PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

INGENIERÍA QUÍMICA

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS (2da parte)

- **DISTRIBUCIONES MUESTRALES**

52.- Una empresa lleva a cabo una prueba para seleccionar nuevos empleados. Por la experiencia de pruebas anteriores, se sabe que las puntuaciones siguen una distribución normal de media 80 y desviación típica 25
a) ¿Qué porcentaje de candidatos obtendrá entre 75 y 100 puntos?
b) ¿Cuál será el puntaje máximo del 75 % de los aspirantes?
c) En una muestra aleatoria de 25 empleados, ¿cuál es la probabilidad de que el puntaje medio sea al menos de 75 puntos?

53.- El contenido de las latas de arveja de una determinada marca tiene distribución normal con peso medio de 201 g y desvío de 8 g. Un cliente desea comprar una partida de cajas, pero la decisión la tomará en base a una muestra de 36 latas. Si el peso medio de la muestra fuese superior a 200 g comprará la partida.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que ello ocurra?.
b) ¿Cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para que el cliente compre la partida con una probabilidad de 0,98?

54.- Un inspector de pesos y medidas visita una planta de empacado para verificar que el peso neto de las cajas sea el indicado en éstas. Considere la variable aleatoria peso neto de las cajas que tiene una distribución normal. El gerente de la planta asegura al inspector que el peso promedio de cada caja es de 750 g con una desviación estándar de 5g. El inspector selecciona, al azar, 100 cajas y encuentra que el peso promedio es de 748 g.
a) Bajo estas condiciones, ¿qué tan probable es tener un peso medio de 748 g o menos? ¿qué actitud debe tomar el inspector?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre la media de la muestra y la media verdadera no exceda de 1 gr?
c) Calcular la probabilidad de que el peso de una caja seleccionada al azar de un lote supere los 754 gramos.
d) Si el inspector selecciona al azar 81 cajas, encuentre la probabilidad de que la varianza muestral sea mayor que 31,84 gr^2.

55.- Para una distribución chi cuadrada encuentre
a) $\chi^2_{0,025}$ cuando $\nu = 15$
b) $\chi^2_{0,01}$ cuando $\nu = 7$
c) $\chi^2_{0,05}$ cuando $\nu = 24$
d) $\chi^2_{0,005}$ cuando $\nu = 5$
e) $\chi^2_{0,05}$ cuando $\nu = 19$
f) $\chi^2_{0,01}$ cuando $\nu = 12$

56.- Para una distribución chi cuadrada encuentre χ^2_α tal que
a) $P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = 0.99$ con $\nu = 4$
b) $P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = 0.025$ con $\nu = 19$
c) $P(37{,}652 < \chi^2 < \chi^2_\alpha) = 0.045$ con $\nu = 25$

57.- Encuentre la probabilidad de que una muestra aleatoria de 25 observaciones, de una población normal con varianza $\sigma^2 = 6$, tenga una varianza s^2
a) mayor que 9.1;
b) entre 3.462 y 10.745.

Suponga que las varianzas muestrales son mediciones continuas.

58.- La pintura para autopista de color amarillo tiene una especificación que recomienda que la varianza del tiempo de secado no supere los 20 min^2 . Sabiendo que la distribución del tiempo de secado es aproximadamente Normal con varianza 16min^2:
a) Hallar la probabilidad de que la varianza del tiempo desecado en una muestra de tamaño 10 exceda los 42,77 min^2.
b) Hallar la variabilidad superada por el 20% de las muestras de tamaño 10 de tiempos de secado.

59.- *a*) Encuentre $t_{0,025}$ cuando $v = 14$.
b) Encuentre $-t_{0,10}$ cuando $v = 10$.
c) Encuentre $t_{0,995}$ cuando $v = 7$.

60.- Dada una muestra aleatoria de tamaño 24 de una distribución normal, encuentre *k* tal que
a) $P(-2.069 < T < k) = 0.965$;
b) $P(k < T < 2.807) = 0.095$;
c) $P(-k < T < k) = 0.90$.

