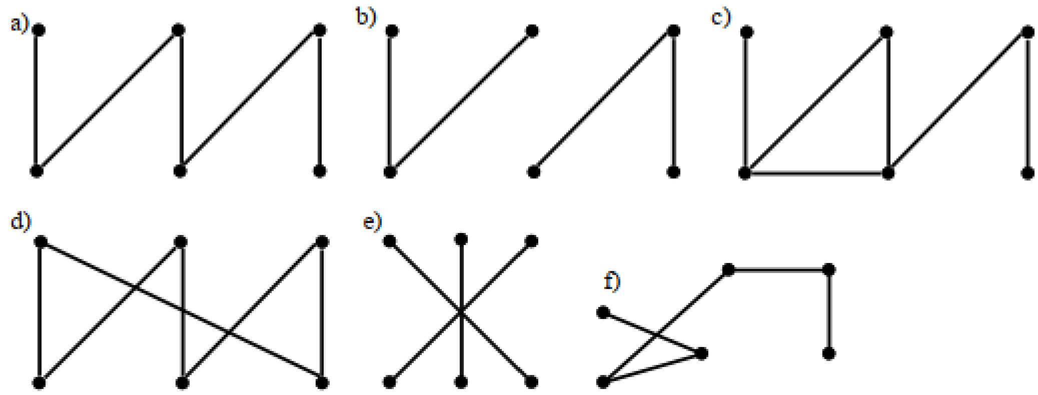
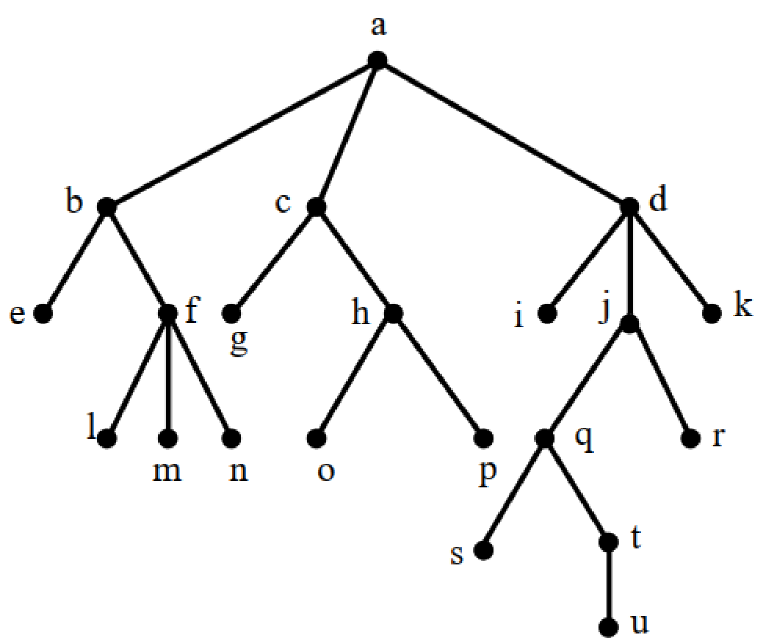
Trabajo Practico Nº 5: Arboles

Primer parte: Ejercicios (individual):

1) ¿Cuáles de los siguientes grafos son árboles? Justificar.



2) Responder las preguntas sobre el siguiente árbol:



