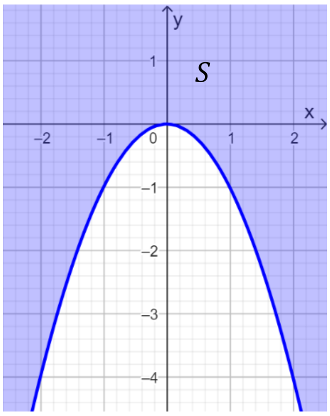
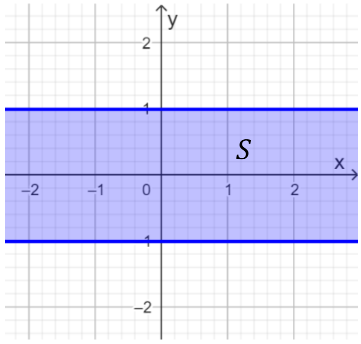
TEMA 5: CÁLCULO EN CAMPOS ESCALARES

Resultados Experimentación Activa

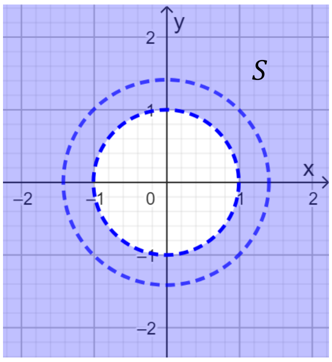
01-E. a) $S = \{(x, y) \in R^2 / y \geq -x^2\}$



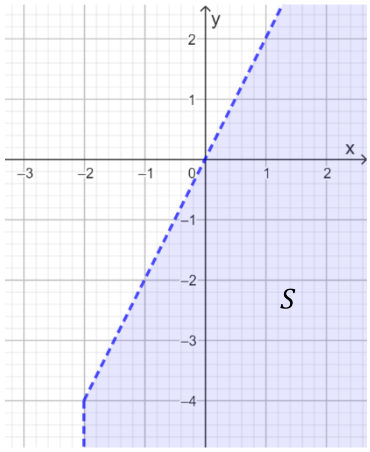
b) $S = \{(x, y) \in R^2 / -1 \leq y \leq 1\}$



c) $S = \{(x, y) \in R^2 / x^2 + y^2 > 1 \ \wedge \ x^2 + y^2 \neq 2\}$



d) $S = \{(x, y) \in R^2 / x > -2 \ \wedge \ 2x > y\}$



02-E. a) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2y + 6x, \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 2x - 3y^2$$

b) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \cos\,(xy^2) - xy^2 \text{sen}\,(xy^2) + 2y^2 e^{2xy},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -2x^2 y\ \text{sen}\,(xy^2) + e^{2xy}(1 + 2xy)$$

c) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 4x\ \text{sen}\,(x^2 + y)\cos(x^2 + y),$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2\ \text{sen}\,(x^2 + y)\cos(x^2 + y) - 2z\,y^{-3}, \qquad \frac{\partial f}{\partial z} = y^{-2}$$

d) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^2 + \frac{2z}{\sqrt{z}}, \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 2xy - \frac{3y^2}{z}, \qquad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{x}{\sqrt{z}}$$

e) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}\left(1+\sqrt{x^2+y^2}\right)}$$

03-E. a) El diferencial de la función es: $df = \frac{1}{2\sqrt{x-y}}[(3x-y)dx + (x-3y)dy]$

b) El diferencial de la función es: $df = e^{x^2+y^2}[y(1+2x^2)dx + x(1+2y^2)dy]$

c) El diferencial de la función es: $df = \frac{-2z}{x^2+y^2}\left(\frac{x}{x^2+y^2}dx + \frac{y}{x^2+y^2}dy\right)$

04-E. a) La derivada de la función es: $\frac{dw}{dt} = 2e^{2t}\cos e^{2t}$

b) La derivada de la función es: $\frac{dw}{dt} = e^t \operatorname{sen} t\,(\operatorname{sen} t - 2e^t + 2\cos t)$

c) La derivada de la función es: $\frac{dw}{dt} = 2e^t$

d) La derivada de la función es: $\frac{dw}{dt} = -\frac{2}{t^2} - \frac{3}{t^4} + 2t^3 + 4t$

e) La derivada de la función es:

$$\frac{dw}{dt} = 2\cos\,(2t)\cos t\,[2\operatorname{sen}(2t) + 3\cos^3 t] - \operatorname{sen}(2t)\operatorname{sen} t\,[\operatorname{sen}(2t) + 12\cos^3 t]$$

