

# Operaciones Unitarias 1

## Transferencia de Calor

Dispositivos de transferencia

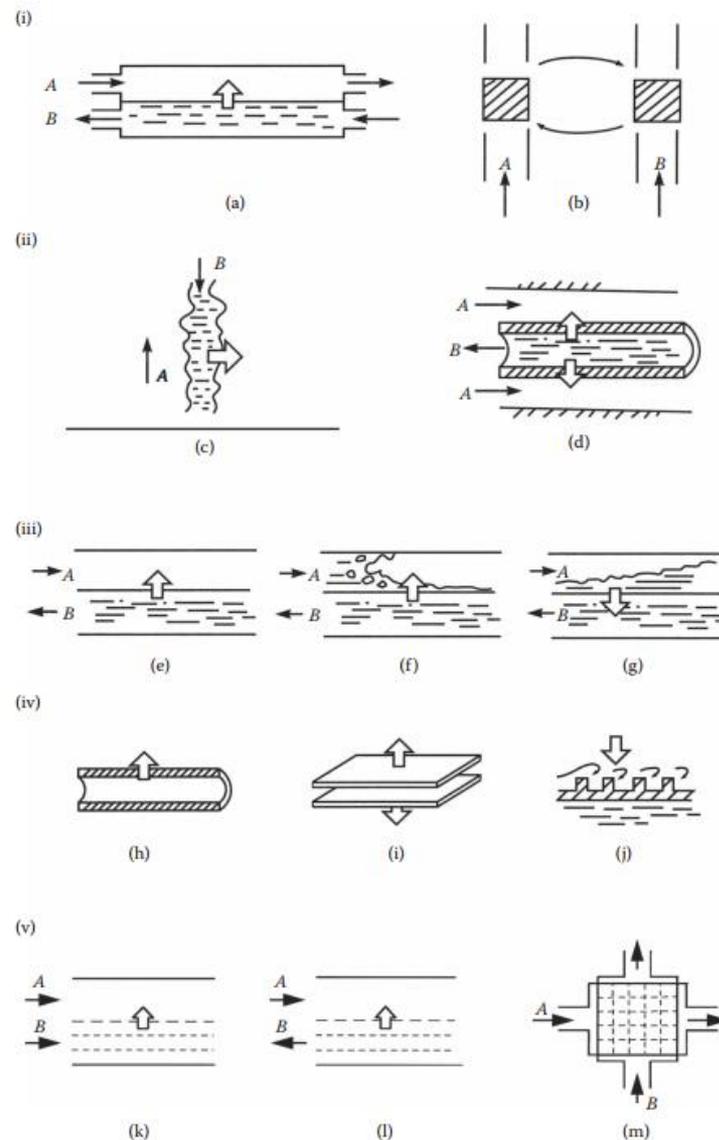
Consideraciones de diseño

# Transferencia de calor entre fluidos clasificación de los intercambiadores de calor (HE: *Heat Exchanger*)

Los HE son dispositivos que proporcionan transferencia de energía térmica entre dos o más fluidos a diferentes temperaturas. Se utilizan en una amplia variedad de aplicaciones. Los intercambiadores de calor pueden clasificarse según los siguientes criterios principales:

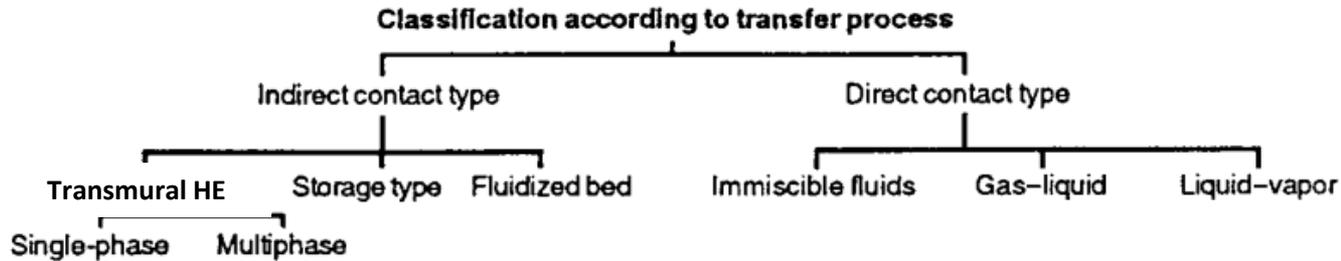
1. Recuperadores/regeneradores.
2. Procesos de transferencia: contacto directo y contacto indirecto.
3. Geometría de la construcción: tubos, placas y superficies extendidas.
4. Mecanismos de transferencia de calor: monofásico y bifásico.
5. Disposiciones de flujo: flujos paralelos, contraflujos y flujos cruzados.

(a) recuperador y (b) regenerador; (ii) transferencia de calor de contacto directo/transmural: (c) transferencia de calor de tipo contacto directo a través de la interfaz entre fluidos y (d) transferencia de calor transmural a través de paredes: fluidos no en contacto; (iii) monofásica/bifásica: e) monofásica, f) evaporación y g) condensación; (iv) geometría: (h) tubos, (i) placas y (j) superficies mejoradas; (v) disposiciones de flujo: (k) flujo paralelo, (l) contraflujo y (m) flujo cruzado.



# Transferencia de calor entre fluidos clasificación de los intercambiadores de calor (HE: *Heat Exchanger*)

Según el proceso de transferencia:



De contacto indirecto: las corrientes de fluido permanecen separadas y el calor se transfiere continuamente a través de una pared divisoria impermeable o dentro y fuera de una pared de manera transitoria. Idealmente, no hay contacto directo entre los fluidos que interactúan térmicamente. Se conocen también como intercambiador de calor de superficie: son los intercambiadores de transferencia directa (o **recuperadores**), de almacenamiento y de lecho fluidizado. Los HE convencionales son del tipo recuperativo y serán el objeto de estudio principal.