61.- El gerente de una fábrica de cierto tipo de alimentos asegura que el peso promedio del producto que elabora es de 165.285 g. Un inspector toma una muestra de 16 paquetes del producto y los pesa. Los resultados fueron los siguientes:

165	158	153	162	171	175	173	169
166	170	164	177	148	167	152	149

Encuentra la probabilidad de $\bar{x} < 163.6875$.

62.- Empleando tablas de la distribución muestral de la variable aleatoria F de Fisher, encuentra los siguientes valores:
$f_{0.75,v1=4,v2=9}$; $f_{0.95,v1=15,v2=10}$; $f_{0.05,v1=6,v2=8}$; $f_{0.10,v1=24,v2=24}$

- **ESTIMACIÓN**

63.- A fin de controlar el proceso de llenado de un producto alimenticio, se controló durante 16 días al azar el desperdicio en gramos resultante del proceso, obteniéndose los siguientes resultados:

512	510	495	508	504	505	496	512
514	493	496	506	502	509	497	505

Desde la experiencia en esta labor se ha establecido el desvío de la variable estudiada es 5 g.
a) ¿Podría asumirse que el desperdicio en gramos de todo el proceso se distribuye normalmente?
b) Obtener un intervalo de confianza del 95% para la media general del desperdicio diario.
c) Obtener un intervalo de confianza del 99% para el desperdicio medio diario del proceso.
d) Decidir cuál de las dos estimaciones anteriores es más precisa y justificar.
e) ¿de qué tamaño debería ser una nueva muestra para que el error máximo asociado a una nueva estimación sea dos tercios del obtenido en b) utilizando el mismo nivel de confianza?
f) Si no se conociera la dispersión estándar, calcular el intervalo de confianza del 95% para la media del desperdicio diario.
g) Comparar f) y b) y analizar cuál de las dos estimaciones sería más ventajosa.

64.- Un fabricante produce anillos de pistón para un motor de automóvil. Se sabe que el diámetro de los anillos se distribuye aproximadamente normal y con desviación estándar $\sigma = 0{,}001$ mm. Una muestra aleatoria de 15 anillos tiene un diámetro medio de 74,036 mm. Construya un intervalo de confianza del 99% para el diámetro medio de los anillos de pistón.

65**.-** La tabla muestra el peso para los contenidos de diez unidades de miel de abeja envasada, tomadas aleatoriamente de una partida grande. Si el proceso de envasado de miel se distribuye con un desvío de 4,30 gramos según lo específica el manual de la máquina:

Envase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Peso (g)	493	501	495	496	492	505	494	496	503	502

a) Estimar el peso medio de toda la partida de envases de miel con una confianza de 0,95.
b) Indicar qué información poblacional se tuvo en cuenta para realizar la estimación de a).
c) Para mejorar la estimación, ¿qué es lo más conveniente?
d) ¿cómo procedería para resolver c)? Realizar el procedimiento decidido con un nuevo valor posible.

66.- Si se tienen las siguientes expresiones de los límites de un intervalo de confianza, obtener el nivel de confianza asociado al intervalo
a) $\bar{X} \pm 1{,}6\sigma_{\bar{X}}$ b) $\bar{X} \pm 1{,}8\sigma_{\bar{X}}$ c) $\bar{X} \pm 2{,}4\sigma_{\bar{X}}$

67.- Indicar, para cada uno de los siguientes enunciados, si es verdadero o falso, si es falso indicar la respuesta correcta:
a) Un parámetro es una medida que se calcula teniendo en cuenta todos los elementos que componen una muestra seleccionada aleatoriamente.
b) La variable $\bar{X}$ tiene siempre distribución normal.
c) Para reducir la amplitud de un intervalo de confianza, hacerlo más preciso, es conveniente reducir el nivel de confianza.
d) La manera más efectiva de mejorar una estimación por intervalos de confianza de, por ejemplo, la media poblacional es aumentar el tamaño de la muestra.

68.- a) ¿Con qué confianza el intervalo [268,3;294,3] contiene el parámetro poblacional si fue calculado de una muestra de 16 elementos donde la varianza de la muestra s^2 es de 300?
b) ¿Qué suposición sobre la variable estudiada se tuvo en cuenta para la obtención del intervalo de a)?

