

Teorema del Resto

El resto de la división de un polinomio $P(x)$ por $(x - a)$ coincide con el valor que dicho polinomio toma para $x = a$, o sea, con el valor de $P(a)$.

$$P(a) = (a - a) \cdot C(a) + R \rightarrow P(a) = 0 + R \rightarrow P(a) = R$$

Ejemplo: calcular directamente el resto de la división $(-4x^5 + 2x^3 - 5x^2 - 2):(x+2)$ sin ejecutar la misma.

$$R = P(a) = P(-2) = -4 \cdot (-2)^5 + 2 \cdot (-2)^3 - 5 \cdot (-2)^2 - 2 = 90$$

Por lo tanto, el resto de la división es 90.

Regla de Ruffini

Un caso particular de la división de polinomios es cuando el divisor es un binomio de primer grado de la forma $(x \pm a)$. En este caso, puede realizarse la división utilizando la Regla de Ruffini.

Ejemplo: Dividir $(3x^5 - 2x^3 + 5x^2 + 2):(x - 1)$ utilizando la regla de Ruffini

En la primera fila se colocan en forma ordenada los coeficientes del polinomio dividendo, completando con ceros los términos incompletos. En la segunda fila a la izquierda se coloca el valor de x que anula al divisor $(x - 1)$, es decir 1.

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 a \searrow 1 & & 3 & 0 & -2 & 5 & 0 & 2 \\
 \hline
 & & & & & & &
 \end{array}$$

Luego bajamos el coeficiente 3 de la primera fila, lo multiplicamos por 1 y al resultado lo colocamos debajo del 0 y hacemos la suma algebraica $0 + 3 = 3$ que es colocada en la tercera fila, y repetimos los mismos pasos a continuación.

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & & 3 & 0 & -2 & 5 & 0 & 2 \\
 1 & & 3 & 3 & 1 & 6 & 6 & \\
 \hline
 & & 3 & 3 & 1 & 6 & 6 & 8
 \end{array}$$

El último valor que se obtiene siempre es el resto de la división, mientras que los restantes son los coeficientes del polinomio $C(x)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 \alpha \searrow 1 & 3 & 0 & -2 & 5 & 0 & 2 & \text{Dividendo: grado 5} \\
 & & + & & & & & \\
 & & 3 & 3 & 1 & 6 & 6 & \\
 \hline
 & 3 & 3 & 1 & 6 & 6 & 8 & \text{Resto} \\
 & \underbrace{\hspace{10em}} & & & & & & \\
 & \text{Coeficientes del cociente (grado 4)} & & & & & &
 \end{array}$$

El cociente es: $C(x) = 3x^4 + 3x^3 + x^2 + 6x + 6$ y el resto es $R = 8$

Nota: $C(x)$ siempre será de un grado menor que $P(x)$ (recordar que en la división de potencias de igual base se restan los exponentes; en el ejemplo $5 - 1 = 4$)