De contacto directo: dos corrientes de fluido entran en contacto directo, intercambian calor y luego se separan; comúnmente involucran la transferencia de masa además de la transferencia de calor. La transferencia de calor se debe a cambios de entalpia de transición de fase (calor latente)

Las aplicaciones se limitan a aquellos casos en los que se permite el contacto directo de dos corrientes de fluido (fluidos inmiscibles o gas –liquido). La teoría del diseño de estos

## Transferencia de calor entre fluidos clasificación de los intercambiadores de calor (HE: *Heat Exchanger*)

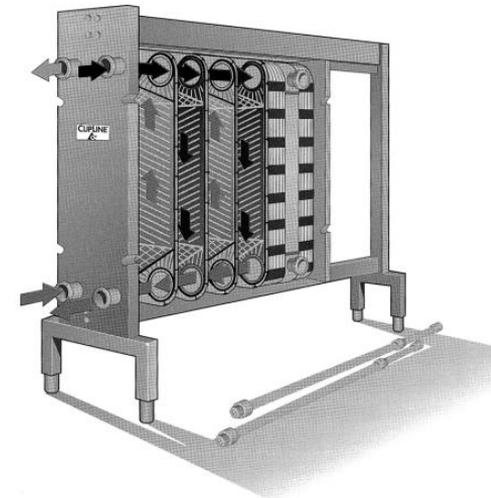
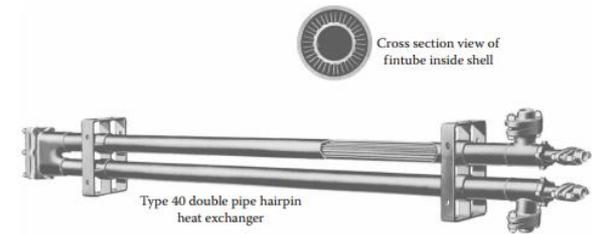
Según geometría de construcción:

HE tubulares: están contruidos con tubos circulares. Un fluido fluye dentro y el otro fluye en el exterior de los tubos. El diámetro del tubo, el número de tubos, la longitud del tubo, el paso de los tubos y la disposición del tubo se pueden cambiar. Existe una flexibilidad considerable en su diseño.

Los intercambiadores de calor tubulares se pueden clasificar: 1. Intercambiadores de calor de doble tubo (HPHE) 2. Intercambiadores de calor de coraza y tubos (STHE) 3. Intercambiadores de calor de tubos en espiral (SHE).

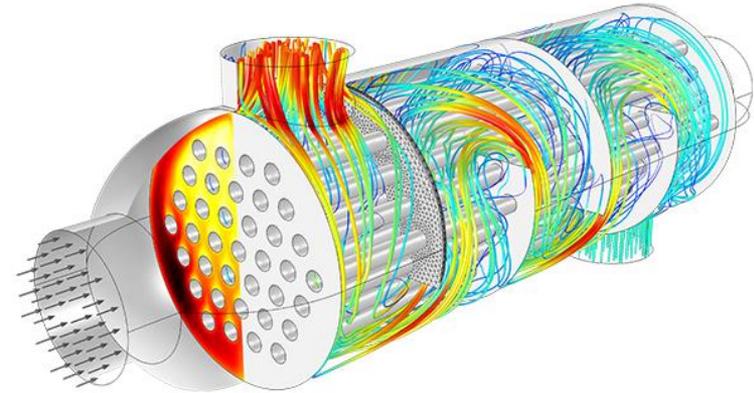
PHE están contruidos con placas delgadas que forman canales de flujo. Las corrientes de fluido están separadas por placas planas que son lisas o con ondulaciones. Se utilizan para transferir calor para cualquier combinación de gas, líquido y corrientes bifásicas. Estos intercambiadores de calor se pueden clasificar además como placa con juntas, placa espiral o lámina.

Los HE de superficie extendida son dispositivos con aletas (*fin*) en la superficie de transferencia de calor (tubular o placa) con el objeto de aumentar el área de transferencia de calor. Las aletas son ampliamente utilizadas cuando el coeficiente de transferencia de calor en uno o ambos lados es bajo y existe la necesidad de un intercambiador de calor compacto.



## Transferencia de calor entre fluidos, HE de contacto indirecto, recuperadores (transmural HE)

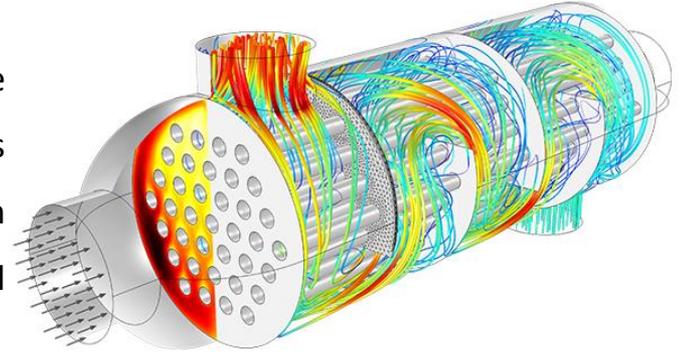
- La transferencia de calor en un HE generalmente involucra convección en cada fluido y conducción a través de la pared que separa los dos fluidos.
- Se requiere una diferencia de temperatura entre ambas corrientes. Cuanto mayor sea esta diferencia, mayor será la tasa de transferencia de calor.  $J \cdot s^{-1}$ ; W
- Esta tasa, en una ubicación del HE, depende de la magnitud de la diferencia de temperatura en esa ubicación, que varía a lo largo del HE
- En los recuperadores, ambos fluidos están separados por una superficie a través de la cual se transfiere energía, (calor). Esta superficie es el **área de transferencia de calor**.



## Transferencia de calor entre fluidos, HE de contacto indirecto, de transferencia directa (recuperadores)

En problemas relacionados con la transferencia de calor entre fluidos, hay varios tipos de ecuaciones.

**1) Ecuaciones termodinámicas.** Permiten calcular la cantidad de calor que se debe transferir para lograr una determinada condición de proceso en las corrientes que participan en la operación. Estas ecuaciones son completamente independientes del diseño del equipo en el que se realiza el proceso.



**2) Ecuaciones cinéticas** del tipo:  $\dot{q} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$  y  $\dot{q} = Ah(T_w - T_f)$  representan la cinética del proceso de transferencia de calor. Permite calcular el área del dispositivo de transferencia de calor necesaria para lograr un flujo de calor  $\dot{q}$  entre dos corrientes cuya diferencia de temperatura es  $\Delta T$ . Esta área depende de los coeficientes de transferencia de calor, que pueden modificarse cambiando las características del equipo. El objetivo básico del diseño será alcanzar el valor más alto posible de coeficientes compatible con todas las restricciones del proceso.