69.- Una máquina de bebidas preparadas se ajusta para que agregue cierta cantidad de jarabe en una cámara donde éste se mezcla con agua carbonatada.
Se encuentra que una muestra aleatoria de 20 bebidas tiene un contenido medio de jarabe de 1,1 onzas líquidas y una desviación estándar de 0,025 onzas líquidas. Obtenga un intervalo de confianza del 90% respecto a la cantidad media de jarabe mezclado en cada bebida.

70.- La resistencia a la rotura, expresada en kg de 12 ejemplares de cuerda es de
280, 242, 270, 285, 273, 275, 266, 257, 285, 274, 258, 264.
Estimar la resistencia media mediante un intervalo de confianza con nivel 0,95 suponiendo distribución Normal.

71.- En una encuesta de opinión un candidato obtiene 216 votos sobre 400 encuestados.
a) Hallar un intervalo de confianza del 95% para la verdadera proporción de votantes a favor del candidato.
b) Según el resultado obtenido en a), ¿podría decirse que hay un 95% de confianza de que el candidato podría ganar por mayoría?

72.- De un lote de 200 lámparas led se extrajo una muestra de 36 unidades para estimar la vida útil media en horas de uso continuo. De la muestra se obtuvo una duración media de 850 horas y un desvío de 25 horas.
a) Estimar la duración media de todas las lámparas con el 95% de confianza.
b) Con el 90% de confianza estimar la desviación estándar del lote.

73.- Los siguientes datos corresponden a los pagos en concepto de impuestos a las ganancias, los cuales se distribuyen normalmente, que fueron realizados por 6 ejecutivos en el último período fiscal:

120000 125000 122000 115000 118000 116000

a) Estime con una confianza del 95% el monto medio de los pagos en concepto de impuesto a las ganancias por este tipo de contribuyentes.
b) Si la estimación de la media se realiza con un nivel de confianza mayor al 95%, ¿qué conclusión puede obtener? Justifique su respuesta.
c) Estimar el desvío estándar con una confianza del 99%.

74.- Se seleccionó una muestra aleatoria de 7 departamentos de un edificio consultando a sus dueños sobre el monto total bimestral gastado en impuestos, y se obtuvo la siguiente información (en pesos):

4000 – 3500 – 3300 – 4200 – 3250 – 2500 – 2600

Si se sabe que la distribución de la cantidad gastada en impuestos en todos los departamentos del edificio es normal.
a) Estimar la cantidad promedio y el desvío estándar de dinero de dinero que se gasta en todos los departamentos de ese edificio, con un nivel de confianza de 98%.
b) Si la estimación de la media se realiza con un nivel de confianza menor al 98%, ¿qué conclusión puede obtener? Justifique su respuesta.

75.- Una caja contiene 10000 tornillos, de los que una proporción p desconocida son defectuosos.
a) Se extraen 50 al azar, y se encuentra que 4 de ellos son defectuosos. Halle un intervalo con nivel de confianza 0,95 para estimar p.
b) Idem, si se extraen 100 tornillos y hay 16 defectuosos.

76.- En una encuesta de opinión un candidato obtiene 216 votos sobre 400 encuestados.
a) Hallar un intervalo de confianza del 95% para la verdadera proporción de votantes a favor del candidato.
b) Según el resultado obtenido en a), ¿podría decirse que hay un 95% de confianza de que el candidato podría ganar por mayoría?

77.- Las producciones diarias de un producto químico para una semana cualquiera fueron: 950, 1010, 1025, 936 y 1009 toneladas.
a) Estimar, para todos los días de producción, las toneladas promedio diaria del producto químico, con un nivel de confianza del 98%.
b) Estimar la varianza de la producción del producto químico por día, con un nivel de confianza del 90%.
c) ¿Qué supuestos se requieren para que sea válido el procedimiento aplicado para realizar las estimaciones a) y b)?

