

Operaciones Unitarias 1

Transferencia de Calor

Dispositivos de transferencia

Integración de la EDC. Diagramas térmicos

$$\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = - \int_0^{A_t} \varphi_{conf} U dA$$

La resolución **convencional** de la EDC asume 4 suposiciones:

- 1) El coeficiente global de transferencia de calor U es constante en toda la trayectoria; ello es equivalente a asumir que, U es independiente de la temperatura de los fluidos de proceso, la cual se modifica con la trayectoria; las propiedades termofísicas de los fluidos, pueden presentar dependencia de la temperatura en mayor o menor grado, por lo que puede influir en la certeza de esta aproximación. A los efectos de cómputo de U , existen varios criterios para definir la temperatura de referencia.
- 2) El caudal másico de ambos fluidos es constante, lo que supone escurrimiento en estado estable.
- 3) El calor específico es constante en toda la trayectoria (c_{PH} y c_{PC} dependen de las características de los fluidos).
- 4) No hay cambios parciales de fase en el sistema. La derivación es aplicable para cambios en el calor sensible o cuando la vaporización o condensación es isotérmica en toda la trayectoria

La principal suposición a testear es la constancia de U . El coeficiente global depende de una serie de resistencias térmicas en serie y, en particular, de los coeficientes de transferencia de calor individuales en ambos lados del fluido; h_{iO} y h_o pueden variar con el número de Reynolds, la geometría de la superficie de transferencia de calor, las propiedades termofísicas del fluido, el efecto de longitud de entrada debido al desarrollo de capas límite térmicas y otros factores.

En un intercambiador de líquido viscoso, es posible una variación de diez veces en el valor de h , a lo largo del área de la superficie del intercambiador, por lo que es muy probable que U no permanezca constante y uniforme en el intercambiador.

Transferencia de calor entre fluidos, integración de la EDC (U constante con el área de transferencia)

La suposición de constancia de U (y de c_{PH} y c_{PC}) permite una rápida integración de la ecuación diferencial combinada.

El análisis de transferencia es llevado entonces por el método de la Diferencia de Temperatura Media Logarítmica (*LMTD method*).

Configuración en co – corriente (cc) C_H, C_C cargas térmicas

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = - \int_0^{A_t} \left[\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U dA = - \left[\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U \int_0^{A_t} dA = - \left[\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U A_t = -\varphi_{cc} U A_t$$

$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{cc} U A_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t$$

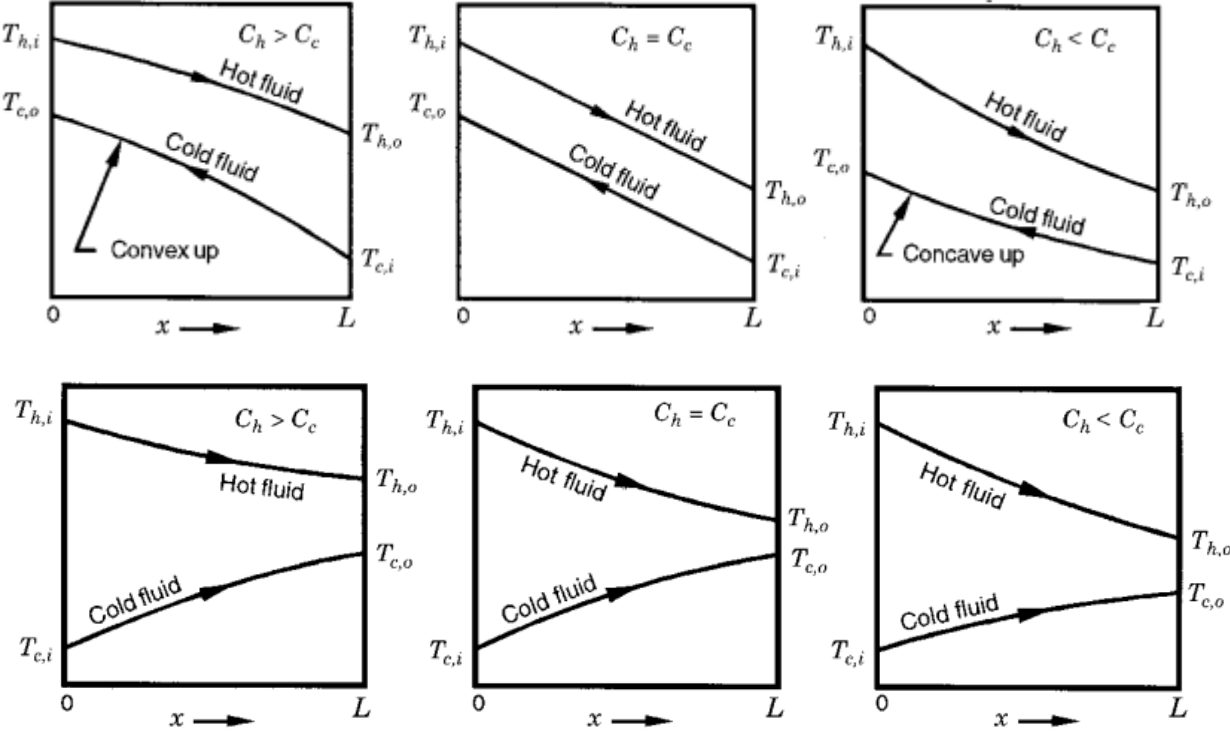
Configuración en contra – corriente (ctc)

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = - \int_0^{A_t} \left[\frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U dA = - \left[\frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U \int_0^{A_t} dA = - \left[\frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U A_t = -\varphi_{ctc} U A_t$$

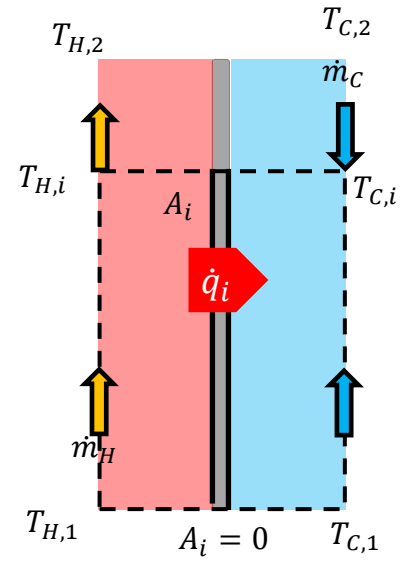
$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{ctc} U A_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t$$

En general: $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{conf} U A_t}$ $1, A = 0 \quad 2, A = A_t$