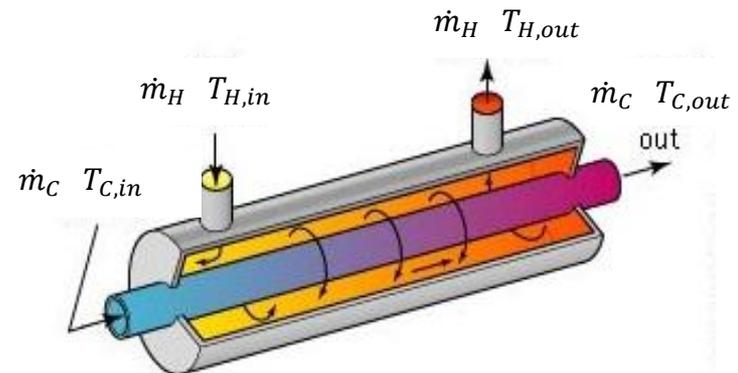
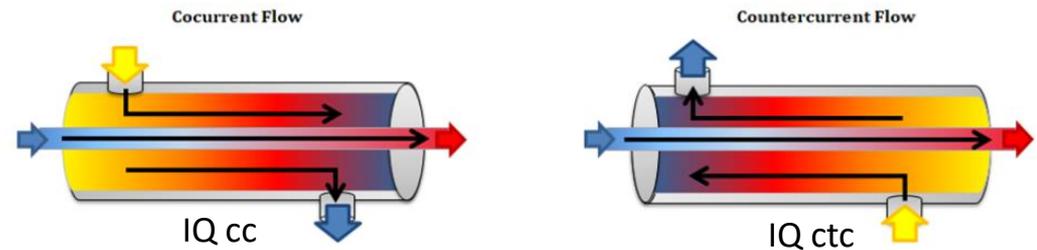
**3) Correlaciones** para calcular los coeficientes de transferencia de calor. En este punto se centra todo el arte y la ciencia de la transferencia de calor. Un punto importante en el uso de las correlaciones es fijar la **temperatura de referencia** para el cálculo de las propiedades termofísicas ( $\rho, \mu, c_p, \kappa$ ), de las que son función estas correlaciones.

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores

Una operación en modo continuo requiere un intercambiador de calor que recibirá ambas corrientes a las temperaturas de entrada y tendrá suficiente área de transferencia de calor para permitir el intercambio de calor requerido para que ambas corrientes salgan de la unidad a las temperaturas de salida.

El equipo más sencillo en el que se puede realizar esta operación es un intercambiador de calor de doble tubo, que consta de dos tubos concéntricos; uno de los fluidos circula por el tubo interno y el otro por el conducto de sección anular encerrado por ambos tubos. Ambos fluidos están separados por la pared del tubo interno y, mientras circulan, intercambian calor a través de la pared del tubo.

Otros equipos de transferencia admiten múltiples pasos para uno o para ambos fluidos



Nota: las diferencias de temperatura  $T_{H,in} - T_{H,out}$  y  $T_{C,out} - T_{C,in}$  se conocen como rango caliente y frío, respectivamente

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores, principales suposiciones para el análisis de transferencia

1. El intercambiador de calor funciona en condiciones de estado estable (flujos constantes y temperaturas del fluido (en la entrada y dentro del intercambiador) independientemente del tiempo).
2. Las pérdidas de calor hacia o desde el entorno son insignificantes; las paredes exteriores del IQ son adiabáticas.
3. No hay fuentes de energía térmica o sumideros en las paredes del intercambiador o fluidos, como calentamiento eléctrico, reacción química o procesos nucleares.
4. La temperatura de cada fluido es uniforme en cada sección transversal en IQ cc y ctc (es decir, mezcla transversal perfecta y sin gradiente de temperatura normal a la dirección del flujo).
5. La resistencia térmica de la pared se distribuye uniformemente en todo el intercambiador.
6. no hay cambios de fase (condensación o vaporización) en las corrientes de fluido que fluyen a través del intercambiador o el cambio de fase ocurre a una temperatura constante para un fluido puro a presión constante.
7. La conducción de calor longitudinal en los fluidos y en la pared es insignificante.
8. Los coeficientes de transferencia de calor individual y general pueden ser considerados **en ciertos casos** constantes (independientes de la temperatura, el tiempo y la posición) en todo el intercambiador, incluido el caso de fluidos que cambian de fase. El calor específico de cada fluido es constante en todo el intercambiador, de modo que la capacidad calorífica extensiva en cada fluido es constante.
9. El área de la superficie de transferencia de calor se distribuye uniformemente en cada corriente en un HE de paso único o paso múltiple.
10. La condición de flujo se caracteriza por la velocidad total (o media) en cualquier sección transversal.

# Operaciones Unitarias 1

## Transferencia de Calor

Dispositivos de transferencia

La Ecuación Diferencial Combinada (EDC)

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores Ecuaciones termodinámicas (balance entálpico)

$\dot{q}$  [J/s]: calor intercambiado en la unidad de tiempo o flujo de calor.

$\dot{m}_{st}$  [kg/s]: caudal másico de la corriente (*stream*): *H*, caliente; *C* fría .

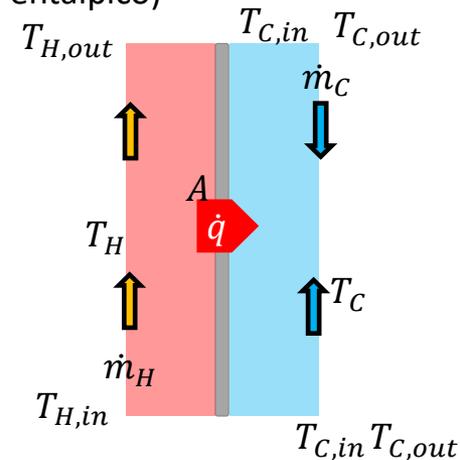
$H_{st}$  [J/kg]: contenido entálpico específico de la corriente (*stream*): *H*, caliente; *C* fría

$\lambda_{st}$  [J/kg]: cambio entálpico por cambio de fase de la corriente (*stream*): *H*, caliente; *C* fría

$c_{Pst}$  [J/kg.K]: capacidad calorífica específica de la corriente (*stream*): *H*, caliente; *C* fría .

$T_H$  [K]: temperatura de la corriente caliente.