❑ PRUEBAS DE HIPÓTESIS

78**.-** Dados los siguientes pares de aseveraciones, indicar cuál/es no cumple/n con las reglas para establecer hipótesis acerca del valor de la media poblacional μ en una prueba basada en una muestra aleatoria$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. Justificar la respuesta.

a) $H_0 : \mu = 100 \; vs. H_1 : \mu = 200$
b) $H_0 : \mu = 100 \; vs. H_1 : \mu < 100$
c) $H_0 : \mu = 100 \; vs. H_1 : \mu \neq 100$
d) $H_0 : \mu < 100 \; vs. H_1 : \mu \geq 100$
e) $H_0 : \mu \leq 100 \; vs. H_1 : \mu > 100$
f) $H_0 : \mu \neq 100 \; vs. H_1 : \mu = 100$
g) $H_0 : \bar{x} = 100 \; vs. H_1 : \bar{x} > 100$

79.- El estadístico de contraste de un ensayo de hipótesis, Z, tiene distribución Normal estándar indicar para cada una de las regiones de rechazo, las hipótesis correspondientes y el nivel de significación considerado:

a) $\{Z > 2{,}33\}$
b) $\{Z > -2{,}58\}$
c) $\{Z < 1{,}96 \vee Z > -1{,}96\}$

80.- Se toman muestras de agua de la que se utiliza para enfriamiento a medida que se descarga de la planta eléctrica de un río. Se ha determinado que mientras la temperatura media del agua descargada sea menor a 150 °F, no habrá efectos negativos en el ecosistema del río. Para investigar si la planta cumple con los reglamentos que evitan los efectos negativos en el ecosistema del río, el ente regulador tomará muestras de agua en 50 horas seleccionadas al azar y registrará su temperatura.
a) ¿cuáles son las hipótesis a testear?
b) en el contexto de esta situación, describa los errores de tipo I y II y las consecuencias de cometerlos.

81.- Para cada uno de los siguientes pares de hipótesis, considerando una prueba cuyo estadístico de contraste tenga distribución normal estándar para los valores observados en cada caso, indicar el valor p de la prueba.
a) $H_0 : \mu = 10 \; vs \; H_1 : \mu > 10; \; Z_{obs} = 2{,}5$
b) $H_0 : \mu = 12 \; vs \; H_1 : \mu < 12; \; Z_{obs} = -1{,}2$
c) $H_0 : \mu = 7 \; vs \; H_1 : \mu \neq 7; \; Z_{obs} = 2;8$
¿En qué casos rechazaría la hipótesis nula con un nivel de significación del 5%?

82.- Una muestra aleatoria formada por las botas usadas por 50 soldados en una región desértica muestra una vida promedio de 1,24 años, con una dispersión de 0,55 años. En condiciones normales se sabe que esas botas tienen una vida promedio de 1,4 años. ¿Hay alguna razón para asegurar, con un nivel de significación de 0,05 que el uso de esas botas en el desierto causa la disminución en la vida promedio?

83.- Un test de funcionamiento de 5 modelos de un motor experimental mostró que funcionaron, respectivamente, 20 ; 19 ; 22 ; 17 y 18 minutos con un galón de cierta clase de combustible. ¿Es esto evidencia suficiente, con un nivel de significación de 0,01, de que los modelos no están funcionando con el promedio normal deseado de 22 minutos por galón?

84.- Dos tornos automáticos producen ejes cuyos diámetros son variables aleatorias normales con desvíos estándares de 2,8 y 2,3 mm respectivamente. Se quiere, con un nivel de significación de 0,05, ensayar la hipótesis de que las producciones de ambos tornos tienen igual valor medio. Muestras de 20 y 25 piezas producidas respectivamente por cada torno arrojaron las siguientes medias de sus diámetros: 17,32 mm y 16,41 mm. ¿Habrá que rechazar la hipótesis?

85.- Existen dos tipos de plástico apropiados para su uso por un fabricante de componentes electrónicos. La tensión de ruptura de cada uno de estos dos tipos de plástico se puede considerar como una variable aleatoria normal. Se sabe que $\sigma_1 = \sigma_2$=1 psi. De muestras aleatorias de tamaños $n_1 = 10$ y $n_2 = 12$, se tiene que $\bar{x}_1 = 165{,}5$ y $\bar{x}_2 = 155{,}0$. La compañía no adoptará el plástico 1 a menos que la tensión de ruptura media de este exceda a la del plástico 2 al menos por 10 psi. Sobre la base de la información contenida en las muestras, ¿deberá la compañía utilizar el plástico 1? Utilice $\alpha = 0{,}05$ para llegar a una decisión.

