



# Operaciones Unitarias 1

## Transferencia de Calor

Dispositivos de transferencia

Integración de la EDC. Diagramas térmicos

$$\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = - \int_0^{A_t} \varphi_{conf} U dA$$

La resolución **convencional** de la EDC asume 4 suposiciones:

- 1) El coeficiente global de transferencia de calor  $U$  es constante en toda la trayectoria; ello es equivalente a asumir que,  $U$  es independiente de la temperatura de los fluidos de proceso, la cual se modifica con la trayectoria; las propiedades termofísicas de los fluidos, pueden presentar dependencia de la temperatura en mayor o menor grado, por lo que puede influir en la certeza de esta aproximación. A los efectos de cómputo de  $U$ , existen varios criterios para definir la temperatura de referencia.
- 2) El caudal másico de ambos fluidos es constante, lo que supone escurrimiento en estado estable.
- 3) El calor específico es constante en toda la trayectoria ( $c_{PH}$  y  $c_{PC}$  dependen de las características de los fluidos).
- 4) No hay cambios parciales de fase en el sistema. La derivación es aplicable para cambios en el calor sensible o cuando la vaporización o condensación es isotérmica en toda la trayectoria

La principal suposición a testear es la constancia de  $U$ . El coeficiente global depende de una serie de resistencias térmicas en serie y, en particular, de los coeficientes de transferencia de calor individuales en ambos lados del fluido;  $h_{iO}$  y  $h_o$  pueden variar con el número de Reynolds, la geometría de la superficie de transferencia de calor, las propiedades termofísicas del fluido, el efecto de longitud de entrada debido al desarrollo de capas límite térmicas y otros factores.

En un intercambiador de líquido viscoso, es posible una variación de diez veces en el valor de  $h$ , a lo largo del área de la superficie del intercambiador, por lo que es muy probable que  $U$  no permanezca constante y uniforme en el intercambiador.

## Transferencia de calor entre fluidos, integración de la EDC ( $U$ constante con el área de transferencia)

La suposición de constancia de  $U$  ( y de  $c_{PH}$  y  $c_{PC}$ ) permite una rápida integración de la ecuación diferencial combinada.

El análisis de transferencia es llevado entonces por el método de la Diferencia de Temperatura Media Logarítmica (*LMTD method*).

Configuración en co – corriente (cc)       $C_H, C_C$  cargas térmicas

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = - \int_0^{A_t} \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U dA = - \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U \int_0^{A_t} dA = - \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U A_t = -\varphi_{cc} U A_t$$

$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{cc} U A_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t$$

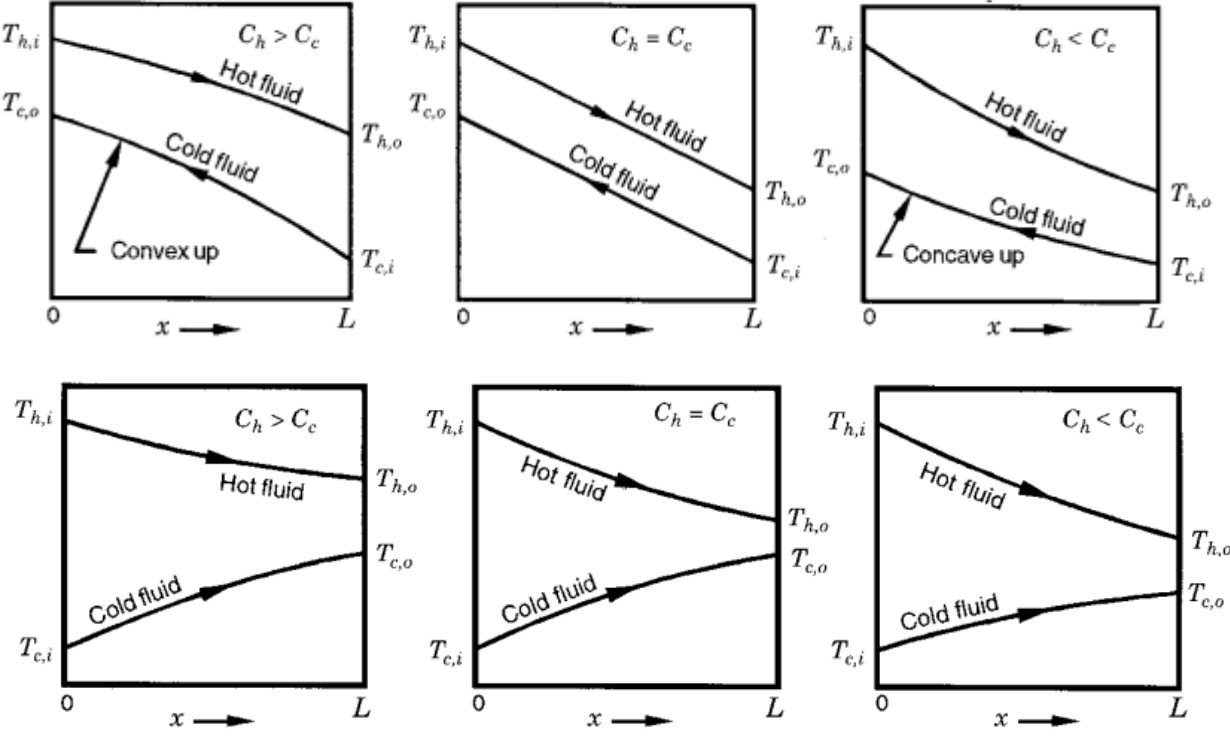
Configuración en contra – corriente (ctc)

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = - \int_0^{A_t} \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U dA = - \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U \int_0^{A_t} dA = - \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U A_t = -\varphi_{ctc} U A_t$$

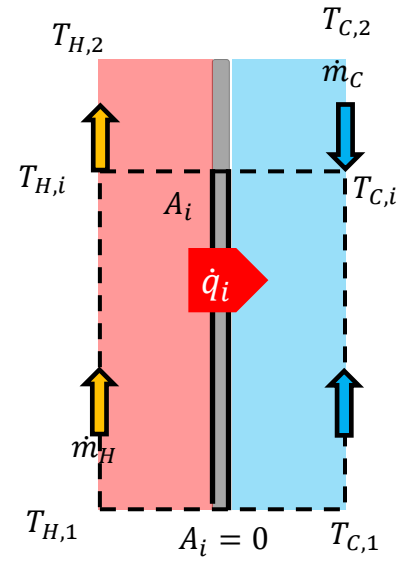
$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{ctc} U A_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t$$

En general:  $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{conf} U A_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t$

Transferencia de calor entre fluidos. Diagramas térmicos. representaciones de  $T = \phi(A)$



$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\phi_{conf} UA_t}$$



Deducción de ecuaciones del diagrama

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\phi_{conf} UA_t} \quad 1, A = 0 \quad 2, A = A_t \Rightarrow 1 - \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = 1 - e^{-\phi_{conf} UA_t} \Rightarrow \Delta T_1 - \Delta T_2 = \Delta T_1 (1 - e^{-\phi_{conf} UA_t})$$

$$d\Delta T = d(T_H - T_C) = -\frac{d\dot{q}_H}{C_H} - \frac{d\dot{q}_C}{C_C} = -d\dot{q}\phi_{conf} \Rightarrow \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_i} d\Delta T = -\phi_{conf} \dot{q}_i \rightarrow \Delta T_1 - \Delta T_i = \phi_{conf} \dot{q}_i$$

$\phi_{conf} \dot{q}_i = \Delta T_1 (1 - e^{-\phi_{conf} UA_t})$  Calor transferido desde el inicio del área de intercambio a cualquier punto  $i$  del IQ habiendo estado en contacto ambos fluidos en un área  $A_i$

Transferencia de calor entre fluidos, Diagramas térmicos. Configuración en cc

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\phi_{cc}UA_t} \quad \phi_{cc} = \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] > 0$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} < 1 \Rightarrow \Delta T_2 < \Delta T_1$$

restricción termodinámica,  $\Delta S > 0$

$$\phi_{cc}\dot{q}_i = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_t}) \quad \dot{q}_{H,i} = -C_H(T_{H,i} - T_{H,in})$$

$$\phi_{cc}\dot{q}_{H,i} = -\phi_{cc}C_H(T_{H,i} - T_{H,in}) = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

$$T_{H,i} = T_{H,in} - \frac{\Delta T_1}{\phi_{cc}C_H} \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