$T_C$  [K]: temperatura de la corriente fría.



Transferencia de calor **sin** cambio de fase (calor sensible)  $\dot{q} = \pm \dot{m}_{st} (H_{st,out} - H_{st,in}) = \pm \dot{m}_{st} c_{Pst} (T_{st,out} - T_{st,in})$

Transferencia de calor **con** cambio de fase (calor latente)  $\dot{q} = \dot{m}_{st} \lambda_{st}$

$$\dot{q} = \dot{q}_H = \dot{q}_C$$

$\dot{q} = -\dot{m}_H c_{PH} (T_{H,out} - T_{H,in}) = \dot{m}_C c_{PC} (T_{C,out} - T_{C,in})$  Intercambio de calor sensible entre dos fluidos sin cambio de fase  $\dot{m}_H c_{PH} = C_H$  y  $\dot{m}_C c_{PC} = C_C$  ( $C_{st}$  es la tasa de capacidad calorífica  $J \cdot s^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  es la cantidad de calor que se debe agregar o extraer de la corriente de fluido por unidad de tiempo para cambiar su temperatura en  $1^\circ C$ )

$\dot{q} = -\dot{m}_H c_{PH} (T_{H,out} - T_{H,in}) = \dot{m}_C \lambda_C$  Evaporación de un líquido saturado puro con un medio de calentamiento que intercambia calor sensible

$\dot{q} = \dot{m}_H \lambda_H = \dot{m}_C c_{PC} (T_{C,out} - T_{C,in})$  Condensación de un vapor saturado puro con un medio refrigerante que intercambia calor sensible

$\dot{q} = \dot{m}_H \lambda_H = \dot{m}_C \lambda_C$  Evaporación de un líquido saturado puro calentado con vapor u otro vapor puro en condensación.

Nota: muchas de las suposiciones son no válidas en este caso; la transferencia de masa en cambio de fase resulta en propiedades variables

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores Ecuaciones termodinámicas (balance entálpico)

Se asume que el cambio de entalpia en cada corriente es lineal. Esta suposición es equivalente a  $c_p J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$  calor específico constante.

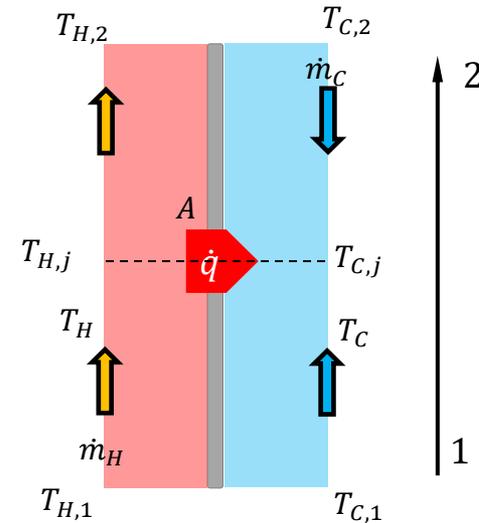
$T_o$  temperatura de referencia en el balance entálpico

$$\frac{\dot{q}_{H,j}}{\dot{q}_H} = \frac{c_{P,H,j}(T_{H,j} - T_o) - c_{P,H,2}(T_{H,2} - T_o)}{c_{P,H,j}(T_{H,1} - T_o) - c_{P,H,2}(T_{H,2} - T_o)} = \frac{(T_{H,j} - T_o) - (T_{H,2} - T_o)}{(T_{H,1} - T_o) - (T_{H,2} - T_o)} = \frac{(T_{H,j} - T_{H,2})}{(T_{H,1} - T_{H,2})}$$

$$\frac{\dot{q}_{C,j}}{\dot{q}_C} = \frac{(T_{C,j} - T_{C,2})}{(T_{C,1} - T_{C,2})}$$

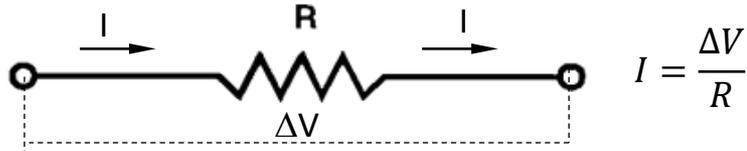
$$\frac{\dot{q}_{C,j}}{\dot{q}_C} = \frac{(T_{C,j} - T_{C,2})}{(T_{C,1} - T_{C,2})} = \frac{(T_{H,j} - T_{H,2})}{(T_{H,1} - T_{H,2})} = \frac{\dot{q}_{H,j}}{\dot{q}_H}$$

$$T_{C,j} = \frac{(T_{H,j} - T_{H,2})}{(T_{H,1} - T_{H,2})} (T_{C,1} - T_{C,2}) + T_{C,2}$$

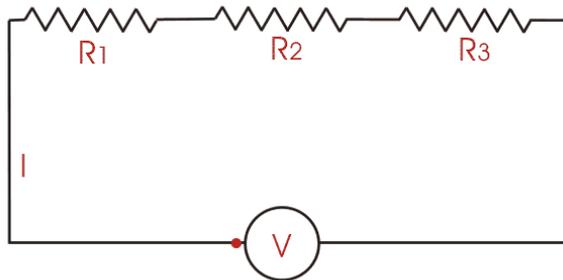


Conocidas las temperaturas en los extremos del HE,  $TC_1$ ,  $TC_2$ ,  $TH_1$ ,  $TH_2$  y puede ser evaluada la temperatura en cualquier punto  $j$  si se asume la temperatura de una de sus corrientes (o bien,  $\Delta T_j$ )

Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores Ecuaciones cinéticas Concepto de resistencias térmicas