86.- Dos técnicos de control de calidad miden el acabado de la superficie de una pieza metálica, obteniendo los resultados siguientes:

Técnico 1: 1,45 1,37 1,21 1,54 1,48 1,29 1,34
Técnico 2: 1,54 1,41 1,56 1,37 1,20 1,31 1,27 1,35
Determine si existe diferencias significativas entre las medias obtenidas con $\alpha = 0{,}05$. Suponga que las mediciones de los dos técnicos siguen distribuciones normales con igual varianza.

87.- Dos compañías fabrican un material de caucho para su uso en aplicaciones automovilísticas. La pieza estará sujeta a un desgaste abrasivo en el campo de aplicación, así que se decide comparar en una pruebael material producido por cada compañía. Para ello se toman 25 muestras de material provenientes de cada

compañía y se someten a una prueba de abrasión, donde se observa el desgaste después de mil ciclos. Para la compañía, la media y la desviación estándar del desgaste son $\bar{x}_1 = 200mg/1000ciclos$ y $S_{X_1} = 6\,mg/1000ciclos$, mientras que para la compañía 2 se tiene que $\bar{x}_2 = 200mg/1000ciclos$ y $S_{X_2} = 8\,mg/1000ciclos$. ¿Los datos apoyan la afirmación de que ambas compañías producen material que tienen el mismo desgaste promedio? Utilice $\alpha = 0{,}02$.

88.- se investigan los puntos de fusión de dos aleaciones utilizadas en la fabricación de soldadura. Para ello, se funden 20 muestras de cada material. La media muestral y la desviación estándar de la aleación 1 son $\bar{x}_1 = 421°F$ y $S_{X_1} = 4\,°F$, mientras que para la aleación 2, los resultados son $\bar{x}_2 = 426°F$ y S_{X_2} =3°F. ¿Los datos contenidos en la muestra apoyan la afirmación de que las dos aleaciones tienen el mismo punto de fusión? Utilice $\alpha = 0{,}1$.

89.- La empresa distribuidora de las heladeras FRIOX afirma que como mínimo el 40% de las heladeras vendidas son blancas. Decidir si es aceptable esta afirmación sabiendo que en una muestra de 300 heladeras vendidas 140 fueron blancas. Utilizar un nivel de significación del 5%. PROPORCIÓN

90.- Un fabricante de salsa de tomate está en proceso de decidir si produce o no una versión picante. El departamento de investigación de mercado de la compañía usó una encuesta nacional a 6000 hogares y encontró que 335 de ellos comprarían la salsa. Un estudio anterior mucho más extenso mostró que el 5% de las casas comprarían esa marca. Con un nivel de significación del 2%, ¿debe la compañía concluir que hay un incremento en el interés por el sabor picante?pROPORCIÓN

91.- Una empresa manufacturera ha declarado que el 90% de los artículos de cierto proceso son no defectuosos. Se implementa un proceso que se supone que aumentará el porcentaje de no defectuosos. Una muestra de 100 artículos producidos con el nuevo proceso dio por resultado 7 artículos defectuosos. ¿Apoya esta evidencia muestral que el nuevo proceso es significativamente mejor? Utilice $\alpha = 0{,}05$.

92.- Los siguientes datos corresponden al voltaje de ruptura de circuitos eléctricamente cargados que se supone sigue una distribución normal:
1470 1510 1690 1740 1900 2000 2030 2100 2190 2200 2290 2380 2390 2480 2500 2580 2700
¿Encuentra evidencias a un nivel del 5% de que la desviación estándar del voltaje de ruptura es inferior a 700?

93.- Un productor afirma que las longitudes de las partes que él elabora, tienen una desviación estándar que no excede 0,05 pulg. Usted mide una muestra de 9 partes y encuentra que su desviación estándar es 0,1 pulg. ¿Puede razonablemente, rechazar la afirmación del productor a un nivel de significación del 5%?