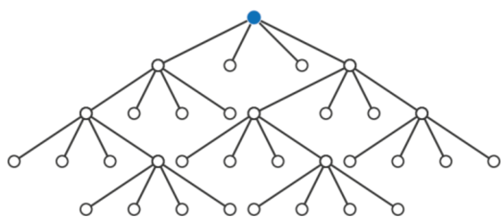
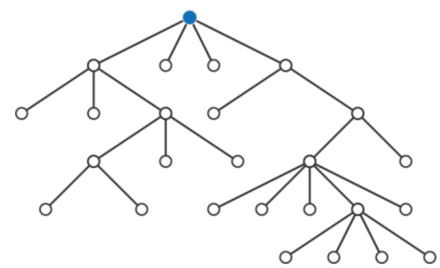
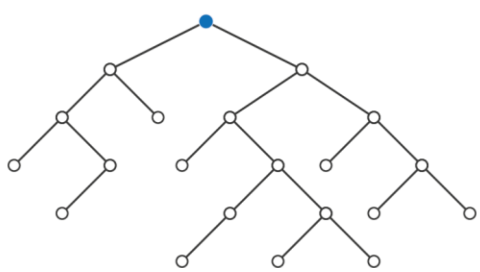
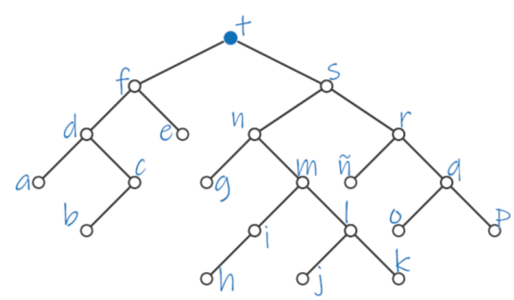
a. ¿Cuál es el vértice raíz?
b. ¿Cuáles son los vértices internos?
c. ¿Qué vértices son hojas?
d. ¿Qué vértices son hijos de j?
e. ¿Qué vértice es padre de h?
f. ¿Qué vértices son hermanos de o?
g. ¿Cuáles son los antecesores de m?
h. ¿Cuáles son los descendientes de b?
i. ¿Es un árbol m–ario completo para algún entero positivo m?

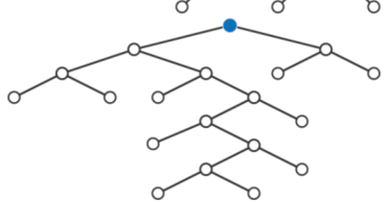
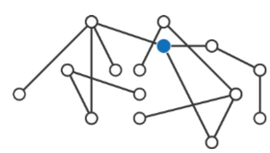
   j. ¿Cuál es el nivel de cada vértice?
   k. Dibujar el subárbol con raíz en d, f y q.

3) Responder las siguientes preguntas:
   a. ¿Cuántas aristas tiene un árbol con 10.000 vértices?
   b. ¿Cuántos vértices tiene un árbol 5–ario completo con 100 vértices internos?
   c. ¿Cuántos vértices tiene un árbol binario completo con 1.000 vértices internos?
   d. ¿Cuántas hojas tiene un árbol ternario completo con 100 vértices?

4) Dibuja los Arboles con las especificaciones indicadas o explica por qué los grafos no existen.
   a. Árbol, siete vértices, siete aristas.
   b. Árbol, tres vértices, un único vértice de grado uno.
   c. Árbol, tres vértices, grado total cuatro.

5) Para cada uno de los siguientes árboles con raíz ordenados
   a. Indica el tipo de árbol (Por ejemplo: con raíz, n-ario, completo, etiquetado)
   b. Etiqueta los vértices (o reemplaza el etiquetado existente) utilizando el sistema universal de direcciones e indica el orden que cada árbol genera (cuando sea posible).
   c. Determinar en los arboles binarios el orden en que se visitan sus vértices si se realiza el recorrido en orden primero, en orden segundo y en orden final.

6) Dadas las siguientes formulas proposicionales, representar mediante arboles ordenados con raíz.
   a. $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
   b. $(\sim p \wedge (q \Leftrightarrow \sim p)) \vee \sim p$

7) Representar (A ∩ B) – (A ∪ (B –A)) mediante un árbol ordenado con raíz.