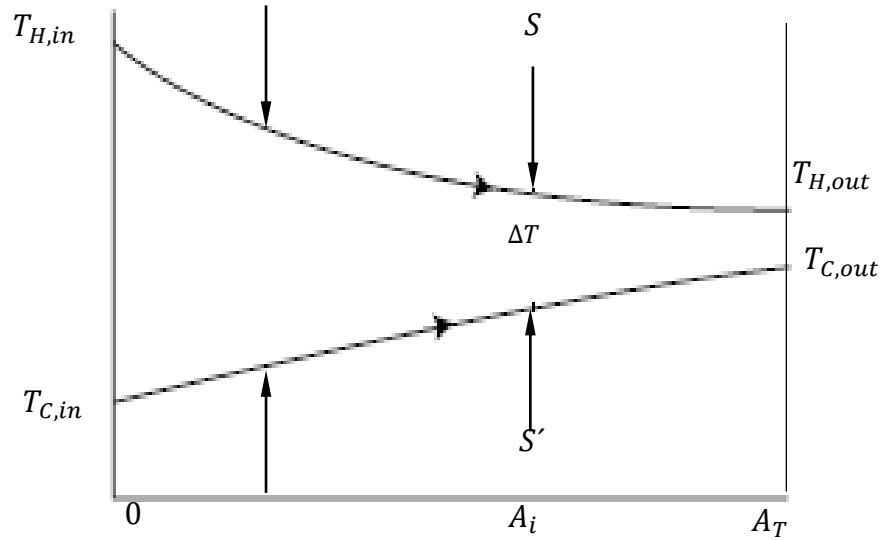
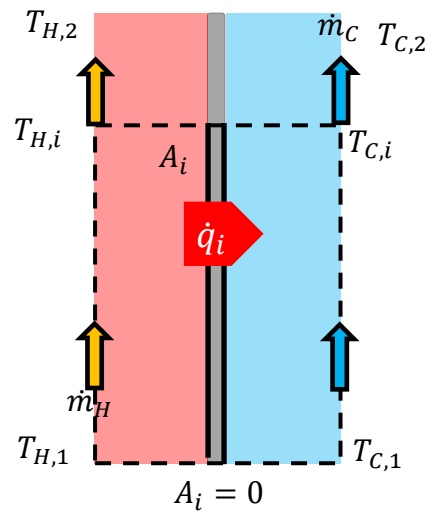
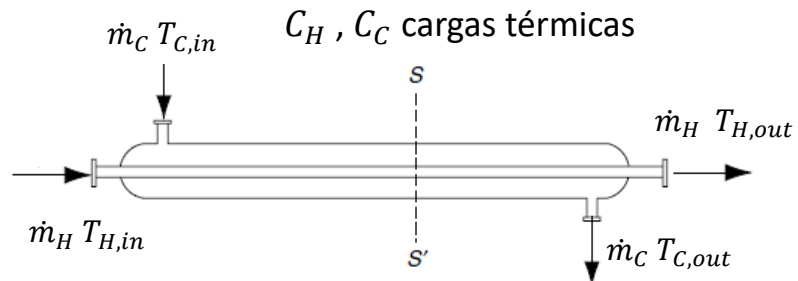
Evolución de  $T_{H,i}$  con la trayectoria del fluido caliente

$$\phi_{cc}\dot{q}_i = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_t}) \quad \dot{q}_{C,i} = +C_C(T_{C,i} - T_{C,in}) \Rightarrow$$

$$\phi_{cc}\dot{q}_{C,i} = \phi_{cc}C_C(T_{C,i} - T_{C,in}) = \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

$$T_{C,i} = T_{C,in} + \frac{\Delta T_1}{\phi_{cc}C_C} \Delta T_1(1 - e^{-\phi_{cc}UA_i})$$

Evolución de  $T_{C,i}$  con la trayectoria del fluido frio en cc



Transferencia de calor entre fluidos, Diagramas térmicos. Configuración en *ctc*

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{ctc} UA_t} \quad \varphi_{ctc} = \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right]$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} < 1 \rightarrow \varphi_{ctc} > 0 \rightarrow C_H < C_C$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} > 1 \rightarrow \varphi_{ctc} < 0 \rightarrow C_H > C_C$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = 1 \rightarrow \varphi_{ctc} = 0 \rightarrow C_H = C_C$$

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_i = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_t}) \quad \dot{q}_{H,i} = -C_H (T_{H,i} - T_{H,in})$$

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_{H,i} = -\varphi_{ctc} C_H (T_{H,i} - T_{H,in}) = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

$$T_{H,i} = T_{H,in} - \frac{\Delta T_1}{\varphi_{ctc} C_H} \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

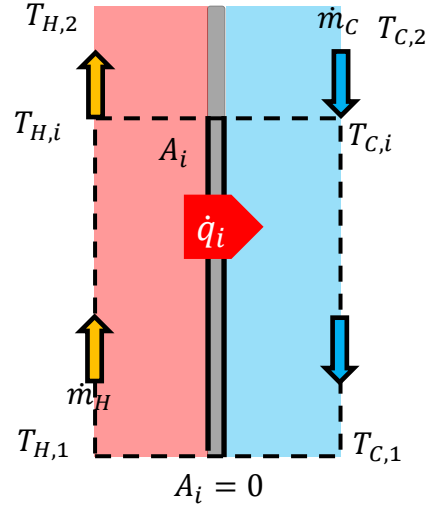
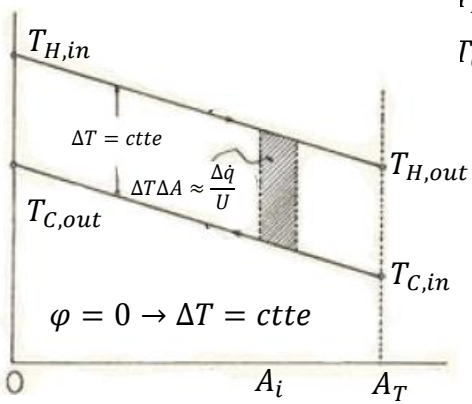
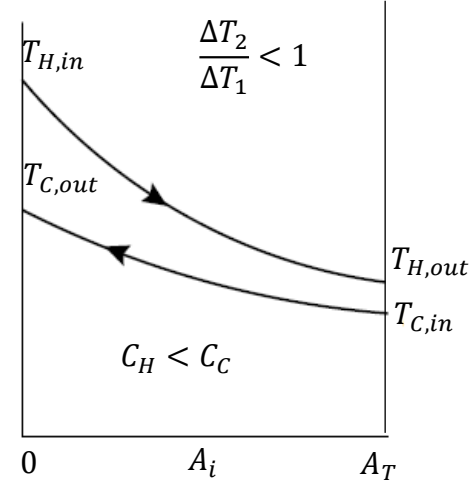
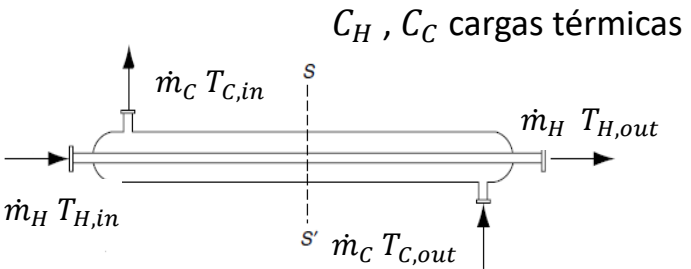
Evolución de  $T_{H,i}$  con la trayectoria del fluido caliente

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_i = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_t}) \quad \dot{q}_{C,i} = -C_C (T_{C,i} - T_{C,out})$$

$$\varphi_{ctc} \dot{q}_{C,i} = \varphi_{ctc} C_C (T_{C,out} - T_{C,i}) = \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

$$T_{C,i} = T_{C,out} - \frac{\Delta T_1}{\varphi_{ctc} C_C} \Delta T_1 (1 - e^{-\varphi_{ctc} UA_i})$$

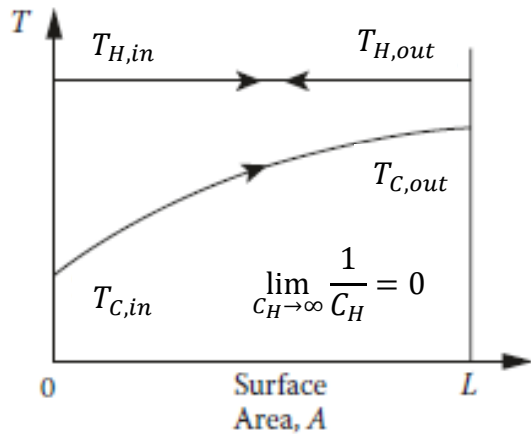
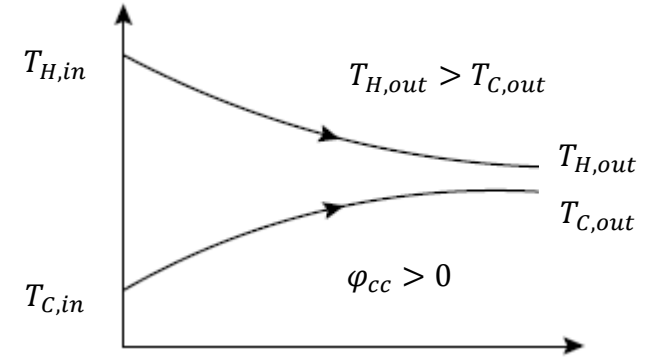
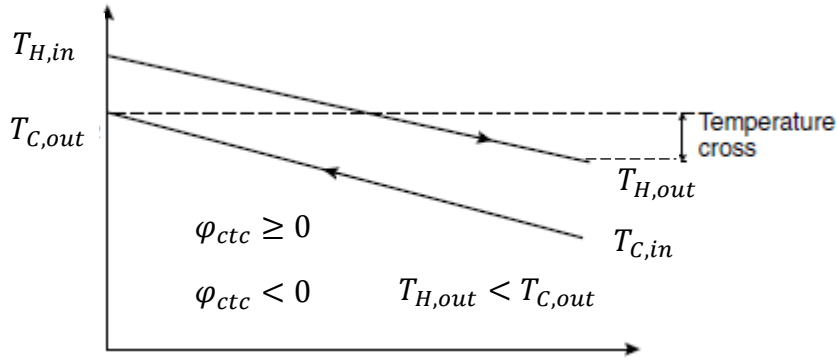
Evolución de  $T_{C,i}$  con la trayectoria del fluido frío en *ctc*



# Transferencia de calor entre fluidos Diagramas térmicos, cruce de temperaturas, transición de fase

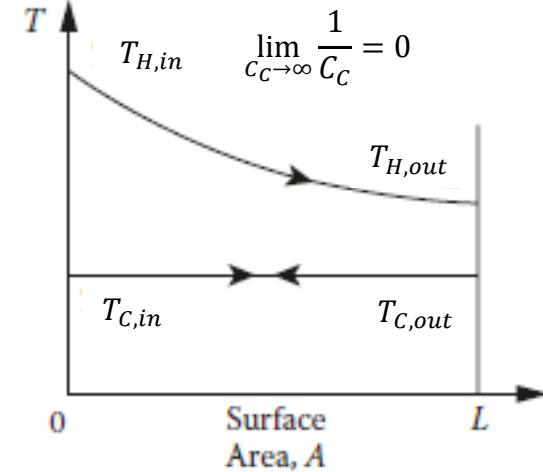
En la configuración *cc*, el cruce de temperaturas es imposible (restricción termodinámica)

En la configuración *ctc*, puede ocurrir que  $T_{H,out} < T_{C,out}$



$$ITD = \Delta T_{max} = T_{H,in} - T_{C,in}$$

ITD, Inlet Temperature Difference



Condensación de un vapor saturado puro con un medio refrigerante que intercambia calor sensible.

