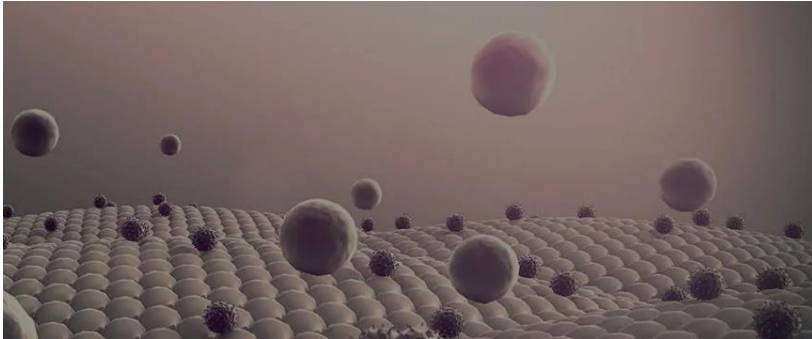
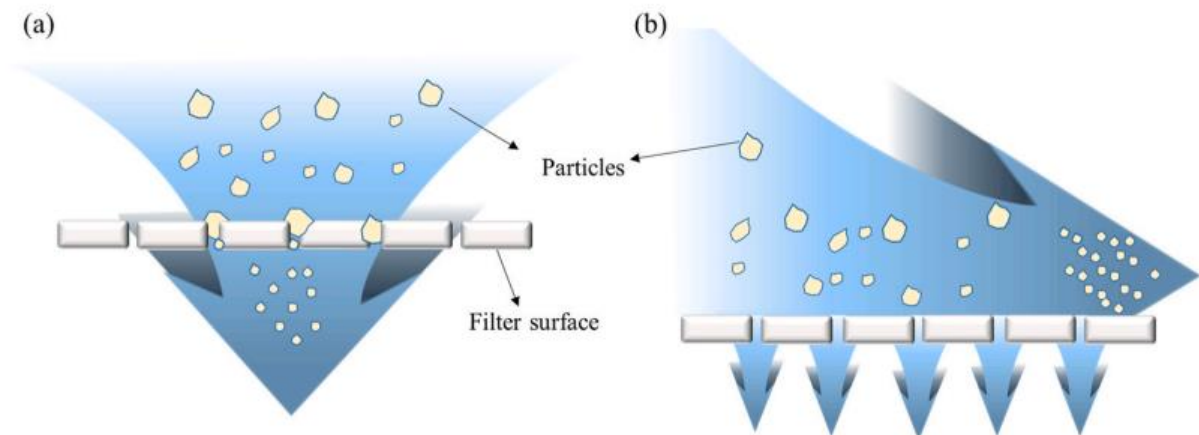


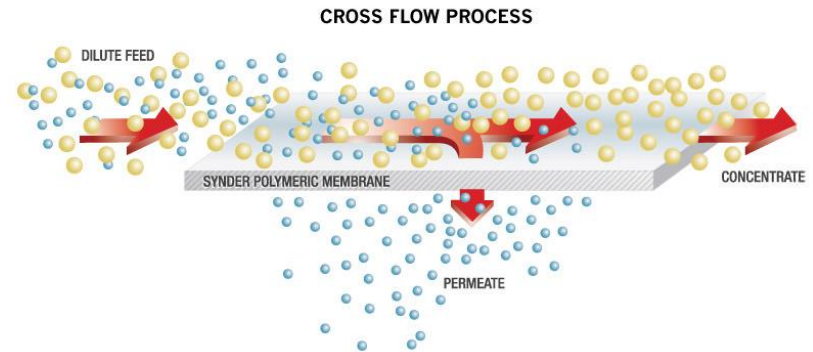
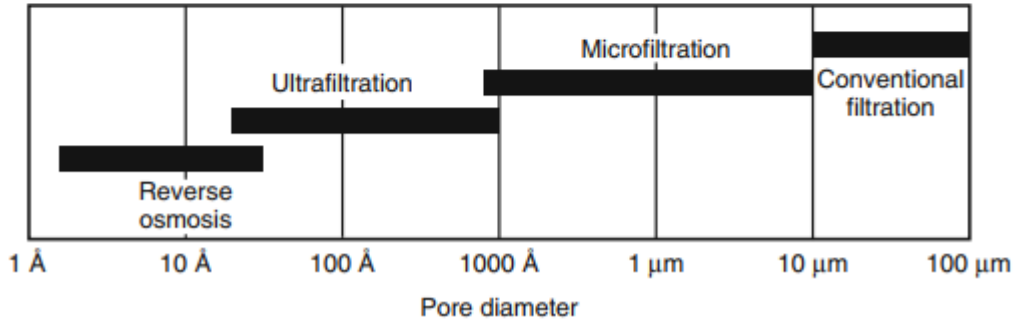
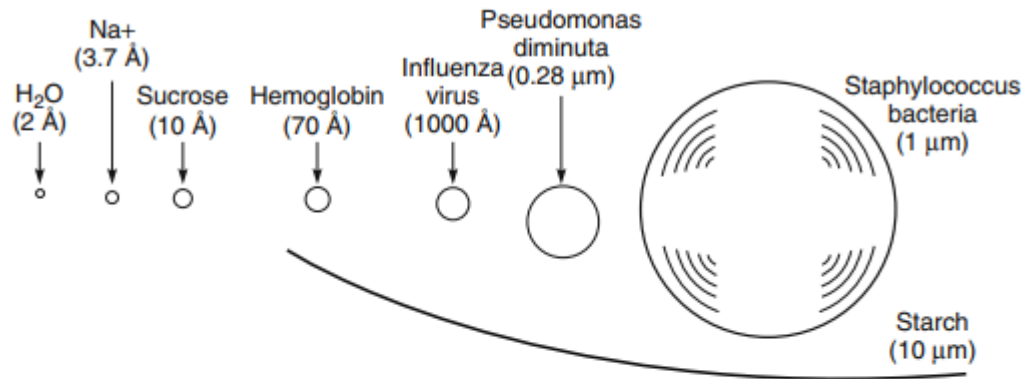
Operaciones Unitarias 1



Separación por Filtración



Filtración. Descripción general



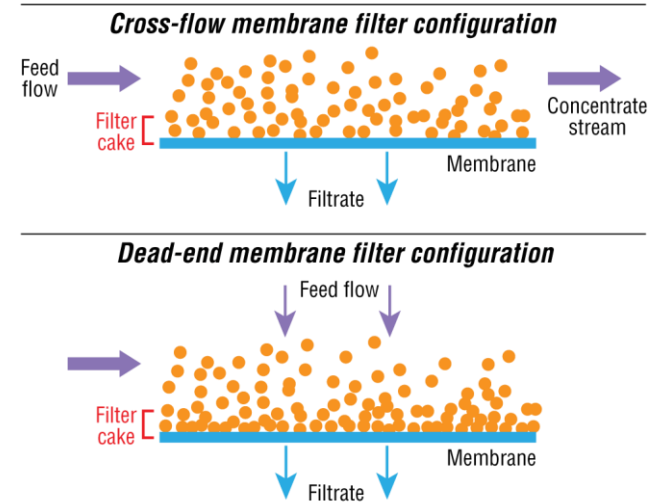
Es de interés, la separación de especies químicas en suspensión / solución (*slurries*, microorganismos, macromoléculas, iones presentes) en una mezcla, a través de un medio filtrante de permeación selectiva. Las operaciones son: filtración convencional (>10 μm), microfiltración (<10 μm) (vinculadas a suspensiones), ultrafiltración y osmosis inversa (vinculadas a micropartículas menores y soluciones). Sus mecanismos están asociados a procesos impulsados por presión (*pressure-driven processes*). La naturaleza del medio filtrante puede ser diferente

Technique	Pressure range (bar)
MF	0.5–3
UF	1–10
NF	7–40
RO	25–100

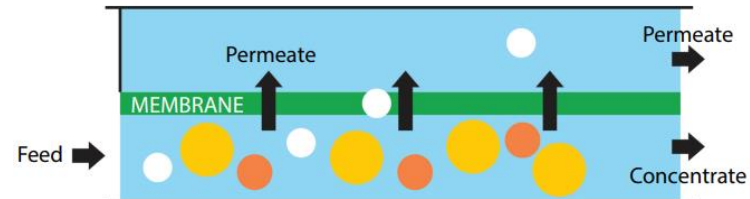
Filtración Configuración *dead-end flow, cross flow*

En la *dead-end filtration* (filtración sin salida, filtración de flujo final o flujo directo), el fluido afluente entra en contacto con el medio filtrante de forma perpendicular y pasa como permeado (con algunos solutos y sólidos en suspensión). Se presentan dos corrientes: una de entrada y una de salida. Se trata de un proceso con características batch: en un momento del proceso el filtro pierde su capacidad de permeado por obturación, por lo que el sistema de filtración se desconecta y el filtro se limpia o se reemplaza. Diseños de filtración continua pueden disminuir este efecto, pero operan bajo la misma consideración.

En la *cross-flow filtration*, el afluente fluye tangencialmente a la superficie de la membrana. El fluido permeado y algunos de los solutos penetran a través de la membrana, mientras que la mayoría de los solutos y parte del fluido permanecen en el lado afluente de la membrana. Por lo tanto, se presentan 2 efluentes: el permeado y el concentrado que permanece en el lado afluente de la membrana.



El término *dead-end* se usa en bioprocésamiento. En ingeniería química se refiere a esta configuración simplemente como filtración o microfiltración.

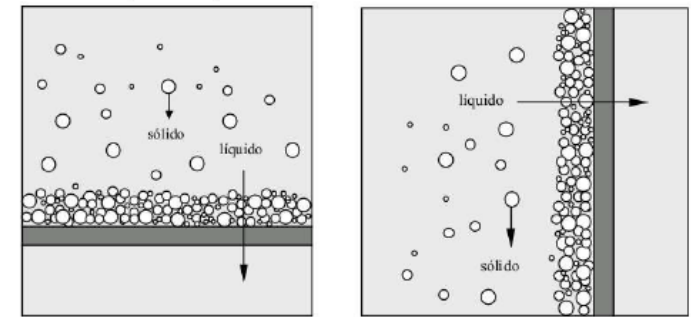


Filtración Configuración *dead-end flow*

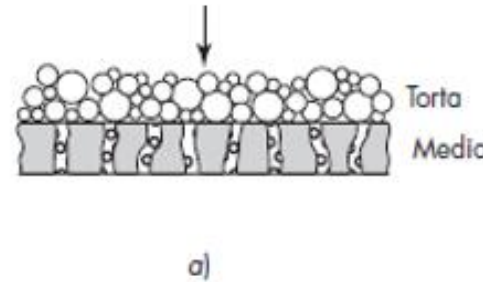
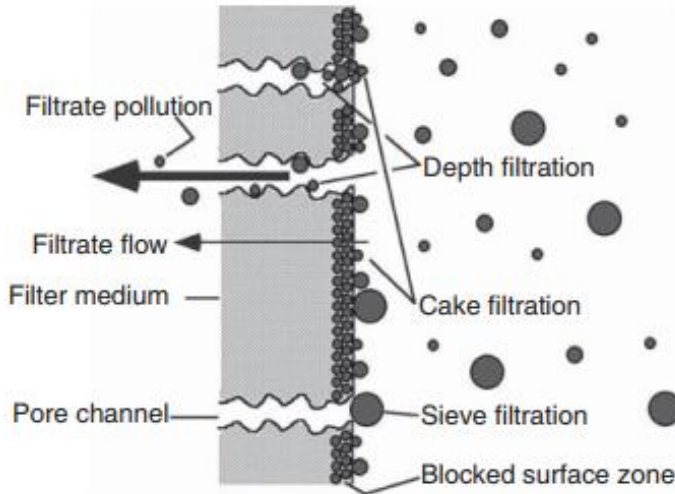
Una clasificación los divide en: filtración de barrera o de superficie exterior, de lecho profundo, de membrana

Fundamentals of Particle Technology
 Ver p 29
 Richard G. Hoare
 Department of Chemical Engineering,
 Loughborough University,
 Leicestershire, LE11 3TU,
 U.K.