Transferencia de calor entre fluidos. Diagramas térmicos. representaciones de $T = \phi(A)$



$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\phi_{conf} UA_t}$$



Deducción de ecuaciones del diagrama

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\phi_{conf} UA_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t \Rightarrow 1 - \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = 1 - e^{-\phi_{conf} UA_t} \Rightarrow \Delta T_1 - \Delta T_2 = \Delta T_1 (1 - e^{-\phi_{conf} UA_t})$$

$$d\Delta T = d(T_H - T_C) = -\frac{d\dot{q}_H}{C_H} - \frac{d\dot{q}_C}{C_C} = -d\dot{q}\phi_{conf} \Rightarrow \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_i} d\Delta T = -\phi_{conf} \dot{q}_i \rightarrow \Delta T_1 - \Delta T_i = \phi_{conf} \dot{q}_i$$

$\phi_{conf} \dot{q}_i = \Delta T_1 (1 - e^{-\phi_{conf} UA_t})$ Calor transferido desde el inicio del área de intercambio a cualquier punto i del IQ habiendo estado en contacto ambos fluidos en un área A_i

Transferencia de calor entre fluidos, Diagramas térmicos. Configuración en cc

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\phi_{cc}UA_t} \quad \phi_{cc} = \left[\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] > 0$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} < 1 \Rightarrow \Delta T_2 < \Delta T_1$$

restricción termodinámica, $\Delta S > 0$

$$\phi_{cc}\dot{q}_i = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_t}) \quad \dot{q}_{H,i} = -C_H(T_{H,i} - T_{H,in})$$

$$\phi_{cc}\dot{q}_{H,i} = -\phi_{cc}C_H(T_{H,i} - T_{H,in}) = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

$$T_{H,i} = T_{H,in} - \frac{\Delta T_1}{\phi_{cc}C_H} \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

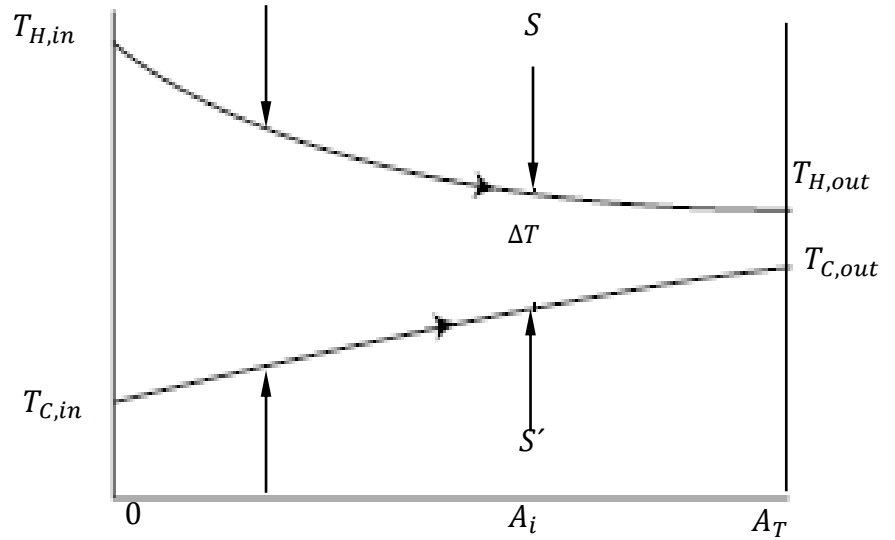
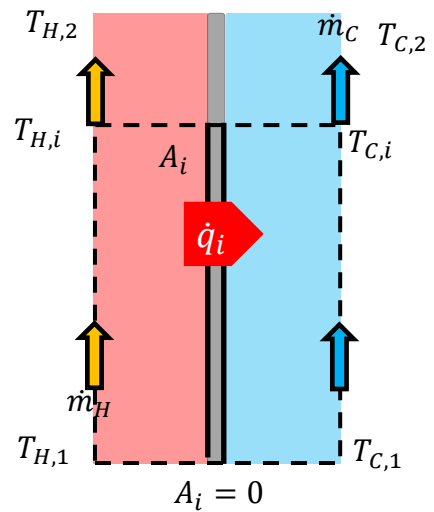
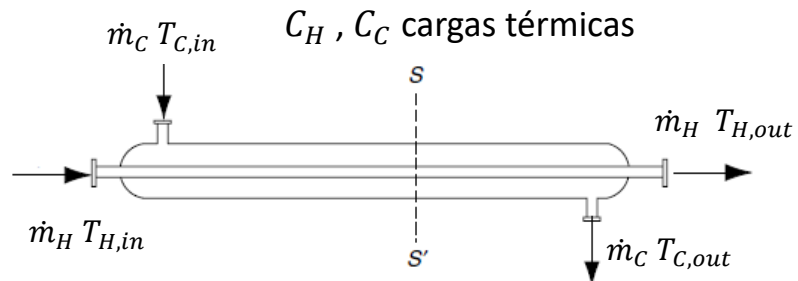
Evolución de $T_{H,i}$ con la trayectoria del fluido caliente

$$\phi_{cc}\dot{q}_i = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_t}) \quad \dot{q}_{C,i} = +C_C(T_{C,i} - T_{C,in}) \Rightarrow$$

$$\phi_{cc}\dot{q}_{C,i} = \phi_{cc}C_C(T_{C,i} - T_{C,in}) = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

$$T_{C,i} = T_{C,in} + \frac{\Delta T_1}{\phi_{cc}C_C} \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

Evolución de $T_{C,i}$ con la trayectoria del fluido frío en cc



Transferencia de calor entre fluidos, Diagramas térmicos. Configuración en *ctc*

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{ctc} UA_t} \quad \varphi_{ctc} = \left[\frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right]$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} < 1 \rightarrow \varphi_{ctc} > 0 \rightarrow C_H < C_C$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} > 1 \rightarrow \varphi_{ctc} < 0 \rightarrow C_H > C_C$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = 1 \rightarrow \varphi_{ctc} = 0 \rightarrow C_H = C_C$$

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_i = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_t}) \quad \dot{q}_{H,i} = -C_H (T_{H,i} - T_{H,in})$$

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_{H,i} = -\varphi_{ctc} C_H (T_{H,i} - T_{H,in}) = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

$$T_{H,i} = T_{H,in} - \frac{\Delta T_1}{\varphi_{ctc} C_H} \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