$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

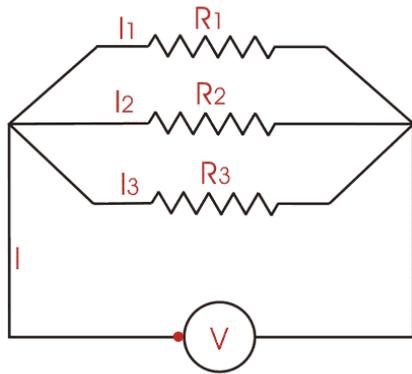


resistencia

$$R_{global} = R_1 + R_2 + R_3$$

conductancia

$$\frac{1}{C_{global}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

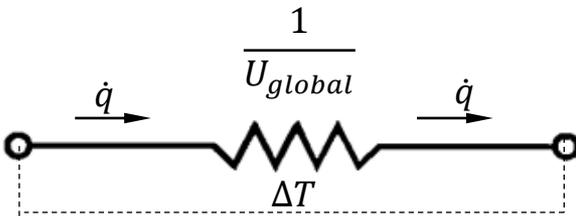


conductancia

$$C_{global} = C_1 + C_2 + C_3$$

resistencia

$$\frac{1}{R_{global}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



$$\frac{\dot{q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{global}}$$

$$\dot{q} = U_{global} A \Delta T \quad \frac{J}{s} = \left[ \frac{J}{m^2 s \Delta^\circ C} \right] m^2 \Delta^\circ C$$

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores Ecuaciones cinéticas Ensuciamiento y resistencia

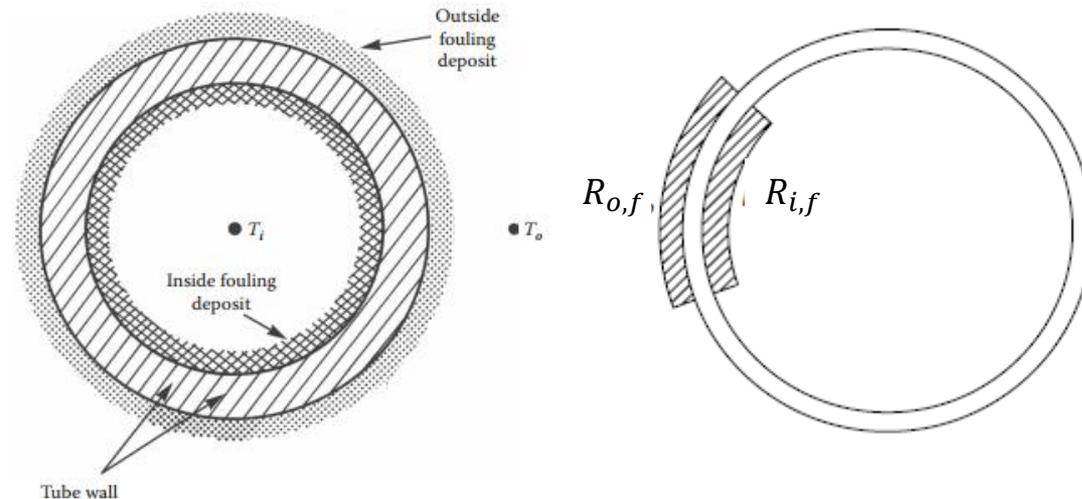
El ensuciamiento (*fouling*) puede ser definido como la acumulación de sustancias indeseables sobre las superficies de transferencia del intercambiador.

**Un HE debe realizar el cambio deseado de las condiciones térmicas de las corrientes de proceso con una caída de presión permisible y en un periodo de tiempo predecible o especificado.**

Durante la operación, la superficie de transferencia se ensucia, incrementando la resistencia térmica y el requerimiento de potencia para el bombeo de los fluidos intervinientes.

Se depositan incrustaciones de sólidos, sales insolubles, materia orgánica, sobre las superficies internas o externas de los tubos.

Ambos efectos degradan la performance del HE



Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores Ecuación diferencial cinética transferencia térmica local

$$d\dot{q} = \frac{T_H - T_{h,f}}{R_i} = \frac{T_{h,f} - T_{w,h}}{R_{i,f}} = \frac{T_{w,h} - T_{w,c}}{R_w} = \frac{T_{w,c} - T_{c,f}}{R_{o,f}} = \frac{T_{c,f} - T_C}{R_o} W$$

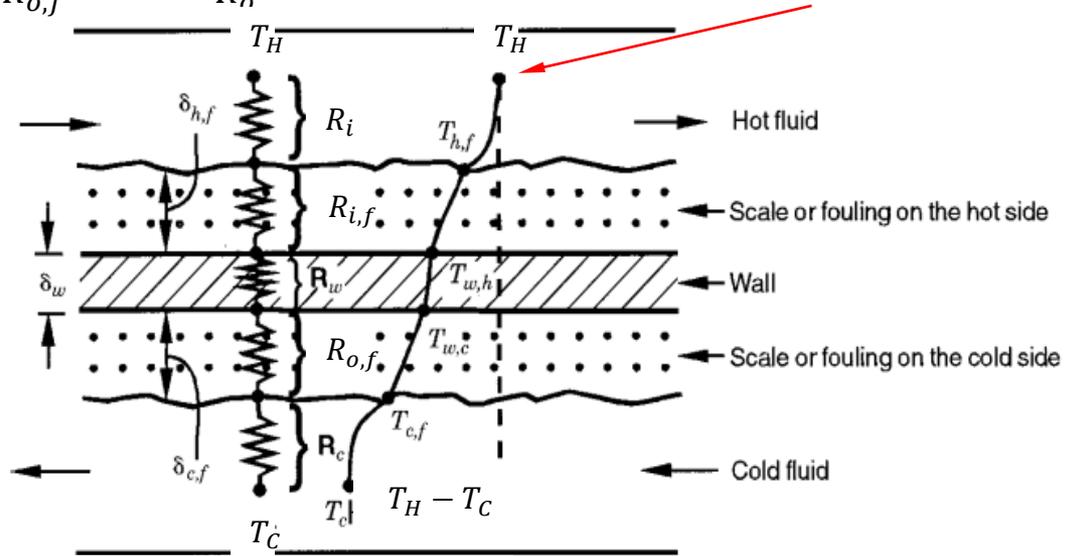
En un punto dado del dispositivo de transferencia

$$R_i = (h_i dA_i)^{-1} \quad R_o = (h_o dA_o)^{-1} \quad ^\circ C \cdot W^{-1}$$

$$R_{i,f} = \frac{r_{i,f}}{dA_i} \quad R_{o,f} = \frac{r_{o,f}}{dA_o} \quad ^\circ C \cdot W^{-1}$$

$$R_w = \frac{1}{2\pi\kappa dL} \ln \frac{D_o}{D_i} \quad ^\circ C \cdot W^{-1}$$