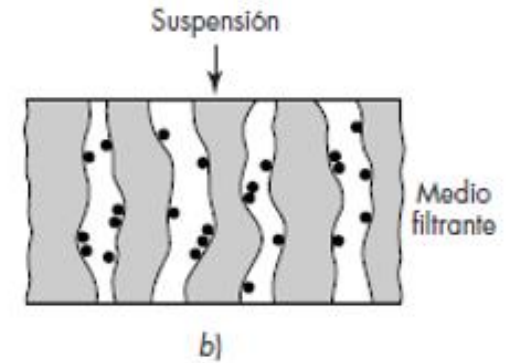
Los **filtros de barrera o torta** (*cake filtration*) separan grandes cantidades de sólidos en forma de una torta de cristales o un lodo.



flujo paralelo y perpendicular a filtración



a) $D_{poros} < D_p$ Depósito de partículas sobre la superficie externa del material filtrante

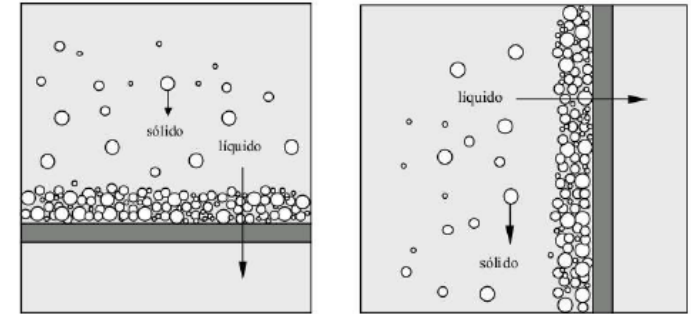


b) $D_p < D_{poros}$ Oclusión de partículas en el interior del medio filtrante

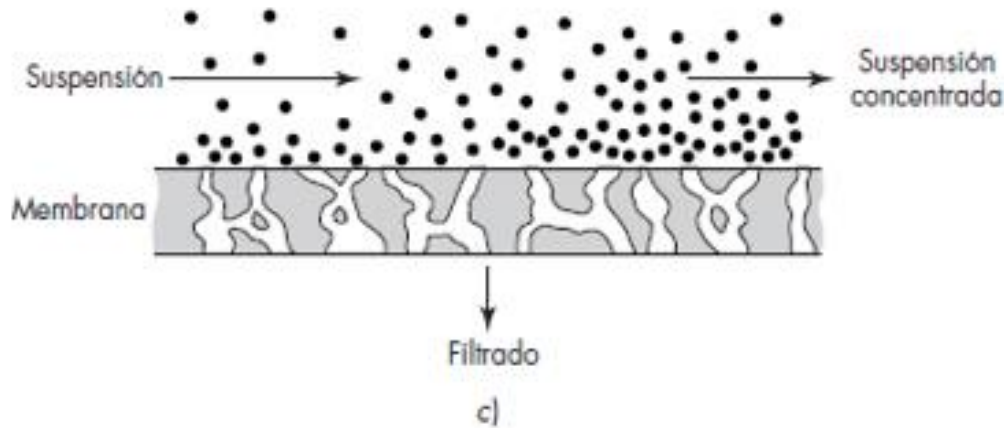
Los **filtros de lecho profundo o clarificadores** (*depth filtration*) retiran pequeñas cantidades de sólidos para producir un gas limpio o líquidos transparentes. Las partículas del sólido son atrapadas en el interior del medio filtrante o en las superficies externas. Adhesión o adsorción de partículas en la superficie interna del material filtrante.

Filtración Configuración *cross flow*

En un **filtro de flujo transversal** o **filtración dinámica** la suspensión de la alimentación fluye bajo presión, a velocidades ligeramente altas asociado el medio filtrante. Se forma una capa delgada de sólidos en la superficie del medio, pero la alta velocidad del líquido mantiene la capa formada. No hay formación de torta. El medio filtrante es una membrana de cerámica, metal o de un polímero con poros lo suficientemente pequeños para excluir la mayoría de los solutos.



flujo paralelo y perpendicular a filtración

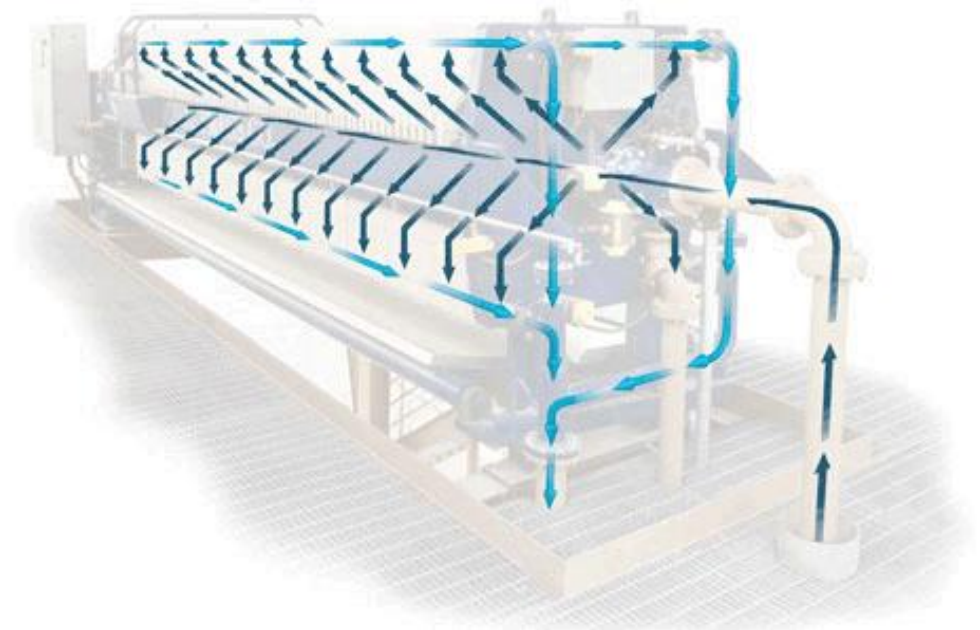


Flujo tangencial. El mecanismo de separación se basa en diferencia de tamaño y/o por solución –difusión. En MF, UF y RO es importante el fenómeno de polarización de concentración. Formación de un gradiente en la concentración de soluto por el cual su concentración es más alta cerca de la membrana y más baja en el flujo masivo.

Operaciones Unitarias 1

Filtración

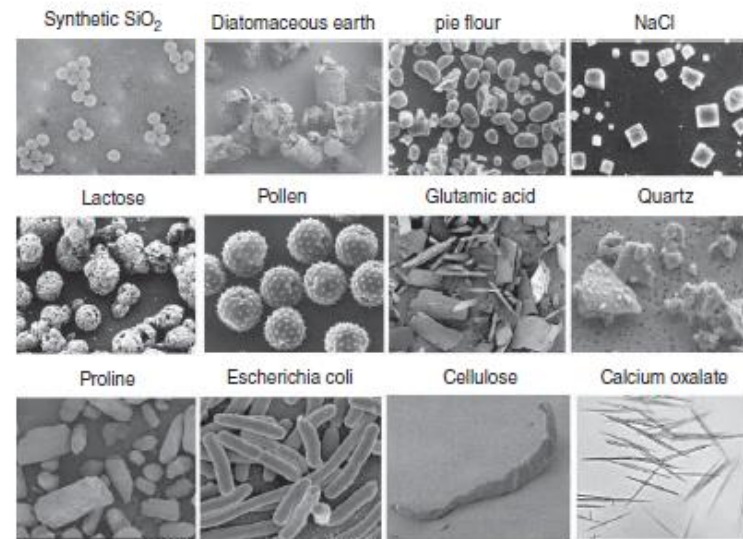
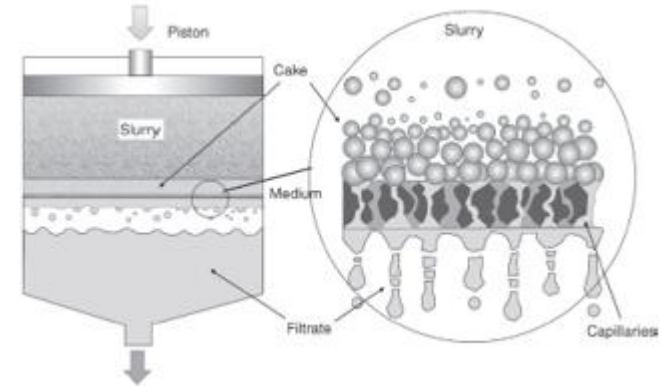
Dead- End Filtration



Filtración y MF de flujo normal o dead-end



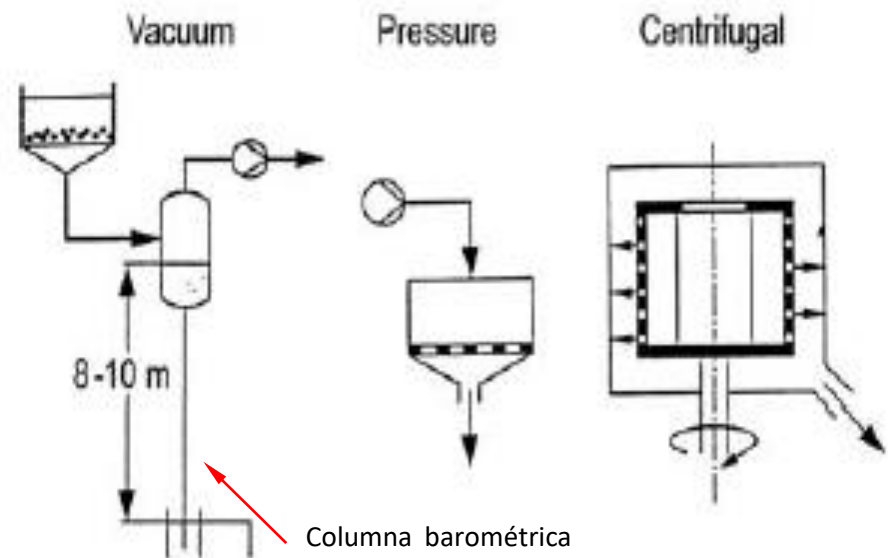
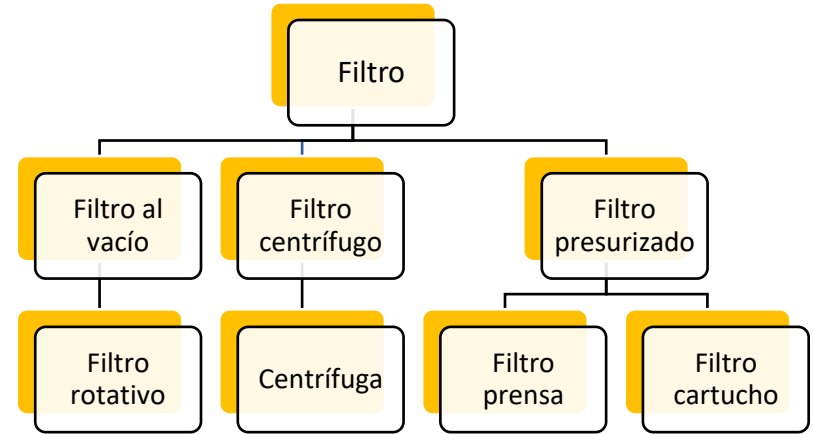
- La filtración y microfiltración (MF) son esencialmente el mismo proceso separados convencionalmente por un diámetro de partículas de $\sim 10 \mu m$; es la separación de partículas sólidas de una suspensión mediante el paso del fluido a través de un medio filtrante perpendicular a éste, sobre el que se deposita el material retenido.
- El fluido puede ser un líquido o un gas y la corriente valiosa puede ser el fluido, el material retenido, ambos productos. O ninguno.
- La filtración convencional es una operación que se utiliza ampliamente en la industria química tradicional, donde es necesaria la separación de partículas de mayor tamaño. Para éstas, no son necesarias membranas y se emplean telas filtrantes con tamaños de poro considerablemente grandes. Incluso hay procesos (levadura, cerveza), en lo que se emplean telas filtrantes, cuando estaría indicado el uso de membranas. Sin embargo, esto requiere el uso de co-ayudantes de filtrado.



Filtración *dead-end* convencional Clasificación según configuración de la fuerza impulsora (diferencia de presión)

El fluido circula a través del medio filtrante en virtud de una diferencia de presión a través del medio. Por lo tanto, los filtros se clasifican en función de este aspecto en:

- Filtros que operan con presión superior al ambiente en el afluente del medio filtrante. La mayor presión se genera por acción de la fuerza de gravedad actuando sobre una columna de líquido, o por medio de una bomba o soplador, o bien por medio de fuerza centrífuga.
- Filtros que operan con presión ambiente en el afluente del medio filtrante y a vacío en el efluente.

