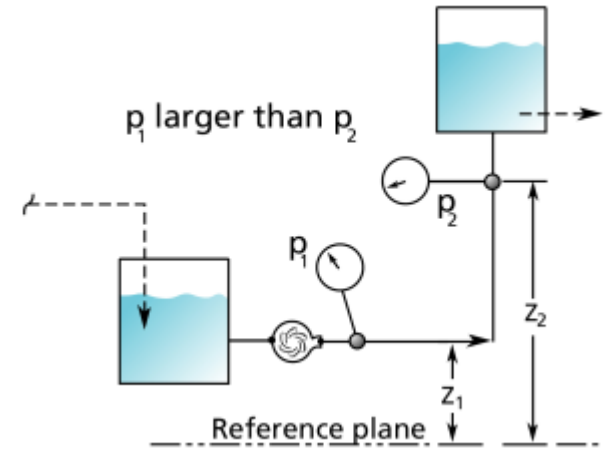
$\frac{v^2}{2g} [m]$  energía cinética específica o carga cinética



$\frac{P}{\rho} [J.kg^{-1}]$  energía estática por unidad de masa

$\frac{P}{\rho g} [m]$  energía presión específica o carga estática

$$\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 \left[ \frac{J}{kg} \right]$$



## Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios conversión de energía



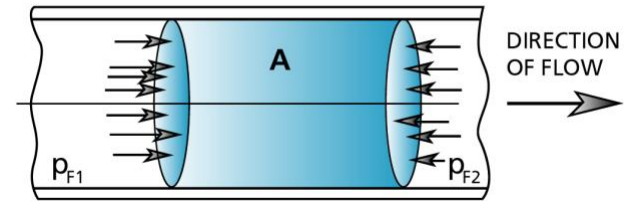
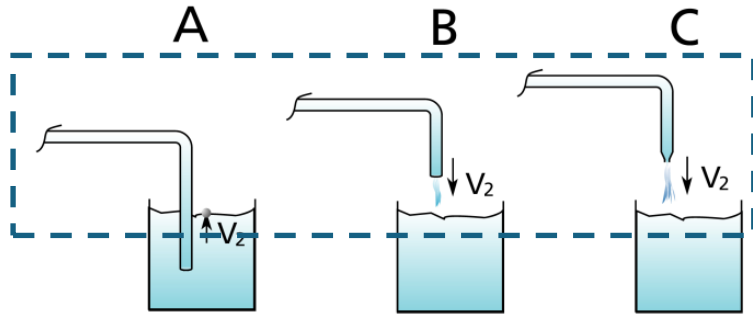
¿está el agua saliendo a presión?

El fluido sale a la presión ambiente por lo que no hay presión manométrica positiva a la salida de la manguera; la sensación de presión en la mano es debida a la masa de partículas de agua que la golpea a alta velocidad. La energía cinética se convierte en energía de presión, lo que produce la acción de una fuerza en la mano. La presión manométrica es cero, pero el chorro de agua tiene una cantidad significativa de energía cinética.





# Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios requerimientos de energía

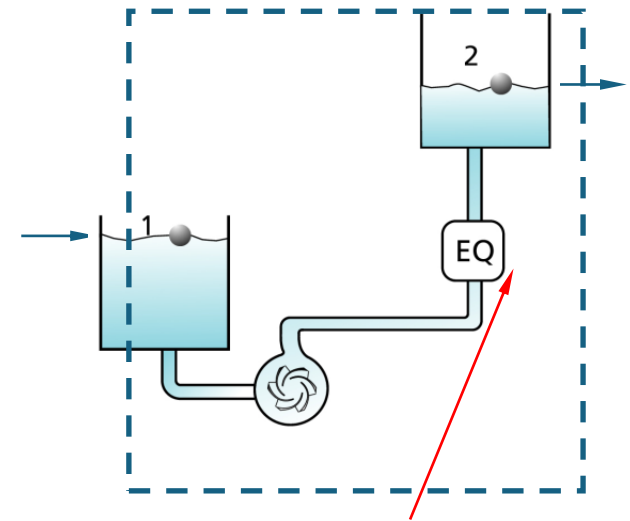
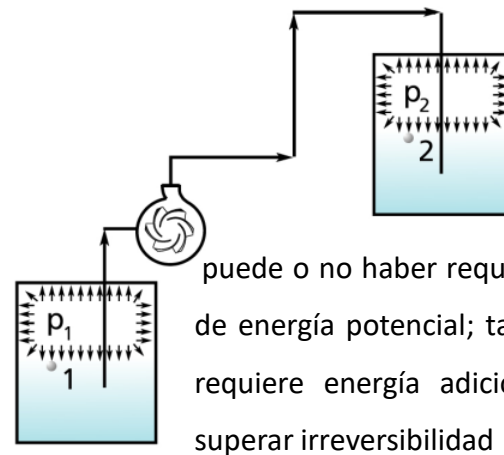
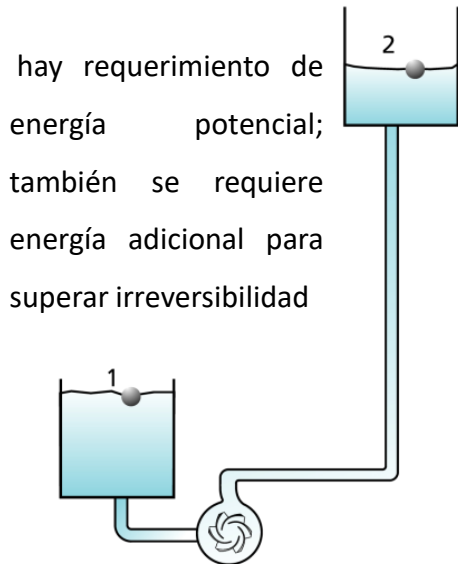


