BALANCE DE MASA, BALANCE DE ENERGÍA Y BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

ECUACIONES DE CONSERVACIÓN

El cálculo y diseño de instalaciones y aparatos industriales requiere:

a) Decidir y fijar la escala de los mismos (laboratorio, piloto o industrial), el tipo de operación (continua, discontinua o semicontinua) y la forma de contacto entre fases no miscibles (contracorriente, paralelo o cruzado).
b) Cuantificar las variables del sistema, esto es, para cada corriente que entra o sale de cualquier aparato determinar el valor de caudal, temperatura, presión, composición y energía de la misma.

El objetivo final de realizar balances de materia, energía y cantidad de movimiento es el de calcular el caudal, composición, temperatura, presión y velocidad de cada una de las corrientes de
un sistema.

Para determinar el valor de las variables del sistema, y realizar el diseño de los equipos implicados se necesita una serie de ecuaciones que relacionen dichas variables. Las ecuaciones se
obtienen a partir de unas leyes y principios que pueden clasificarse en cuatro grupos:

- ✓ Leyes de conservación de las tres propiedades extensivas: materia (Ley de Lavoisier), cantidad de movimiento (Leyes de Newton) y energía (Primer Principio de la Termodinámica),
- ✓ Leyes de equilibrio físico y químico (Segundo Principio de la Termodinámica),
- ✓ Leyes cinéticas o ecuaciones de transporte de las tres propiedades extensivas: materia (Ley de Fick), cantidad de movimiento (Ley de Newton) y energía (Ley de Fourier),
- ✓ Principios económicos

Entre todas ellas, las ecuaciones correspondientes a las ecuaciones de conservación, comúnmente conocidas como *balances,* constituyen una de las herramientas matemáticas más útiles e imprescindibles para el estudio de cualquier proceso u operación unitaria.

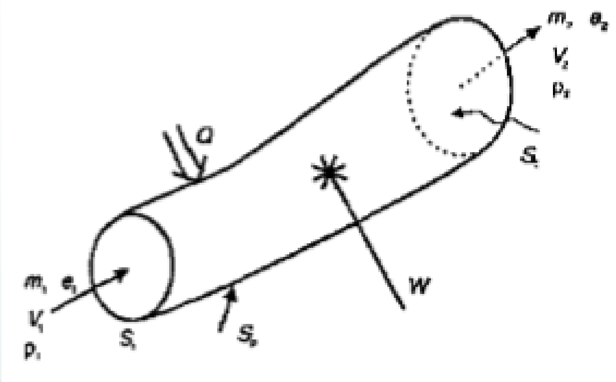
BALANCE DE MASA

Un balance de masa es una secuencia de cálculos que nos permite determinar todas las sustancias que intervienen en un proceso de transformación, satisfaciendo la ley de la conservación de la masa, la cual establece que la materia se transforma pero no se crea ni se destruye. Las sustancias pueden entrar, salir, producirse, acumularse o consumirse durante el proceso.

La formula general de este balance puede expresarse como:

$$Acumulación = (Entrada - Salida) + Generación$$

BALANCE DE COMPONENTE



Sí en el sistema considerado realizamos un balance de masa de un determinado componente i presente en el fluido, la ecuación general de conservación puede expresarse como:

$$\frac{dM_i}{dt} = (m_{i,1} - m_{i,2}) + w_i \cdot V_T$$

Los caudales másicos pueden expresarse en función de la velocidad, *V*, concentración másica del componente *i* en la mezcla fluida, *ρi* (kg de *i* /m3 de fluido) y sección de paso, con lo cual:

$$\frac{dM_i}{dt} = \rho_{i,1} \cdot V_1 \cdot S_1 - \rho_{i,2} \cdot V_2 \cdot S_2 + w_i \cdot V_T$$

Si el balance se realiza en moles, la expresión de la ecuación sería:

$$\frac{dN_i}{dt} = C_{i,1} \cdot V_1 \cdot S_1 - C_{i,2} \cdot V_2 \cdot S_2 + r_i \cdot V_T$$

