

MATEMATICA PARA INGENIEROS

ING. QUÍMICA, DE MINAS Y METALÚRGICA

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS ESTADÍSTICA

□ DISTRIBUCIONES MUESTRALES

57.- Para el conjunto de datos poblacionales 3,4,5,6,7. Determina la distribución muestral de la media para muestras de tamaño 2. Suponga que el muestreo es de uno a la vez, con reemplazo. Realiza la grafica la distribución de la media muestral.

58.- Si el contenido en gramos de un determinado medicamento sigue una distribución normal $N(7,5;0,3)$, calcular la probabilidad de que en una muestra de tamaño 5 se obtenga que la media es menor que 7

59.- Una compañía de electrónica fabrica resistores que tienen una resistencia promedio de 100Ω y una desviación estándar 10Ω . Si se sabe que la distribución de la resistencia es Normal:

- a) Cuál es la probabilidad de que al tomar una muestra de 49 resistores, la resistencia promedio sea menor de 97Ω ?
- b) Si en lugar de tomar una muestra de 49 se considera una de 10 resistores ¿cuál será el valor de la probabilidad antes mencionada?
- c) ¿Es importante la hipótesis de normalidad de la variable en ambos casos? ¿por qué?

60.- La variable aleatoria X, que representa el número de cerezas en una masa, tiene la siguiente distribución de probabilidad:

X	4	5	6	7
P(X=x)	0,2	0,4	0,3	0,1

- a) Encuentre la media μ y la varianza σ^2 de X.
- b) Encuentre la media y la varianza de X para muestras aleatorias de 36 masas de cerezas.
- c) Encuentre la probabilidad de que el número promedio de cerezas en 36 masas sea menor que 5,5.

61.- El periodo de tiempo que un cajero de banco atiende a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu=3,2$ minutos y una desviación estándar de $\sigma = 1,6$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 64 clientes, encuentre la probabilidad de que el tiempo promedio de los mismos con el cajero sea:

- a) Cuantos muchos 2,7 minutos, b) más de 3,5 minutos, c) al menos 3,2 minutos pero menos de 3,4 minutos.

62.- Empleando tablas de la distribución muestral de la variable aleatoria ji cuadrado, χ^2 , encuentra los siguientes valores:

- a) $\chi^2_{0,95,v=8}$ $\chi^2_{0,50,v=10}$ $\chi^2_{0,25,v=20}$ $\chi^2_{0,025,v=10}$ $\chi^2_{0,01,v=15}$ $\chi^2_{0,99,v=18}$
- b) $\chi^2_{\alpha,v=17}$ tal que $P(\chi^2_{\alpha,v=17} < 7,564)$
- c) $\chi^2_{\alpha,v=17}$ tal que $P(\chi^2_{\alpha,v=17} < 27,59)$
- d) $\chi^2_{\alpha,v=17}$ tal que $P(6,408 < \chi^2_{\alpha,v=17} < 27,59)$

63.- Encuentra la probabilidad de que una muestra aleatoria de 25 observaciones, de una población normal con varianza $\sigma^2 = 6$, tenga una varianza muestral s^2 : a) mayor que 9.1 b) entre 3.462 y 10.745.

64.- Las calificaciones de un examen hecho a estudiantes de primer año de la universidad durante los últimos 5 años tienen una distribución aproximadamente normal con una media $\mu = 74$ y una varianza $\sigma^2 = 8$. ¿Consideraría usted aún $\sigma^2 = 8$ como un valor válido de la varianza si una muestra aleatoria de 20 estudiantes que realizaron el examen este año obtiene un valor $S^2 = 20$?

65.- Empleando tablas de la distribución muestral de la variable aleatoria T de Student, encuentra los siguientes valores:

$$t_{0.95, v=19} ; t_{0.99, v=24} ; t_{0.90, v=29}$$

66.- Para una distribución t con 10 grados de libertad encuentre $t_{\alpha, v}$ tal que

$$P(T_{v=10} \leq 2.228) , P(T_{v=10} > 2.228) , P\left(T_{v=25} \geq \frac{10}{9}\right) , P\left(T_{v=25} > -\frac{20}{9}\right) , P(-2,787 < T_{v=25} < 2,787)$$

67.- Una compañía manufacturera asegura que las baterías utilizadas en sus juegos electrónicos duran un promedio de 30 horas. Para conservar este promedio se prueban 16 baterías mensualmente. Si el valor calculado de t cae entre $-t_{0,025}$ y $t_{0,025}$, la compañía está satisfecha con su afirmación. ¿Qué conclusión sacaría la empresa de una muestra que tiene una media $\bar{x} = 27,5$ horas y una desviación estándar $s = 5$ horas? Suponga que la distribución de las duraciones de las baterías es aproximadamente normal.