Evaporación de un líquido saturado puro con un medio de calentamiento que intercambia calor sensible.



# Operaciones Unitarias 1

## Transferencia de Calor

### Dispositivos de transferencia

Método *LMTD* (*Logarítmic Mean Temperature Difference*)

## Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD; (U constante con el área de transferencia)

$$\dot{q} = \dot{q}_H = -C_H(T_{H,out} - T_{H,in}) \rightarrow \frac{1}{C_H} = \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\dot{q}} \quad \dot{q} = \dot{q}_C = C_C(T_{C,out} - T_{C,in}) \rightarrow \frac{1}{C_C} = \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\dot{q}}$$

### Configuración en co – corriente (cc)

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = - \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] UA_t = \frac{U}{\dot{q}} [-(T_{H,in} - T_{H,out}) - (T_{C,out} - T_{C,in})] A_t = \frac{U}{\dot{q}} [(T_{H,out} - T_{C,out}) - (T_{H,in} - T_{C,in})] A_t$$

$$\dot{q} = UA_t \frac{[(T_{H,out} - T_{C,out}) - (T_{H,in} - T_{C,in})]}{\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})}} \rightarrow \dot{q} = UA_t LMTD_{cc}$$

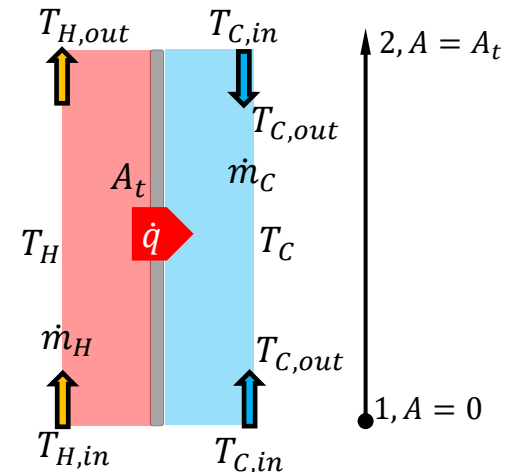
### Configuración en contra – corriente (ctc)

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = - \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] UA_t = \frac{U}{\dot{q}} [-(T_{H,in} - T_{H,out}) + (T_{C,out} - T_{C,in})] A_t = \frac{U}{\dot{q}} [(T_{H,out} - T_{C,in}) - (T_{H,in} - T_{C,out})] A_t$$

$$\dot{q} = UA_t \frac{[(T_{H,out} - T_{C,in}) - (T_{H,in} - T_{C,out})]}{\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})}} \rightarrow \dot{q} = UA_t LMTD_{ctc}$$

$$\Delta T_m = LMTD_{conf} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

$\Delta T_m$ : effective mean temperature difference



## Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD; ( $U$ constante con el área de transferencia)

$$C_H = \dot{m}_H c_{PH} \quad C_C = \dot{m}_C c_{PC}$$

$$\dot{q}_H = C_H (T_{H,in} - T_{H,out})$$

$$\dot{q}_C = C_C (T_{C,out} - T_{C,in})$$

$$\dot{q}_H = \dot{q}_C = \dot{q}$$

$$\dot{q} = UA_t LMTD_{conf}$$

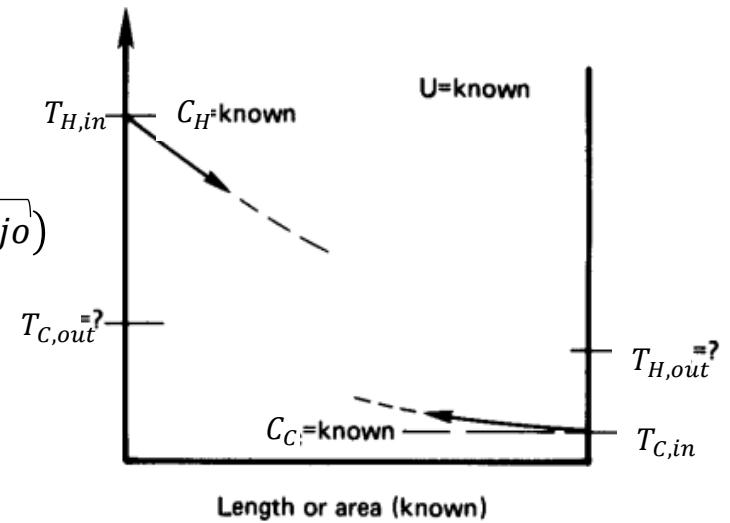
$$LMTD_{conf} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

Si  $C_H \approx C_C \rightarrow \Delta T_2 \approx \Delta T_1$  y el cálculo de  $LMTD_{conf}$  falla

$$LMTD_{conf} = \begin{cases} \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}, & |\Delta T_2 - \Delta T_1| > 10^{-6} \\ \frac{\Delta T_2 + \Delta T_1}{2}, & |\Delta T_2 - \Delta T_1| \leq 10^{-6} \end{cases}$$

## Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD

$$\underbrace{T_{H,out}, T_{C,out} \text{ o } \dot{q}}_{\text{Variables dependientes}} = \phi \left( \underbrace{T_{H,in}, T_{C,in}, C_H, C_C}_{\text{Variables condición operativa}}, \underbrace{U, A_t, \text{configuración de flujo}}_{\text{Parámetros de diseño}} \right)$$



### Cómputo del coeficiente global de transferencia ( $U$ )

Si se conocen o fijan por balances todas las temperaturas  $T_{H,in}, T_{C,in},$

$T_{H,out}, T_{C,out}, U$  puede ser evaluado mediante correlaciones.

Si no,  $U$  puede ser aproximada por un  $U_{diseño}$  o conocido *a priori*

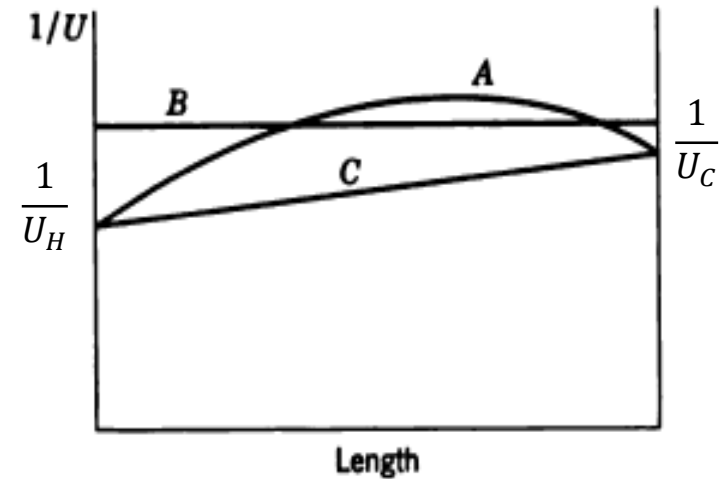
Para el cómputo de  $U$  mediante correlaciones, es necesario fijar al menos una **temperatura de referencia**, que sirve de base para el cómputo de los coeficientes de transferencia de cada fluido, basados en propiedades termofísicas del fluido y las condiciones de escurrimientos de éstos.

Para fijar esta temperatura de referencia, se recurre a dos criterios:

- como la media aritmética de las temperaturas de entrada y salida de cada fluido. Esta aproximación será válida si los coeficientes de transferencia presentan una dependencia débil con la temperatura.
- asumir un comportamiento específico de  $U$ , no constante: método de Shah – Sekulic, y el método de las temperaturas medias calóricas.

Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD, ecuación de dimensionamiento; ( $U$  no constante con el área de transferencia)

$\mu = \phi(T)$ ; el fluido caliente incrementa su viscosidad a medida que se enfría. El fluido frío en contracorriente disminuye su viscosidad a medida que se calienta. Por lo tanto,  $h_{i0}$  y  $h_{o0}$  varían a lo largo de la tubería produciendo una  $U_H > U_C$  en la terminal caliente y fría respectivamente.



U constante: recta **A**; U no constante: comportamiento parabólico, curva **B**; comportamiento lineal, recta **C**

Dimensionamiento con cómputo LMTD: procedimiento de Shah – Sekulic. Resolución por  $\dot{q} = LMTD_{conf} \tilde{U} A_T$   
integración numérica de Simpson

Dimensionamiento con cómputo LMTD: procedimiento de Colburn (temperatura media  $\dot{q} = LMTD_{conf} U_x A_T$   
calórica)

Ambos procedimientos fijan temperaturas de referencia.