El balance de materia global o total, para todos los componentes del sistema, s, se obtiene sum ando los balances de cada componente. Así, por ejemplo, para el balance total en unidades molares:

$$\sum_{i=1}^{s} \frac{dN_i}{dt} = (V_1 \cdot S_1 \cdot \sum_{i=1}^{s} C_{i,1} - V_2 \cdot S_2 \cdot \sum_{i=1}^{s} C_{i,2} + V_T \cdot \sum_{i=1}^{s} r_i$$

$$\frac{dN_i}{dt} = (V_1 \cdot S_1 \cdot C_1 - V_2 \cdot S_2 \cdot C_2 + V_T \cdot \sum_{i=1}^{s} r_i$$

En el caso de realizar el balance global en unidades másicas, la ecuación es similar pero teniendo en cuenta que el término de generación es siempre nulo puesto que la masa siempre se conserva, tanto si existe como si no existe reacción química y se produzca o no variación en el número de moles. A sí pues, el balance de materia en unidades másicas se expresa como:

$$\frac{dM_i}{dt} = (V_1 \cdot S_1 \cdot \rho_1 - V_2 \cdot S_2 \cdot \rho_2)$$

BALANCE DE ENERGÍA

La solución de los balances de materia proporciona información exclusivamente sobre las composiciones y caudales de cada corriente, por lo cual suele ser necesario el planteamiento de balances de energía adicionales para conocer, por ejemplo, la temperatura de las mismas, la cantidad de energía que gasta un compresor o una bomba, las necesidades de agua de refrigeración o vapor de calefacción de un cambiador o el calor necesario a eliminar o aportar a un reactor dependiendo del carácter exotérmico o endotérmico de la reacción que se realice.

La energía se define habitualmente como la capacidad de la materia de realizar un trabajo, pudiendo adoptar diferentes formas que son convertibles unas en otras, directa o indirectamente.

TIPOS DE ENERGÍA

- ✓ Energía interna (Ei)

$$E_i = \int C_v \cdot T \cdot dM$$

- ✓ Energía potencial (Ep)

$$E_p = \int g \cdot z \cdot dM$$

- ✓ Energía cinética (Ec)

$$E_c = \int \frac{V^2}{2} \cdot dM$$

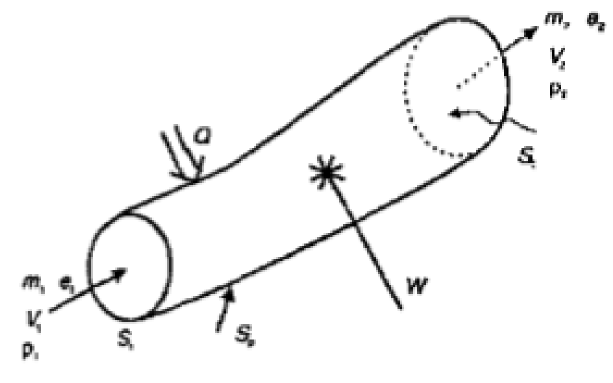
- ✓ Calor (Q)

$$\mathrm{Q} = U \cdot A \cdot (T_a - T)$$

- ✓ Trabajo (w)

$$\mathrm{w} = \int F \cdot dx = -\int P \cdot S \cdot dx = -\int P \cdot dV$$

ECUACIONES DE CONSERVASIÓN MACROSCÓPICA



Acumulación= entrada – salida

$$\frac{\partial E}{\partial t} = (m_1 \cdot e_1 - m_2 \cdot e_2) + w + Q$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = m_1 \left(h_1 + \frac{1}{2} \cdot V_1 + g \cdot z_1 \right) - m_2 \left(h_2 + \frac{1}{2} \cdot V_2 + g \cdot z_2 \right) + w + Q$$

Como el aporte de la Ep y Ec es despreciable la ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = (m_1 \cdot h_1 - m_2 \cdot h_2) + w + Q$$

Nota: En los balances realizados en las operaciones implicadas en los procesos químicos, el termino de generación es nulo. No obstante en procesos nucleares este termino es distinto de cero.