8) De las siguientes expresiones:

$$i)\ \frac{\frac{a}{b-c}+d.c}{c-\frac{d+a}{b}} = \qquad ii)\ \frac{\frac{(a-b.c).d}{e}}{\frac{(b+a).c.e}{b}+f} = \qquad iii)\ \frac{c+d}{a}-\frac{c.a-b.c}{\frac{e}{c+d}}$$

$$iv)\ \frac{\frac{(e+d).a+c.a-e}{b+f}}{\frac{a+b}{c}-\frac{adf}{e}} =$$

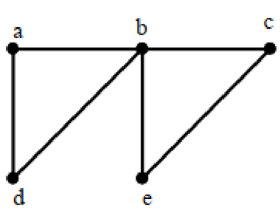
Determinar:

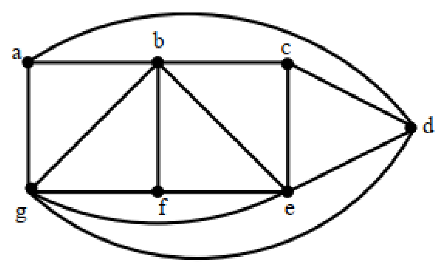
- **a.** El árbol binario completo que representa la expresión.
- **b.** El recorrido en orden primero, segundo y final.
- **c.** La forma en la que se lleva a cabo la evaluación en orden primero y final si se tiene que a = 8, b = 4, c = 2, d = 1, e = –2 y f = 6

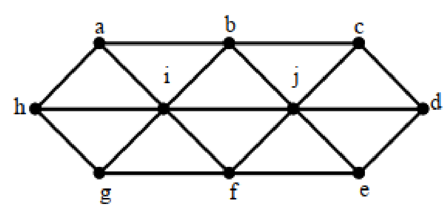
9) Dados los siguientes recorridos, constuir el árbol binario completo y determinar el orden primero o final (según corresponda)

- **a.** Final d b * b – c a b * / + a * d –
- **b.** Final a b + c d / e f – g h + * - *
- **c.** Primero / a + * + b c – e c / d – b a
- **d.** Primero * + / c * + a b f d e

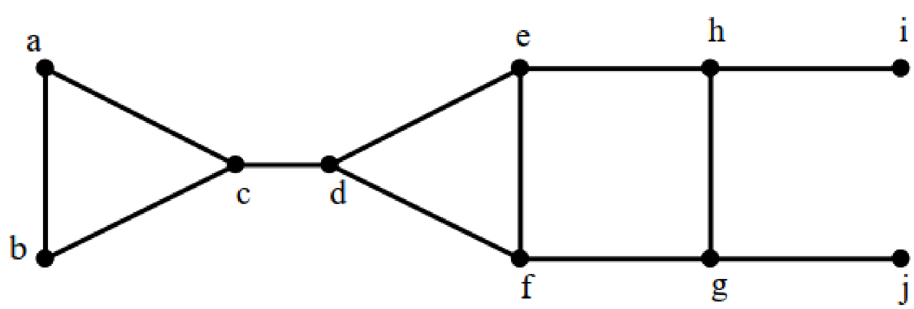
10) Obtener, mediante la eliminación de ciclos, un árbol generador para los siguientes grafos