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\varphi_{conf} U(T) dA \Rightarrow dA = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{d\Delta T}{U(T)\Delta T} \Rightarrow A = -\varphi_{conf}^{-1} \int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)}$$

$$\Rightarrow \tilde{U} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \left[ \int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)} \right]^{-1}$$

$$A = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{1}{\tilde{U}} \int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} d\ln\Delta T = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{1}{\tilde{U}} \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

### Resolución de la integral

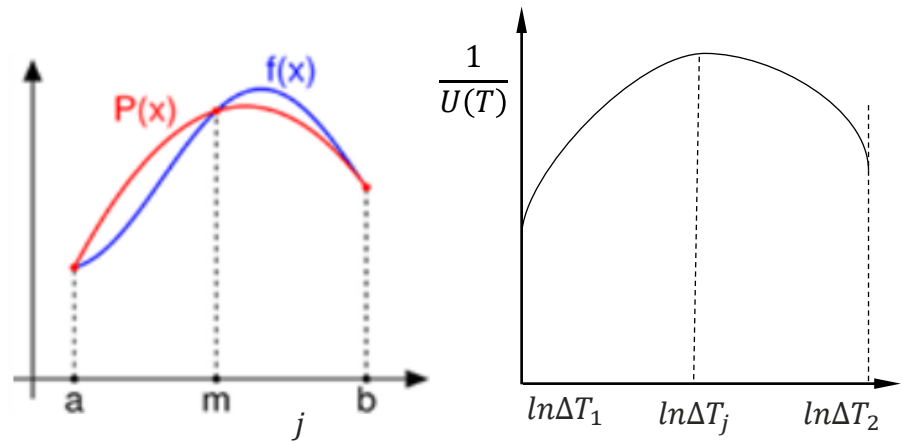
$$\int_a^b f(x) = \frac{(b-a)}{6} [f(a) + 4f(j) + f(b)]$$

$$\int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \left[ \frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{4}{6} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2} \right]$$

$$\tilde{U} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \left[ \int_{\ln\Delta T_1}^{\ln\Delta T_2} \frac{d\ln\Delta T}{U(T)} \right]^{-1} = \left[ \frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2} \right]^{-1}$$

$$\frac{1}{\tilde{U}} = \frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2}$$

La integral es resuelta por la aproximación polinómica de Simpson de tres puntos; dos de ellos son los extremos ; el tercer punto es fijado mediante un balance entálpico; las temperaturas de referencia son las correspondientes a estas 3 posiciones



$$\Delta T_j = \Delta T_2 \left( \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)^{s_j} \quad \text{en } 1 \ s_j = 1; 2 \ s_j = 0; \text{ en } j \ s_j = \frac{1}{2} \quad \text{balance entálpico en } 1, 2 \text{ y } j$$

$$\Delta T_j = (\Delta T_1 \Delta T_2)^{1/2} \Rightarrow T_{i,j,ctc} = T_{i,2} + (T_{i,1} - T_{i,2}) \frac{\Delta T_j - \Delta T_2}{\Delta T_1 - \Delta T_2} \quad i: H, C \Rightarrow \Delta T_j = T_{H,j} - T_{C,j}$$

$$\left. \begin{aligned} T_{H,j,cf} &= T_{H,j,ctc} - \frac{3}{2}(T_{H,j,ctc} - T_{C,j,ctc}) \frac{1-F}{1 + \left(\frac{C_H}{C_C}\right)^{2/3}} \\ T_{C,j,cf} &= T_{C,j,ctc} + \frac{3}{2}(T_{H,j,ctc} - T_{C,j,ctc}) \frac{1-F}{1 + \left(\frac{C_C}{C_H}\right)^{2/3}} \end{aligned} \right\} F = 1 \text{ para configuración } ctc$$

### **Nonuniform Overall Heat Transfer Coefficients in Conventional Heat Exchanger Design Theory—Revisited**

**R. K. Shah<sup>1,2</sup> and D. P. Sekulić<sup>1,3</sup>**

Based on the findings of this work, it appears that none of the approximate methods considered here will accurately predict the exchanger surface area requirement when the variation of the heat transfer coefficient on one of the two-fluid sides is highly nonlinear and the corresponding thermal resistance is controlling. If the nature of variation in  $h$  is unknown, as in practical applications, the reliability of the approximate methods is even more questionable. The best approach is to conduct the numerical integration to take into consideration the actual variation of the heat transfer coefficient. In many applications, the heat transfer coefficient on one fluid side may not be controlling (i.e., the heat transfer coefficients on both sides may be of the same order of magnitude). In this case, the conclusions derived from the example of this paper are not necessarily applicable. Hence, the best solution is to conduct exact numerical integration to take into account the variations in the heat transfer coefficient on one or both fluid sides.

Journal of Heat Transfer 520 / Vol. 120, MAY 1998

Evaluar  $h_{i,o,j}$  y  $h_{o,j}$  a  $T_{H,j,cf}$  y  $T_{C,j,cf}$

$$U_j = \left[ \frac{1}{h_{i,o,j}} + \frac{D_o}{2\kappa} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_{o,j}} + \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f} \right]^{-1} \quad W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$$

Evaluar  $U_1$  y  $U_2$  a  $T_{H,in}$  y  $T_{C,out}$ ,  $T_{H,out}$  y  $T_{C,in}$  respectivamente

$$\frac{1}{\tilde{U}} = \frac{1}{6} \frac{1}{U_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{U_j} + \frac{1}{6} \frac{1}{U_2}$$

Regla de Simpson para 3 puntos

$$\frac{1}{C_H} = \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\dot{q}} \quad \frac{1}{C_C} = \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\dot{q}}$$

$$-\varphi_{conf} = - \left[ \frac{1}{C_H} \pm \frac{1}{C_C} \right] = - \left[ \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\dot{q}} \pm \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\dot{q}} \right] = \frac{[\Delta T_2 - \Delta T_1]}{\dot{q}}$$

$$A_T = -\varphi_{conf}^{-1} \frac{1}{\tilde{U}} \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{\dot{q}}{[\Delta T_2 - \Delta T_1]} \frac{1}{\tilde{U}} \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \rightarrow \dot{q} = \tilde{U} A_T \frac{[\Delta T_2 - \Delta T_1]}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

$$\dot{q} = LMTD_{conf} \tilde{U} A_T$$

Heat Transfer Engineering, 32(2):141–150, 2011  
 Copyright © Taylor and Francis Group, LLC  
 ISSN: 0145-7632 print / 1521-0537 online  
 DOI: 10.1080/01457631003769278



## Mean Overall Heat Transfer Coefficient in Heat Exchangers Allowing for Temperature-Dependent Fluid Properties

WILFRIED ROETZEL<sup>1</sup> and XING LUO<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Thermodynamics, Helmut Schmidt University, Hamburg, Germany

<sup>2</sup>Institute of Thermal Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai, China

*For temperature-dependent heat transfer coefficients and heat capacities, fast approximation methods are presented for the estimation of the effective overall heat transfer coefficient. The heat transfer coefficients are calculated for two, three, or four reference temperatures. For the parallel and countercurrent flow a known method is described that uses a hypothetical fluid temperature for the iteration-free consideration of variable heat capacities. For the mixed–unmixed cross flow a previous method for temperature-dependent heat transfer coefficients is refined to allow also for variable heat capacities. For the mixed–mixed cross flow a new iterative fast design and rating method is developed that is a suitable model for special multipass shell-and-tube heat exchangers. The accuracy of the methods is tested against numerical calculations with good results.*



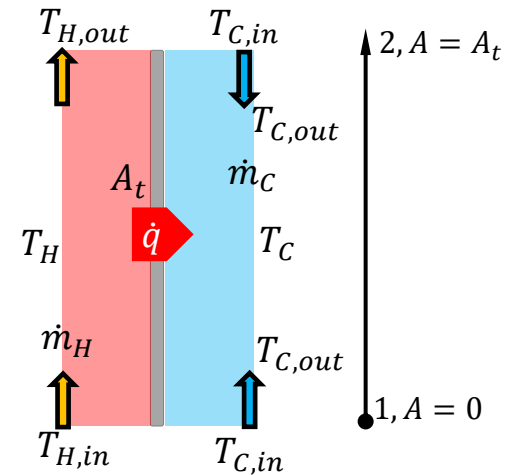
## Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

Colburn (1933) propone la variación lineal de  $U$  con la evolución de la temperatura de la corriente que corresponde a la resistencia controlante.

A los efectos, se considerará que es la fría (*Cold*).  $U = a(1 + bT_c)$

La expresión resultante de la integración analítica es: 
$$\frac{\dot{q}}{A_t} = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}}$$

Temperatura media logarítmica del producto cruzado,  $U \Delta T$ .



Requiere la evaluación de  $U_2$  y  $U_1$  mediante los  $h_{i0}$  y  $h_o$  respectivos en los extremos del HE

Notar que, si la fuerza impulsora es constante en la trayectoria de transferencia,  $\Delta T_2 \cong \Delta T_1$

$$\frac{\dot{q}}{A_T} = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \rightarrow \frac{\dot{q}}{A_T} = \frac{(U_2 - U_1) \Delta T}{\ln \frac{U_2}{U_1}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{q}}{A_t} &= \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \\ \frac{\dot{q}}{A_t} &= U_x \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \end{aligned} \right\} U_x = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

874

INDUSTRIAL AND ENGINEERING CHEMISTRY

Vol. 25, No. 8

## Mean Temperature Difference and Heat Transfer Coefficient in Liquid Heat Exchangers

ALLAN P. COLBURN, E. I. du Pont de Nemours & Company, Wilmington, Del.