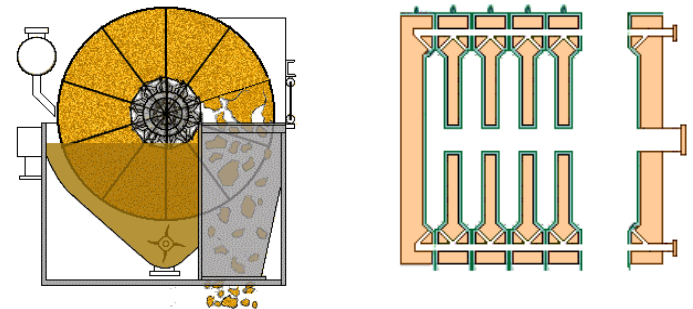
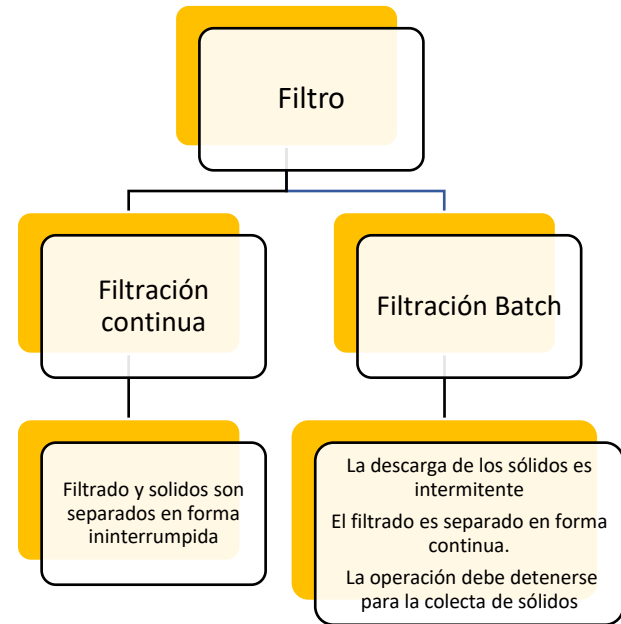


Filtración *dead-end* convencional Clasificación según modo de operación

Pueden ser también continuos o discontinuos, dependiendo de que la descarga de los sólidos filtrados se realice de forma continua o intermitente.

Durante buena parte del ciclo de operación de un filtro discontinuo, el flujo del fluido a través del mismo es continuo, interrumpiéndose periódicamente para permitir la descarga de los sólidos acumulados.

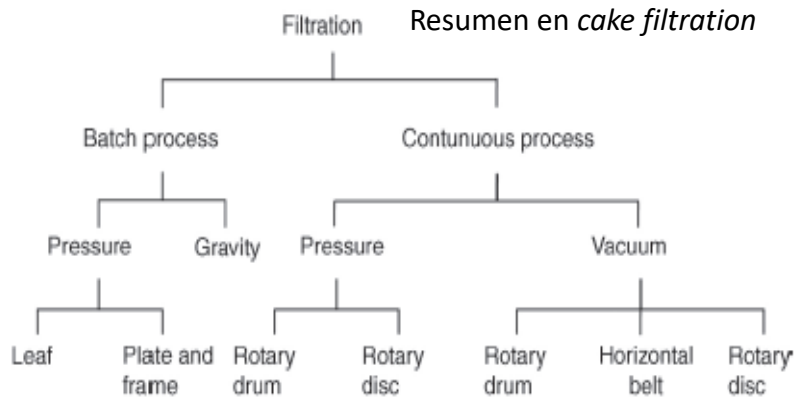
En un filtro continuo la descarga de los sólidos y del fluido se realiza de forma ininterrumpida mientras el equipo se encuentra en operación



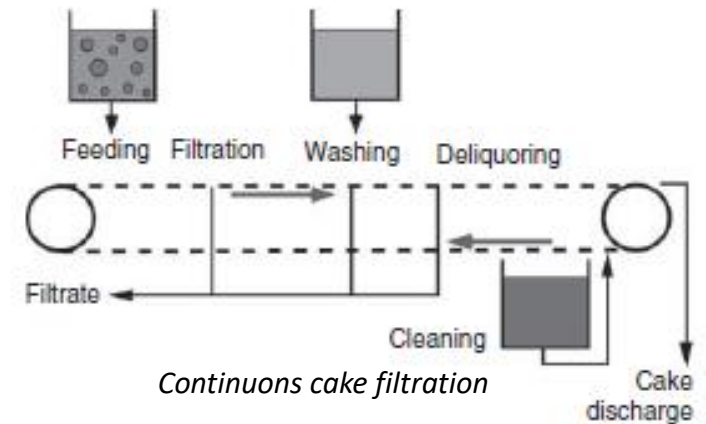
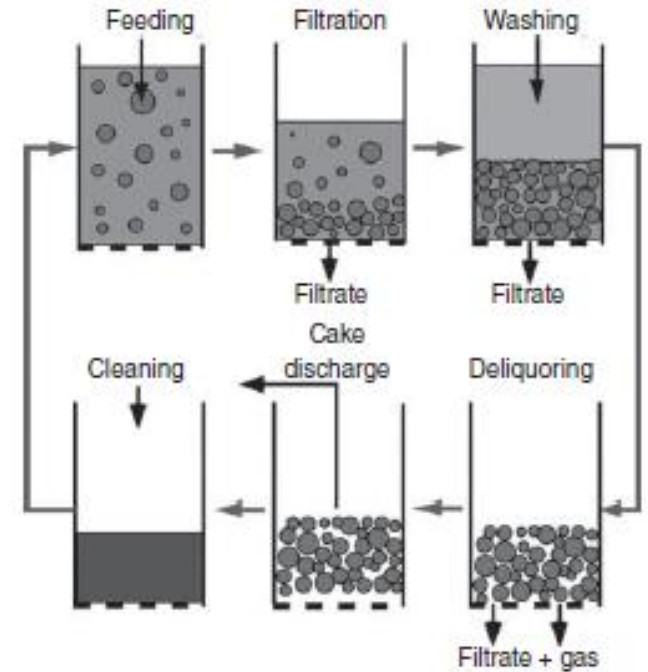
Filtración *dead-end* convencional Filtración en torta *cake filtration*

Operaciones

- Alimentación del equipo de filtración con la suspensión
- Formación de una torta bajo la influencia de una diferencia de presión por encima y por debajo del medio de filtración.
- Lavado de la torta para eliminar las sustancias solubles en el líquido, que todavía están presentes en la torta húmeda.
- Dilución para desplazar más líquido de su estructura porosa.
- Descarga de torta

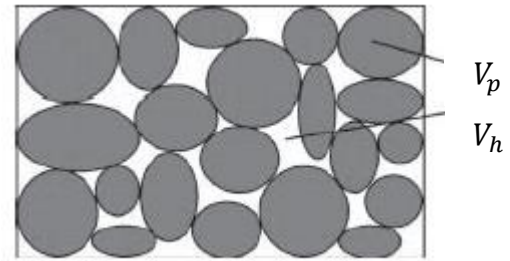


Batch cake filtration



Continuons cake filtration

Filtración en torta *cake filtration* , porosidad, balance de masa



$$\varepsilon_c = \frac{\text{Volumen huecos cake } (V_h = V_f)}{\text{Volumen cake}} \rightarrow 1 - \varepsilon_c = \frac{\text{Volumen de partículas torta } (V_s)}{(V_h + V_s)}$$

Relación entre la masa de la torta y la concentración de sólidos en la suspensión (balance de masa)

$m_{s,c} = \rho_s(1 - \varepsilon_c)AL_F$ es la masa seca de sólidos en la torta en el tiempo θ ; AL_F volumen cake.

$$m_{s,slurry} + m_{f,slurry} = m_{s,c} + (\varepsilon_c AL_F + V_F)\rho$$

en la suspensión (*slurry*) C_w o w_j : fracción másica de sólidos

$$C_w = \frac{m_{s,slurry}}{m_{s,slurry} + m_{f,slurry}} \quad 1 - C_w = \frac{m_{f,slurry}}{m_{s,slurry} + m_{f,slurry}}$$

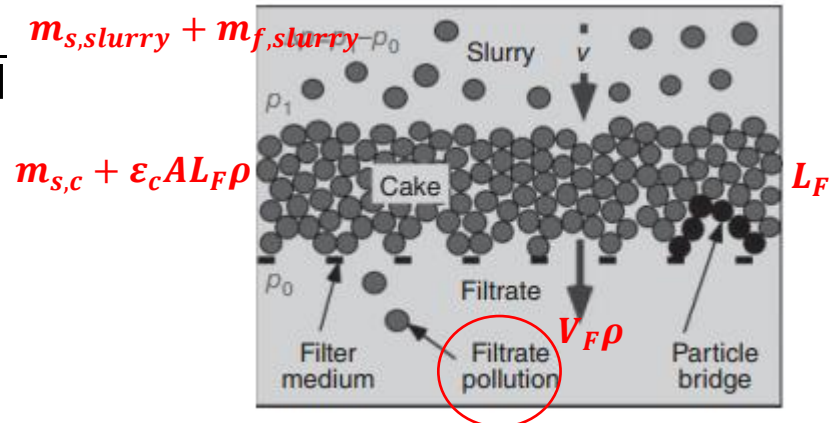
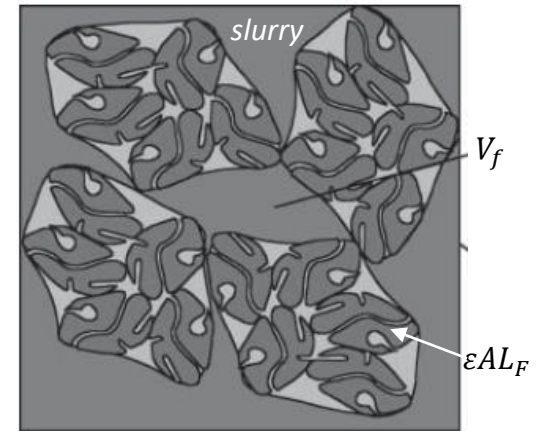
$$m_{s,cake} = m_{s,slurry} = m_s$$

$$C_w = \frac{m_{s,slurry}}{m_{s,c} + (\varepsilon_c AL_F + V_F)\rho} \rightarrow \frac{C_w}{1 - C_w} = \frac{m_{s,c}}{[\varepsilon_c AL_F \rho + V_F \rho]}$$

$$\frac{C_w}{1 - C_w} [\varepsilon_c AL_F \rho + V_F \rho] = m_{s,c}$$

$$\varepsilon_c AL_F \rho = \frac{V_f}{V_{cake}} V_{cake} \frac{m_f}{V_f} = m_{f,c}$$

$m_{f,c}$: masa de fluido atrapada en el cake

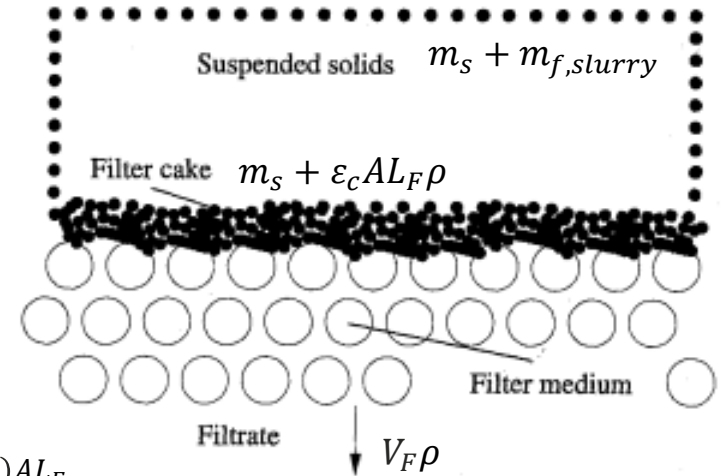


Filtración en torta *cake filtration*, humedad y densidad de partículas del *cake*

Humedad del cake

$$h: \frac{m_{f,c}}{m_{f,c} + m_{s,c}} \quad \mathcal{H} = \frac{m_{f,c} + m_{s,c}}{m_{s,c}} = \frac{1}{1-h}$$

$\mathcal{H} = 1$ ($h = 0$) no existe fluido ocluido en el cake



$$m_{s,c} = \rho_s (1 - \epsilon_c) A L_F$$

Densidad de partículas del cake

$$C_{pV} = \frac{m_{s,c}}{V_c} = \frac{m_{s,c}}{V_{s,c} + V_{f,c}} = \rho_s (1 - \epsilon_c)$$

