Lenguajes Formales

AUTOMATAS FINITOS

Ing. Fabiana R. Aragón

Introducción

Autómatas con salidas:

- Máquina de Moore. Salida asociada al estado.
- Máquina de Mealy. Salida asociada a la transición.

Autómatas reconocedores de lenguajes regulares:

- Autómata Finito Determinista (AFD)
- Autómata Finito No Determinista (AFND)
  - *Salidas*:
    - 0 o 1 (Reconoce/No reconoce cadenas de un lenguaje regular).

Autómatas Finitos

Un autómata finito es un conjunto de estados y un control que se mueve de un estado a otro en respuesta a entradas externas.

Los autómatas finitos se pueden clasificar en función del tipo de control como:

Deterministas, el autómata únicamente puede estar en un estado en un momento determinado.

No Deterministas, el autómata puede estar en varios estados simultáneamente.

Ambos definen los mismos lenguajes (regulares).

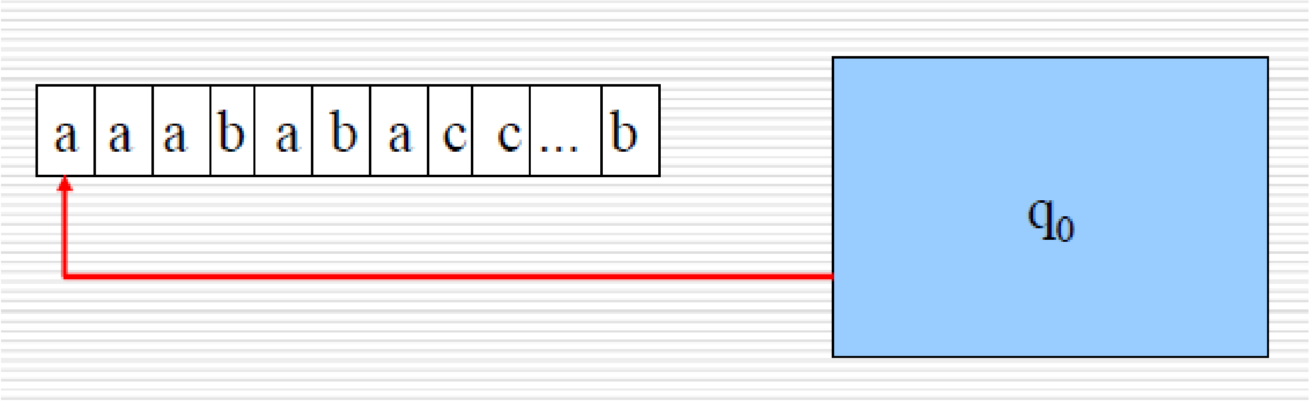
Autómatas Finitos Determinista (AFD)

¿Cómo procesa entradas un AFD?

La entrada a un AF es un conjunto de símbolos tomados del alfabeto de entrada Σ, no hay límite en tamaño de la cadena.

Existe un “puntero” que en cada momento apunta a una posición de la cadena de entrada.

El autómata está siempre en un estado de *Q, inicialmente se encuentra en el estado* q_0.



Autómatas Finitos Determinista (AFD)

Un *autómata finito es una quíntupla*

$$A=(Q, \Sigma, f, q_0, F)$$

Donde:

Q es un conjunto finito llamado conjunto de estados.