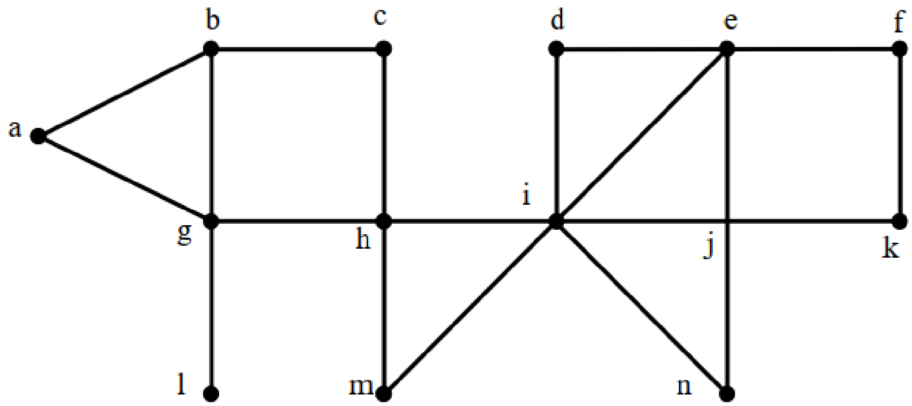


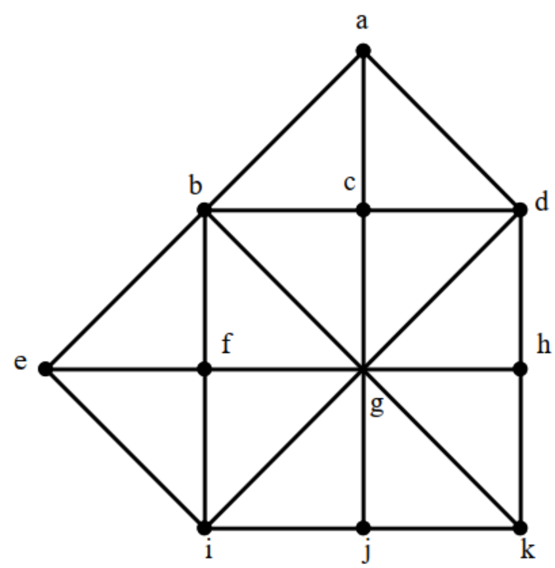




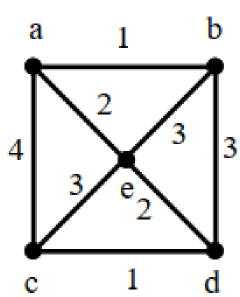
11) Para cada uno de los siguientes grafos, utilizar la búsqueda en profundidad y en anchura para obtener un árbol generador. Elegir el vértice a como raíz de ese árbol y suponer que los vértices están ordenados alfabéticamente.

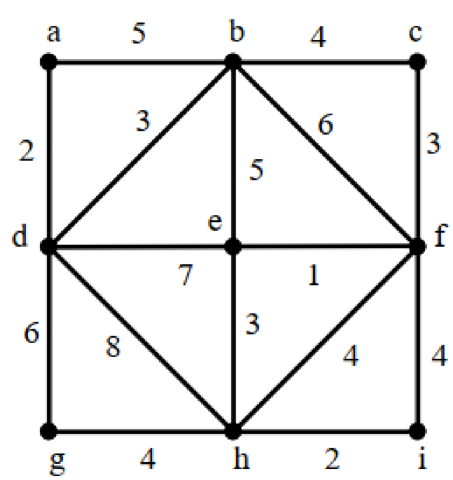


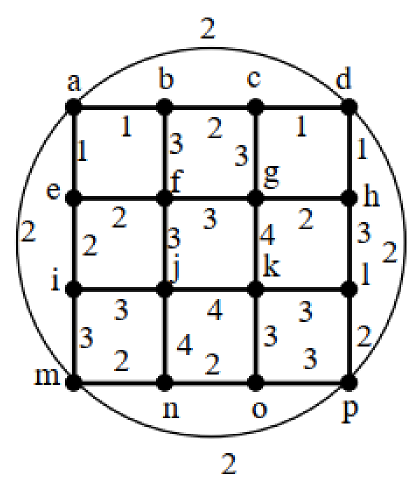




12) Utilizar el algoritmo de Prim y el de Kruskal para determinar un árbol generador mínimo para cada uno de los grafos ponderados

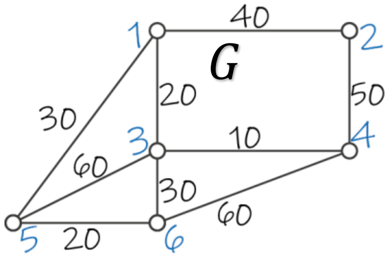






13) Resolver:

a. El grafo ponderado G de la figura muestra seis ciudades y los costos de construir carreteras entre ciertos pares de ciudades. Se desea construir el sistema de carreteras de menor costo que conecte las seis ciudades. La solución habrá de representarse en un subgrafo. El subgrafo debe ser un ***árbol expandido o de expansión*** ya que debe contener a todos los vértices (de manera que todas las ciudades queden comprendidas en el sistema de carreteras), debe ser conexo (para que se pueda llegar a cualquier ciudad desde cualquier otra) y debe tener una cadena simple única entre cada par de vértices (puesto que un grafo que contiene cadenas simples múltiples entre un par de vértices tal vez no represente un sistema de costo mínimo). Entonces, lo que se necesita es un árbol expandido ***en el que la suma de los pesos sea mínima***. Este árbol se llama ***árbol expandido mínimo***.



i. Encuentra el **árbol expandido mínimo** para el grafo G.

ii. Consulta la bibliografía utilizada por la catedra y responde: ¿Existe alguna forma de garantizar que el árbol expandido que has encontrado es mínimo?

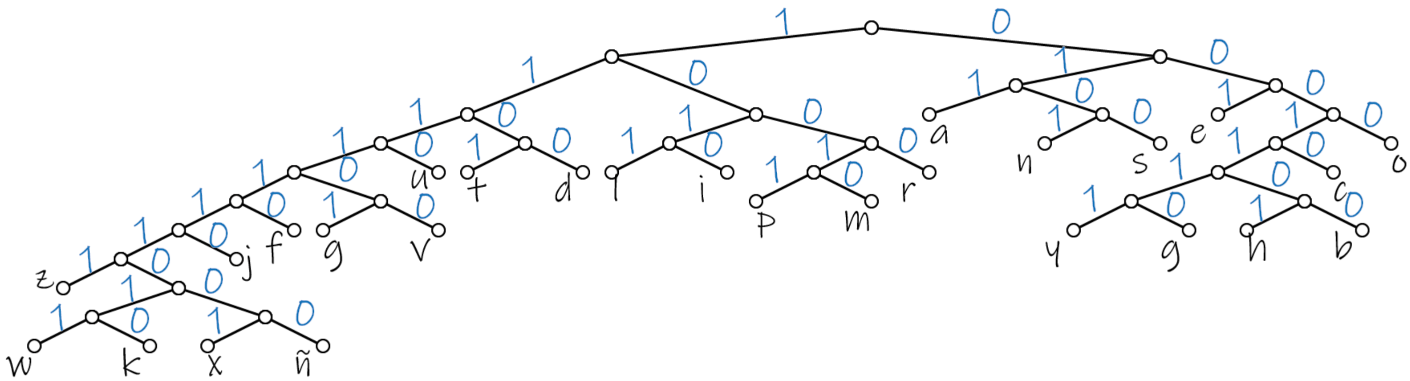
b. Dada la tabla de frecuencias para cada letra del idioma español, analiza el árbol de código Huffman dado. Luego:

Letra	Frecuencia	C	Letra2	Frecuencia3	C	Letra5	Frecuencia6
E	13,72%		C	3,87%		F	0,69%
A	11,72%		M	3,08%		J	0,52%
O	8,44%		P	2,89%		Z	0,47%
S	7,20%		B	1,49%		Á	0,44%
N	6,83%		H	1,18%		É	0,36%
R	6,41%		Q	1,11%		Ñ	0,17%
I	5,28%		Y	1,09%		X	0,14%
L	5,24%		V	1,05%		Ú	0,12%
D	4,67%		G	1,00%		K	0,11%
T	4,60%		Ó	0,76%		W	0,04%
U	4,55%		Í	0,70%		Ü	0,02%

i. codifica el mensaje: **algebrados**

ii. decodifica el siguiente mensaje:
11110000000001111011011100111000000000011000111000

iii. Compara el número de bits necesarios para escribir los mensajes de los ítems anteriores en código ASCII y utilizando el código Huffman. ¿Qué puedes decir al respecto?


1
0
a
n
s
e
o
c
u
t
d
l
i
r
p
m
y
g
h
b
z
j
f
g
v
w
k
x
ñ