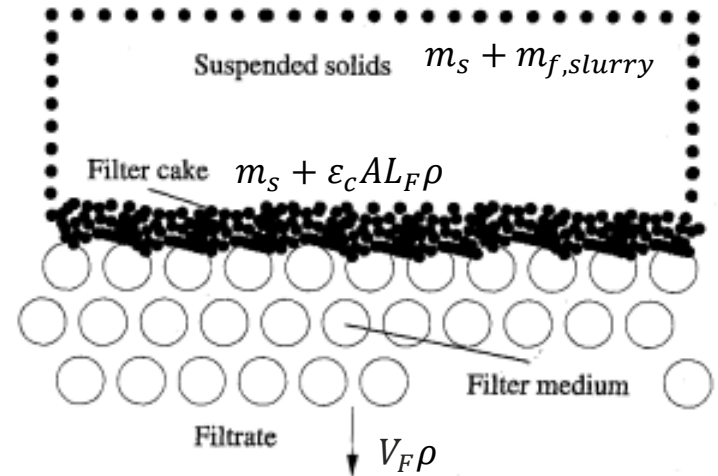
$$C_{pV} = \frac{m_{s,c}}{V_{s,c} + V_{f,c}} = \frac{\frac{m_{s,c}}{\rho_s}}{\frac{m_{s,c}}{\rho_s} + \frac{m_{f,c}}{\rho}} \rightarrow m_{f,c} = m_{s,c} \frac{\rho}{C_{pV}} \left(1 - \frac{C_{pV}}{\rho_s} \right)$$

$$\mathcal{H} = \frac{m_{s,c} + m_{f,c}}{m_{s,c}} = \frac{m_{s,c} + m_{s,c} \frac{\rho}{C_{pV}} \left(1 - \frac{C_{pV}}{\rho_s} \right)}{m_{s,c}} \Rightarrow \mathcal{H} = 1 + \rho \left(\frac{1}{C_{pV}} - \frac{1}{\rho_s} \right)$$

Filtración en torta *cake filtration*, humedad del *cake*, consistencia

$$\mathcal{H} = \frac{m_{f,c} + m_{s,c}}{m_{s,c}} = \frac{1}{1-h}$$

$$\mathcal{H} - 1 = \frac{m_{f,c}}{m_{s,c}} \rightarrow m_{f,c} = (\mathcal{H} - 1)m_{p,c}$$



$$m_s = \frac{C_w}{1 - C_w} [\epsilon_c AL_F \rho + V_F \rho] \rightarrow m_s = \frac{C_w}{1 - C_w} [m_{f,c} + V_F \rho] \rightarrow m_s = \frac{C_w}{1 - C_w} [(\mathcal{H} - 1)m_s + V_F \rho]$$

C : Consistencia $\left[\frac{\text{masa de partículas}}{\text{Volumen filtrado}} \right]$

$$m_s = \frac{C_w \rho}{1 - C_w \mathcal{H}} V_F \rightarrow C = \frac{m_s}{V_F} = \frac{C_w \rho}{1 - C_w \mathcal{H}} \quad C : \text{masa de sólido seco depositada por unidad de volumen de filtrado}$$

$$C V_F = m_s \quad m_s = \rho_s (1 - \epsilon_c) A L_F \quad \Rightarrow \quad C V_F = \rho_s (1 - \epsilon_c) A L_F \quad C \text{ es constante si } \epsilon \text{ es constante}$$

relación entre altura de torta con el volumen de filtrado $\frac{C}{\rho_s (1 - \epsilon_c) A} V_F = L_F$

Nota: m_s (o L_F) y V_F se modifican con el tiempo de filtrado, θ . $V_F = \phi(\theta)$

Filtración en torta *cake filtration*, Caída de Presión, ecuación de Darcy

Los conceptos desarrollados en el estudio del comportamiento de un fluido en un lecho empacado con un material particulado son aplicables a la filtración en torta

$$Q_{vF} = \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right)$$

$$\frac{Q_{vF}}{A} = u = \frac{k_{perm}}{\mu} \left[\frac{\Delta P_F}{L_F} \right] \Rightarrow \Delta P_F = \left[\frac{1}{k_{perm}} \right] \mu L_F \left(\frac{Q_{vF}}{A} \right)$$

$\alpha_L m^{-2}$: resistencia específica cake

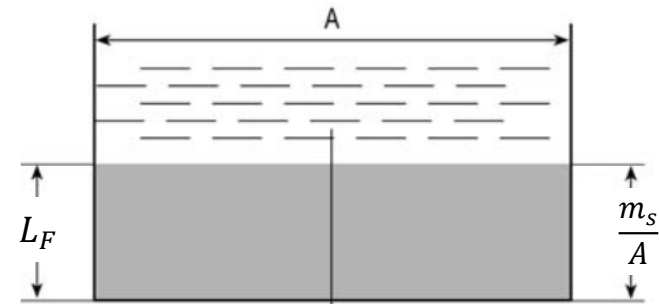
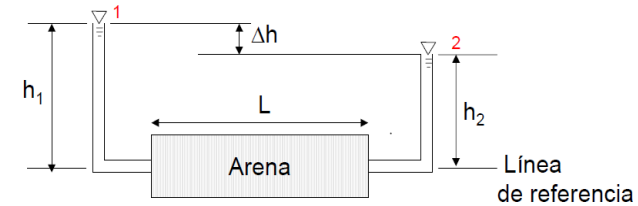
$$\Delta P_F = \alpha_L \mu L_F \left(\frac{Q_{vF}}{A} \right) \quad Pa = \frac{1}{m^2} \frac{kg}{m \cdot s} m \frac{m^3}{s} \frac{1}{m^2}$$

L_F (espesor de filtrado) está asociado a la masa de la torta por unidad de área de filtrado

$$L_F C_{pV} = L_F \frac{m_s}{V_{cake}} = L_F \frac{m_s}{L_F A} = \frac{m_s}{A}$$

$\alpha_m = \frac{\alpha_L}{C_{pV}} m \cdot kg_s^{-1}$: resistencia específica cake

$$\Delta P_F = \alpha_L \mu L_F \left(\frac{Q_{vF}}{A} \right) = \left(\frac{\alpha_L}{C_{pV}} \right) \mu \left(\frac{m_s}{A} \right) \left(\frac{Q_{vF}}{A} \right) \Rightarrow \Delta P_F = \alpha_m \mu \frac{m_s}{A} \left(\frac{Q_{vF}}{A} \right) \quad Pa = \frac{m}{kg_p} \frac{kg}{m \cdot s} \frac{kg_p m^3}{m^2} \frac{1}{s} \frac{1}{m^2}$$



$$\frac{Q_{vF}}{A} = u = \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right)$$

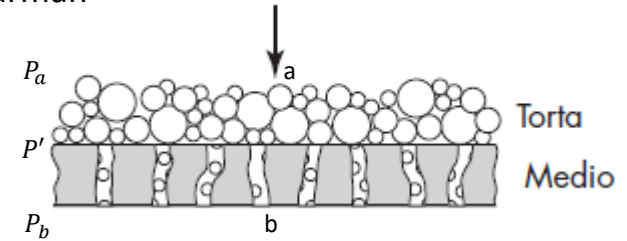
Filtración en torta *cake filtration*, Caída de Presión, ecuación de Kozeny -Carman

En la filtración en torta el líquido pasa a través de dos resistencias en serie: la de la torta y la del medio filtrante; esta última puede ser mucho menor a la primera

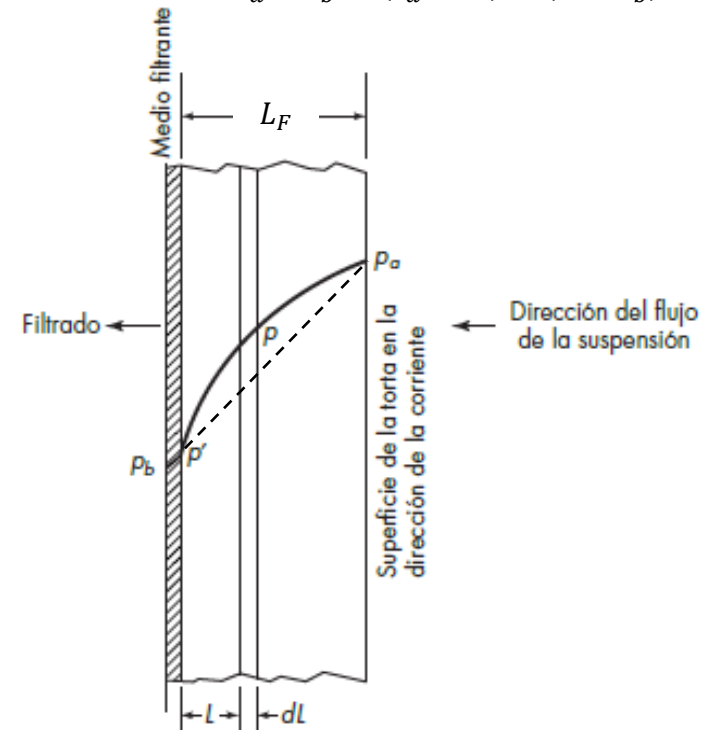
A un dado tiempo θ el espesor de la torta es L_F ; área de filtrado A ; Considerar a una cierta distancia de la superficie del cake, el elemento dL_F , el que se encuentra una dP_F ; a través de esta delgada capa de partículas, fluye el filtrado; en un lecho filtrante la velocidad superficial u es lo suficientemente baja para asegurar que el flujo es laminar y la caída de presión por unidad de longitud $\frac{dP_F}{dL_F}$ (la cual puede ser constante o no) es determinada por la ecuación de Kozeny - **Carman**

$$\frac{dP_F}{dL_F} = k\mu \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{1}{D_{SV}^2} \right] u \quad \text{Ecuación de Kozeny - Carman } Re_m \leq 2$$

$k = \phi(\varepsilon_B) \approx 180$



$$\Delta P = P_a - P_b = (P_a - P') + (P' - P_b)$$



Filtración en torta *cake filtration*, Caída de Presión, ecuación de Kozeny -Carman

Supone ε_c constante

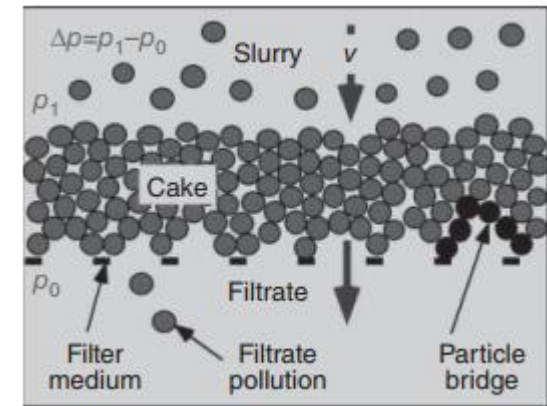
$$\frac{dP_F}{dL_F} = k\mu \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{1}{D_{SV}^2} \right] \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} \rightarrow dP_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) dL_F \rightarrow \Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) L_F$$

k parámetro que depende de las características del sistema particulado D_{SV} y de la ε .