Σ es un conjunto finito de símbolos, llamado *alfabeto de entrada.*

f es una aplicación llamada función de transición

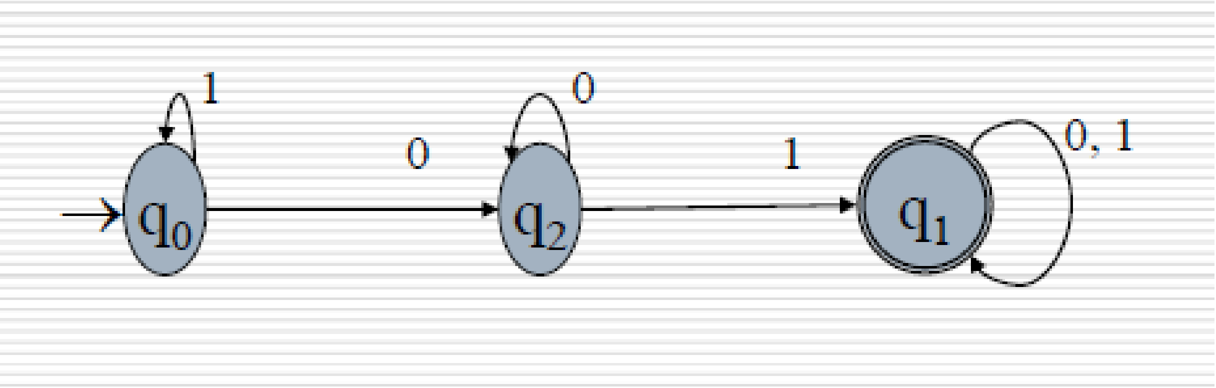
$$f: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

q_0 es un elemento de *Q, llamado estado inicial.*

F es un subconjunto de Q, llamado conjunto de estados finales.

Representación de un AFD

- Diagramas de transición.



- Tablas de transición.

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_2	q_0
$^*q_1$	q_1	q_1
q_2	q_2	q_1

Representación AFD

Determinismo porque:

No existen transiciones λ

$\forall q \in Q$, $\forall a \in \Sigma$ $\exists$ una única $f(q, a)$:

una sola arista etiquetada con a para cada símbolo;

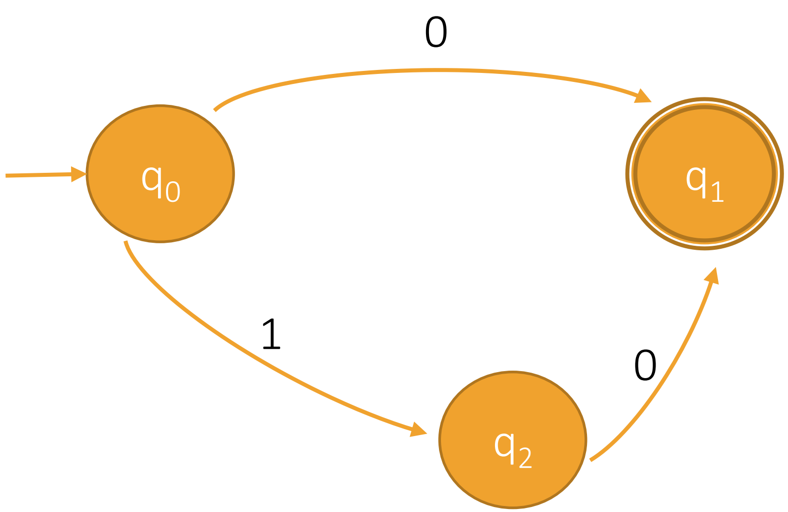
Para cada entrada en la tabla un solo estado

La indeterminación en el caso que falten transiciones para algunas entradas se resuelve incluyendo un nuevo estado, llamado de absorción o muerto, al cual llegan todas las transiciones no definidas.

Representación AFD

Ejemplo: dada la tabla de transición obtener el diagrama de transición.

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2
$^*q_1$	-	-
q_2	q_1	-



AFD. Extensión de Palabras

Si $A = (Q, \Sigma, f, q_0, F)$ es un AFD se define la función de transición asociada a palabras como la función

$$f': Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

dada por:

$f'(q, \lambda) = q$

$f'(q, a) = f(q, a)$

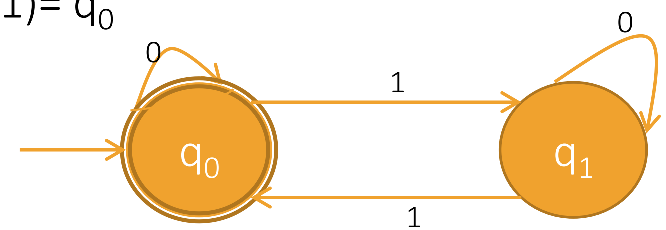
$f'(q, ax) = f'(f(q, a), x)$

donde $x \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

<u>Ejemplo de AFD:</u>

$A_1=(\{0,1\}, \{q_0, q_1\}, q_0, \{q_0\}, f)$

$f(q_0,0)= q_0$
$f(q_1,0)= q_1$
$f(q_0,1)= q_1$
$f(q_1,1)= q_0$



AFD. Extensión de Palabras

Ejemplo:

$F(q_0, 0110)= f'(f(q_0,0),110)= f'(q_0,110)$

$=f'(f(q_0,1),10) = f'(q_1,10)$

$=f'(f(q_1,1),0) = f'(q_0,0)$

$=f'(f(q_0,0),\lambda) = f'(q_0,\lambda)= q_0$

Ejemplo de AFD:

$A_1=(\{0,1\}, \{q_0 , q_1\}, q_0 ,\{q_0\}, f)$

$f(q_0,0)= q_0$

$f(q_1,0)= q_1$

$f(q_0,1)= q_1$

$f(q_1,1)= q_0$

Aceptación de Palabras:

$x \in \Sigma^*$ es aceptado o reconocido por un AFD si $f'(q, x) \in F$

Ejemplo: podemos ver como 0110 transita desde el estado inicial q_0 que también es final, la palabra es aceptada por el A_1

Lenguaje Aceptado por un AFD

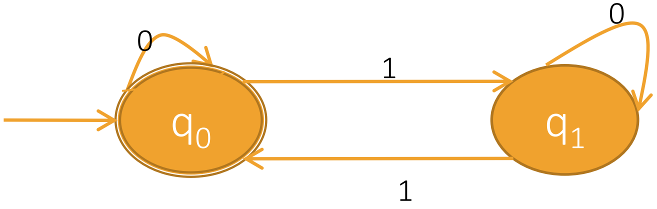
El lenguaje aceptado o reconocido por un autómata es el conjunto de las palabras de Σ^* que acepta:

$$L(A)=\{x \in \Sigma^* / \ f'(q_0,x) \in F\}$$

Ejemplo: Dada las siguientes palabras $\in$ o $\notin$ $L(A_1)$

0101

100



Accesibilidad entre estados

$p \in Q$ es accesible desde $q \in Q$, $p\ A\ q$ si $\exists$ una palabra $x \in \Sigma^*$ tal que $f'(q,x)=p$

Con el fin de simplificar el autómata, todos aquellos estados que no son accesibles desde el estado inicial se pueden borrar, ya que no afectara al comportamiento del autómata

Ejemplo de AFD:

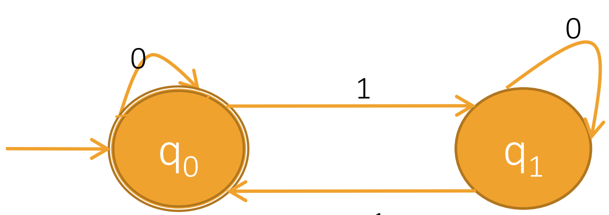
$A1=(\{0,1\}, \{q_0, q_1\}, q_0, \{q_0\}, f)$

$f(q_0,0)= q_0$

$f(q_1,0)= q_1$

$f(q_0,1)= q_1$

$f(q_1,1)= q_0$



Ejemplo de AFD:

$A2=(\{0,1\}, \{q_0, q_1, q_2\}, q_0, \{q_0, q_1\}, f)$

$f(q_0,0)= q_0$

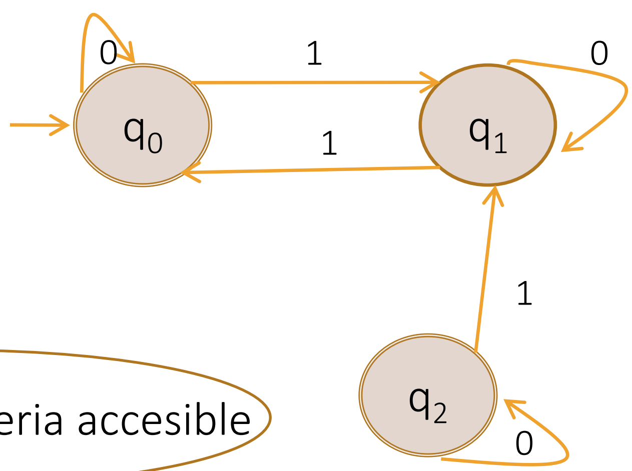
$f(q_0,1)= q_1$

$f(q_1,0)= q_1$

$f(q_1,1)= q_0$

$f(q_2,0)= q_2$

$f(q_2,1)= q_1$



El estado q_2 no seria accesible

Autómatas Conexos

Un AFD es conexo si para cada estado $q \in Q$, q es accesible desde q_0

Ejemplo:

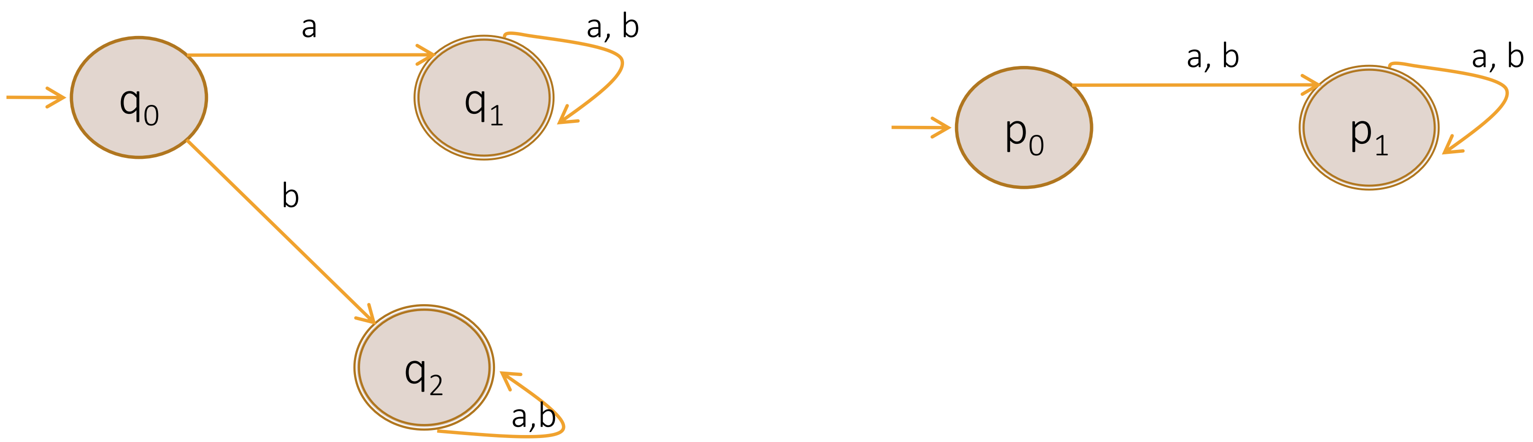
El A_1 es conexo y A_2 no es conexo

Equivalencia de AFD

- Dos AFD´s A’ y A’’ son equivalentes si y solo si

  L(A’) =L(A’’)

  Ejemplo: obtener el lenguaje de los siguientes AFD



AFND. Definición.