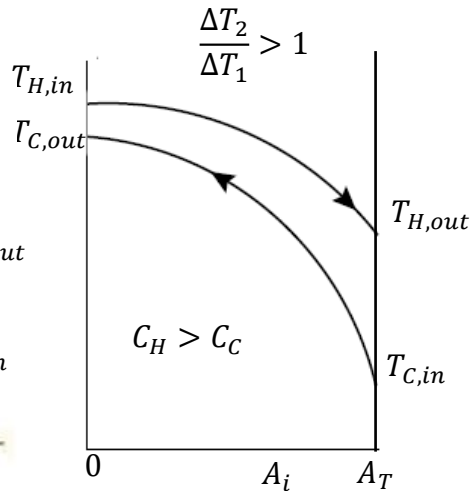
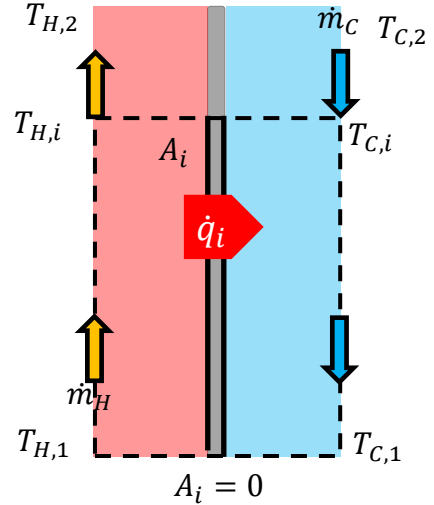
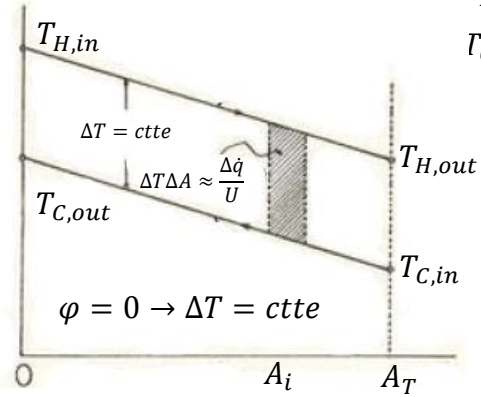
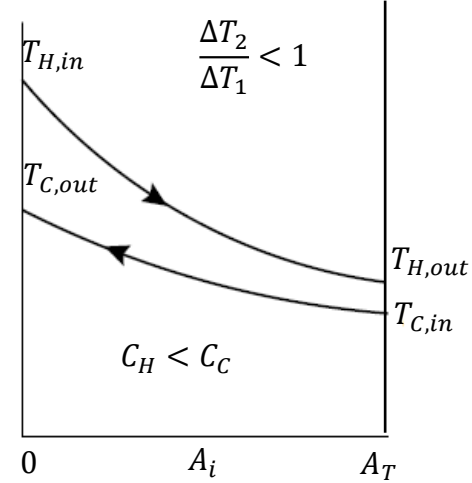
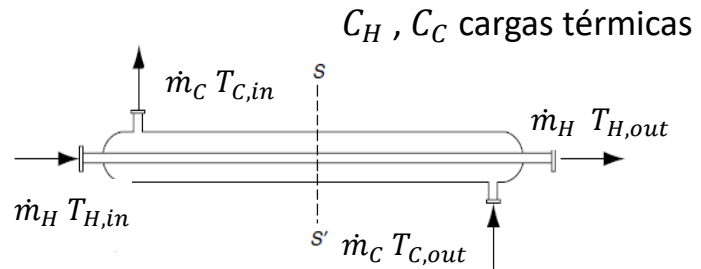
Evolución de $T_{H,i}$ con la trayectoria del fluido caliente

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_i = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_t}) \quad \dot{q}_{C,i} = -C_C (T_{C,i} - T_{C,out})$$

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_{C,i} = \varphi_{ctc} C_C (T_{C,out} - T_{C,i}) = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

$$T_{C,i} = T_{C,out} - \frac{\Delta T_1}{\varphi_{ctc} C_C} \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

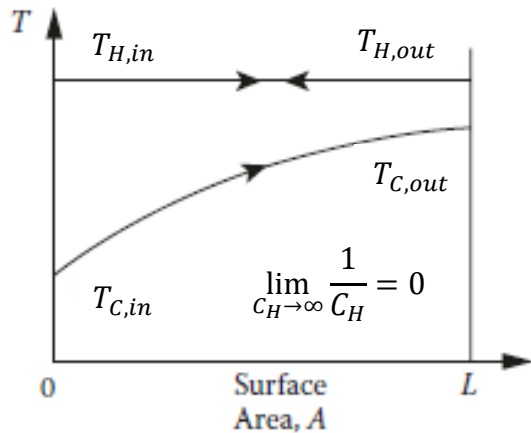
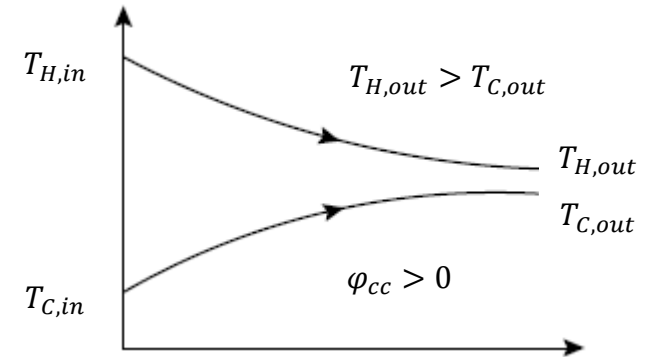
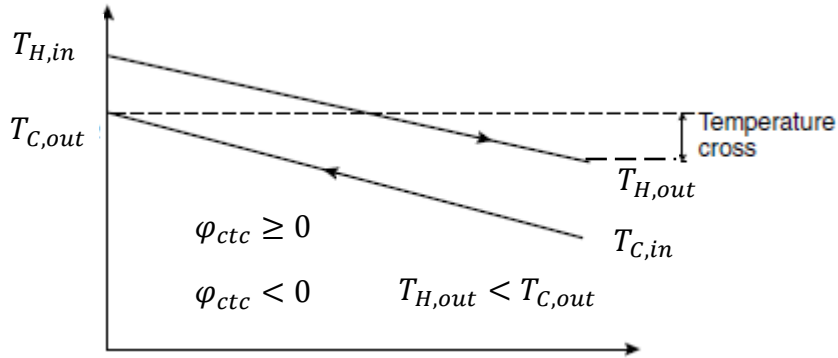
Evolución de $T_{C,i}$ con la trayectoria del fluido frío en *ctc*



Transferencia de calor entre fluidos Diagramas térmicos, cruce de temperaturas, transición de fase