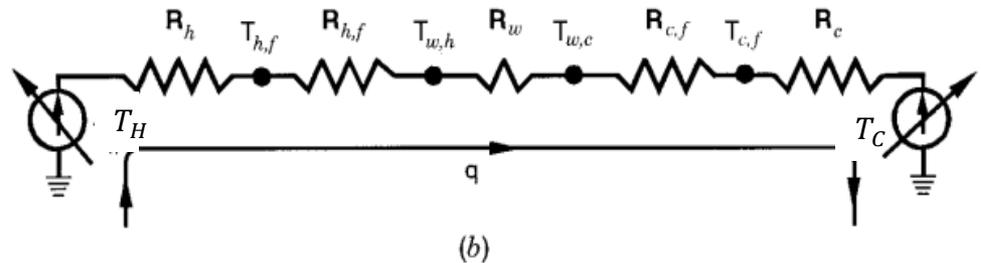
$$R_{global} = R_i + R_{i,f} + R_w + R_{o,f} + R_o \quad ^\circ C \cdot W^{-1}$$



$$R_{global} = \frac{1}{d\dot{q}} [T_H - T_{h,f} + T_{h,f} - T_{w,h} + T_{w,h} - T_{w,c} + T_{w,c} - T_{c,f} + T_{c,f} - T_C]$$

$$R_{global} = \frac{T_H - T_C}{d\dot{q}}$$

$$d\dot{q} = \frac{T_H - T_C}{R_{global}} = \frac{\Delta T}{R_{global}} = U\Delta T dA$$



$$d\dot{q} = U\Delta T dA$$

Ecuación diferencial cinética  $R_{global} = \frac{1}{UdA}$

Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores Ecuación diferencial cinética área de transferencia **ducto circular**

$$d\dot{q} = U dA \Delta T$$

$$R_{global} = \frac{1}{U dA} \quad dA \rightarrow dA_i \vee dA_o ?$$

$$R_{global} = \frac{1}{U_o dA_o} = \frac{1}{U_i dA_i} = \frac{1}{h_i dA_i} + \frac{1}{2\pi\kappa dL} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_o dA_o} + \frac{r_{i,f}}{dA_i} + \frac{r_{o,f}}{dA_o}$$

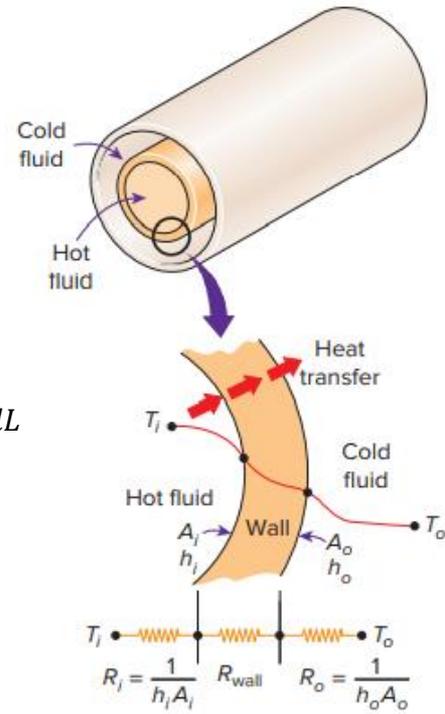
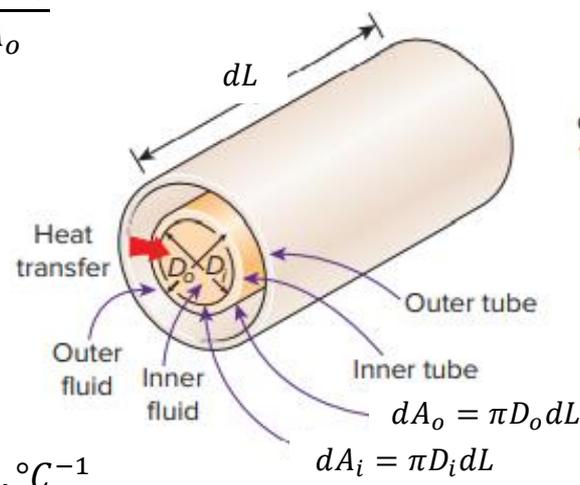
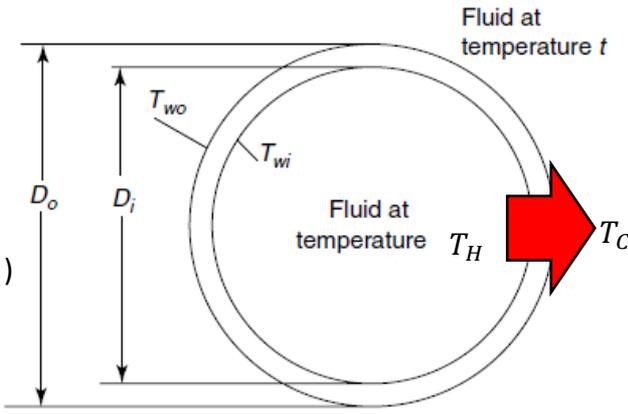
$$\frac{1}{U_o dA_o} = \frac{1}{h_i dA_i} + \frac{1}{2\pi\kappa dL} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_o dA_o} + \frac{r_{i,f}}{dA_i} + \frac{r_{o,f}}{dA_o} \quad \text{Multiplicar por } dA_o \text{ (o } dA_i)$$

$$\frac{1}{U_o} = \frac{dA_o}{h_i dA_i} + \frac{dA_o}{2\pi\kappa dL} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{dA_o}{h_o dA_o} + \frac{r_{i,f} dA_o}{dA_i} + \frac{r_{o,f} dA_o}{dA_o}$$

$$\frac{1}{U} \equiv \frac{1}{U_o} = \frac{D_o}{h_i D_i} + \frac{D_o}{2\kappa} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_o} + \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{io}} + \frac{D_o}{2\kappa} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_o} + \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f} \quad m^2 \cdot ^\circ C \cdot W^{-1}$$

$$U = \left[ \frac{1}{h_i} \frac{D_o}{D_i} + \frac{D_o}{2\kappa} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{1}{h_o} + \frac{r_{i,f} D_o}{D_i} + r_{o,f} \right]^{-1} \quad W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$$



Normalmente los tubos del intercambiador de calor están estandarizados por su diámetro externo; la práctica usual es adoptar el coeficiente  $U_o \equiv U (A_o \equiv A) W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

