

FUNCIÓN LINEAL

Una Función Lineal es una función donde la variable x está elevada a la primera potencia. La forma general de la expresión analítica a la que responde esta función es:

$$y = f(x) = ax + b$$

A la constante a se la denomina **pendiente**, y a la constante b se la denomina **ordenada al origen**.

La gráfica de esta función siempre es una **recta**.

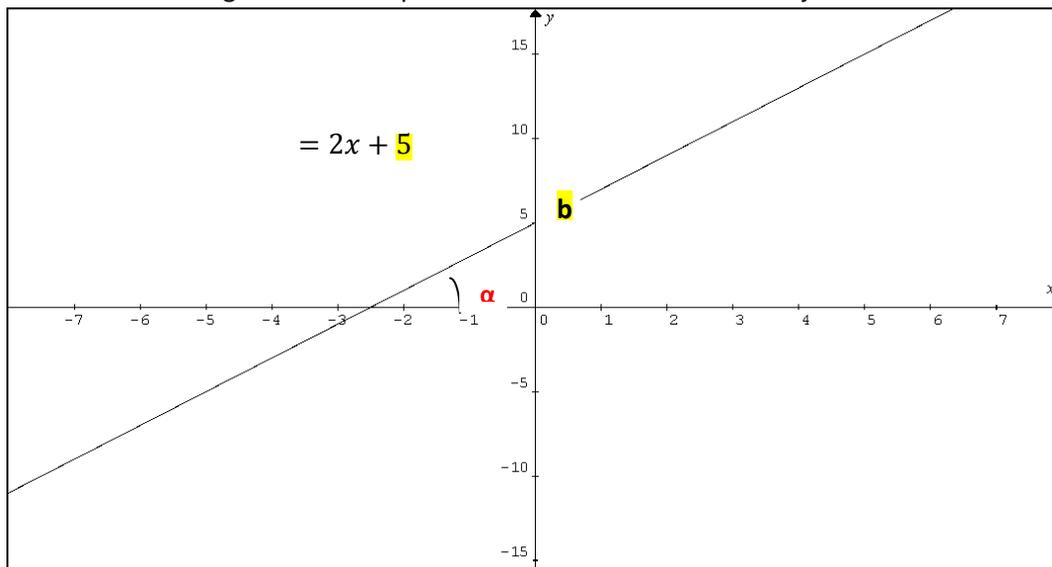
La pendiente a determina la “inclinación” de la recta. Conociendo el ángulo α que forma la recta con la horizontal puede calcularse de la siguiente manera:

$$a = \operatorname{tga}$$

Teniendo en cuenta que $x_1 \neq x_2$, también se puede calcular como:

$$a = \frac{\text{elevación}}{\text{avance}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La ordenada al origen b indica el punto en el cual la recta corta al eje de las ordenadas.



Observando la gráfica vemos que

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$$

$$\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$$

Representación Gráfica de una Función Lineal

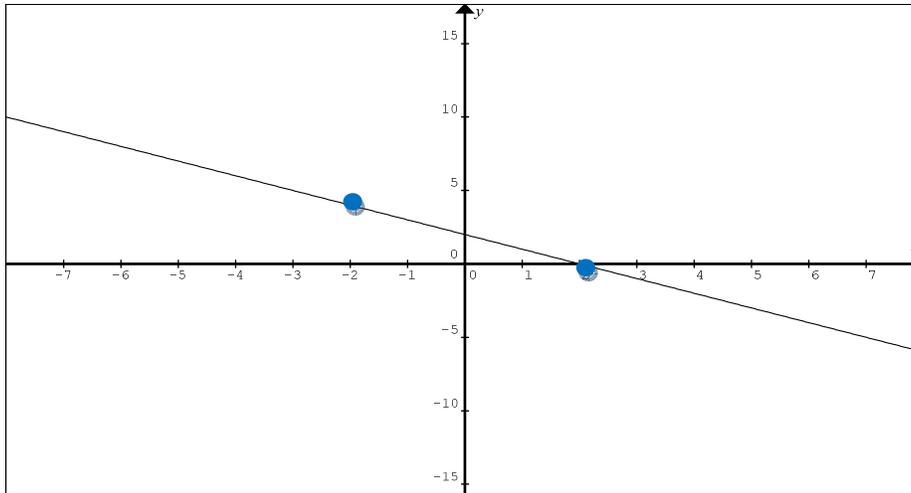
Para graficar una función lineal puede seguirse dos procedimientos:

1) Confeccionar una pequeña tabla de valores, asignándoles valores a la variable x y obteniendo los respectivos valores de y . De esta manera quedan determinados algunos de los

puntos pertenecientes a la función, los cuales se ubican en el plano cartesiano y se unen para representar la recta correspondiente (con 2 puntos es suficiente).