94.- Los datos de experiencias anteriores indican que la varianza de las medidas hechas en estampados de láminas de metal por un grupo experimentado de inspectores de control de calidad es 0,16 pulgadas². Tales medidas hechas por un inspector sin experiencia puede tener una varianza demasiado grande (por ejemplo, por su falta de habilidad para leer adecuadamente los instrumentos) o demasiado pequeña, (posiblemente porque las medidas muy grandes o muy pequeñas se hayan descartado). Si un nuevo inspector mide 100 estampados con una varianza de 0,11 pulgadas², contrastar con un nivel de significación de 0,05 si el inspector está haciendo medidas satisfactorias.

95.- En un proceso de llenado, la tolerancia para el peso de los recipientes es de 8 gramos. Para cumplir este requisito, el desvío estándar en el peso debe ser de 2 gramos. Los pesos de 25 recipientes seleccionados al azar dieron como resultado una desviación estándar de 2,8 gramos. Si los pesos se encuentran normalmente distribuidos, determinar si la varianza de estos sería significativamente diferente del valor necesario. Utilice 0,02 como probabilidad de cometer un error del tipo I.

96.- El desvío estándar de las piezas fabricadas por una máquina es de 4 mm. Existe la posibilidad de comprar una máquina ilar, más moderna y con un desvío notablemente menor (según el importador). Sin embargo, antes de emprender la compra, se desea solicitar permiso al importador para fabricar como prueba

35 piezas, las cuales brindaron una varianza de 11,85 mm^2. Utilizando una probabilidad de incurrir en un error de tipo I del 10%, ¿sería verdad la afirmación del importador?

- **ANÁLISIS DE REGRESIÓN Y DE CORRELACIÓN**

97.- Los siguientes datos se dan como resultados de un estudio del efecto de la temperatura de cristalización primaria sobre el contenido de fósforo de una solución.

Temperatura de cristalización primaria ºC (x)	25	20	15	12.3	9	6	3	0	-3	-6
Fósforo Gramos por litro (y)	10,9	9,3	8,2	7,5	6,2	5,8	4,2	3,9	2,8	2,0

a) Realice el diagrama de dispersión del Fósforo contra la temperatura de cristalización primaria.
b) Halle la recta de regresión de y sobre x, utilizando el método de mínimos cuadrados.
c) Estime el contenido del fósforo para 30 ºC.

98.- Un artículo publicado en Concrete Research presenta datos sobre la resistencia a la compresión "x" y la permeabilidad intrínseca "y" de varias mezclas y tratamientos de concreto. El resumen de cantidades es el siguiente:
$n = 14$; $\sum y_i = 572$, $\sum y_i^2 = 23530$, $\sum x_i = 43$, $\sum x_i^2 = 157{,}42\ 2i, \sum x_i y_i = 1697{,}80$, ,

a) Halle la recta de regresión de y sobre x, utilizando el método de los mínimos cuadrados.
b) Utilice la ecuación de la recta ajustada para predecir la permeabilidad que será observada cuando la resistencia a la compresión sea x = 4,3.

99.- El material crudo usado en la producción de una fibra sintética se almacena en un lugar que no tiene control de humedad relativa. Las medidas de la humedad realtiva en el almacén y del contenido de humedad de una muestra del material crudo (ambas en porcentaje) en 12 días, dan los siguientes resultados:

X (humedad)	43	35	51	47	46	62	32	36	41	39	53	48
Y (contenido de humedad)	12	8	14	9	11	16	7	9	12	10	13	11

a) Halle las ecuaciones de las rectas de regresión. Grafiquelasen un mismo gráfico.
b) Estime la humedad relativa para un contenido de humedad de 19.
d) Halle el coeficiente de correlación muestral e interprete.

100.- Se realizó un estudio para estimar los efectos producidos en las personas debidos a la exposición al ruido, ocho personas participaron en este estudio. Se registraron los aumentos en la presión sanguínea del individuo y el nivel de presión sonora, distribuido normalmente, a que se sometieron. Los datos se expresan en la tabla:

X: Nivel de presión sonora (Db)	60	63	70	80	85	90	94	100
Y : Aumento presión sanguínea (Hg)	1	0	4	3	5	8	7	6

$$\sum x_i = 642, \sum y_i = 34, \sum x_i^2 = 53030, \sum y_i^2 = 200\,, \sum x_i y_i = 2983$$

a) Hallar la recta de regresión estimada.
b) Hallar el coeficiente de determinación e interpretarlo