Un *autómata finito no determinista (AFND) es un modelo matemático definido por la quíntupla* $A=(Q, \Sigma, f, q_0, F)$ *en el que:*

Q es un conjunto finito llamado *conjunto de estados.*

Σ es un conjunto finito de símbolos, llamado *alfabeto de entrada.*

F es una aplicación llamada *función de transición definida como:*

$$f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \rightarrow P(Q)$$

donde *P(Q) es el conjunto de las partes de Q, es decir, conjunto de todos los subconjuntos que se pueden formar con elementos de Q*

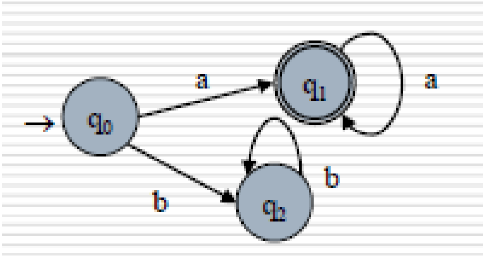
q_0 es un elemento o estado de *Q, llamado estado inicial.*

F es un subconjunto de *Q, llamado conjunto de estados finales*

Automatas Finito No Determinista. Introducción.

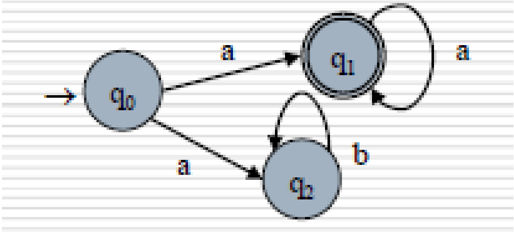
Un autómata finito es no determinista si:

No ∃ f(q,a) para algún a∈ Σ desde algún q ∈Q



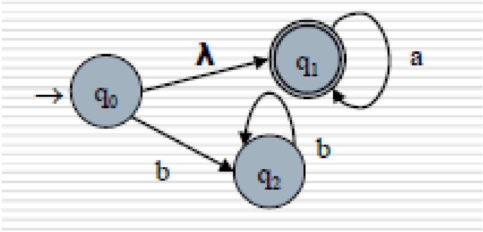
Σ={a,b}

mas de una f(q,a) desde q ∈ Q con a ∈ Σ



Σ={a,b}

∃f(q,λ)



Σ={a,b}

AFND. Representación

Ejemplo: A3=({0,1}, {q_0 , q_1 , q_2}, q_0 ,{q_2}, f)

$f(q_0, 0)= \{q_0, q_1\}$

$f(q_0, 1)= q_2$

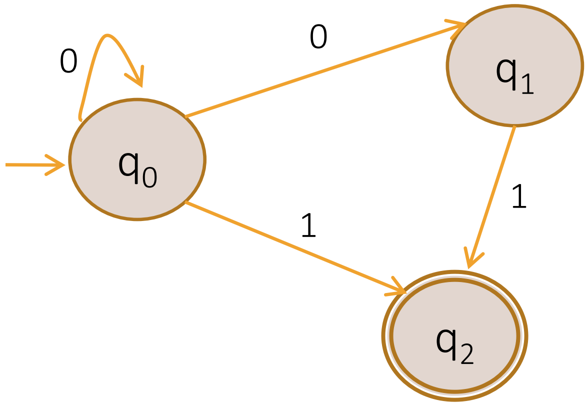
$f(q_1, 0)= \varnothing$

$f(q_1, 1)= q_2$

$f(q_2, 0)= \varnothing$

$f(q_2, 1)= \varnothing$

Diagrama de Transición



AFND. Representación

Ejemplo: A_3=({0,1}, {q_0 , q_1 , q_2}, q_0 ,{q_2}, f)

$f(q_0,0)= \{q_0, q_1\}$

$f(q_0,1)= q_2$

$f(q_1,0)= \varnothing$

$f(q_1,1)= q_2$

$f(q_2,0)= \varnothing$

$f(q_2,1)= \varnothing$

Tabla de Transición

f	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	q_2
q_1		q_2
q_2		

AFND con λ Transiciones nulas (λ-AFND)