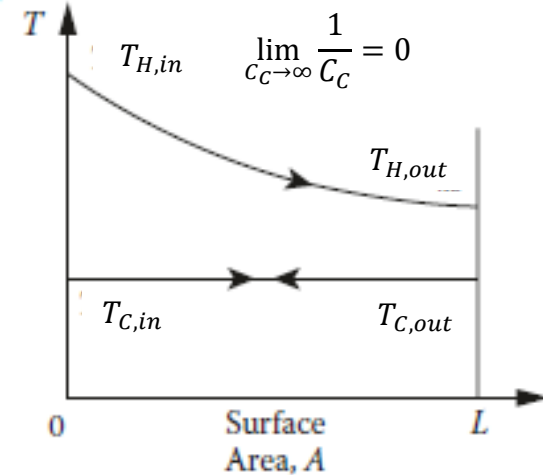
En la configuración *cc*, el cruce de temperaturas es imposible (restricción termodinámica)

En la configuración *ctc*, puede ocurrir que $T_{H,out} < T_{C,out}$



$$ITD = \Delta T_{max} = T_{H,in} - T_{C,in}$$

ITD, Inlet Temperature Difference



Condensación de un vapor saturado puro con un medio refrigerante que intercambia calor sensible.

Evaporación de un líquido saturado puro con un medio de calentamiento que intercambia calor sensible.

Operaciones Unitarias 1

Transferencia de Calor

Dispositivos de transferencia

Método *LMTD* (*Logarítmic Mean Temperature Difference*)

Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD; (U constante con el área de transferencia)

$$\dot{q} = \dot{q}_H = -C_H(T_{H,out} - T_{H,in}) \rightarrow \frac{1}{C_H} = \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\dot{q}} \quad \dot{q} = \dot{q}_C = C_C(T_{C,out} - T_{C,in}) \rightarrow \frac{1}{C_C} = \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\dot{q}}$$

Configuración en co – corriente (cc)

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = - \left[\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] UA_t = \frac{U}{\dot{q}} [-(T_{H,in} - T_{H,out}) - (T_{C,out} - T_{C,in})] A_t = \frac{U}{\dot{q}} [(T_{H,out} - T_{C,out}) - (T_{H,in} - T_{C,in})] A_t$$

$$\dot{q} = UA_t \frac{[(T_{H,out} - T_{C,out}) - (T_{H,in} - T_{C,in})]}{\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})}} \rightarrow \dot{q} = UA_t LMTD_{cc}$$

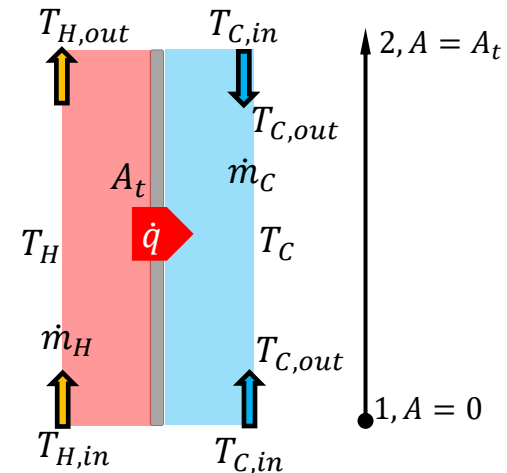
Configuración en contra – corriente (ctc)

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = - \left[\frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] UA_t = \frac{U}{\dot{q}} [-(T_{H,in} - T_{H,out}) + (T_{C,out} - T_{C,in})] A_t = \frac{U}{\dot{q}} [(T_{H,out} - T_{C,in}) - (T_{H,in} - T_{C,out})] A_t$$

$$\dot{q} = UA_t \frac{[(T_{H,out} - T_{C,in}) - (T_{H,in} - T_{C,out})]}{\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})}} \rightarrow \dot{q} = UA_t LMTD_{ctc}$$

$$\Delta T_m = LMTD_{conf} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

ΔT_m : effective mean temperature difference



Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD; (U constante con el área de transferencia)

$$C_H = \dot{m}_H c_{PH} \quad C_C = \dot{m}_C c_{PC}$$

$$\dot{q}_H = C_H (T_{H,in} - T_{H,out})$$

$$\dot{q}_C = C_C (T_{C,out} - T_{C,in})$$

$$\dot{q}_H = \dot{q}_C = \dot{q}$$

$$\dot{q} = UA_t LMTD_{conf}$$

$$LMTD_{conf} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

Si $C_H \approx C_C \rightarrow \Delta T_2 \approx \Delta T_1$ y el cálculo de $LMTD_{conf}$ falla

$$LMTD_{conf} = \begin{cases} \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}, & |\Delta T_2 - \Delta T_1| > 10^{-6} \\ \frac{\Delta T_2 + \Delta T_1}{2}, & |\Delta T_2 - \Delta T_1| \leq 10^{-6} \end{cases}$$

Shah_Sekulic p187

THE MEAN TEMPERATURE DIFFERENCE METHOD 187

Some limiting values of ΔT_{lm} defined by Eqs. (3.172) and (3.173) are

$$\Delta T_{lm} = \begin{cases} \frac{\Delta T_1 + \Delta T_{II}}{2} & \text{for } \Delta T_1 \rightarrow \Delta T_{II} \\ \Delta T_1 = \Delta T_{II} & \text{for } \Delta T_1 = \Delta T_{II} \\ 0 & \text{for } \Delta T_1 \text{ or } \Delta T_{II} = 0 \text{ (NTU} \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (3.175)$$

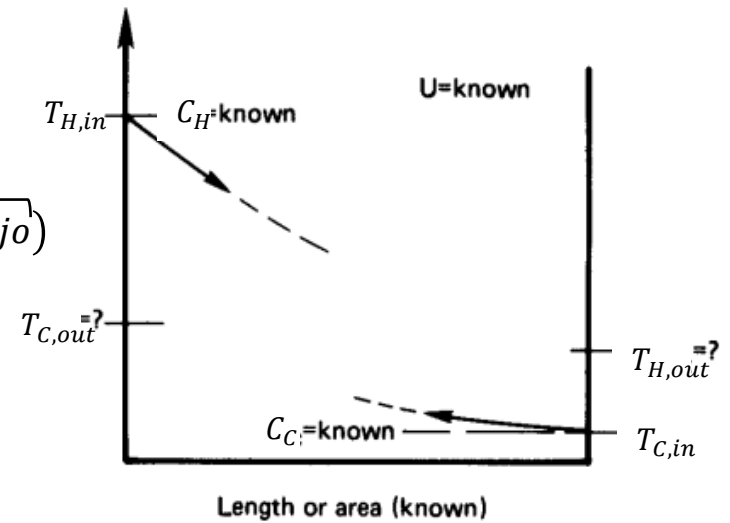
It can be shown that when $1 \leq \Delta T_1 / \Delta T_{II} \leq 2.2$, the error introduced by considering the arithmetic mean instead of the log-mean temperature difference is within 5%, i.e., $\Delta T_{am} / \Delta T_{lm} < 1.05$ where

$$\begin{aligned} \Delta T_{am} &= (\Delta T_1 + \Delta T_{II}) / 2 = (T_{hi} - T_{c,o}) / 2 + (T_{h,o} - T_{c,i}) / 2 \\ &= (T_{hi} + T_{h,o}) / 2 - (T_{c,i} + T_{c,o}) / 2 \end{aligned} \quad (3.175a)$$