*Where the over-all coefficient of heat transfer,  $U$ , varies throughout a heat exchanger, the calculation of heat transfer by use of the logarithmic mean temperature difference may lead to considerable error. For the special case where  $U$  is a linear function of temperature, the simple relationship has been derived that the heat transfer rate is equal to the logarithmic mean of  $U_1 \Delta t_2$  and  $U_2 \Delta t_1$ , the subscripts indicating terminal conditions. A family of curves is also provided for this case, which indicates the temperature to be used with the heat transfer coefficient calculated by a logarithmic mean temperature difference. Two detailed examples illustrate the application of these procedures.*

### Definiciones

$T_c$  temperatura de la corriente fría,  $T_{cc}$  temperatura calórica de la corriente fría

$$U = a(1 + bT_c); U_1 = a(1 + bT_{c1}); U_2 = a(1 + bT_{c2}); U_x = a(1 + bT_{cc})$$

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \rightarrow K_c = \frac{a(1 + bT_{c1}) - a(1 + bT_{c2})}{a(1 + bT_{c2})} \rightarrow K_c = \frac{b(T_{c1} - T_{c2})}{(1 + bT_{c2})}$$

$$K_c + 1 = \frac{(1 + bT_{c1})}{(1 + bT_{c2})}$$

$$F_c = \frac{T_{cc} - T_{c2}}{T_{c1} - T_{c2}} \rightarrow K_c F_c = \frac{b(T_{cc} - T_{c2})}{(1 + bT_{c2})} \rightarrow K_c F_c + 1 = \frac{(1 + bT_{cc})}{(1 + bT_{c2})}$$

$$r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \rightarrow r - 1 = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\Delta T_1}$$

# Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

$$U_x = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$a(1 + bT_{cc}) = \frac{a(1 + bT_{c2})\Delta T_1 - a(1 + bT_{c1})\Delta T_2}{\ln \left[ \frac{a(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{a(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$(K_c F_c + 1)(1 + bT_{c2}) = \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1 - (K_c + 1)(1 + bT_{c2})\Delta T_2}{\ln \left[ \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$(K_c F_c + 1)(1 + bT_{c2}) = \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1 - (K_c + 1)(1 + bT_{c2})\Delta T_2}{\ln \left[ \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1}$$

$$(K_c F_c + 1) = \frac{\Delta T_1 - (K_c + 1)\Delta T_2}{\ln \left[ \frac{(1 + bT_{c2})\Delta T_1}{(1 + bT_{c1})\Delta T_2} \right]} \frac{\ln r}{(r - 1)\Delta T_1} = \frac{1 - (K_c + 1)r}{\ln \left[ \frac{1}{(K_c + 1)r} \right]} \frac{\ln r}{(r - 1)}$$

$$(K_c F_c + 1) = \frac{1 - (K_c + 1)r}{-\ln[(K_c + 1)r]} \frac{\ln r}{(r - 1)} = \frac{(r - 1) + K_c r}{\ln[(K_c + 1)r]} \frac{\ln r}{(r - 1)} = \left[ \frac{(r - 1)}{(r - 1)} + \frac{K_c r}{(r - 1)} \right] \frac{\ln r}{\ln(K_c + 1) + \ln r} = \left[ 1 + \frac{K_c r}{(r - 1)} \right] \frac{1}{\frac{\ln(K_c + 1)}{\ln r} + 1}$$

$$\left( F_c + \frac{1}{K_c} \right) = \left[ \frac{1}{K_c} + \frac{r}{(r - 1)} \right] \frac{1}{\frac{\ln(K_c + 1)}{\ln r} + 1} - \frac{1}{K_c} \rightarrow$$

$$F_c = \left[ \frac{1}{K_c} + \frac{r}{(r - 1)} \right] \frac{1}{\frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(r)} + 1} - \frac{1}{K_c}$$

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2}$$

$$r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

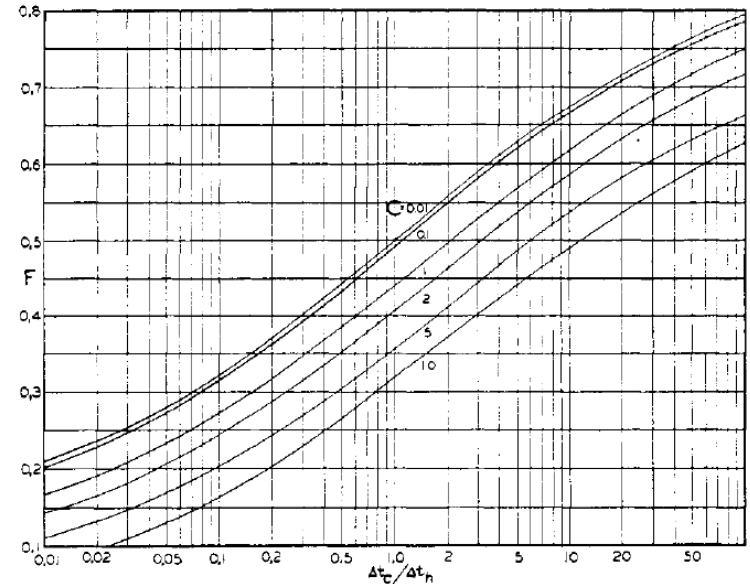


FIGURE 1. PLOT OF  $F$  VS.  $\Delta t_c/\Delta t_h$

## Transferencia de calor entre fluidos. Procedimiento LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

Para ambas terminales se evalúan los valores de  $U_1$  y  $U_2$ , según las propiedades de cada fluido a las temperaturas  $T_{H,1}, T_{C,1}$  y  $T_{H,2}, T_{C,2}$  respectivamente. Calcular el parámetro  $K_c$  y el parámetro  $r$  (Notar que si la fuerza impulsora es constante  $r = 1$ )

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2}$$

$$r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

$$F_c = \frac{\left(\frac{1}{K_c}\right) + \left(\frac{r}{r-1}\right)}{1 + \frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(r)}} - \frac{1}{K_c}$$

$$T_{c,H} = T_{H,out} + F_c(T_{H,in} - T_{H,out})$$

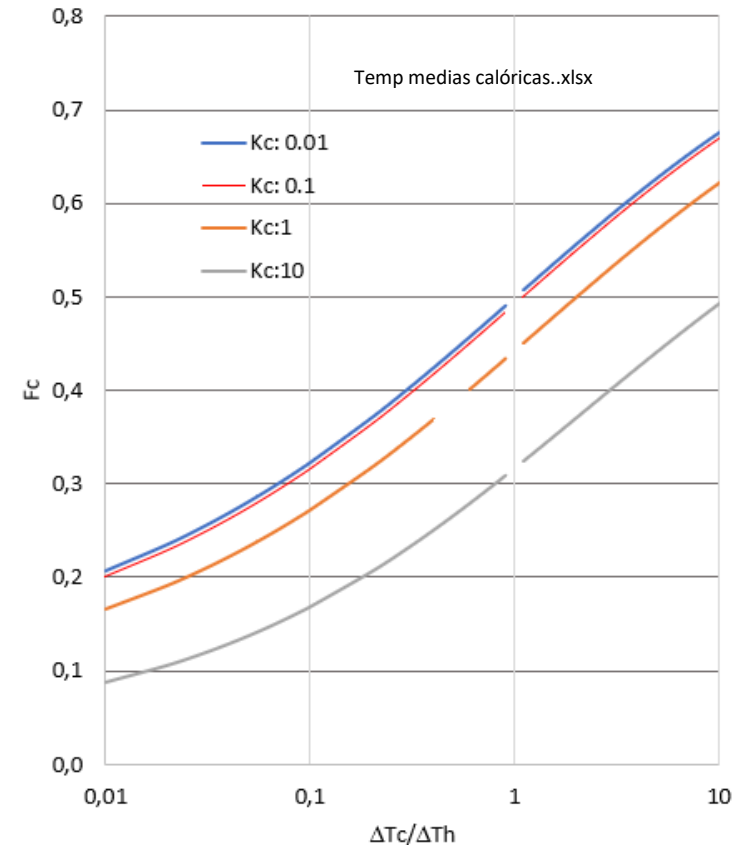
$$T_{c,C} = T_{C,in} + F_c(T_{C,out} - T_{C,in})$$

Si  $r = 1$ ,  $F_c$  carece de sentido; la ecuación  $\frac{\dot{q}}{A_T} = \frac{(U_2 - U_1)\Delta T}{\ln \frac{U_2}{U_1}}$  sigue siendo

válida si  $\frac{U_C}{U_H} \neq 1$

Se evalúa un nuevo coeficiente global de transferencia  $U_x$  a la temperatura media calórica,  $T_{c,H}$ ,  $T_{c,C}$  de cada fluido; en este coeficiente general único,  $U_x$ , se puede suponer que toda el área de la superficie,  $A$ , está transfiriendo calor en el

$LMTD_{conf}$ .



$$\dot{q} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} U_x A_T \rightarrow \dot{q} = U_x A_T LMTD_{conf}$$

Ecuación de diseño basada en  $LMTD_{conf}$  y  $U_x$

## Transferencia de calor entre fluidos. Método LMTD. U dependiente de la T. método de Colburn

Si  $r = K_c + 1$  entonces  $F_c = 0,5$ . Ello implica que las temperaturas medias calóricas de cada fluido,  $T_{c,H}$ ,  $T_{c,C}$  coinciden con sus temperaturas medias,  $T_{m,C}$ ,  $T_{m,H}$ .

$$K_c = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \quad r = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = r = K_c + 1 = \frac{U_1 - U_2}{U_2} + 1 = \frac{U_1}{U_2} \quad F_c = \frac{\left(\frac{1}{K_c}\right) + \left(\frac{r}{r-1}\right) - \frac{1}{K_c}}{1 + \frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(r)}} \quad T_{c,H} = T_{H,out} + F_c(T_{H,in} - T_{H,out})$$

$$T_{c,C} = T_{C,in} + F_c(T_{C,out} - T_{C,in})$$

$$F_c = \frac{\left(\frac{1}{K_c}\right) + \left(\frac{K_c + 1}{K_c}\right) - \frac{1}{K_c}}{1 + \frac{\ln(K_c + 1)}{\ln(K_c + 1)}} - \frac{1}{K_c} = \frac{2 + K_c}{2K_c} - \frac{1}{K_c} = 0,5$$

$$T_{c,H} = T_{H,out} + 0,5(T_{H,in} - T_{H,out}) = 0,5(T_{H,in} + T_{H,out})$$

$$T_{c,C} = T_{C,in} + 0,5(T_{C,out} - T_{C,in}) = 0,5(T_{C,in} + T_{C,out})$$

$$0,95 \frac{U_1}{U_2} \leq \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \leq 1,05 \frac{U_1}{U_2}$$