Si ρ_s es la densidad de la partícula, $dm_s = \rho_s(1 - \varepsilon_c)AdL_F$ es la masa de partículas presentes en el volumen de torta AdL_F y $dL_F = dm_s/\rho_s(1 - \varepsilon_c)A$.

$$dP_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] u dL_F \rightarrow dP_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] u \frac{dm_s}{\rho_s(1 - \varepsilon_c)A}$$

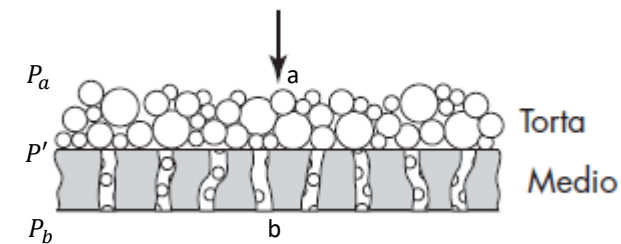
$$dP_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s A \varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] u dm_s$$



Torta incompresible (ε_c constante) Evaluación de la caída de presión en la torta ΔP_{cake}

$$dP_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s \varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{u}{A} dm_s \rightarrow \int_{P_I}^{P_a} dP_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s \varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{u}{A} \int_0^{m_s} dm_s$$

$$P_a - P' = \Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s \varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{m_s}{A} u \rightarrow \Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s \varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{m_s}{A} u$$



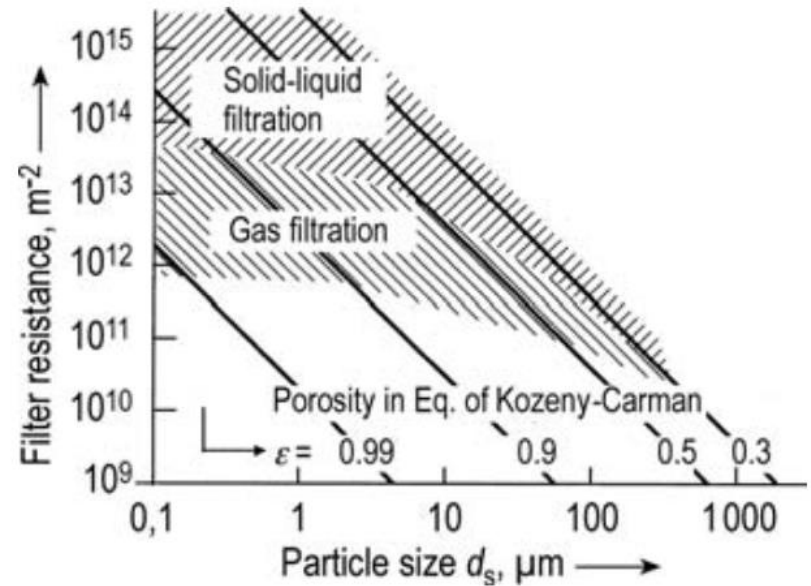
$$\Delta P = P_a - P_b = (P_a - P') + (P' - P_b)$$

Filtración en torta *cake filtration*, Caída de Presión, ecuación de Kozeny –Carman, incompresible y compresible

$\alpha_L \text{ m}^{-2}$: resistencia específica cake

$$\Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)^2}{\varepsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) L_F = \alpha_L \mu L_F \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right)$$

donde V_F es el volumen de filtrado que pasó en el tiempo θ , A es el área de la sección transversal total de la torta de filtración, u es la velocidad superficial del filtrado, L_F es el espesor de la torta, D_{SV} es el diámetro de Sauter de las partículas, ε_c es la porosidad, μ es la viscosidad del filtrado, ΔP_F es la caída de presión (o la diferencia de presión aplicada), C consistencia.



$$C = \frac{m_s}{V_F} \rightarrow m_s = CV_F$$

$\alpha_m \text{ m. kg}_p^{-1}$: resistencia específica cake

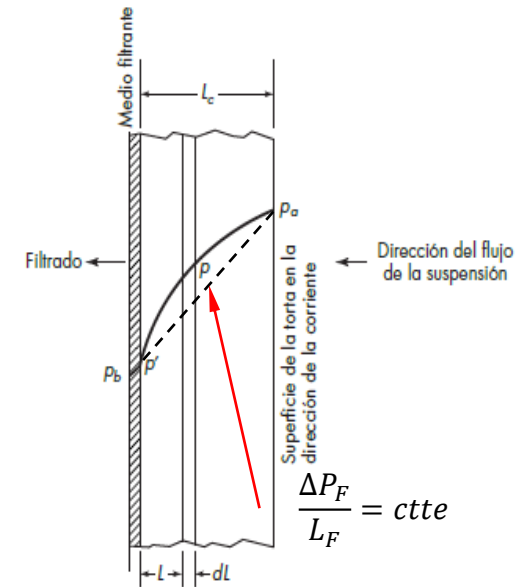
$$\Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s \varepsilon_c^3 D_{SV}^2} \right] \mu \frac{m_s}{A} u \rightarrow \Delta P_F = \alpha_m \mu \left(\frac{m_s}{A} \right) \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) \rightarrow \Delta P_F = \alpha_m \mu CV_F \frac{1}{A^2} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right)$$

Filtración en torta *cake filtration*, Caída de Presión, torta incompresible y compresible

El comportamiento de las tortas se divide en : tortas incompresibles (ϵ_c constante) y compresibles.

En una torta incompresible, la **resistencia al flujo (asociado a la porosidad ϵ_c)** en un volumen dado de torta no se ve afectada por la diferencia de presión a través de la torta o por la velocidad de deposición del material.

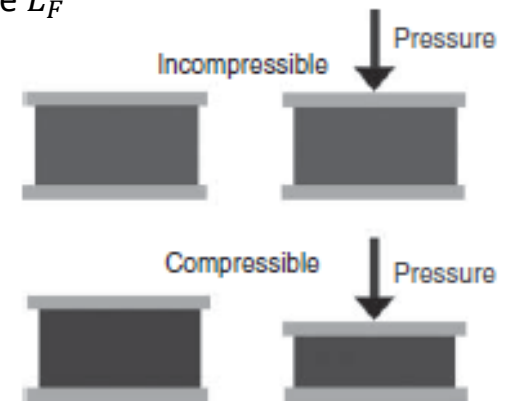
En una torta compresible, el aumento de la diferencia de presión o del caudal provoca la formación de una torta más densa y con mayor resistencia.



Torta incompresible $\epsilon_c = ctte$ partículas rígidas e individuales ΔP_F función lineal de L_F

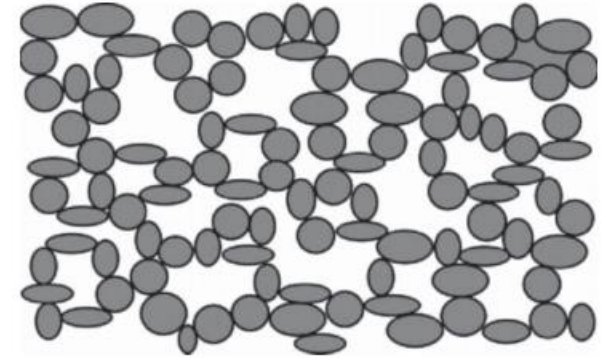
$\alpha_L m^{-2}$: resistencia específica cake

$$\Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \epsilon_c)^2}{\epsilon_c^3} \frac{\mu}{D_{SV}^2} \right] \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) L_F = \alpha_L \mu L_F \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right)$$



Filtración en torta *cake filtration*, Caída de Presión, torta incompresible y compresible

Torta compresible $\epsilon_c = \phi(L)$ partículas: flóculos, aglomerados, la resistencia depende de sus propiedades. En una torta compresible, ϵ_c varía con la distancia del medio filtrante, puesto que la torta más cercana al medio filtrante está sujeta a la mayor fuerza compresiva y tiene la fracción de espacios vacíos mínima. Esto hace que el gradiente de presión $\frac{dP_F}{dL_F}$ no sea constante.



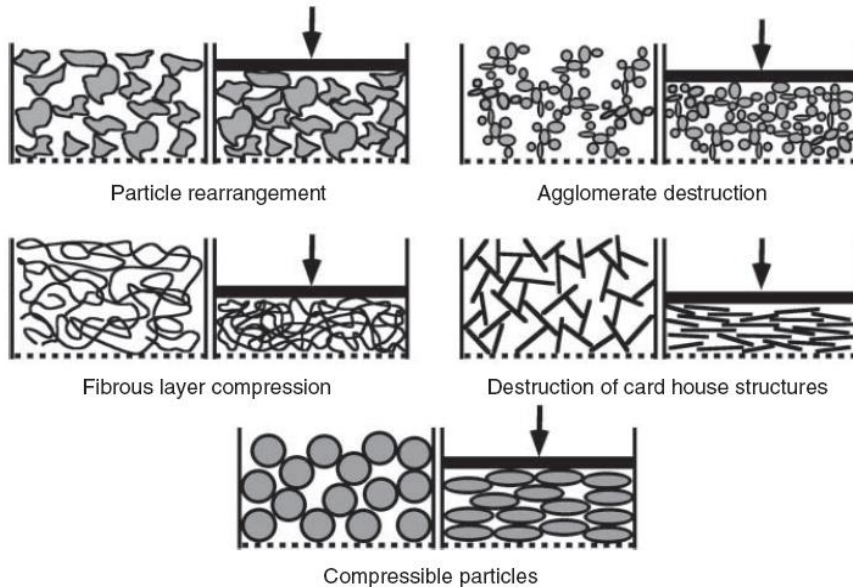
Interacción de van der Waals

The role of porosity in filtration: Part V. Porosity variation in filter cakes

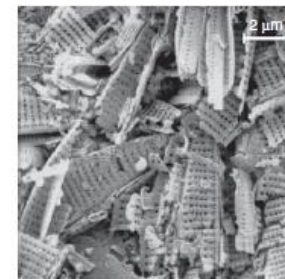
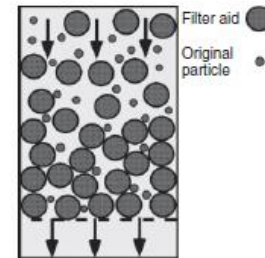
F. M. Tiller, Harrison Cooper



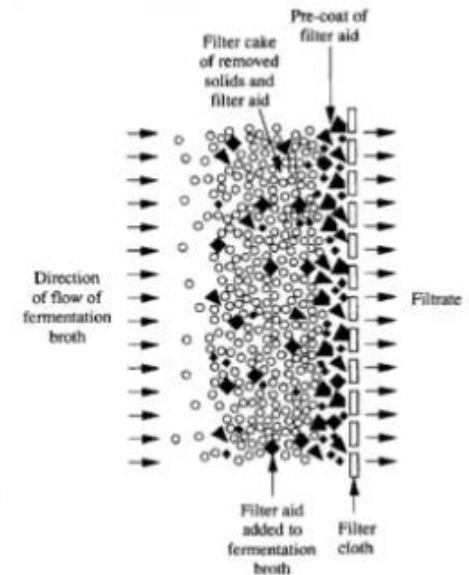
Origen de la compresibilidad



coadyuvante de filtración



tierra de diatomeas



Filtración en torta *cake filtration*, Resistencia R_{cake} , torta incompresible

$$\Delta P_{cake} = \Delta P_F = k \left[\frac{(1 - \varepsilon_c)}{\rho_s \varepsilon_c^3 D_{SV}^2} \right] \mu \frac{m_s}{A} u \rightarrow \Delta P_{cake} = \alpha_m \mu \left(\frac{m_s}{A} \right) \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) \frac{1}{A} \frac{dV_F}{d\theta}$$

velocidad de flujo específica o velocidad de filtración

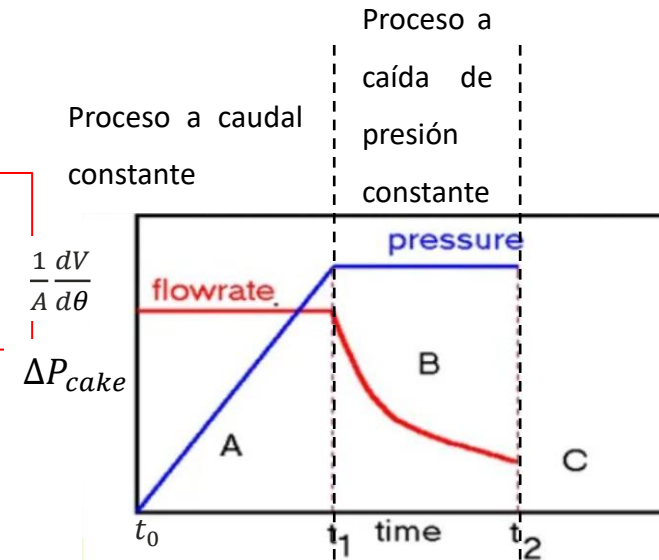
α_m $m \cdot kg_p^{-1}$ **resistencia específica**; es función de la porosidad y de las propiedades de la partícula; es independiente de ΔP_{cake} para tortas incompresibles.

Caudal constante: período t_0 a t_1

Presión constante: período t_1 a t_2

En el transcurso de la operación de filtración m_s aumenta.