68.- El gerente de una fábrica de cierto tipo de alimentos asegura que el peso promedio del producto que elabora es de 165.285 g. Un inspector toma una muestra de 16 paquetes del producto y los pesa. Los resultados fueron los siguientes:

165	158	153	162	171	175	173	169
166	170	164	177	148	167	152	149

Encuentra la probabilidad de $\bar{x} < 163.6875$

69.- Empleando tablas de la distribución muestral de la variable aleatoria F de Fisher, encuentra los siguientes valores:

$$f_{0.75, v_1=4, v_2=9} ; f_{0.95, v_1=15, v_2=10} ; f_{0.05, v_1=6, v_2=8} ; f_{0.10, v_1=24, v_2=24}$$

□ ESTIMACIÓN

70.- En una encuesta se pregunta a 10 000 estudiantes de Bachillerato sobre su consumo de refrescos semanal, encontrándose una media de 5 botellas, con una desviación típica de 2 botellas.

a) Halla los intervalos de confianza para la media 80% y al 95% de probabilidad.

b) Si aceptamos un error de 0.25 botellas para la media de la población, con una fiabilidad de 0.8, ¿a cuántos estudiantes es necesario entrevistar? ¿Y si queremos un nivel de confianza del 90%?

71.- En una de las pruebas de acceso a la Universidad, la variable "puntuación obtenida en la materia de Introducción a las Matemáticas" se distribuye normalmente con una desviación típica de 1,38. En una muestra de 50 alumnos se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de 4,93 puntos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 92 % y explica el significado de este intervalo.

72.- El gasto mensual (en pesos) en electricidad de una familia en una cierta ciudad, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 25 pesos.

a) A partir de una muestra de 100 familias de esa ciudad, se estableció el intervalo (45,55) como intervalo de confianza para el gasto medio mensual, por familia en electricidad. ¿Cuál es el valor de \bar{x} ? ¿Con qué nivel de confianza se construyó el intervalo?

b) ¿Qué número de familias tendría que seleccionar para que el nivel de confianza del intervalo anterior sea del 97%?

73.- Un artículo de la revista American Ceramic Society Bulletin contiene información acerca de la distribución de las resistencias a la fractura, en MPa, de ciertas barras de cerámica quemadas en determinado horno, se sabe que tienen distribución Normal y que el desvío poblacional es $\sigma = 3,73$ MPa. Una muestra de tamaño $n = 121$ arrojó un promedio de $\bar{X} = 89,10$ MPa.

- a) Calcular un intervalo de confianza del 95% para la resistencia real promedio.
 b) ¿Cómo se modificaría este intervalo, si se desconociera la varianza poblacional y la muestra arrojara una desviación estándar de 4,2 MPa?

74.- La resistencia a la rotura, expresada en kg de 12 ejemplares de cuerda es de

280, 242, 270, 285, 273, 275, 266, 257, 285, 274, 258, 264

Estimar la resistencia media mediante un intervalo de confianza con nivel 0,95 suponiendo distribución Normal.

75.- Para saber qué proporción de alumnos de la UNJu tienen teléfono móvil con conexión de datos se selecciona una muestra de 500 alumnos, de ellos contestan afirmativamente 225. ¿Cuál es el intervalo de confianza para la proporción de los alumnos que tienen móvil con conexión de datos, con un nivel de confianza del 95%?

76.- En una encuesta hecha por los alumnos y alumnas de un Instituto a un total de 100 votantes elegidos al azar en su Municipalidad, se indica que el 55% volvería a votar por el intendente actual.

- a) Calcular un intervalo de confianza al 99% y otro al 99,73% para la proporción de votantes favorables al intendente actual.
 b) ¿Cuáles deben ser los tamaños muestrales en el sondeo para tener, con los mismos niveles de confianza, la certeza de que el intendente actual salga reelegido por mayoría absoluta, en el caso de arrojar la encuesta los mismos resultados?

77.- En un hospital se realiza un estudio sobre la influencia del tabaco en el peso de los recién nacidos. Se consideran dos grupos de mujeres embarazadas: fumadoras y no fumadoras y se obtienen los siguientes datos sobre el peso de sus hijos

	Muestra	Peso medio recién nacidos	Desviación típica
Mujeres no fumadoras	$n_1 = 300$	$\bar{x}_1 = 3,6 \text{ kg}$	$\sigma_1 = 0,5$
Mujeres fumadoras	$n_2 = 220$	$\bar{x}_2 = 3,2 \text{ kg}$	$\sigma_2 = 0,8$

Decidir cómo influye que la madre sea fumadora en el peso de su hijo al nacer, utilizando un nivel de confianza para la diferencia de las medias del 95%

78.- Un equipo de investigación biológica está interesado en ver si una nueva droga reduce el colesterol en la sangre. Con tal fin toma una muestra de 10 pacientes y determina el contenido de colesterol en la sangre antes y después del tratamiento. Los datos muestrales expresados en miligramos por 100 mililitros son los siguientes:

Paciente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	217	252	229	200	209	213	215	260	232	216
Después	209	241	230	208	206	211	209	228	224	203

Construir un intervalo de confianza del 95% para la diferencia del contenido medio de colesterol en la sangre antes y después del tratamiento.