El criterio adoptado define el procedimiento para el cómputo de las propiedades de los fluidos caliente y frío; si la relación de temperaturas está dentro del rango de la relación de U, se calcula a la temperatura media en cada corriente En caso contrario se evalúan a la temperatura media calórica o a. No es posible  $F_c \geq 0,5$  para  $r < 1$

# Operaciones Unitarias 1

## Transferencia de Calor

### Dispositivos de transferencia

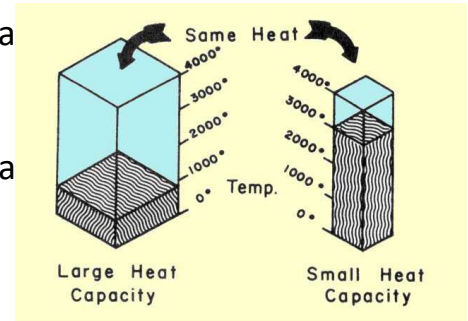
Método  $\varepsilon$ -NTU (*effectiveness - Number of Transfer Units*)

## Transferencia de calor entre fluidos. Método $\varepsilon$ – NTU

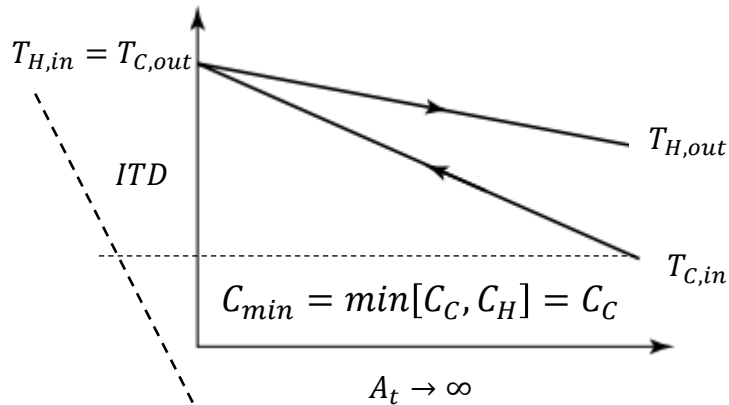
Efectividad  $\varepsilon$  es una medida del rendimiento térmico. Se define para un HE dado, con cualquier disposición de flujo, como la relación de la tasa de transferencia de calor real del fluido caliente al fluido frío a la máxima tasa de transferencia de calor posible permitido termodinámicamente:

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{max}}$$

$\dot{q}_{max}$  es aquel transferido en un HE *ctc* ideal de  $A_t$  infinita y corresponde a la condición en la que la temperatura del fluido de menor capacidad calorífica iguala a la temperatura de entrada de mayor capacidad calorífica

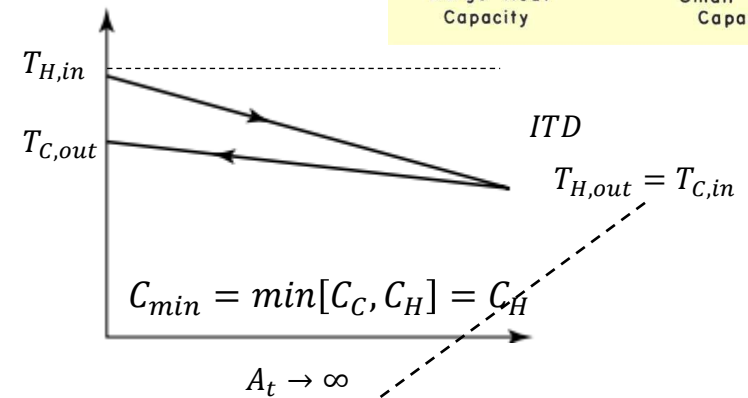


$$ITD = \Delta T_{max} = T_{H,in} - T_{C,in}$$



El fluido frío se calienta hasta  $T_{H,in}$ ; la mayor pendiente:  $\Delta T_C$

$$\dot{q}_{max} = C_{min}(T_{C,out} - T_{C,in})$$



El fluido caliente se enfría hasta  $T_{C,in}$ ; la mayor pendiente:  $\Delta T_H$

$$\dot{q}_{max} = C_{min}(T_{H,in} - T_{H,out})$$

$$\dot{q}_{max} = C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in}) = C_{min}\Delta T_{max}$$

El término **efectividad** (*effectiveness*) no debe confundirse con **eficiencia** (*efficiency*). El término eficiencia generalmente se restringe a: (1) la eficiencia de conversión de la forma de energía A a la B, o (2) una comparación del desempeño real con el desempeño ideal del sistema, bajo condiciones operativas comparables, desde el punto de vista energético. En un HE, no hay conversión de diferentes formas de energía.

## Transferencia de calor entre fluidos. Método $\varepsilon - NTU$

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{max}} = \frac{C_C(T_{C,out} - T_{C,in})}{C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\Delta T_{max}} \quad \vee \quad \varepsilon = \frac{C_H(T_{H,in} - T_{H,out})}{C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\Delta T_{max}}$$

$$C_{min} = C_C$$

$$C_{min} = C_H$$

$$\varepsilon = \frac{C_H(T_{H,in} - T_{H,out})}{C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{C_C(T_{C,out} - T_{C,in})}{C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{\dot{q}}{C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in})} \Rightarrow \boxed{\dot{q} = \varepsilon C_{min}(T_{H,in} - T_{C,in})}$$

Ecuación válida para cualquier configuración de flujo

Relación funcional, grupos adimensionales  $NTU = \frac{UA_t}{C_{min}} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{max}} = \frac{UA_t}{C_{min}} \frac{LMTD_{conf}}{\Delta T_{max}} = NTU \frac{LMTD_{conf}}{\Delta T_{max}}$

$$C_H(T_{H,in} - T_{H,out}) = C_C(T_{C,out} - T_{C,in}) \Rightarrow \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{\Delta T_{max}} = \frac{C_C}{C_H} \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\Delta T_{max}} = \frac{C_{min}}{C_{max}} \varepsilon \quad \text{si } C_H = C_{max}$$

$$\varepsilon = \Phi\left(\frac{UA_t}{C_{min}}, \frac{C_{min}}{C_{max}}, \text{configuracion de flujo}\right) = \Phi(NTU, c, \text{configuracion de flujo})$$

$$C_{min} = \min[C_C, C_H] \quad 0 \leq c = \frac{C_{min}}{C_{max}} \leq 1 \quad NTU = \frac{UA_t}{C_{min}}$$

$$C_{max} = \max[C_C, C_H] \quad c, \text{ parámetro adimensional operativo} \quad NTU, \text{ parámetro adimensional de diseño}$$

Un HE está balanceado si  $c = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 1$

$c = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 0$  implica que  $C_{min}$  es finito y  $C_{max} \rightarrow \infty$ , en el cual no existe  $\Delta T$  (fluido con cambio de fase)



## Transferencia de calor entre fluidos. Método $\varepsilon - NTU$

El número de unidades de transferencia (*Number of Transfer Units NTU*, adimensional), se define como:

$$NTU = \frac{1}{C_{min}} \int_0^{A_t} U dA = \frac{UA_t}{C_{min}}$$

Magnitud relativa entre la tasa real de transferencia, respecto al cambio de entalpia de la corriente con menor capacidad calórica esto es, de la corriente con mayor potencial de cambio de temperatura; no necesariamente está asociado al tamaño físico del HE; sólo para un dado servicio específico (donde  $\frac{U}{C_{min}}$  permanece aproximadamente constante), a mayor  $NTU$ , mayor área de transferencia; se conoce como tamaño térmico (*thermal size*) de un HE.

En un intercambiador de placas (*Plate Heat Exchanger, PHE*), se refiere el  $NTU$  como  $\theta$ , longitud térmica.

A bajos valores de  $NTU$ , menor es  $\varepsilon$ . Si  $NTU \rightarrow \infty$  ( $A_t \rightarrow \infty$ )  $\varepsilon \rightarrow 1$ , en el límite se aproxima al valor asintótico termodinámico

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{max}} = \frac{UA_t}{C_{min}} \frac{LMTD_{conf}}{\Delta T_{max}} = NTU \frac{LMTD_{conf}}{\Delta T_{max}} \rightarrow NTU = \frac{\Delta T_{max}}{LMTD_{conf}} \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{C_C(T_{C,out} - T_{C,in})}{C_{min}\Delta T_{max}} \vee \varepsilon = \frac{C_H(T_{H,in} - T_{H,out})}{C_{min}\Delta T_{max}}$$

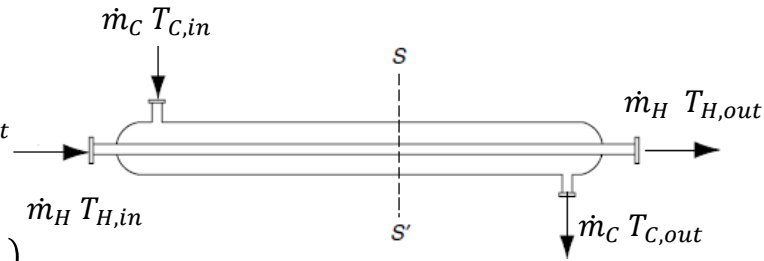
$$\left\{ \begin{array}{l} NTU = \frac{C_H}{C_{min}} \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{LMTD_{conf}} \\ NTU = \frac{C_C}{C_{min}} \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{LMTD_{conf}} \end{array} \right.$$

$NTU$  designa un tamaño de transferencia de calor no dimensional o tamaño térmico del HE y puede ser calculado de alguna de estas ecuaciones, dependiendo si  $C_{min} = C_H$  o  $C_{min} = C_C$

# Transferencia de calor entre fluidos. método $NTU - \varepsilon$ ; evaluación de $\varepsilon = \Phi(NTU, c, cc)$ y $\varepsilon = \Phi(NTU, c, ctc)$