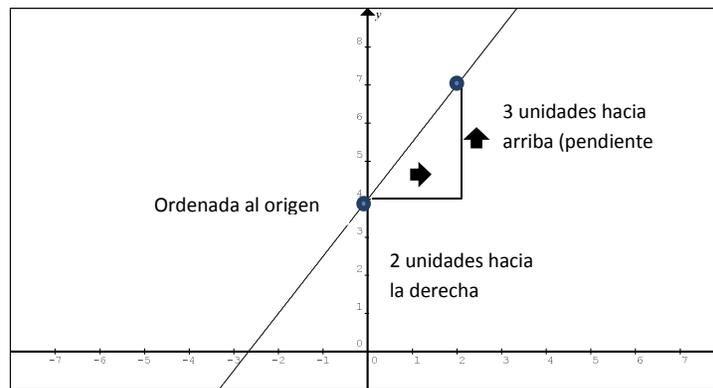
Por ejemplo, si queremos representar la función $y = -x + 2$

x	$y = -x + 2$	$P(x, y)$
-2	$-(-2) + 2 = 2 + 2 = 4$	$P(-2, 4)$
2	$-2 + 2 = 0$	$P(2, 0)$

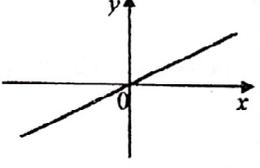
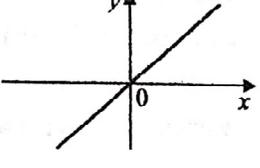
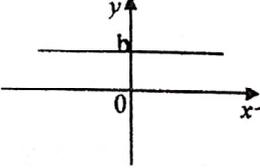


2) Partiendo de la fórmula $y = ax + b$, marcamos sobre el eje y la ordenada al origen y desde ese punto nos movemos a la derecha tantas unidades como el denominador de la pendiente nos indique, y hacia arriba (si la pendiente es positiva) o hacia abajo (si la pendiente es negativa) tantas unidades como el numerador de la pendiente nos indique. De esta manera quedan determinados dos puntos que finalmente se unen y queda el trazado de la recta correspondiente.

Por ejemplo, si queremos representar la función $y = \frac{3}{2}x + 4$



Analizamos ahora algunos casos particulares de la función lineal $f(x) = ax + b$

VALORES DE LAS CONSTANTES	EXPRESIÓN QUE ADOPTA $f(x)$	POSICIÓN DE LA RECTA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	NOMBRE QUE TOMA LA FUNCIÓN
$b = 0$	$y = ax$	pasa por el origen		
$\begin{cases} b = 0 \\ y \\ a = 1 \end{cases}$	$y = x$	bisectriz del 1º y 3º cuadrante		función identidad
$a = 0$	$y = b$	horizontal		función constante

Nota: las rectas verticales no son representación gráfica de funciones lineales.

Determinación analítica de la ecuación de una recta

El procedimiento que se emplea para la determinación de una recta dependerá de los datos proporcionados para tal fin.

1) Conociendo **un punto** perteneciente a la misma y su **pendiente**:

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

Siendo x_1 e y_1 las coordenadas del punto dado como dato.

Por ejemplo: Determinar la ecuación de la recta que pasa por $P(3, 1)$ y cuya pendiente es 2

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

$$y - 1 = 2(x - 3)$$

$$y = 2x - 6 + 1$$

$$y = 2x - 5$$

2) Conociendo **dos puntos** de la misma:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Siendo x_1, y_1, x_2 e y_2 las coordenadas de los puntos dados como datos.

Por ejemplo: determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(-3, -1)$ y $P(2, 4)$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - (-1) = \frac{4 - (-1)}{2 - (-3)} [x - (-3)]$$

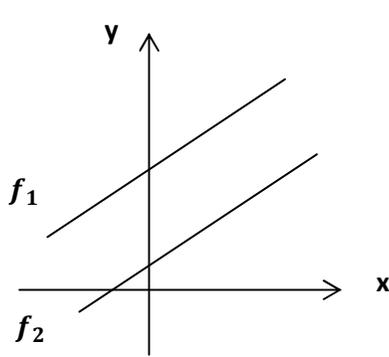
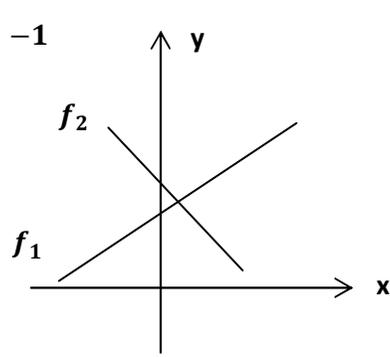
$$y + 1 = \frac{4 + 1}{2 + 3} (x + 3)$$

$$y = \frac{5}{5} (x + 3) - 1$$

$$y = x + 3 - 1$$

$$y = x + 2$$

Rectas Paralelas y Perpendiculares

Rectas Paralelas	Rectas Perpendiculares
$f_1 = a_1x + b_1$ $f_2 = a_2x + b_2$ $f_1 // f_2$ <p>Si f_1 es paralela a f_2 se cumple que $a_1 = a_2$</p> 	$f_1 = a_1x + b_1$ $f_2 = a_2x + b_2$ $f_1 \perp f_2$ <p>Si f_1 es perpendicular a f_2 se cumple que $a_1 \cdot a_2 = -1$</p> 

Nota: Si las funciones lineales poseen pendientes iguales y ordenadas al origen también iguales, se dice que las rectas son coincidentes.