Note that $\Delta T_{lm} \leq \Delta T_{am}$.

Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD

$$\underbrace{T_{H,out}, T_{C,out} \text{ o } \dot{q}}_{\text{Variables dependientes}} = \phi \left(\underbrace{T_{H,in}, T_{C,in}, C_H, C_C}_{\text{Variables condición operativa}}, \underbrace{U, A_t, \text{ configuración de flujo}}_{\text{Parámetros de diseño}} \right)$$



Cómputo del coeficiente global de transferencia (U)

Si se conocen o fijan por balances todas las temperaturas $T_{H,in}, T_{C,in}$,

$T_{H,out}, T_{C,out}$, U puede ser evaluado mediante correlaciones.

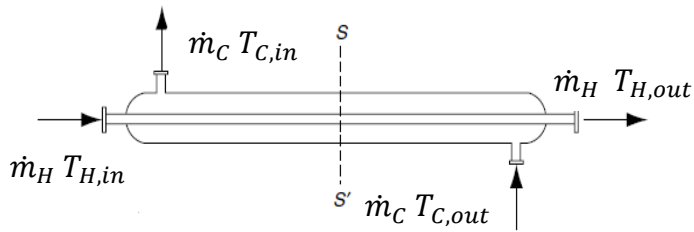
Si no, U puede ser aproximada por un $U_{diseño}$ o conocido *a priori*

Para el cómputo de U mediante correlaciones, es necesario fijar al menos una **temperatura de referencia**, que sirve de base para el cómputo de los coeficientes de transferencia de cada fluido, basados en propiedades termofísicas del fluido y las condiciones de escurrimientos de éstos.

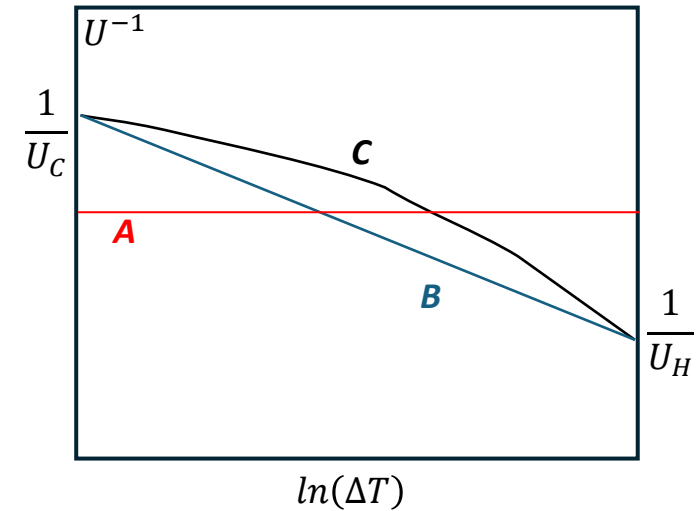
Para fijar esta temperatura de referencia, se recurre a dos criterios:

- como la media aritmética de las temperaturas de entrada y salida de cada fluido. Esta aproximación será válida si los coeficientes de transferencia presentan una dependencia débil con la temperatura.
- asumir un comportamiento específico de U , no constante: método de Shah – Sekulic, y el método de las temperaturas medias calóricas.

Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD, ecuación de dimensionamiento; (U **no** constante con el área de transferencia)



$\mu = \phi(T)$; el fluido caliente incrementa su viscosidad a medida que se enfría. El fluido frío en contracorriente disminuye su viscosidad a medida que se calienta. Por lo tanto, h_{i0} y h_o varían a lo largo de la tubería produciendo una $U_H > U_C$ en la terminal caliente y fría respectivamente.



U constante: recta **A**; U no constante: comportamiento lineal, línea **B**; comportamiento parabólico, curva **C**

Dimensionamiento con cómputo LMTD: procedimiento de Shah – Sekulic. Resolución por $\dot{q} = LMTD_{conf} \tilde{U} A_T$
integración numérica de Simpson

Dimensionamiento con cómputo LMTD: procedimiento de Colburn (temperatura media $\dot{q} = LMTD_{conf} U_x A_T$ calórica)

Ambos procedimientos fijan temperaturas de referencia.

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\varphi_{conf} U(T) dA \Rightarrow dA = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{d\Delta T}{U(T)\Delta T} \Rightarrow A = -\varphi_{conf}^{-1} \int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)}$$

$$\Rightarrow \tilde{U} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \left[\int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)} \right]^{-1}$$

$$A = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{1}{\tilde{U}} \int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} d\ln\Delta T = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{1}{\tilde{U}} \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

Resolución de la integral

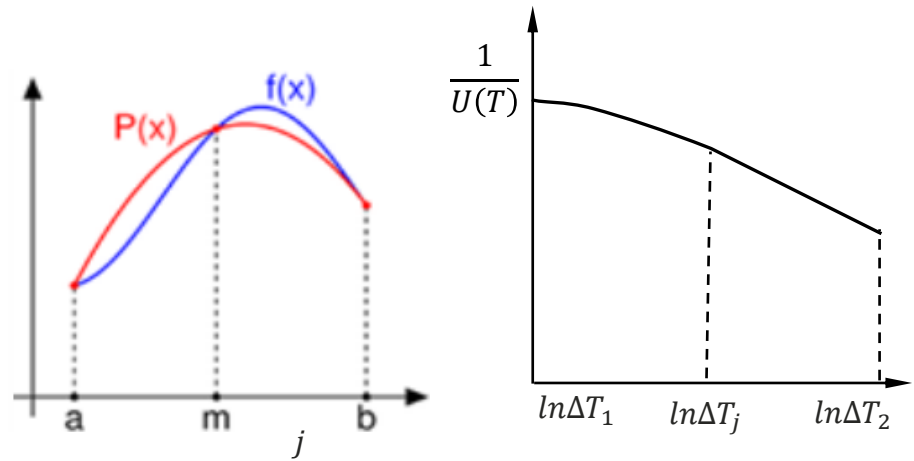
$$\int_a^b f(x) = \frac{(b-a)}{6} [f(a) + 4f(j) + f(b)]$$

$$\int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \left[\frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{4}{6} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2} \right]$$

$$\tilde{U} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \left[\int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2} \right]^{-1}$$

$$\frac{1}{\tilde{U}} = \frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2}$$