Si $\Delta P_{cake} = ctte$, $u = \frac{1}{A} \frac{dV_F}{d\theta}$ disminuye; si $u = \frac{1}{A} \frac{dV_F}{d\theta} = ctte$, ΔP_{cake} aumenta



$$\Delta P_{cake} = \alpha_m \mu \left(\frac{m_s}{A} \right) \frac{1}{A} \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) \Rightarrow \Delta P_{cake} = \alpha_m \frac{\mu}{A} \left(\frac{CV_F}{A} \right) \left(\frac{dV_F}{d\theta} \right) \Rightarrow \Delta P_{cake} = R_{cake} \left(\frac{u V_F}{d\theta} \right)$$

también

$$R_{cake} = \alpha_m \frac{\mu}{A} \left(\frac{CV_F}{A} \right) \left[\frac{m}{kg_p} \right] \left[\frac{kg}{m \cdot s} \right] \left[\frac{1}{m^4} \right] [m^3] \left[\frac{kg_p}{m^3} \right] \equiv \left[\frac{kg}{m^4 \cdot s} \right] \quad R'_{cake} = \alpha_m \frac{CV_F}{A} \left[\frac{m}{kg} \right] [m^3] \left[\frac{kg}{m^3} \right] \left[\frac{1}{m^2} \right] \equiv \left[\frac{1}{m} \right]$$

$$R_{cake} = \frac{\mu}{A} R'_{cake} \Rightarrow \Delta P_{cake} = R'_c \frac{\mu}{A} \frac{dV}{d\theta}$$

$$R_{cake} = \frac{\mu \alpha_m V_F C}{A} [kg \cdot m^{-4} \cdot s^{-1}]$$

$$R'_{cake} = \alpha \frac{V_F C}{A} [m^{-1}]$$

Filtración en torta *cake filtration*, Resistencia R_{cake} , torta compresible

En general el valor de α_m no permanece constante a lo largo del proceso de filtración, ya que tanto D_{SV} como ε_c dependen de la presión aplicada sobre las partículas que forman la torta y del grado de floculación de la suspensión.

Puede determinarse experimentalmente para $\alpha_m = \phi(\Delta P) = \alpha_0(\Delta P)^s$ o $\alpha_m = \phi(\Delta P) = \alpha_1 + \alpha_2(\Delta P)^s$; si la torta fuera idealmente incompresible, el exponente de compresibilidad de torta $s = 0$; en la práctica $0,2 \leq s \leq 0,8$; el valor inferior aplica a filtración en presencia de coadyuvantes y el superior para tortas altamente compresibles como los hidróxidos.

$$R_{cake} = \frac{\mu}{A} \frac{\alpha_m V_F C}{A} = \frac{\mu}{A} \frac{\alpha_0 (\Delta P)^s V_F C}{A} [kg \cdot m^{-4} \cdot s^{-1}] \quad \text{también} \quad R'_{cake} = \alpha_0 (\Delta P)^s \frac{V_F C}{A} [m^{-1}]$$

Filtración en torta *cake filtration*, Resistencia del medio filtrante R_m

Por analogía a la resistencia de la torta $R_{cake} = \frac{\mu \alpha_m V_F C}{A} [kg \cdot m^{-4} \cdot s^{-1}]$

$$R_m = \frac{\mu \alpha_m V'_F C}{A} = \frac{\mu \alpha_m (L'_f A) C}{A} = \frac{\mu}{A} \alpha_m L'_f C [kg \cdot m^{-4} \cdot s^{-1}]$$

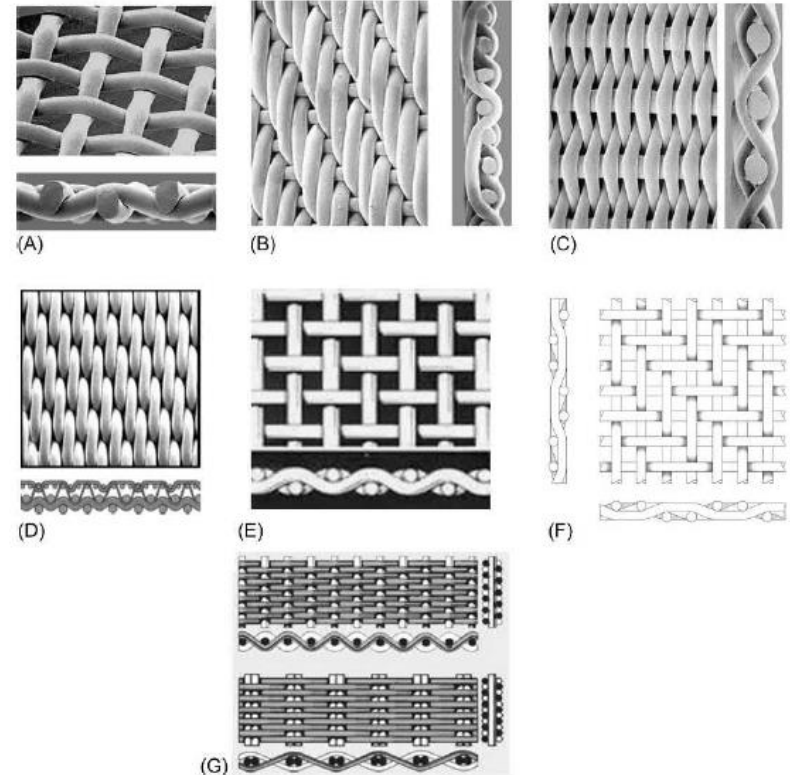
$V'_F = L'_f A$ es un volumen ficticio de filtrado necesario para formar una torta hipotética que ofrece la misma resistencia que el medio filtrante. L'_f espesor ficticio de una torta hipotética que ofrece la misma resistencia que el medio filtrante.

también

$$R'_m = \alpha_m L'_f C \left[\frac{m}{kg} \right] [m] \left[\frac{kg}{m^3} \right] \equiv \left[\frac{1}{m} \right] \quad R_m = \frac{\mu}{A} R'_m$$

$$[Pa] \Delta P_m = R_m \frac{dV_F}{d\theta} \quad [Pa] \Delta P_m = \frac{\mu}{A} R'_m \frac{dV_F}{d\theta}$$

R_m (R'_m) puede variar en el tiempo por obstrucción. Su valor se determina experimentalmente.



Filtración en torta *cake filtration*, caída de presión total, ecuación diferencial de diseño

Caída de presión total

$$\Delta P = \Delta P_{cake} + \Delta P_m = R_{cake} \frac{dV_F}{d\theta} + R_m \frac{dV_F}{d\theta} = (R_c + R_m) \frac{dV_F}{d\theta}$$

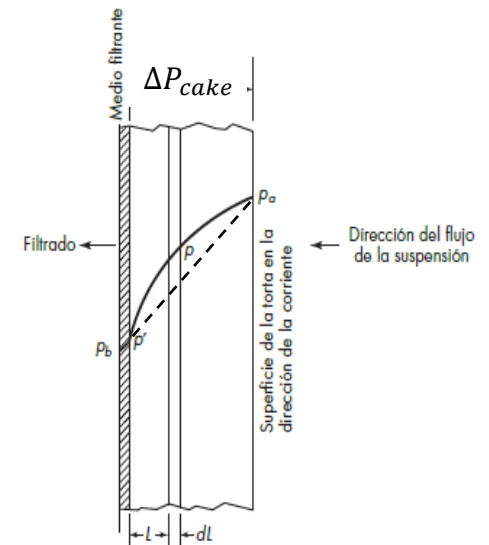
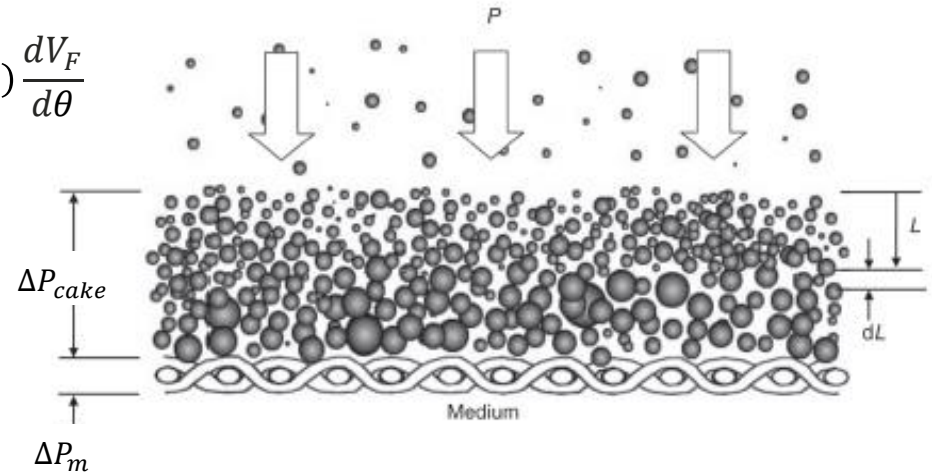
$$\Delta P = (R_{cake} + R_m) \frac{dV_F}{d\theta} = \mu(R'_{cake} + R'_m) \frac{dV_F}{d\theta} \frac{1}{A}$$

Ecuación diferencial de diseño

$$J = \frac{dV_F}{d\theta} \frac{1}{A} = \frac{\Delta P}{\mu(R'_{cake} + R'_m)} \quad \left[\frac{m^3}{s} \frac{1}{m^2} \equiv \frac{m}{s} \right]$$

$$\frac{dV_F}{d\theta} = \frac{1}{(R'_{cake} + R'_m) \mu} \frac{A}{\mu} \Delta P \quad R'_{cake} = \alpha_0 (\Delta P)^s \frac{V_F C}{A} \quad R'_m = \alpha_0 (\Delta P)^s L'_f C$$

El caudal $\frac{dV_F}{d\theta}$ al que se obtiene un filtrado es gobernado por la naturaleza de la materia en suspensión y las condiciones físicas de la operación. $\frac{dV_F}{d\theta}$ es inversamente proporcional a la resistencia combinada de la torta y el medio filtrante, a la viscosidad del filtrado y directamente proporcional al área filtrante disponible y a la fuerza impulsora debido a la diferencia de presión.



Filtración en torta *cake filtration*, integración de la ecuación diferencial de diseño

$$\frac{dV_F}{d\theta} = \text{constante} = \frac{V_F}{\theta}$$

$$\alpha_m = \alpha_0(\Delta P)^s$$

$$R'_{cake} = \alpha_0(\Delta P)^s \frac{V_F C}{A} \quad R'_m = \alpha_0(\Delta P)^s L'_f C$$

$$\frac{dV_F}{d\theta} = \frac{1}{(R'_{cake} + R'_m) \mu} \frac{A}{\Delta P}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_F}{d\theta} = \frac{A \Delta P}{\mu \left(\alpha_0(\Delta P)^s \frac{V_F C}{A} + \alpha_0(\Delta P)^s L'_f C \right)} \Rightarrow \frac{dV_F}{d\theta} = \frac{A \Delta P}{\mu \alpha_0(\Delta P)^s \left(\frac{V_F C}{A} + L'_f C \right)}$$

$$\frac{dV_F}{d\theta} = \frac{A^2 (\Delta P)^{1-s}}{\alpha_0 \mu C (V_F + L'_f A)}$$

Si la torta es incompresible ($\alpha_0 = \alpha_m$ y $s = 0$) $\alpha_m = \alpha_0(\Delta P)^s$

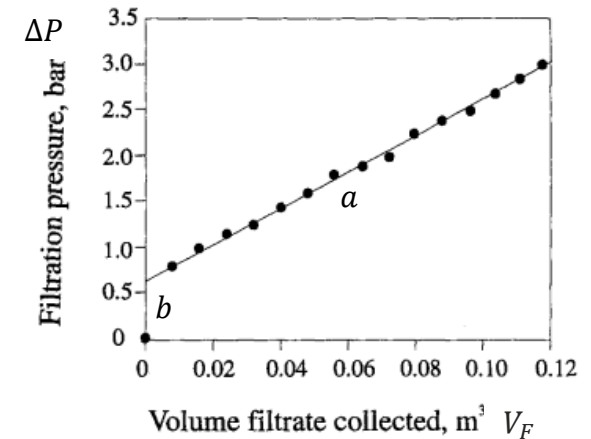
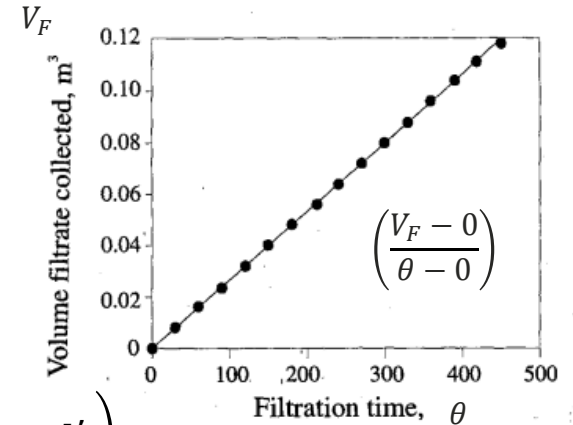
$$\frac{dV_F}{d\theta} = \frac{A^2 (\Delta P)}{\alpha_m \mu C (V_F + L'_f A)} \Rightarrow \Delta P = \frac{1}{A} \frac{dV_F}{d\theta} \alpha_m \mu C \left(\frac{V_F}{A} + L'_f \right)$$

$$\Delta P = \frac{1}{A} \left(\frac{V_F}{\theta} \right) \alpha_m \mu C \left(\frac{V_F}{A} + L'_f \right) \Rightarrow \Delta P = \phi(V_F) = \frac{\alpha_m \mu C}{A^2 \theta} \left(\frac{V_F}{\theta} \right) V_F + \left(\frac{1}{A} \left(\frac{V_F}{\theta} \right) \alpha_m \mu C L'_f \right)$$

$$\Delta P = \phi(V_F) \Rightarrow \Delta P = aV_F + b$$

V_F es el volumen acumulado de filtrado transcurrido un tiempo θ

ecuación aplicable al diseño de Filtros Batch



Filtración en torta *cake filtration*, integración de la ecuación diferencial de diseño

$$\Delta P = \text{constante}$$

ΔP constante torta incompresible

$$\frac{dV_F}{d\theta} = \frac{1}{(R'_{cake} + R'_m)} \frac{A}{\mu} \Delta P$$

$$R'_{cake} = \alpha_0 (\Delta P)^s \frac{V_F C}{A} \quad R'_m = \alpha_0 (\Delta P)^s L'_f C$$

$$\frac{d\theta}{dV_F} = (R'_{cake} + R'_m) \frac{1}{\Delta P} \frac{\mu}{A} \rightarrow \frac{d\theta}{dV_F} = \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A^2} V_F + \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f \rightarrow d\theta = \left(\frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A^2} \right) V_F dV_F + \left(\frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f \right) dV_F$$

