

Universidad Nacional de Jujuy  
Facultad de Ingeniería

# FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE LENGUAJES FORMALES



# LENGUAJE

Conjunto de palabras, también llamadas cadenas o sentencias, que están formadas por símbolos de un alfabeto.

# ALFABETO

- Se llama alfabeto a un conjunto finito, no vacío, cuyos elementos se denominan “letras” o “símbolos”.
- Se representa con el símbolo  $\Sigma$
- Los alfabetos se definen por la enumeración de los símbolos que contiene.

- Ejemplos :

$$\Sigma_1 = \{ na, pa, la, bra \}$$

$$\Sigma_2 = \{ A, B, C, D, E, F, G, \dots, Z \}$$

$$\Sigma_3 = \{ 0, 1 \}$$

$$\Sigma_4 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$\Sigma_5 = \{ *, / \}$$

# PALABRA

- Es una secuencia finita de letras formada con los símbolos de un alfabeto.

Palabras sobre  $\Sigma_1$  : palabra

Palabras sobre  $\Sigma_2$  : JOSE, ANA, RREDF, ABACZA

Palabras sobre  $\Sigma_3$  : 0 1 11001 100 1111

Palabras sobre  $\Sigma_4$  : 12 9 065 67890

Palabras sobre  $\Sigma_5$  : \* \*\* /\* ///

- Usamos letras minúsculas para representar las palabras de un alfabeto

w = palabra (sobre  $\Sigma_1$ )

x = JOSE (sobre  $\Sigma_2$ )

y = ///  
(sobre  $\Sigma_5$ )

z = 123456 (sobre  $\Sigma_4$ )

# LONGITUD DE UNA PALABRA

- Es el número de símbolos del alfabeto que la componen.
- Se representa con:  $|x|$

Ejemplo:

$w = \text{palabra}$        $|w| = 7$

$x = \text{JOSE}$        $|x| = 4$

$y = ///$        $|y| = 3$

$z = 123456$        $|z| = 6$

# PALABRA VACÍA

- Es una palabra cuya longitud es 0 porque no contiene ningún símbolo.
- Se representa con:  $\lambda$

Ejemplo:

$$|\lambda| = 0$$

# UNIVERSO DE UN ALFABETO

- Es el conjunto de palabras que se pueden formar con los símbolos del alfabeto  $\Sigma$ .
- Se representa con:  $W(\Sigma)$
- Contiene un número infinito de elementos.
- La palabra vacía  $\lambda$  pertenece a todos los lenguajes universales de todos los alfabetos posibles.

**Ejemplo:** definimos un alfabeto con el menor número posible de letras (1).

$$\Sigma = \{ a \}$$

Entonces,  $W(\Sigma) = \{ \lambda, a, aa, aaa, aaaa, \dots \}$ , es un conjunto infinito.

# LENGUAJE DE UN ALFABETO

- Es todo subconjunto de  $W(\Sigma)$  y como el universo asociado a un alfabeto es infinito, hay infinitos lenguajes asociados a un alfabeto.
- Se representa con:  $L(\Sigma)$

## Ejemplo:

$$\Sigma_1 = \{ na, pa, la, bra \}$$

$$L_1(\Sigma_1) = \{ nana, napa, lana \}$$

$$L_2(\Sigma_1) = \{ \lambda, nana, pana, palabra, papa, pala \}$$

# OPERACIONES CON PALABRAS

## CONCATENACION

$$x = pa$$

$$y = labra$$

$$x.y = palabra$$

$$|x| = |pa| = 2$$

**Existencia del elemento neutro**

$$x.\lambda = \lambda.x = x$$

## POTENCIACION ( $x^i$ )

$$w = pala$$

$$w^2 = w.w = palapala$$

$$w^0 = \lambda$$

$$v = 01$$

$$v^3 = v.v.v = 010101$$

$$v^0 = \lambda$$

## REFLEXION ( $x^{-1}$ )

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$u = abc$$

$$u^{-1} = cba$$

$$\Sigma_1 = \{na, pa, la, bra\}$$

$$w = pala$$

$$w^{-1} = lapa$$

# OPERACIONES CON LENGUAJES

## LENGUAJE UNIVERSAL

$$L \subset W(\Sigma)$$

- $L(\varphi) = 0$
- $L(\{\lambda\}) = 1$

## UNION

$$L_1 \cup L_2 = \{x \mid x \in L_1 \text{ ó } x \in L_2\}$$

SEAN

$$L_1 = \{\lambda, a, b, c\}$$

$$L_2 = \{\lambda, 1, 2, 3\}$$

$$L_1 \cup L_2 = \{\lambda, a, b, c, 1, 2, 3\}$$

## INTERSECCIÓN

$$L_1 \cap L_2 = \{x \mid x \in L_1 \text{ y } x \in L_2\}$$

SEAN

$$L_1 = \{\lambda, a, b, c\}$$

$$L_2 = \{\lambda, 1, 2, 3\}$$

$$L_1 \cap L_2 = \{\lambda\}$$

# OPERACIONES CON LENGUAJES

## RESTA

$$L_1 - L_2 = \{x \mid x \in L_1 \text{ y } x \notin L_2\}$$

SEAN

$$L_1 = \{\lambda, a, b, c\}$$

$$L_2 = \{\lambda, 1, 2, 3\}$$

$$L_1 - L_2 = \{a, b, c\}$$

## CONCATENACION

$$L_1 \cdot L_2 = \{x \cdot y \mid x \in L_1 \text{ e } y \in L_2\}$$

SEAN

$$L_1 = \{a, b\}$$

$$L_2 = \{1, 2\}$$

$$L_1 \cdot L_2 = \{a1, a2, b1, b2\}$$

$$L_2 \cdot L_1 = \{1a, 1b, 2a, 2b\}$$

## POTENCIA

$$L^i = \underbrace{L \cdot L \cdot \dots \cdot L}_i$$

SEA

$$L = \{0, 1\}$$

$$L^2 = \{00, 01, 10, 11\}$$

$$L^3 = L \cdot L^2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$$

Por definición:

$$L^0 = \{\lambda\}$$

# OPERACIONES CON LENGUAJES

## CLAUSURA POSITIVA

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

SEA

$$L = \{0, 1\}$$

$$L^+ = \{0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, \dots\}$$

Por definición:

$$\Sigma^+ = W(\Sigma) - \{\lambda\}$$

## ITERACIÓN, CIERRE O CLAUSURA

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

SEA

$$L = \{0, 1\}$$

$$L^* = \{\lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, \dots\}$$

Por definición:

$$\Sigma^* = W(\Sigma)$$

## REFLEXION

$$L^{-1} = \{x^{-1} / x \in L\}$$

SEA

$$L = \{0, 1, 00, 10\}$$

$$L^{-1} = \{0, 1, 00, 01\}$$

Por definición:

$$L = \{\lambda\}$$

$$L^{-1} = \{\lambda\}$$

# TRABAJO PRÁCTICO N° 1

- Resolver los ejercicios del Trabajo Práctico N° 1.
- Fecha Presentación: Publicada en Aula Virtual (subir TP resuelto en el link “Entrega del Trabajo Práctico N° 1”).).