La integral es resuelta por la aproximación polinómica de Simpson de tres puntos; dos de ellos son los extremos ; el tercer punto es fijado mediante un balance entálpico; las temperaturas de referencia son las correspondientes a estas 3 posiciones



$$\Delta T_j = \Delta T_2 \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)^{s_j} \quad \text{en } 1 \ s_j = 1; 2 \ s_j = 0; \text{ en } j \ s_j = \frac{1}{2} \quad \text{balance entálpico en } 1, 2 \text{ y } j$$

$$\Delta T_j = (\Delta T_1 \Delta T_2)^{1/2} \Rightarrow T_{i,j,ctc} = T_{i,2} + (T_{i,1} - T_{i,2}) \frac{\Delta T_j - \Delta T_2}{\Delta T_1 - \Delta T_2} \quad i: H, C \Rightarrow \Delta T_j = T_{H,j} - T_{C,j}$$

$$\left. \begin{aligned} T_{H,j,cf} &= T_{H,j,ctc} - \frac{3}{2}(T_{H,j,ctc} - T_{C,j,ctc}) \frac{1-F}{1 + \left(\frac{C_H}{C_C}\right)^{2/3}} \\ T_{C,j,cf} &= T_{C,j,ctc} + \frac{3}{2}(T_{H,j,ctc} - T_{C,j,ctc}) \frac{1-F}{1 + \left(\frac{C_C}{C_H}\right)^{2/3}} \end{aligned} \right\} F = 1 \text{ para configuración } ctc$$

Nonuniform Overall Heat Transfer Coefficients in Conventional Heat Exchanger Design Theory—Revisited

R. K. Shah^{1,2} and D. P. Sekulić^{1,3}

Based on the findings of this work, it appears that none of the approximate methods considered here will accurately predict the exchanger surface area requirement when the variation of the heat transfer coefficient on one of the two-fluid sides is highly nonlinear and the corresponding thermal resistance is controlling. If the nature of variation in h is unknown, as in practical applications, the reliability of the approximate methods is even more questionable. The best approach is to conduct the numerical integration to take into consideration the actual variation of the heat transfer coefficient. In many applications, the heat transfer coefficient on one fluid side may not be controlling (i.e., the heat transfer coefficients on both sides may be of the same order of magnitude). In this case, the conclusions derived from the example of this paper are not necessarily applicable. Hence, the best solution is to conduct exact numerical integration to take into account the variations in the heat transfer coefficient on one or both fluid sides.

Journal of Heat Transfer 520 / Vol. 120, MAY 1998

Evaluar $h_{i,o,j}$ y $h_{o,j}$ a $T_{H,j,cf}$ y $T_{C,j,cf}$

$$U_j = \left[\frac{1}{h_{i,o,j}} + \frac{D_o}{2\kappa} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_{o,j}} + \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f} \right]^{-1} \quad W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$$

Evaluar U_1 y U_2 a $T_{H,in}$ y $T_{C,out}$, $T_{H,out}$ y $T_{C,in}$ respectivamente

$$\frac{1}{\tilde{U}} = \frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2}$$

Regla de Simpson para 3 puntos

$$\frac{1}{C_H} = \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\dot{q}} \quad \frac{1}{C_C} = \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\dot{q}}$$

$$-\varphi_{conf} = - \left[\frac{1}{C_H} \pm \frac{1}{C_C} \right] = - \left[\frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\dot{q}} \pm \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\dot{q}} \right] = \frac{[\Delta T_2 - \Delta T_1]}{\dot{q}}$$

$$A_T = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{1}{\tilde{U}} \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{\dot{q}}{[\Delta T_2 - \Delta T_1]} \frac{1}{\tilde{U}} \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \rightarrow \dot{q} = \tilde{U} A_T \frac{[\Delta T_2 - \Delta T_1]}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

$$\dot{q} = LMTD_{conf} \tilde{U} A_T$$

Heat Transfer Engineering, 32(2):141–150, 2011
 Copyright © Taylor and Francis Group, LLC
 ISSN: 0145-7632 print / 1521-0537 online
 DOI: 10.1080/01457631003769278



Mean Overall Heat Transfer Coefficient in Heat Exchangers Allowing for Temperature-Dependent Fluid Properties

WILFRIED ROETZEL¹ and XING LUO^{1,2}

¹Institute of Thermodynamics, Helmut Schmidt University, Hamburg, Germany

²Institute of Thermal Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai, China

For temperature-dependent heat transfer coefficients and heat capacities, fast approximation methods are presented for the estimation of the effective overall heat transfer coefficient. The heat transfer coefficients are calculated for two, three, or four reference temperatures. For the parallel and countercurrent flow a known method is described that uses a hypothetical fluid temperature for the iteration-free consideration of variable heat capacities. For the mixed–unmixed cross flow a previous method for temperature-dependent heat transfer coefficients is refined to allow also for variable heat capacities. For the mixed–mixed cross flow a new iterative fast design and rating method is developed that is a suitable model for special multipass shell-and-tube heat exchangers. The accuracy of the methods is tested against numerical calculations with good results.

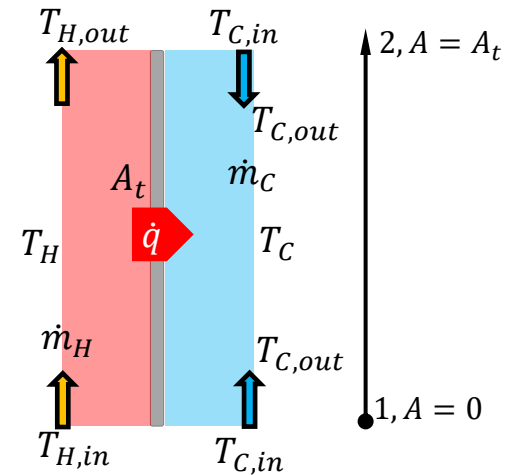
Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

Colburn (1933) propone la variación lineal de U con la evolución de la temperatura de la corriente que corresponde a la resistencia controlante.