V_f es el volumen acumulado de filtrado transcurrido un tiempo t

$$\int_0^t d\theta = \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A^2} \int_0^{V_f} V_F dV_F + \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f \int_0^{V_f} dV_F \Rightarrow t = \frac{\alpha_m \mu C}{2 \Delta P A^2} V_F^2 + \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f V_F \Rightarrow 2 \frac{A^2 \Delta P}{\alpha_m \mu C} t = V_F^2 + 2(L'_f A) V_F$$

ΔP constante torta compresible

$$V_F^2 + 2(L'_f A) V_F = \frac{2A^2 (\Delta P)^{1-s}}{\alpha_0 \mu C} t$$

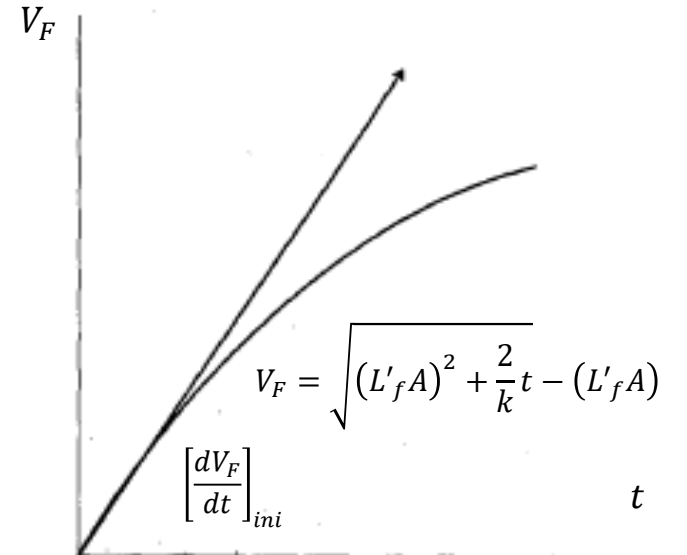
$$\alpha_m = \alpha_0 (\Delta P)^s$$

ecuación aplicable al diseño de Filtros Batch

Evolución del volumen acumulado filtrado V_f vs tiempo a ΔP constante

$$k = \frac{\alpha_m \mu C}{A^2 \Delta P} = \frac{\alpha_0 (\Delta P)^s \mu C}{A^2 \Delta P} = \frac{\alpha_0 \mu C}{A^2 (\Delta P)^{1-s}}$$

$$V_F^2 + 2(L'_f A) V_F = \frac{2}{k} t \Rightarrow V_F = \sqrt{(L'_f A)^2 + \frac{2}{k} t} - (L'_f A)$$



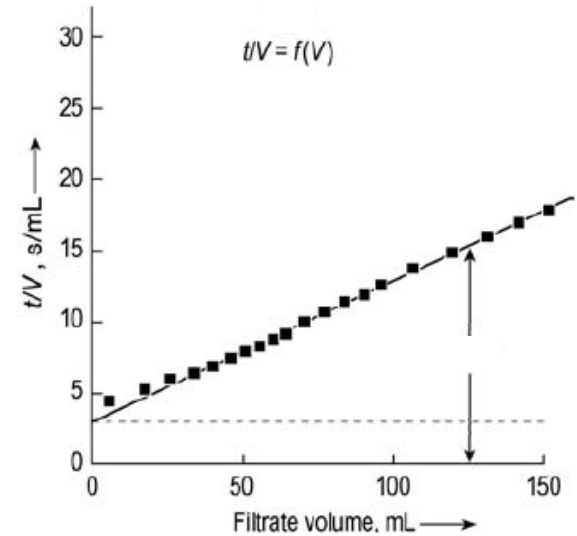
Filtración en torta cake filtration, Determinación de parámetros de filtración $\Delta P = ctte$, cake incompresible

Los parámetros α_m y L'_f suponiendo que la torta es incompresible deben ser evaluados experimentalmente, en un filtro de laboratorio o de planta piloto

$$t = \frac{\alpha_m \mu C}{2 \Delta P A^2} V_F^2 + \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f V_F \rightarrow \frac{t}{V_F} = \frac{\alpha_m \mu C}{2 \Delta P A^2} V_F + \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f$$

$t_{filtrado}$ [s]	$V_{filtrado}$ [m ³]	ΔP [bar]	Exp
t_i	V_i	ΔP	$i: 1..n$

$\frac{t}{V_F}$ presenta un comportamiento lineal respecto a V_F . A partir de información experimental como la tabulada, los parámetros son determinados con el cómputo de la pendiente y la ordenada al origen.



Filtración en torta cake filtration, Determinación de parámetros de filtración $\Delta P = ctte$, cake compresible

Los parámetros α_0 , s y L'_f deben ser evaluados experimentalmente. En condiciones usuales estas constantes son evaluadas en un filtro de laboratorio o de planta piloto. Las mismas pueden ser utilizadas para escalar a un filtro similar con quizás 100 veces el área experimental, A_{lab} . Para reducir el error de escalado las constantes deberían ser evaluadas con la misma suspensión a filtrar, el mismo medio filtrante y la misma caída de presión que el filtro a dimensionar

$$t = \frac{\alpha_m \mu C}{2 \Delta P A^2} V_F^2 + \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A} L'_f V_F \rightarrow t \Delta P \left(\frac{A}{V_F} \right) = \frac{\alpha_m \mu C}{2} \left(\frac{V_F}{A} \right) + \alpha_m \mu C L'_f \rightarrow t \Delta P \left(\frac{A}{V_F} \right) = \frac{\alpha_0 (\Delta P)^s \mu C}{2} \left(\frac{V_F}{A} \right) + \alpha_0 (\Delta P)^s \mu C L'_f$$

$$K_1 = \frac{\alpha_0 (\Delta P)^s \mu C}{2}$$

$$t \Delta P \left(\frac{A}{V_F} \right) = K_1 \left(\frac{V_F}{A} \right) + K_2 \quad K_2 = \alpha_0 (\Delta P)^s \mu C L'_f$$

$$\ln(K_1) = s \cdot \ln(\Delta P) + \ln\left(\frac{\mu \alpha_0 C}{2}\right)$$

$$\ln(K_2) = s \cdot \ln(\Delta P) + \ln(\mu C \alpha_0 L'_f)$$

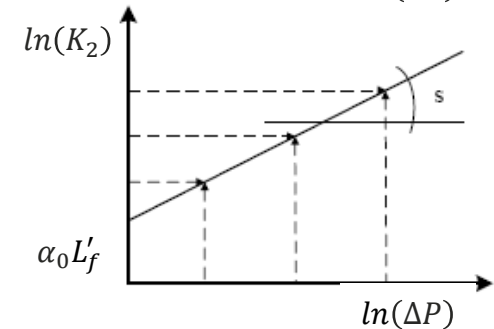
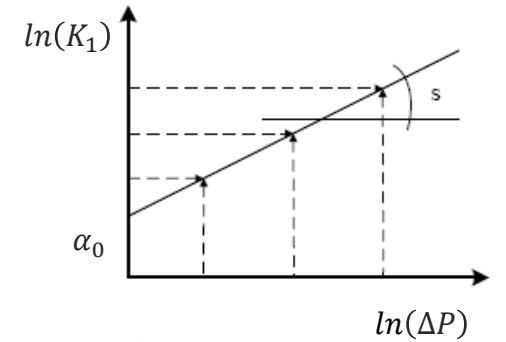
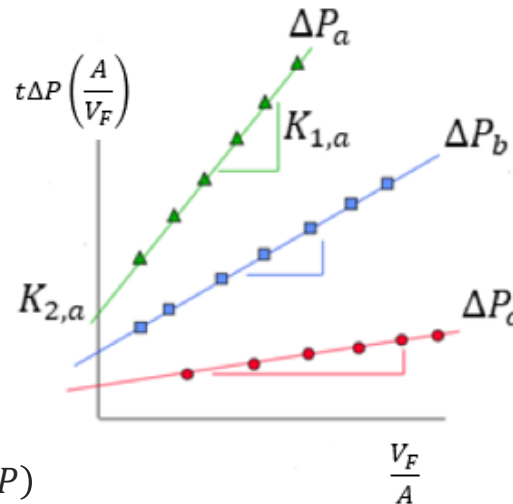
$t_{filtrado}$ [s] $V_{filtrado}$ [m³] ΔP [bar] Exp

$t_{i,a}$ $V_{i,a}$ ΔP_a $i: 1..n$

$t_{j,b}$ $V_{j,b}$ ΔP_b $j: 1..n$

$t_{k,c}$ $V_{i,c}$ ΔP_c $k: 1..n$

$t_{l,d}$ $V_{l,d}$ ΔP_d $l: 1..n$

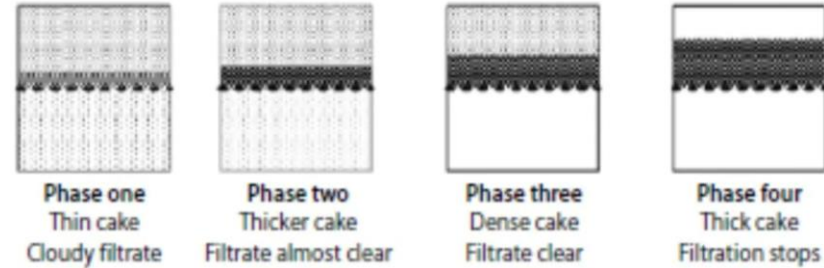


$\ln(K_1)$ y $\ln(K_2)$ son funciones lineales de $\ln(\Delta P)$

Filtración en torta *cake filtration*, Dimensionamiento Filtros discontinuos, a caída de presión constante

$$t_{op} = \frac{\alpha_m \mu C}{2A^2 \Delta P} V_F^2 + \frac{\alpha_m \mu C}{A \Delta P} L'_f V_F \Rightarrow t_{op} = \frac{\alpha_m \mu C (V_F^2 + 2AV_F L'_f)}{2A^2 \Delta P}$$

$$\alpha_m = \alpha_0 (\Delta P)^s \Rightarrow t_{op} = \frac{\alpha_0 \mu C (V_F^2 + 2AV_F L'_f)}{2A^2 (\Delta P)^{1-s}}$$



Ecuación implícita para el dimensionamiento, (determinación de A)