En caso de régimen estacionario, en donde no entra ni sale trabajo la ecuación se reduce a:

$$m \cdot (h_2 - h_1) = Q$$

La entalpía específica se calcula mediante la siguiente expresión

$$h = \sum_{i=1}^{s} x_i \cdot h_{fi}^{Tref} + \sum_{i=s}^{s} x_i \cdot C_{pi} \cdot (T - T_{ref})$$

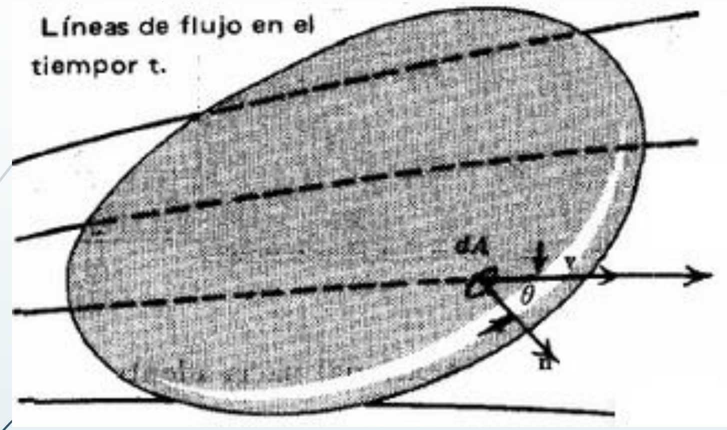
Finalmente

$$m \cdot \left[\sum_{i=1}^{s} x_{i,2} \cdot C_{pi} \cdot \left(T_2 - T_{ref}\right) - \sum_{i=s}^{s} x_{i,1} \cdot C_{pi} \cdot \left(T_1 - T_{ref}\right)\right] + m \cdot \left[\sum_{i=1}^{s} (x_{i,2} - x_{i,1}) \cdot h_{fi}^{Tref}\right] = Q$$

BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La segunda de las leyes fundamentales de la física en que se basa el análisis del flujo de fluidos, es la segunda ley de Newton del movimiento. A partir de esta se desarrolla las relaciones integrales para los momentos lineal y angular.
La conservación del momento lineal con respecto a un volumen de control puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\sum F = Salida - Entrada + Acumulación$$



Aplicando la ecuación de balance a un volumen de control general, dA, obtenemos:

$$Entrada = v.(\rho.V).(dA.cos\theta)$$

Por algebra vectorial, el segundo termino puede escribirse como:

$$v.(\rho.V).(dA.cos\theta) = v.(\rho.dA).[|v|.|n|.cos\theta]$$

El termino entre corchetes es el producto escalar, por lo que el termino de emisión de momento se transforma en:

$$\rho.v.(v \cdot n).dA$$

Integrando esta cantidad sobre toda la superficie de control, se tiene

$$\iint_{c.s.} v.\rho.(v \cdot n).dA$$

En su forma integral, el termino de flujo de momento arriba indicado incluye la rapidez de del momento que entra al volumen de control y la que sale del mismo. Si la masa entra al volumen de control, el signo del producto v.n es negativo y cuando la masa sale del volumen de control el producto escalar es positivo.

$$Salida - Entrada = \iint_{c.s.} v.\rho.(v \cdot n).dA$$

La rapidez de acumulación de momento lineal dentro del volumen de control puede expresarse como

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{c.v.} v.\rho.dV$$

Y el balance total del momento lineal para un volumen de control se transforma en

$$\sum F = \iint_{c.s.} v.\rho.(v \cdot n).dA + \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{c.v.} v.\rho.dV$$

Con frecuencia la relación obtenida, se menciona en la mecánica de fluidos como el teorema del momento.
En coordenadas rectangulares la ecuación mencionada anteriormente puede escribirse como tres ecuaciones escalares:

$$\sum F_x = \iint_{c.s.} v_x . \rho . (v \cdot n). dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{c.v.} v_x . \rho . dV$$

$$\sum F_y = \iint_{c.s.} v_y . \rho . (v \cdot n). dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{c.v.} v_y . \rho . dV$$

$$\sum F_z = \iint_{c.s.} v_z . \rho . (v \cdot n). dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{c.v.} v_z . \rho . dV$$