## Configuración en co – corriente (cc)

$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-\varphi_{cc} UA_t} = e\left[-\left(\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C}\right) UA_t\right], A = 0 \quad 2, A = A_t$$

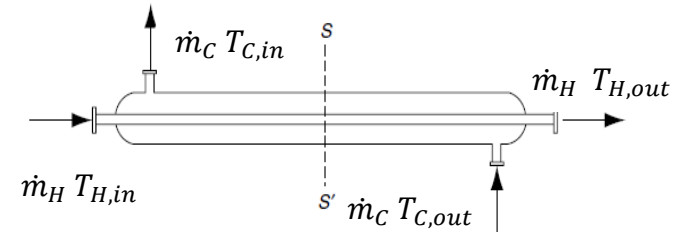


$$\dot{q} = C_H(T_{H,in} - T_{H,out}) = C_C(T_{C,out} - T_{C,in}) \rightarrow T_{H,out} = T_{H,in} - \frac{C_C}{C_H}(T_{C,out} - T_{C,in})$$

$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{\left(T_{H,in} - \frac{C_C}{C_H}(T_{C,out} - T_{C,in}) - T_{C,out} + T_{C,in} - T_{C,in}\right)}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = \frac{(T_{H,in} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} - \frac{(T_{C,out} - T_{C,in}) + \frac{C_C}{C_H}(T_{C,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,in})}$$

$$\frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = 1 - \left(1 + \frac{C_C}{C_H}\right) \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = e\left[-\frac{1}{c} \left(\frac{C_C}{C_H} + 1\right) UA_t\right] \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{C_C(T_{C,out} - T_{C,in})}{C_{min} \Delta T_{max}} \rightarrow \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{\Delta T_{max}} = \varepsilon \frac{C_{min}}{C_C} \quad \frac{C_{min}}{C_C} = 1 \rightarrow C_{max} = C_H$$



$$1 - \left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) \varepsilon_{cc} = e\left[-\frac{UA_t}{C_{min}} \left(\frac{C_{min}}{C_{max}} + 1\right)\right] \Rightarrow \varepsilon_{cc} = \frac{1 - e\left[-\frac{UA_t}{C_{min}} \left(\frac{C_{min}}{C_{max}} + 1\right)\right]}{\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{cc} = \frac{1 - e[-NTU(1+c)]}{(1+c)}}$$

## Configuración en contra – corriente (ctc)

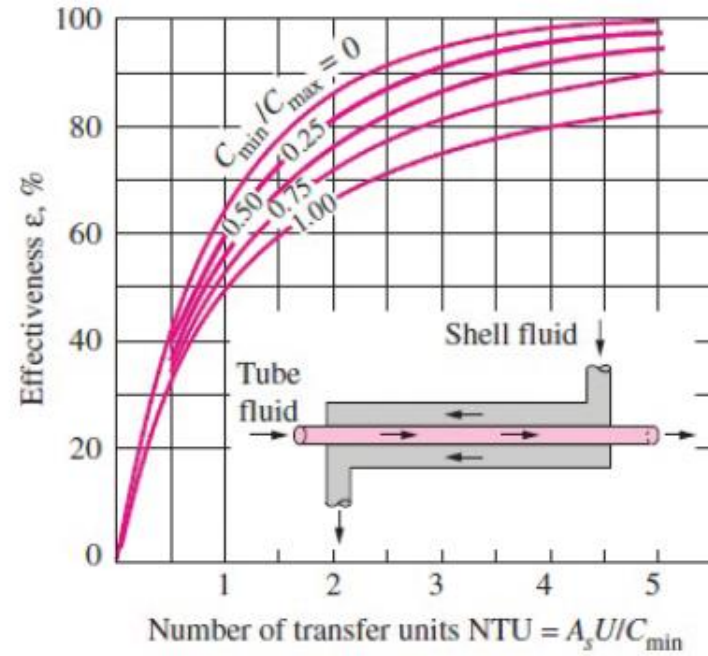
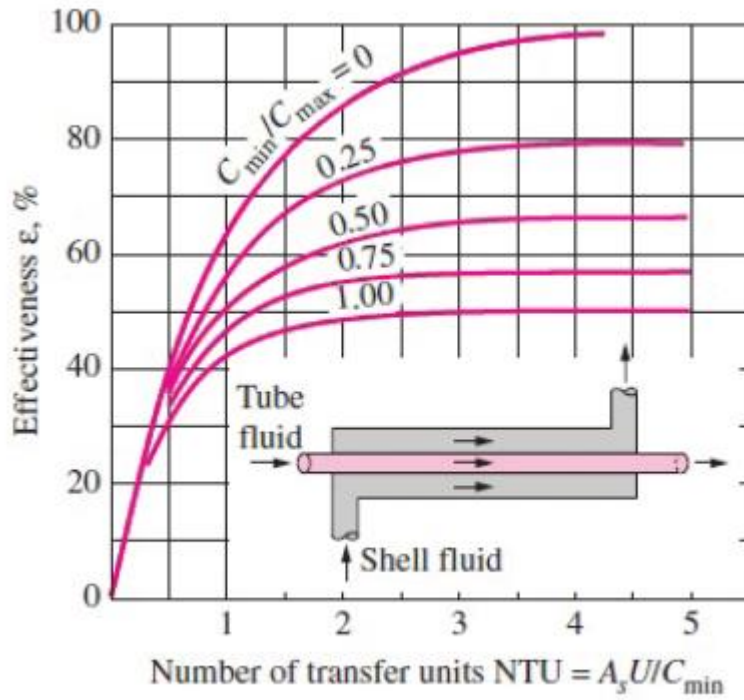
$$\boxed{\varepsilon_{ctc} = \frac{1 - e[-NTU(1-c)]}{1 - ce[-NTU(1-c)]}}$$

$$0 \leq c = \frac{C_{min}}{C_{max}} \leq 1 \quad c = 1 \quad \varepsilon_{ctc} = \frac{0}{0}; \text{ regla de l'Hospital: } \varepsilon_{ctc} = \frac{NTU}{1+NTU}$$

$c = 0$   $C_{min}$  es finito y  $C_{max} \rightarrow \infty$ , en el cual no existe  $\Delta T$  (cambio de fase); independientemente de la configuración:  $\varepsilon = 1 - e[-NTU]$

$$\frac{\varepsilon_{ctc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{(1+c)}{1 - ce[-NTU(1-c)]} \gg 1 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{ctc} \gg \varepsilon_{cc}}$$

Transferencia de calor entre fluidos. método  $NTU - \epsilon$ ; evaluación de  $\epsilon = \Phi(NTU, c, cc)$  y  $\epsilon = \Phi(NTU, c, ctc)$



## Transferencia de calor entre fluidos. Métodos de resolución de HE

Enfoques en la resolución de HE:

- a) dimensionamiento: supone definir tipo, características y dimensión (área de transferencia, configuración) del HE, conocido algunos de los requerimientos de servicio; ( $T_{H,in}$ ,  $T_{C,in}$ ,  $T_{H,out}$ ,  $T_{C,out}$ ,  $C_H$ ,  $C_C$ ).
- b) Verificación, rating : supone conocido o disponible el HE y se requiere evaluar su performance para un servicio especificado.

Los métodos de resolución dependen de los enfoques; los más usuales son los siguientes:

- a) El método LMTD o método de la Diferencia de Temperatura Media Logarítmica (*Log Media Temperature Difference*)
- b) El método  $\varepsilon$  – NTU o método eficacia – número de unidades de transferencia (*effectiveness Number of Transfer Units*)

Por la información disponible, el método LMTD es el recomendado para el dimensionamiento y el método  $\varepsilon$  – NTU es la elección preferida en la verificación

## Transferencia de calor entre fluidos. Verificación; determinación de temperaturas de salida

Dado un intercambiador en donde se conoce las cargas térmicas (o capacidades caloríficas) de ambos fluidos,  $R = \frac{\dot{m}_H c_{PH}}{\dot{m}_C c_{PC}}$ ,

sus temperaturas de ingreso,  $T_{H,in}$ ,  $T_{C,in}$  y puede ser estimado o conocido un coeficiente global de transferencia, se

requiere conocer las temperaturas de salida,  $T_{H,out}$  y  $T_{C,out}$ .

de la ecuación de diseño 
$$\dot{q} = UA_T \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \rightarrow \frac{\dot{m}_C c_{PC} (T_{C,out} - T_{C,in})}{UA_T} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{(T_{H,in} - T_{C,out}) - (T_{H,out} - T_{C,in})}{\ln \frac{(T_{H,in} - T_{C,out})}{(T_{H,out} - T_{C,in})}}$$

$$\ln \frac{(T_{H,in} - T_{C,out})}{(T_{H,out} - T_{C,in})} \dot{m}_C c_{PC} (T_{C,out} - T_{C,in}) = UA_T [(T_{H,in} - T_{H,out}) - (T_{C,out} - T_{C,in})] \Rightarrow$$

$$\ln \frac{(T_{H,in} - T_{C,out})}{(T_{H,out} - T_{C,in})} = \frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} \left[ \frac{(T_{H,in} - T_{H,out})}{(T_{C,out} - T_{C,in})} - \frac{(T_{C,out} - T_{C,in})}{(T_{C,out} - T_{C,in})} \right] \Rightarrow \ln \frac{(T_{H,in} - T_{C,out})}{(T_{H,out} - T_{C,in})} = \frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R - 1] \Rightarrow$$

$$\frac{(T_{H,in} - T_{C,out})}{(T_{H,out} - T_{C,in})} = e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R-1]} \Rightarrow T_{H,in} - T_{C,out} = (T_{H,out} - T_{C,in}) e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R-1]}$$

del balance térmico  $R = \frac{\dot{m}_C c_{PC}}{\dot{m}_H c_{PH}} = \frac{T_{H,in} - T_{H,out}}{T_{C,out} - T_{C,in}} \Rightarrow T_{C,out} = T_{C,in} + \frac{T_{H,in} - T_{H,out}}{R}$

$$T_{H,in} - \left( T_{C,in} + \frac{T_{H,in} - T_{H,out}}{R} \right) = (T_{H,out} - T_{C,in}) e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R-1]} \Rightarrow T_{H,out} = \frac{(1 - R)T_{H,in} + R \left( 1 - e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R-1]} \right) T_{C,in}}{\left( 1 - R e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R-1]} \right)}$$

$$T_{H,out} = \frac{\left( R + e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R+1]} \right) T_{H,in} + \left( e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R+1]} - 1 \right) R T_{C,in}}{\left( 1 + R \right) e^{\frac{UA_T}{\dot{m}_C c_{PC}} [R-1]}}$$