79.- Se midió la altura de un río en un punto geográfico dado (en m) durante 20 días al azar del verano, obteniéndose los siguientes valores en cm:

69,5 71,9 72,6 73,1 73,3 73,5 75,5 75,7 75,8 76,1
79,7 79,5 80,1 82,6 83,7 92,7 78,0 77,9 78,1 79,6

- a) ¿Qué condiciones se necesitan para que resulte válida la construcción de un intervalo de confianza para la varianza poblacional?
b) Construir un intervalo de confianza de 99% para la desviación estándar de la distribución de la altura de este río en verano.

80.- Un proceso produce cierta clase de cojinetes de bola cuyo diámetro interior es de 3 cm. Se seleccionan, en forma aleatoria, 12 de estos cojinetes y se miden sus diámetros internos, que resultan ser

3,01 3,05 2,99 2,99 3,00 3,02 2,98 2,00 2,97 2,97 3,02 3,01.

Suponiendo que el diámetro es una variable aleatoria normalmente distribuida, determinar un intervalo de confianza del 99% para la varianza σ^2 .

81.- Se tomó una muestra de $n=36$ resistencias eléctricas resultando la desviación estándar muestral de las lecturas $s=2,81$ ohm. Suponiendo normalidad, en la distribución de las resistencias hallar un intervalo de confianza de 95% para σ .

Rta: $IC_{95} = [2,28; 3,67]$

82.- Se sabe que la longitud de los diámetros de los tornillos fabricados por una máquina siguen una distribución normal y se busca un intervalo en el cual se encuentre la variabilidad de las longitudes de los tornillos fabricados por la máquina con una probabilidad del 80%. Construye dicho intervalo sabiendo que una muestra de 16 tornillos presenta una variabilidad cuantificada en 30.

83.- Un experimento reportado en *Popular Science* compara las economías en combustible para dos tipos de camiones compactos a diesel equipados de forma similar. Supongamos que se utilizaron 12 camiones Volkswagen y 10 Toyota en pruebas de velocidad constante de 90 km/h. Si los 12 Volkswagen promedian 16 km/lit con una desviación estándar de 1.0 km/lit y los 10 Toyota promedian 11 km/lit con una desviación estándar de 0.8 km/lit, construya un intervalo de confianza del 98% para σ_1/σ_2 .

□ PRUEBAS DE HIPÓTESIS

84.- Se quiere comprobar si una máquina destinada al llenado de envases de agua mineral ha sufrido un desajuste. Una muestra aleatoria de 10 envases de esta máquina ha proporcionado los siguientes resultados:

0.49 0.52 0.51 0.48 0.53 0.55 0.49 0.50 0.52 0.49.

Suponiendo que la cantidad de agua mineral que este tipo de máquinas deposita en cada envase sigue una distribución normal de media 0.5 litros y desviación típica 0.02 litros, se desea contrastar si el contenido medio de los envases de esta máquina es de 0.5 litros, con un nivel de significación del 5%.

- a) Plantear las hipótesis nula y alternativa del contraste.
b) Determinar la región crítica del contraste.
c) Realizar el contraste.

85.- Un laboratorio farmacéutico sostiene que uno de sus productos es efectivo en un 90% para reducir una alergia en 8 horas. El medicamento dio buen resultado en 160 personas de una muestra de 200. Determinar si la afirmación del laboratorio es cierta.

86.- Se quiere contrastar el contenido de azúcar de distintos cargamentos de remolacha. Se sabe que el contenido medio de azúcar para remolacha de regadío es del 18% con una media superior para el secado, siendo la desviación típica del 6% en ambos casos. Se toma una muestra de 20 cargamentos. ¿Qué valor de la media permitirá tomar la decisión sobre si la remolacha es de secado o de regadío, al nivel del 5%?

87.- En el proceso industrial de envasado de un producto el peso de los envases se aproxima a una normal de media 500 gr. y desviación típica 4 gr, los directivos de la empresa sospechan que la máquina de envasado está estropeada y deciden cambiarla si el peso medio de los envases es superior a 500 gr. Para eso examinan una muestra aleatoria de 30 envases y obtienen una media de 501,5 gr.