## Transferencia de calor entre fluidos, recuperadores, Ecuaciones cinéticas

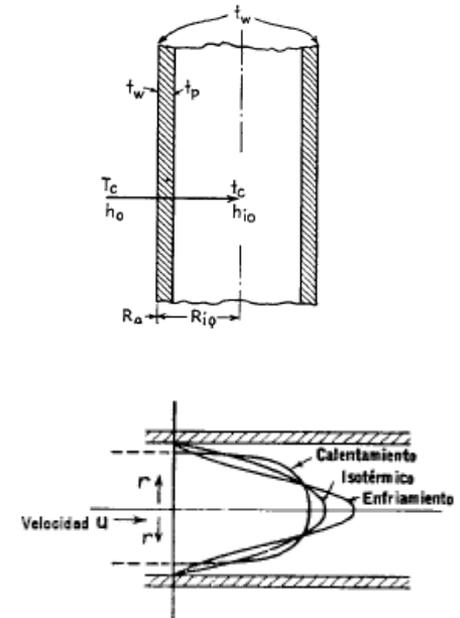
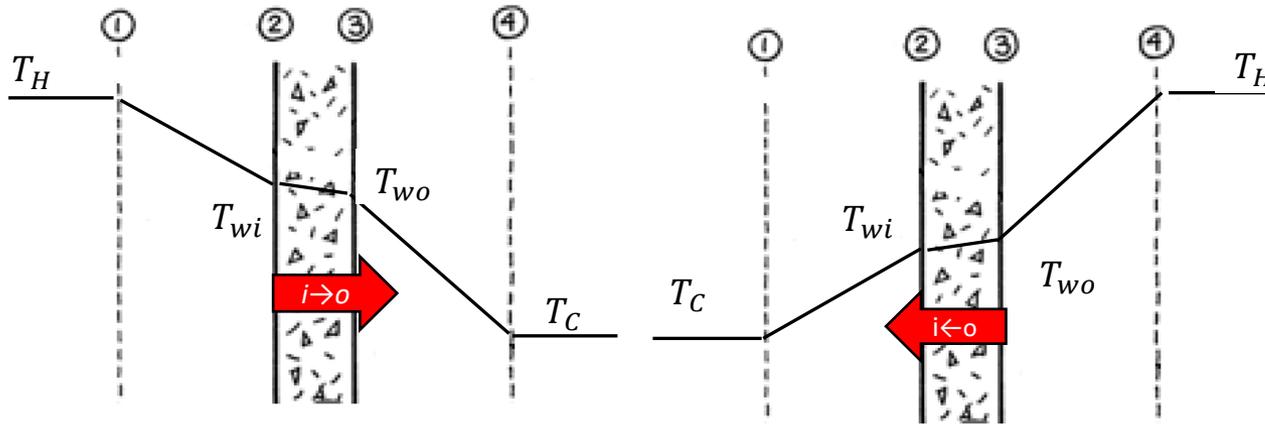
### Resistencia de control

Al evaluar el coeficiente de transferencia de calor general, puede suceder que uno de los tres términos de la ecuación  $R_t$  es de un orden de magnitud más alto que los demás. En este caso, se dice que se trata de una **resistencia de control**, y el coeficiente general  $U$  prácticamente coincide con el coeficiente de película correspondiente.

La variación de las propiedades termofísicas con la temperatura afectan la transferencia de calor entre los 2 fluidos:

- a) Modificando el valor del coeficiente global de transferencia  $U$  (conductancia térmica) a lo largo de la trayectoria de transferencia. Esta condición será estudiada con la resolución de la EDC
- b) Modificando el comportamiento del fluido en las cercanías de la pared respecto al eje central de escurrimiento: el perfil de velocidad cambia, influenciando la transferencia de calor

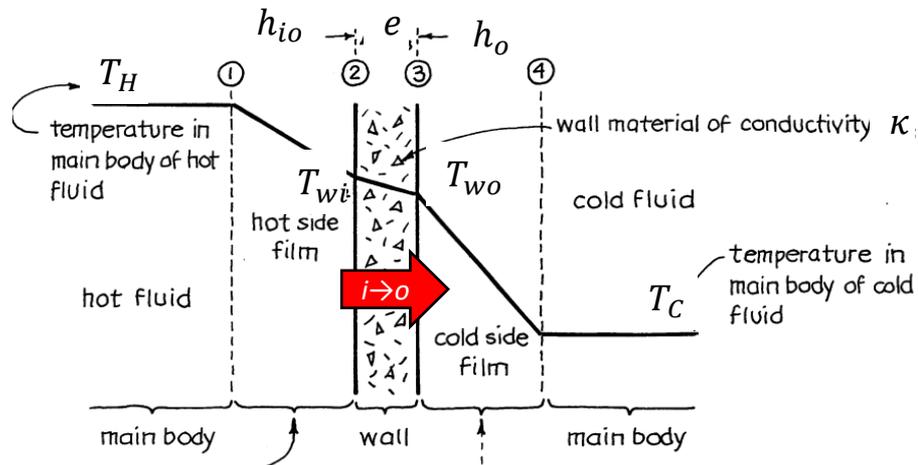
b) Efectos de la pared



Esta condición es considerada en las correlaciones adimensionales: *i.e.*, el término  $(\mu/\mu_w)^\gamma$  en CST y  $K = (Pr/Pr_w)^{0,11}$  en la CGF. Ellas requieren el cálculo de la temperatura de pared,  $T_w$

Transferencia de calor entre fluidos, cómputo de la temperatura de pared.  $T_w$

Se asume que  $\kappa$  de la pared es alta, por lo que  $T_{wi} \cong T_{wo} \cong T_w$



all the resistance to heat transfer in the hot fluid, hence the  $\Delta T$ , is assumed to occur in the fictitious film. The same with the cold fluid.

$$d\dot{q} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{(T_H - T_w)}{\frac{1}{h_{io}}} dA = \frac{(T_w - T_C)}{\frac{1}{h_o}} dA \Rightarrow$$

$$(T_H - T_w)h_{io} = (T_w - T_C)h_o \Rightarrow$$

$$(T_H h_{io} + T_C h_o) = (h_{io} + h_o)T_w \Rightarrow$$

$$T_w = \frac{(T_H h_{io} + T_C h_o)}{(h_{io} + h_o)} \quad \text{red arrow } i \rightarrow o$$

$$T_w = \frac{(T_H h_o + T_C h_{io})}{(h_{io} + h_o)} \quad \text{red arrow } i \leftarrow o$$