A los efectos, se considerará que es la fría (*Cold*). $U = a(1 + bT_c)$

La expresión resultante de la integración analítica es:
$$\frac{\dot{q}}{A_t} = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}}$$

Temperatura media logarítmica del producto cruzado, $U \Delta T$.



Requiere la evaluación de U_2 y U_1 mediante los h_{i0} y h_o respectivos en los extremos del HE

Notar que, si la fuerza impulsora es constante en la trayectoria de transferencia, $\Delta T_2 \cong \Delta T_1$

$$\frac{\dot{q}}{A_T} = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \rightarrow \frac{\dot{q}}{A_T} = \frac{(U_2 - U_1) \Delta T}{\ln \frac{U_2}{U_1}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{q}}{A_t} &= \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \\ \frac{\dot{q}}{A_t} &= U_x \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \end{aligned} \right\} U_x = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

874

INDUSTRIAL AND ENGINEERING CHEMISTRY

Vol. 25, No. 8

Mean Temperature Difference and Heat Transfer Coefficient in Liquid Heat Exchangers

ALLAN P. COLBURN, E. I. du Pont de Nemours & Company, Wilmington, Del.

Where the over-all coefficient of heat transfer, U , varies throughout a heat exchanger, the calculation of heat transfer by use of the logarithmic mean temperature difference may lead to considerable error. For the special case where U is a linear function of temperature, the simple relationship has been derived that the heat transfer rate is equal to the logarithmic mean of $U_1 \Delta t_2$ and $U_2 \Delta t_1$, the subscripts indicating terminal conditions. A family of curves is also provided for this case, which indicates the temperature to be used with the heat transfer coefficient calculated by a logarithmic mean temperature difference. Two detailed examples illustrate the application of these procedures.

Definiciones

T_c temperatura de la corriente fría, T_{cc} temperatura calórica de la corriente fría

$$U = a(1 + bT_c); U_1 = a(1 + bT_{c1}); U_2 = a(1 + bT_{c2}); U_x = a(1 + bT_{cc})$$

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \rightarrow K_c = \frac{a(1 + bT_{c1}) - a(1 + bT_{c2})}{a(1 + bT_{c2})} \rightarrow K_c = \frac{b(T_{c1} - T_{c2})}{(1 + bT_{c2})}$$

$$K_c + 1 = \frac{(1 + bT_{c1})}{(1 + bT_{c2})}$$

$$F_c = \frac{T_{cc} - T_{c2}}{T_{c1} - T_{c2}} \rightarrow K_c F_c = \frac{b(T_{cc} - T_{c2})}{(1 + bT_{c2})} \rightarrow K_c F_c + 1 = \frac{(1 + bT_{cc})}{(1 + bT_{c2})}$$

$$r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \rightarrow r - 1 = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\Delta T_1}$$

Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

$$U_x = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$a(1 + bT_{cc}) = \frac{a(1 + bT_{c2})\Delta T_1 - a(1 + bT_{c1})\Delta T_2}{\ln \left[\frac{a(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{a(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$(K_c F_c + 1)(1 + bT_{c2}) = \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1 - (K_c + 1)(1 + bT_{c2})\Delta T_2}{\ln \left[\frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$(K_c F_c + 1)(1 + bT_{c2}) = \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1 - (K_c + 1)(1 + bT_{c2})\Delta T_2}{\ln \left[\frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$(K_c F_c + 1) = \frac{\Delta T_1 - (K_c + 1)\Delta T_2}{\ln \left[\frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln r}{(r - 1)\Delta T_1} = \frac{1 - (K_c + 1)r}{\ln \left[\frac{1}{(K_c + 1)r} \right]} \frac{\ln r}{(r - 1)}$$

$$(K_c F_c + 1) = \frac{1 - (K_c + 1)r}{-\ln[(K_c + 1)r]} \frac{\ln r}{(r - 1)} = \frac{(r - 1) + K_c r}{\ln[(K_c + 1)r]} \frac{\ln r}{(r - 1)} = \left[\frac{(r - 1)}{(r - 1)} + \frac{K_c r}{(r - 1)} \right] \frac{\ln r}{\ln(K_c + 1) + \ln r} = \left[1 + \frac{K_c r}{(r - 1)} \right] \frac{1}{\frac{\ln(K_c + 1)}{\ln r} + 1}$$

$$\left(F_c + \frac{1}{K_c} \right) = \left[\frac{1}{K_c} + \frac{r}{(r - 1)} \right] \frac{1}{\frac{\ln(K_c + 1)}{\ln r} + 1} - \frac{1}{K_c} \rightarrow$$

$$F_c = \left[\frac{1}{K_c} + \frac{r}{(r - 1)} \right] \frac{1}{\frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(r)} + 1} - \frac{1}{K_c}$$

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2}$$

$$r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

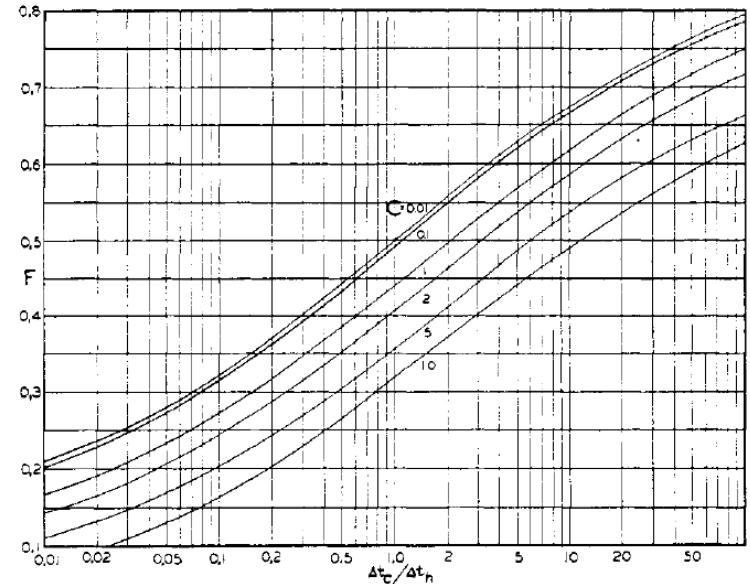


FIGURE 1. PLOT OF F VS. $\Delta t_c/\Delta t_h$

Transferencia de calor entre fluidos. Procedimiento LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