- Formula un test para contrastar la hipótesis de que no es necesario cambiar la máquina frente a que sí lo es, tal como sospechan los directivos. ¿Qué conclusión se extrae con un 5% de significación?
- Explica el tipo de error que cometerían si deciden, erróneamente, no cambiar la máquina

88.- Una encuesta a 64 profesionales de una institución reveló que el tiempo medio de empleo en dicho campo era de 5 años, con una desviación típica de 4. Considerando un nivel de significación del 0.05, Suponiendo que el tiempo de empleo se distribuye normalmente, ¿sirven estos datos para contrastar si el tiempo medio de empleo de los profesionales de esta institución está por debajo de los 6 años?

89.- La empresa de transportes urgentes El Rápido afirma en su publicidad que al menos el 70% de sus envíos llega al día siguiente a su destino. Para contrastar la calidad de este servicio, la asociación de consumidores selecciona aleatoriamente 100 envíos y observa que 39 no llegaron al día siguiente a su destino.

- Con una significación del 1%, ¿se puede aceptar la afirmación de la empresa?
- ¿Se concluiría lo mismo con un nivel de significación del 8%?

90.- En los últimos meses, una cadena comercial ha intentado potenciar con precios más atractivos y publicidad la venta de productos con la marca genérica de la cadena, frente a los de otras marcas más conocidas por los consumidores. Antes, un 15% de los productos que vendía eran de la marca de la cadena. Recientemente, en una muestra de 200 productos vendidos, 36 eran de dicha marca. Plantea un test para contrastar que las medidas no han surtido efecto frente a que sí lo han hecho, como parecen indicar los datos. ¿A qué conclusión se llega con una significación del 10%?

91.- Se sabe que la duración de una determinada enfermedad sigue la ley normal. Para la curación de dicha enfermedad se aplica un determinado antibiótico. Se desea comparar la duración de la enfermedad según que al enfermo se le haya aplicado o no en otra ocasión dicho antibiótico. Observamos a 36 enfermos a los que no se había aplicado anteriormente el antibiótico y la duración media de la enfermedad ha sido de 12 días, y a 35 enfermos a los que sí se había aplicado y que han permanecido enfermos 15 días. La estimación común de la varianza es 16. ¿Qué podemos afirmar acerca de la duración de la enfermedad para un nivel de significación $\alpha = 0,01$?

92.- Se desea analizar el contenido de vitamina A en la sangre en trabajadores a nivel del mar y en altura obteniendo los siguientes datos:

Nivel del mar: 25.2 30.4 46.9 51 46.4 48.5 39.3 55.9 34.3 31.2 40.7 29.8 35.7 40.1
 En altura : 43.7 62.6 61.6 74.8 36.8 68.6 69.3 67 44 49 56.8 48.4 42.4 47.1

Pruebe la hipótesis que el trabajo en altura hace aumentar el contenido medio de vitamina A en la sangre usando un nivel de significación de 0.05.

93.- Un hospital está probando dos tipos de medicamentos, A y B. Se toman dos grupos de pacientes de 40 y 30 individuos para probar los tipos A y B, respectivamente. El número medio de efectos secundarios en el primer grupo fue de 3 con una desviación típica de 1,5, y para los del segundo fue de 2 con desviación de 2. ¿Se puede afirmar con el nivel de confianza del 90% que el primer medicamento provoca menos efectos que el segundo?

94.- La publicidad de un determinado producto farmacéutico indica que reduce el peso. Doce individuos decidieron tomar dicho producto sin alterar el resto de la dieta alimenticia que estaban siguiendo. Los cambios en el peso que sufrieron los 12 individuos están reflejados en la tabla adjunta:

Individuo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Variación peso	0.2	0	1	0.6	-0.5	-0.6	-1	0.6	1	0.5	-0.4	-0.5

Teniendo en cuenta estos datos decidir si se puede admitir como verdadera la indicación de tal anuncio. Se supone que la variación del peso sigue una distribución normal.

95.- En un proceso de fabricación de tornillos, la máquina cortadora de los trozos de metal para su fabricación presenta en condiciones normales una varianza de la longitud de los cortes de 0.15. Para verificar si la máquina está trabajando en condiciones normales se toma una muestra de 10 trozos de metal cortados por esa máquina en la fábrica y se miden sus longitudes, obteniendo los siguientes resultados:

15.2 15.5 14.2 15.6 14.8 15.2 15.1 14.1 14.7 14.6

Realizando la prueba de hipótesis adecuada, verifique si la máquina está trabajando en condiciones normales. Use un nivel de significación de 0.05.

96.- Un nuevo dispositivo de filtrado se instala en una planta química. Antes y después de su instalación una muestra aleatoria entrega la siguiente información del porcentaje de impurezas:

Antes de instalación: $n_1 = 8$ $S^2 = 101,17$

Después de instalación: $n_2 = 9$ $S^2 = 94,73$

Pruebe la hipótesis de que las varianzas del porcentaje de impurezas antes y después de la instalación del nuevo dispositivo son iguales. Use un nivel de significación de 0.05