Un **λ-AFND** es una tupla $A_4 = (Q, \Sigma, f, q_0, F)$ donde

$f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \to P(Q)$

$f(q_0, 0) = \varnothing$

$f(q_0, 1) = \{q_1, q_2\}$

$f(q_0, \lambda) = q_2$

$f(q_1, 0) = q_0$

$f(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}$

$f(q_1, \lambda) = \varnothing$

$f(q_2, 0) = q_2$

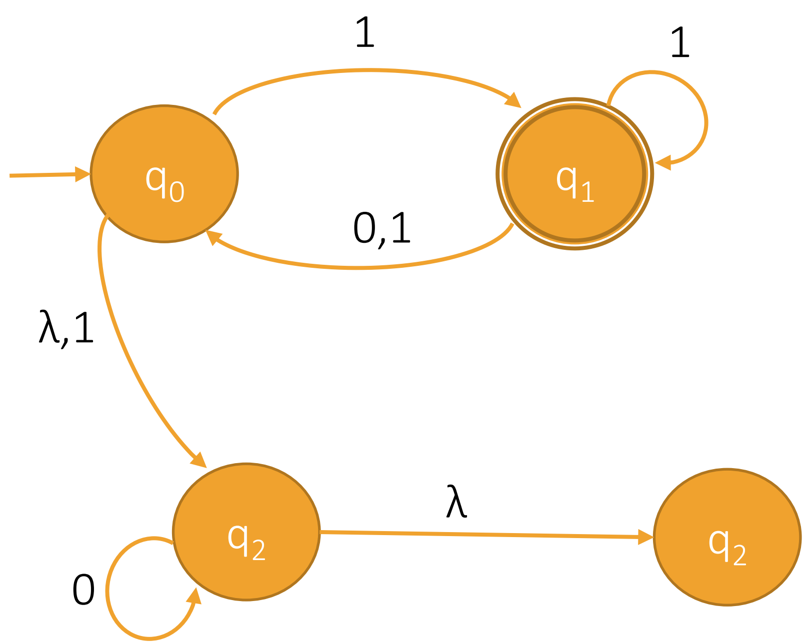
$f(q_2, 1) = \varnothing$

$f(q_2, \lambda) = q_3$

$f(q_3, 0) = \varnothing$

$f(q_3, 1) = \varnothing$

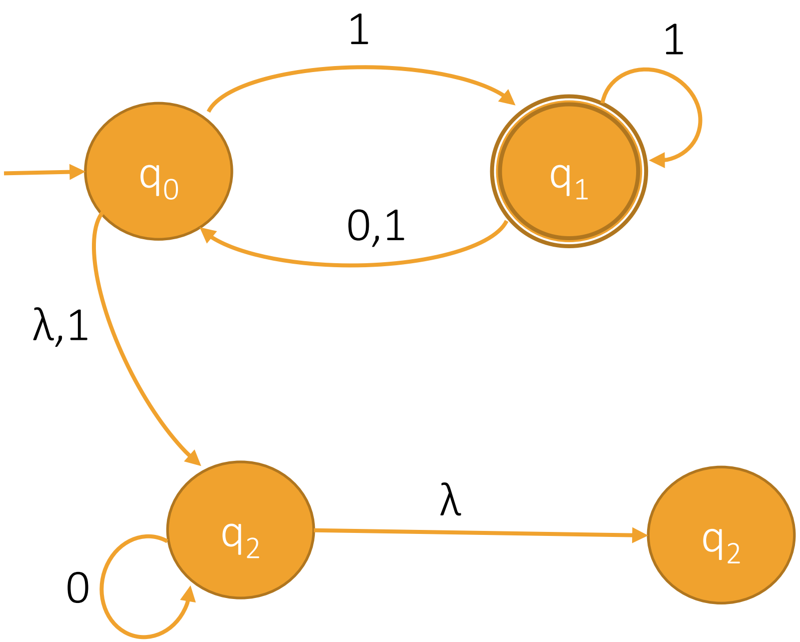
$f(q_3, \lambda) = \varnothing$



AFND con λ Transiciones nulas (λ-AFND)

Un **λ-AFND** es una tupla $A_4 = (Q, \Sigma, f, q_0, F)$ donde

$f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \rightarrow P(Q)$



f	0	1	λ
$\rightarrow q_0$		$\{q_1, q_2\}$	q_2
$*q_1$	q_0	$\{q_0, q_1\}$	
q_2	q_2		q_3
q_3			