05-E. a) Las derivadas parciales de la función son: $\frac{\partial w}{\partial u} = 38u + 18v, \qquad \frac{\partial w}{\partial v} = 18u + 34v$

b) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial w}{\partial u} = 10u^4 - 4u^3v^3 + 36u^2v - 12uv^4 + 2u + 18v^2,$$

$$\frac{\partial w}{\partial v} = 12u^3 - 24u^2v^3 + 36uv - 45u^4 - 3u^4v^2 + 3$$

c) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial w}{\partial u} = 4u(u^2+v^2) + (3u^2v + v^3)\cos(u^3v + uv^3),$$

$$\frac{\partial w}{\partial v} = 4v(u^2+v^2) + (3uv^3 + u^3)\cos(u^3v + uv^3)$$

d) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial w}{\partial u} = e^{u^3(\sqrt{u}-v^2)}\left(3u^4 - 6\sqrt{u^5}v^2 + 3u^2v^3 + u^3 - \sqrt{u^7}v^3\right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial v} = -4u^3v\left(\sqrt{u} - v^2\right)e^{u^3(\sqrt{u}-v^2)}$$

e) Las derivadas parciales de la función son:

$$\frac{\partial w}{\partial u}=\frac{6u\cos^2 v+4v^2\operatorname{sen} u\cos v}{3u^2\cos^2 v+2v^2\operatorname{sen}^2 v},\qquad \frac{\partial w}{\partial v}=\frac{4v\,sen^2\,u-6u^2\operatorname{sen} v\cos v}{3u^2\cos^2 v+2v^2\operatorname{sen}^2 v}$$

06-E. a) La derivada de la función $y(x)$ definida implícitamente es: $\frac{dy}{dx}=x$

b) La derivada de la función $y(x)$ definida implícitamente es: $\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{y}$

c) La derivada de la función $y(x)$ definida implícitamente es: $\frac{dy}{dx}=\frac{3x^2+4y^2}{3y^2+8xy}$

07-E. a) Las derivadas parciales de la función $z=f(x,y)$ definida implícitamente son:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{yz-1}{e^z(1+z)-xy},\qquad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{xz-1}{e^z(1+z)-xy}$$

b) Las derivadas parciales de la función $z=f(x,y)$ definida implícitamente son:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{y}{z},\qquad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{z-xyz}{y}$$

c) Las derivadas parciales de la función $z=f(x,y)$ definida implícitamente son:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{xy^2-3x^2z-y}{x^3+4z},\qquad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x(1-xy)}{x^3+4z}$$

08-E. Las derivadas parciales de las funciones $u(x,y)$ y $v(x,y)$ definidas implícitamente por el sistema de ecuaciones son: $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{uy-1}{u-v}$, $\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{1+xv}{v-u}$

09-E. Las derivadas parciales de las funciones $u(x,y)$ y $v(x,y)$ definidas implícitamente por el sistema de ecuaciones son:

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{xe^{2u}+ue^{u-v}}{2u+2xe^{u+v}-2xye^{2u}-y(u+v)e^{u-v}},\qquad \frac{\partial v}{\partial x}=\frac{ye^{2u}-2e^{u+v}}{2u+2xe^{u+v}-2xye^{2u}-y(u+v)e^{u-v}}$$

10-E. Las derivadas parciales de las funciones $u(x,y)$, $v(x,y)$ y $w(x,y)$ definidas implícitamente por el sistema de ecuaciones son:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{uv\operatorname{sen} x-\cos^2 x\cos y}{2u^2w-v\cos x-2u^2},\qquad \frac{\partial v}{\partial x}=\frac{u(2w-2)\cos x\cos y-v^2\operatorname{sen} x}{2u^2w-v\cos x-2u^2},$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}=\frac{v\cos x\cos y+2u^2\cos y+2u\cos x\operatorname{sen} x\operatorname{sen} y}{-2(2u^2w-v\cos x-2u^2)}$$

01-P. La producción semanal aumenta 2100 unidades.

02-P. La rapidez de variación de la corriente es 1,125 A.

03-P. Las tasas de variación de las dimenciones son: $\frac{dx}{dt}=\frac{1}{2}$, $\frac{dy}{dt}=1$ y $\frac{dz}{dt}=-\frac{1}{2}$.