## Transferencia de calor entre fluidos. Resolución estricta de la EDC para dimensionamiento

a) Resolución de la EDC por diferencias finitas

b) Resolución de la EDC por integración numérica o ajuste numérico de función

b) Resolución de la EDC por integración numérica o ajuste numérico de la función  $U = \phi(\varphi_{conf}, \Delta T)$

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\varphi_{conf} U dA \rightarrow \frac{1}{-\varphi_{conf} U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = dA \rightarrow \int_0^{A_t} dA = - \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{1}{\varphi_{conf} U} \frac{d\Delta T}{\Delta T}$$

$$A_t = - \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{1}{\varphi_{conf} U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} \rightarrow A_t = - \frac{1}{\varphi_{conf}} \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{1}{U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = - \frac{1}{\varphi_{conf}} \int_{\ln \Delta T_1}^{\ln \Delta T_2} \frac{d \ln \Delta T}{U}$$

Secuencia:

a) A partir de la información de las temperaturas en los extremos, en una secuencia de valores asumidos de  $T_j$  a lo largo de la trayectoria de transferencia para uno de los fluidos (por ejemplo,  $T_{H,j}$ ), calcular los valores de T adquiridos por el otro fluido (por ejemplo,  $T_{C,j}$ ), asumiendo un balance entálpico lineal:

$$T_{C,j} = \frac{(T_{H,j} - T_{H,2})}{(T_{H,1} - T_{H,2})} (T_{C,1} - T_{C,2}) + T_{C,2}$$

b) En cada posición j, evaluar para los fluidos los coeficientes peliculares,  $h_{H,j}$  y  $h_{C,j}$ . Considerando además otras resistencias posibles, evaluar  $U_j^{-1}$  incluidos los extremos del intercambiador.

c) Determinar la relación seleccionada  $U = \phi(\varphi_{conf}, \Delta T)$  por ajuste numérico y resolver analíticamente la integral o bien, a partir de información tabular, resolver la misma por métodos numéricos.

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores. Tratamiento del ensuciamiento

En la formulación del coeficiente global de transferencia, debe distinguirse el coeficiente limpio ( $U_c$ , *clean*) del sucio ( $U_d$ , *dirty*)

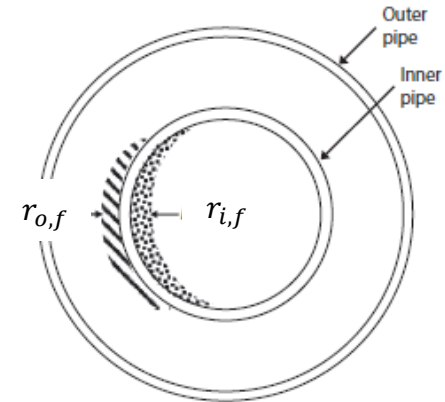
$$r_{ft} = \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f}$$

$$U_c = \left[ \frac{1}{h_{io}} + \frac{D_o}{2k} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_o} \right]^{-1} \quad U_d = \left[ \frac{1}{U_c} + \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f} \right]^{-1} = \left[ \frac{1}{U_c} + r_{ft} \right]^{-1} \quad \frac{1}{U_d} = \frac{1}{U_c} + r_{ft}$$

Los requerimientos de proceso son usualmente fijados, (se requiere el mismo servicio térmico y las mismas temperaturas terminales) durante el periodo de servicio; por lo que se cumple:

$$\dot{q} = U_c A_{tc} LMTD_{conf}$$

$$\dot{q} = U_d A_{td} LMTD_{conf} \quad CF = \frac{U_d}{U_c} = \frac{A_{tc}}{A_{td}}$$



$CF$  es el factor de limpieza (*Cleanliness Factor*). Dado que  $U_d < U_c$ , se requeriría mayor área de transferencia al final del ciclo de operación,  $A_{td}$  (antes de requerir limpieza). Para un dado HE en operación, este requerimiento frecuentemente no puede ser cumplido.

$$\frac{1}{U_d} = \frac{1}{U_c} + r_{ft} \rightarrow \frac{1}{CF} = 1 + U_c r_{ft} \rightarrow \frac{1}{CF} - 1 = U_c r_{ft} = \frac{A_{td} - A_{tc}}{A_{tc}}$$

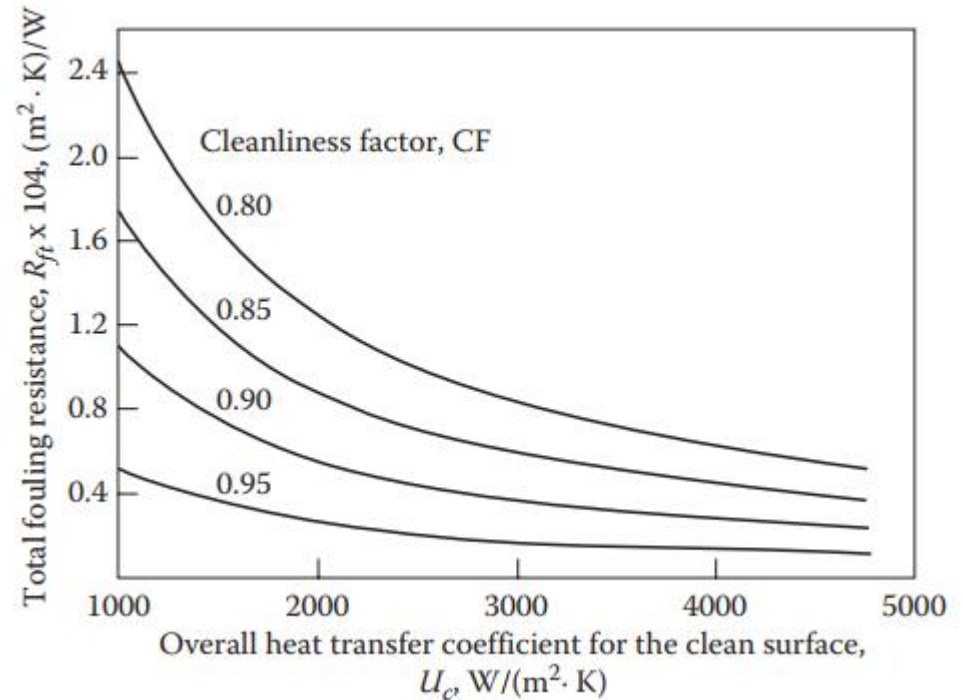
Indica el incremento del área de transferencia con relación a la condición limpia (o de inicio de operación del HE) para cumplimiento del mismo servicio térmico con el grado de ensuciamiento fijado por el  $r_{ft}$ .

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores. Tratamiento de resistencia de ensuciamiento

$$\frac{1}{CF} = 1 + U_c r_{ft} \rightarrow r_{ft} = \frac{1 - CF}{U_c CF}$$

En la gráfica se evidencia que, para un dado CF, a mayor  $U_c$  menor es la resistencia de ensuciamiento. También para un  $U_c$  fijo a mayor CF, menor es  $r_{ft}$ . Los dimensionamientos aceptados asocian un CF de 0,80

Valores de resistencias de ensuciamiento típicos han sido fijados, para diversos sistemas ( $r'_f$ ). Estos valores han sido normalizados como las resistencias alcanzadas luego de un año de operación. De la comparación entre los valores  $r_{ft}$  y  $r'_f$ , es posible aproximar el ciclo de operación, para un CF definido



$VU = \frac{r'_f}{r_{ft}} \leq 1$  implica que el equipo deberá ser limpiado luego de un período de funcionamiento menor o igual a un año.



## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores. Tratamiento de resistencia de ensuciamiento

En la condición limpia, a inicios de la operación, para un área de transferencia determinada en la condición sucia (considerados factores de ensuciamiento),  $A_{td}$  y un servicio definido,  $\frac{C_C}{C_H}$ , las temperaturas de salida de ambos fluidos (de proceso y de servicio),  $T_{H,out,c}$  y  $T_{C,out,c}$  serán diferentes a las estipuladas para el dimensionamiento.

Estas temperaturas de salida en la condición limpia pueden ser evaluadas mediante las ecuaciones:

$$R = \frac{C_C}{C_H}$$
$$T_{H,out,c} = \frac{(1 - R)T_{H,in} + R \left(1 - e^{-\frac{U_c A_{td}}{C_C} [R-1]}\right) T_{C,in}}{\left(1 - R \cdot e^{-\frac{U_c A_{td}}{C_C} [R-1]}\right)} \quad \text{ctc}$$
$$T_{H,out,c} = \frac{\left(R + e^{-\frac{U_c A_{td}}{C_C} [R+1]}\right) T_{H,in} + \left(e^{-\frac{U_c A_{td}}{C_C} [R+1]} - 1\right) R T_{C,in}}{(1 + R) e^{-\frac{U_c A_{td}}{C_C} [R-1]}} \quad \text{cc}$$
$$T_{C,out,c} = T_{C,in} + \frac{T_{H,in} - T_{H,out,c}}{R}$$