Irreversibilidad  $e_L$ ; caída de presión  $\Delta P_L$  pérdida de carga  $h_L$

A: no hay requerimiento de energía cinética a la salida del sistema (punto 2 del VC)

B: hay requerimiento de energía cinética a la salida del sistema (punto 2 del VC)

C: mayor requerimiento de energía cinética a la salida del sistema (punto 2 del VC)



Dispositivo de proceso (EQ); reducción de energía disponible,  $e_L$ ; pérdida de carga,  $h_L$

Todo equipo introducido en un sistema existente reducirá el caudal a menos que la condición de la bomba se modifique para proporcionar más energía.

$$\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2} + w_s = \frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2} + e_L \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

# Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios efecto sifón

Balace de fuerzas en el Volumen de Control B

En el equilibrio

$$F_A = F_O + W \rightarrow P_A A = P_O A + \rho g z A \rightarrow P_A = P_O + \rho g z$$

$$P_O = P_A - \rho g z \rightarrow P_O < P_A$$

$$P_A = P_{amb} + P_{manA} \rightarrow P_{manA} = P_A - P_{amb}$$

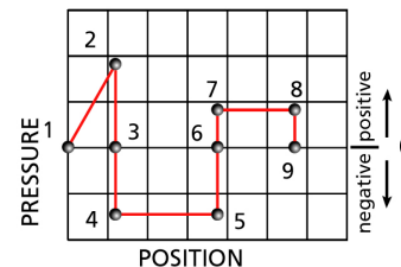
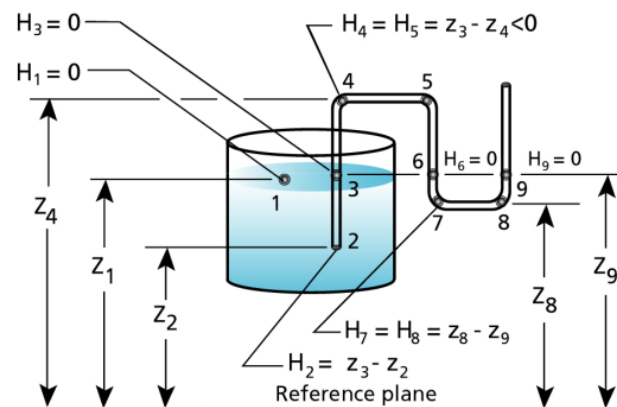
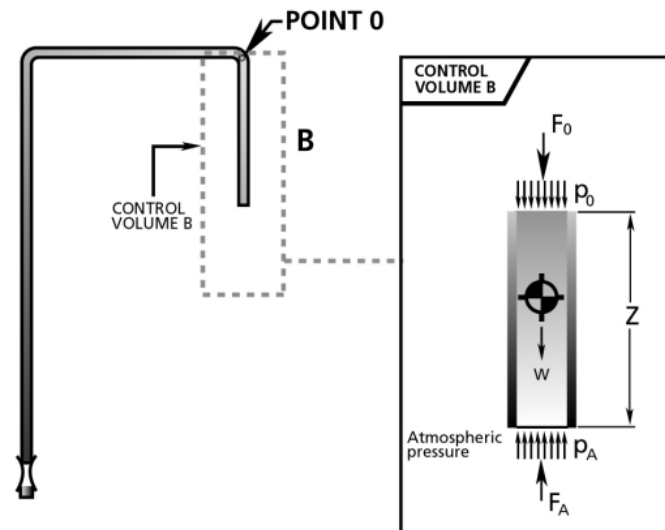
$$P_A - P_{amb} = P_O - P_{amb} + \rho g z \rightarrow P_{manA} = P_{manO} + \rho g z$$

$$P_{manO} = P_{manA} - \rho g z$$

$$\text{Si } P_A = P_{amb} \rightarrow P_{manA} = 0 \rightarrow P_{vacO} = \rho g z$$

Los sifones por su propia naturaleza producen un área de baja presión. Una tubería de alimentación con entrada superior a un tanque se comporta como un sifón.

Cualquier área en un sistema de tuberías que esté más alta que el punto de descarga probablemente estará bajo baja presión.



# Ecuación de la Energía mecánica para flujos estacionarios pierna barométrica (barometric leg)

Una aplicación sencilla de la ecuación de Bernoulli

$$\frac{P}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} = \frac{P_0}{\rho} + gz_0 + \frac{v_0^2}{2}$$

$$P = P_{amb} + P_{man} \quad P_0 = P_{amb} + P_{man0}$$

$$z - z_0 = \frac{P_0 - P}{\rho g} \rightarrow P_0 = P_{amb} + P_{man0} > P$$

Usos: fuente de vacío en  
Filtro tambor rotativo  
Condensador barométrico