Para ambas terminales se evalúan los valores de U_1 y U_2 , según las propiedades de cada fluido a las temperaturas $T_{H,1}, T_{C,1}$ y $T_{H,2}, T_{C,2}$ respectivamente. Calcular el parámetro K_c y el parámetro r (Notar que si la fuerza impulsora es constante $r = 1$)

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2}$$

$$r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

$$F_c = \frac{\left(\frac{1}{K_c}\right) + \left(\frac{r}{r-1}\right)}{1 + \frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(r)}} - \frac{1}{K_c}$$

$$T_{c,H} = T_{H,out} + F_c(T_{H,in} - T_{H,out})$$

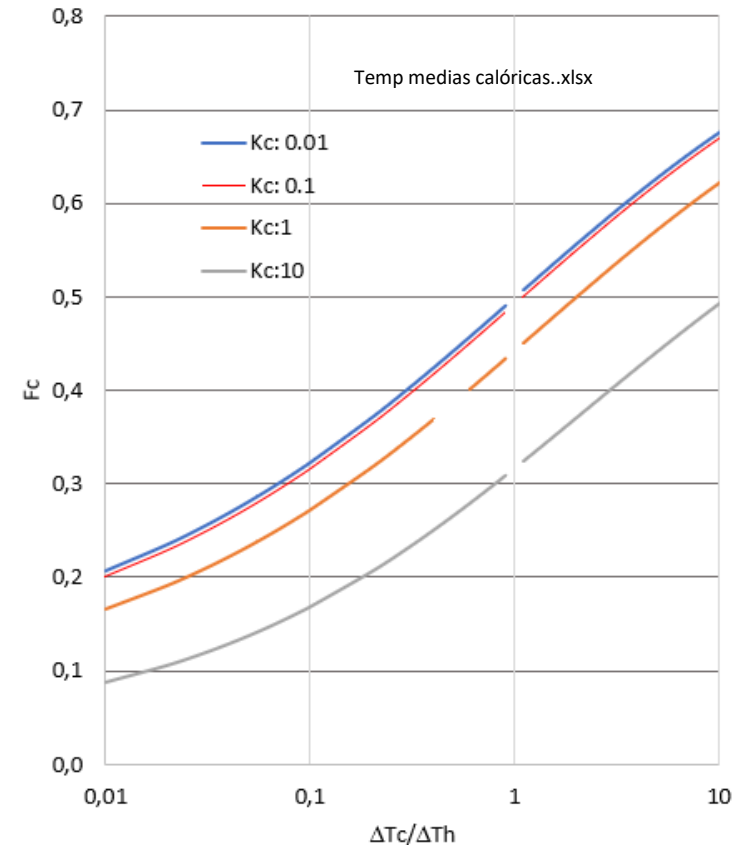
$$T_{c,C} = T_{C,in} + F_c(T_{C,out} - T_{C,in})$$

Si $r = 1$, F_c carece de sentido; la ecuación $\frac{\dot{q}}{A_T} = \frac{(U_2 - U_1)\Delta T}{\ln \frac{U_2}{U_1}}$ sigue siendo

válida si $\frac{U_C}{U_H} \neq 1$

Se evalúa un nuevo coeficiente global de transferencia U_x a la temperatura media calórica, $T_{c,H}$, $T_{c,C}$ de cada fluido; en este coeficiente general único, U_x , se puede suponer que toda el área de la superficie, A , está transfiriendo calor en el

$LMTD_{conf}$.



$$\dot{q} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} U_x A_T \rightarrow \dot{q} = U_x A_T LMTD_{conf}$$

Ecuación de diseño basada en $LMTD_{conf}$ y U_x

Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

Si $r = K_c + 1$ entonces $F_c = 0,5$. Ello implica que las temperaturas medias calóricas de cada fluido, $T_{c,H}$, $T_{c,C}$ coinciden con sus temperaturas medias, $T_{m,C}$, $T_{m,H}$.

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \quad r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = r = K_c + 1 = \frac{U_1 - U_2}{U_2} + 1 = \frac{U_1}{U_2} \quad F_c = \frac{\left(\frac{1}{K_c}\right) + \left(\frac{r}{r-1}\right) - \frac{1}{K_c}}{1 + \frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(r)}} \quad T_{c,H} = T_{H,out} + F_c(T_{H,in} - T_{H,out})$$

$$T_{c,C} = T_{C,in} + F_c(T_{C,out} - T_{C,in})$$

$$F_c = \frac{\left(\frac{1}{K_c}\right) + \left(\frac{K_c + 1}{K_c}\right) - \frac{1}{K_c}}{1 + \frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(K_c + 1)}} - \frac{1}{K_c} = \frac{2 + K_c}{2K_c} - \frac{1}{K_c} = 0,5$$

$$T_{c,H} = T_{H,out} + 0,5(T_{H,in} - T_{H,out}) = 0,5(T_{H,in} + T_{H,out})$$

$$T_{c,C} = T_{C,in} + 0,5(T_{C,out} - T_{C,in}) = 0,5(T_{C,in} + T_{C,out})$$

$$0,95 \frac{U_1}{U_2} \leq \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \leq 1,05 \frac{U_1}{U_2}$$

El criterio adoptado define el procedimiento para el cómputo de las propiedades de los fluidos caliente y frío; si la relación de temperaturas está dentro del rango de la relación de U, se calcula a la temperatura media en cada corriente En caso contrario se evalúan a la temperatura media calórica o a. No es posible $F_c \geq 0,5$ para $r < 1$



Se requiere dimensionar un intercambiador de calor de doble tubo (2" IPS / 3" IPS) para el enfriamiento de anilina desde 125°C a 25°C mediante agua a 20°C. Un caudal másico de 8220 kg.hr⁻¹ de anilina escurre por el tubo interior y 10333 kg.hr⁻¹ de agua escurren por el exterior (ánulo). Evaluar el área de transferencia del HE considerando,

U constante:

a) la temperatura de referencia: media de las temperaturas extremas, para cada fluido.

U no constante:

- b) para cada fluido, tomar tres temperaturas de referencia (método de *Shah – Sekulic*)
- c) para cada fluido se considera una temperatura de referencia: temperatura calórica según el método de *Colburn*
- d) El método de *Colburn* del producto $U\Delta T$ cruzado
- e) Una resolución analítica de la ecuación diferencial combinada (EDC).

Utilizar la Correlación de *Gnielinsky – Filonenko*, (CGF) para ambos fluidos. Tener en cuenta que resistencias adicionales a las convectivas (resistencias de pared y por ensuciamiento) agregan un total de $1,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$. No considerar la diferencia de temperatura entre la corriente principal y la pared del ducto.