Si se desprecia la resistencia del medio filtrante

$$A \cong V_f \sqrt{\frac{\alpha_0 \mu C}{2t_{op} (\Delta P)^{1-s}}}$$

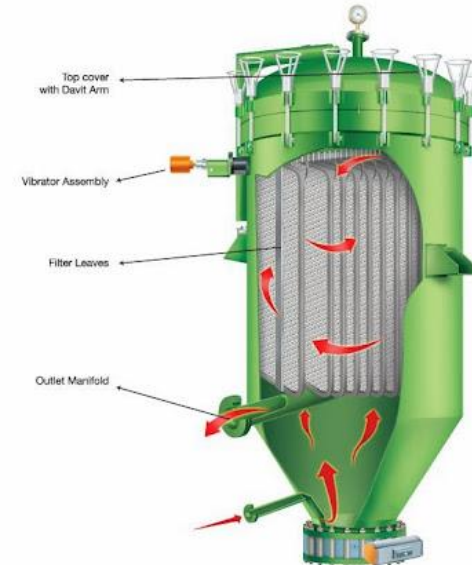
Espesor de la torta $\frac{C}{\rho_s (1 - \epsilon_c)} V_F = L_F$

$$\frac{C}{C_{pV} A} V_F = L_F$$

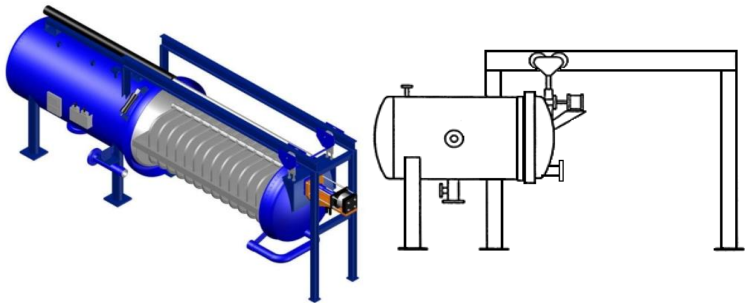
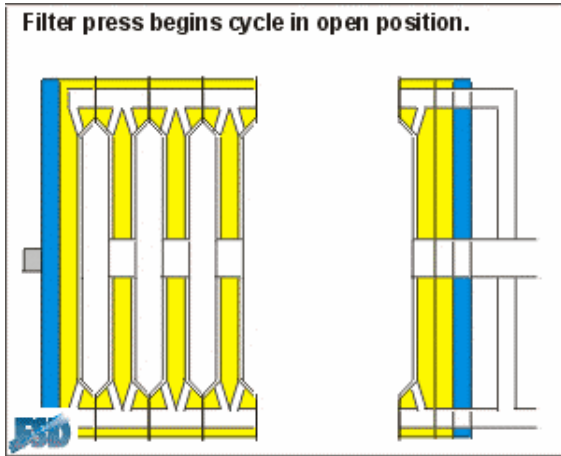
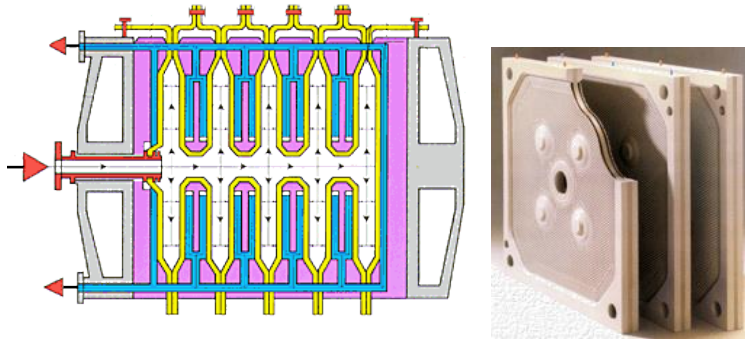
$$C_{pV} = \frac{m_p}{V_{cake}} = \frac{m_p}{V_p + V_f} = \rho_p (1 - \epsilon)$$

correspondiente a V_F en el tiempo t

Vertical Pressure Leaf Filter

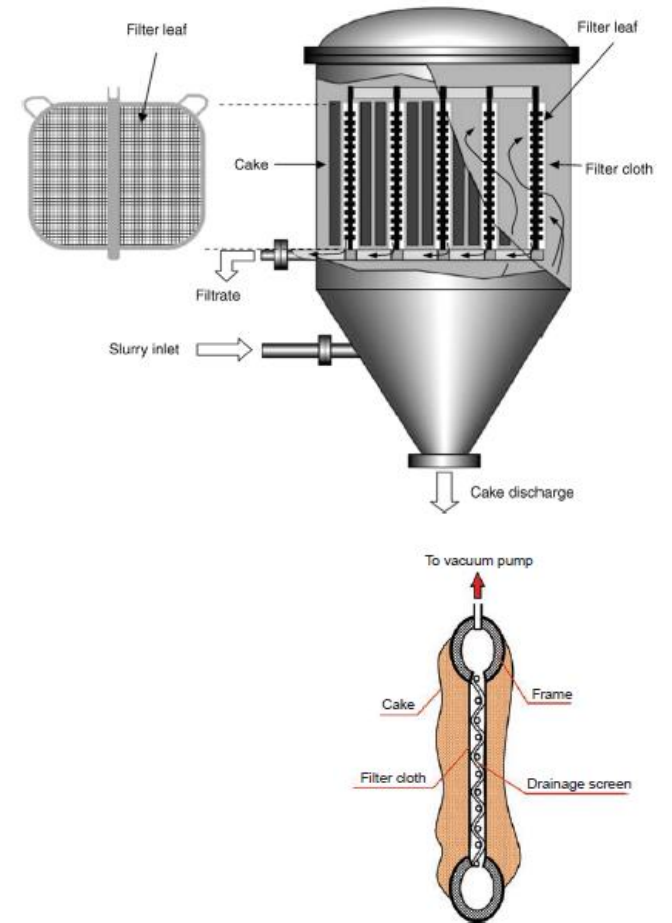


Filtración en torta *cake filtration*, filtros discontinuos
 Filtros Prensa (*plate and frame filter press*)



https://youtu.be/M4wBd1_CvNw?si=oYVON0MhnKq570vv
 How a Filter Press Works - Animation

Filtros de Hoja (*leaf filter*)



<https://youtu.be/gkMB0VaACSI?si=hetlll35PRxzNLco>
 leaf filter HF 15 124

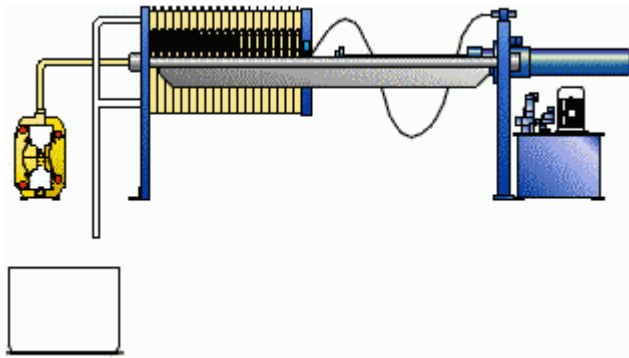
Filtración en torta *cake filtration*, filtros discontinuos, operación: lavado de torta

El lavado se efectúa sobre el mismo filtro, haciendo pasar el fluido de lavado a través del cake obtenido de la filtración. Se realiza a caudal constante $\frac{dV_F}{d\theta} = \frac{V_f}{t_{op}}$, evaluado en la etapa de operación. Un modo es siguiendo el mismo camino del filtrado. Es el caso, por ejemplo, de los filtros de hoja.

$$k = \frac{\alpha_m \mu C}{\Delta P A^2}$$

$$\frac{V_F}{t_{op}} = \frac{\Delta P A^2}{\alpha_m \mu C (V_f + L'_f A)} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_F}{t_{op}} = \frac{1}{k (V_f + V'_f)} \quad \left[\frac{V_f}{t_{op}} \right]_{lav} = \frac{1}{k (V_f + V'_f)} \quad t_{lav} = V_{lav} / \left[\frac{dV_f}{d\theta} \right]_{lav} = V_{lav} k (V_f + V'_f)$$

Capacidad de filtración en filtros de hoja $Capf = \frac{V_f}{t_{ciclo}} = \frac{V_f}{(t_{op} + t_{lav})}$

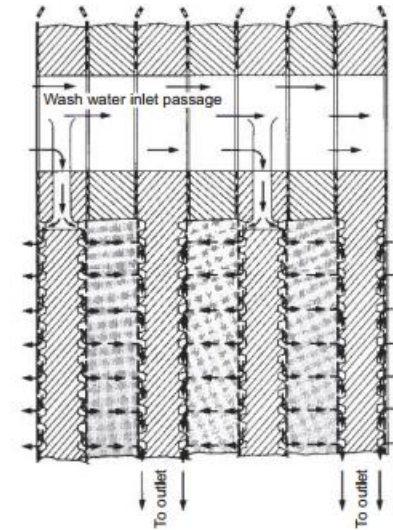
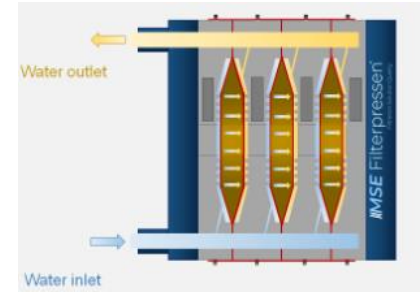


Filtración en torta *cake filtration*, filtros discontinuos, operación: lavado de torta y descarga

En el caso de en los filtros prensa, el área a través el cual fluye el líquido de lavado es la mitad de la utilizada en la filtración y el caudal es la cuarta parte del caudal de filtración V_F al término de la filtración.

$$\left[\frac{V_F}{t_{op}} \right]_{lav} = \frac{1}{k(V_f + V'_f)} \Rightarrow \left[\frac{V_F}{t_{op}} \right]_{lav,fp} = \frac{1}{4} \left[\frac{V_F}{t_{op}} \right]_{op} = \frac{1}{4k(V_F + V'_f)}$$

$$t_{lav,fp} = V_{lav} / \left[\frac{dV}{d\theta} \right]_{lav,fp} = 4V_{lav}k(V_f + V'_f)$$

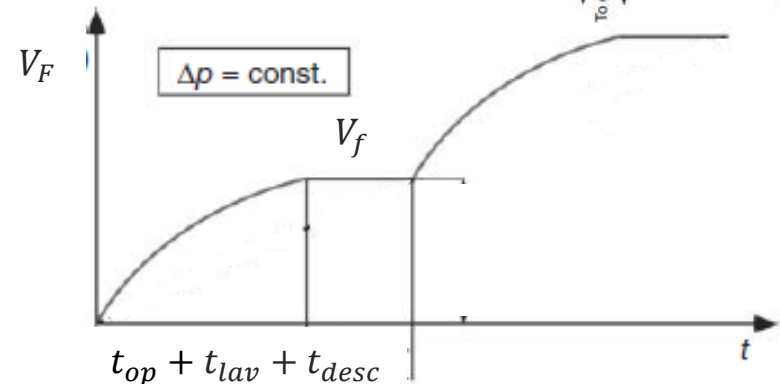


Capacidad de filtración en filtros prensa

$$Capf = \frac{V_f}{t_{ciclo}} = \frac{V_f}{(t_{op} + t_{lav} + t_{desc})}$$

Determinación del número de placas en filtros prensa

$$N_{placa} = \frac{A_f}{2 \cdot A_{placa}} - 1$$





En una planta de producción se desea llevar a cabo la filtración, a 20°C, de una suspensión de CaCO₃ cuya concentración de sólidos es 6.6 % m/m a una caída de presión constante de 2 bar en un filtro prensa modelo FP-1500 de 25 placas.

Se realiza ensayos de filtración a escala piloto de la suspensión con diferencias de presión variables y 20°C en un filtro cuya área de filtración es del 200 cm². Los resultados obtenidos de volumen de filtrado en función del tiempo se muestran en la tabla adjunta.

Mediante las determinaciones experimentales, se sabe que: la densidad de la torta es de 1.60 kg/m³, la densidad del carbonato de calcio sólido de 2.93 kg/m³, la humedad de la torta es del 10%, el filtrado puede considerarse esencialmente agua pura.

Considerar una eficiencia de filtración completa.

- a) Determinar los parámetros de filtración. b) Calcular el área total de filtración en el equipo. c) Determinar el volumen de suspensión, de las características indicadas, que debería tratarse en el filtro disponible para obtener una torta del 80% del espesor total admisible en las placas. d) Evaluar el tiempo en llevarse a cabo un ciclo de operación, considerando un tiempo de lavado-estrujado de torta de 30 min, lavado de filtro de 1.5 h y un tiempo de descarga-preparación de 1.2 h.

ΔP	V	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
2.0	t	2.6	5.1	8.5	12.1	16.2	21.4	27.5	34.2	41.8	49.5	58.6	68.0	78.1	89.5	101.8
1.5	t	2.9	5.7	9.5	13.7	18.5	24.5	31.7	39.2	48.2	57.0	67.2	78.2	89.8	103.2	117.0
1.0	t	3.3	6.5	10.8	15.9	21.2	28.1	36.2	45.1	55.1	65.5	77.2	89.8	103.1	118.2	134.5
0.5	t	3.5	7.3	12.4	17.8	24.3	32.1	41.5	51.7	63.4	75.1	88.7	103.1	118.5	135.8	154.5

V (litros), t (segundos) y ΔP (kgf/cm²)