Con idénticas suposiciones pueden deducirse otras ecuaciones alternativas, aunque las primeras son de más fácil implementación computacional; por ejemplo, para fluido H, en lado i:

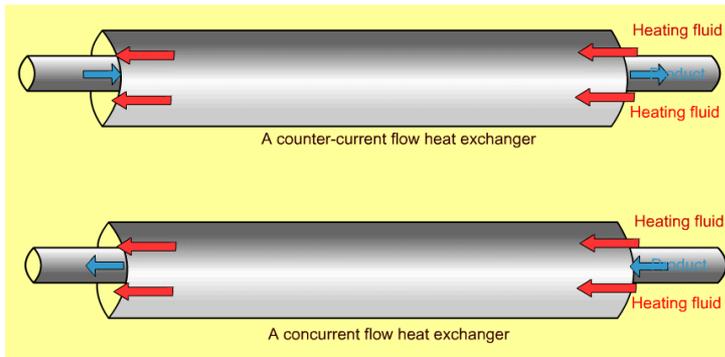
$$d\dot{q} = \frac{(T_H - T_w)}{\left(\frac{1}{h_{io}}\right)} dA = \frac{(T_H - T_C)}{\left(\frac{1}{h_{io}} + \frac{1}{h_o}\right)} dA \Rightarrow (T_H - T_w) = \frac{(T_H - T_C)}{\left(\frac{h_o + h_{io}}{h_o h_{io}}\right)} \frac{1}{h_{io}} = \frac{h_o}{(h_o + h_{io})} (T_H - T_C) \Rightarrow$$

$$T_w = T_H - \frac{h_o}{(h_o + h_{io})} (T_H - T_C) \quad \text{red arrow } i \rightarrow o$$

Transferencia de calor entre fluidos, Ecuación Diferencial Combinada EDC (ecuaciones diferenciales cinética y termodinámica)

Configuración en co – corriente (cc)

Considerar un caudal másico  $\dot{m}_H$  de un fluido caliente y un caudal másico  $\dot{m}_C$  de un fluido frío; la transferencia de calor a través de un área  $dA$  provocará que la temperatura del fluido caliente cambie  $dT_H$ , en tanto que para el fluido frío será  $dT_C$ .



Signo negativo: en la dirección de incremento de  $A$  del intercambiador,  $dT_H < 0$

$$d\dot{q}_H = -\dot{m}_H c_{PH} dT_H = -C_H dT_H \rightarrow dT_H = -\frac{d\dot{q}_H}{C_H}$$

$$d\dot{q}_C = +\dot{m}_C c_{PC} dT_C = C_C dT_C \rightarrow dT_C = \frac{d\dot{q}_C}{C_C}$$

$$dT_H - dT_C = d(T_H - T_C) = -\frac{d\dot{q}_H}{C_H} - \frac{d\dot{q}_C}{C_C} = -d\dot{q} \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] = -d\dot{q} \phi_{cc} = d\Delta T$$

$$d\dot{q} = U dA \Delta T = U dA (T_H - T_C)$$

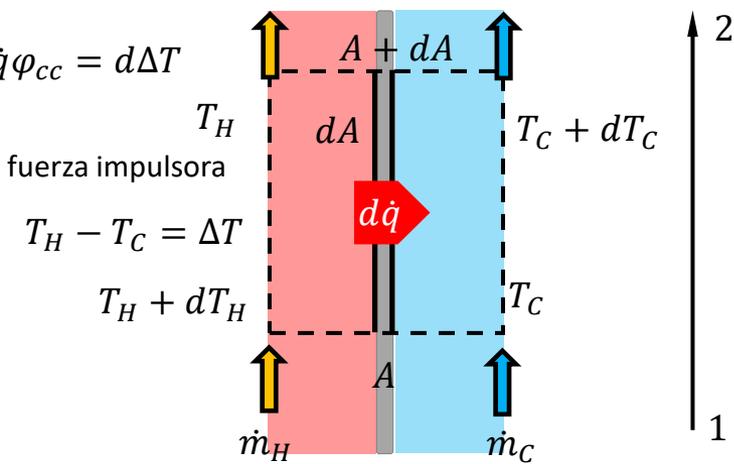
$$d(T_H - T_C) = -U dA (T_H - T_C) \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right]$$

$$\frac{d(T_H - T_C)}{(T_H - T_C)} = - \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U dA$$

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = - \underbrace{\left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right]}_{\phi_{cc}} U dA$$

ecuación diferencial combinada en cc

dirección de incremento de área

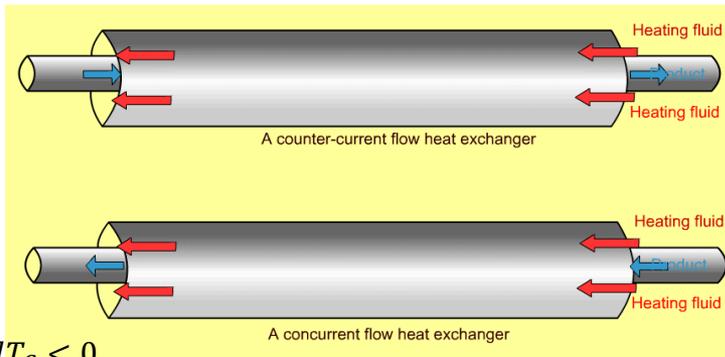


$$d\dot{q} = d\dot{q}_H = d\dot{q}_C$$

Transferencia de calor entre fluidos, Ecuación Diferencial Combinada EDC (ecuaciones diferenciales cinética y termodinámica)

Configuración en contra – corriente (ctc)

Considerar un caudal másico  $\dot{m}_H$  de un fluido caliente y un caudal másico  $\dot{m}_C$  de un fluido frío; la transferencia de calor a través de un área  $dA$  provocará que la temperatura del fluido caliente cambie  $dT_H$ , en tanto que para el fluido frío será  $dT_C$ .



Signos negativos: en la dirección de incremento de  $A$  del intercambiador,  $dT_H < 0$  y  $dT_C < 0$

$$d\dot{q}_H = -\dot{m}_H c_{PH} dT_H = -C_H dT_H \rightarrow dT_H = -\frac{d\dot{q}_H}{C_H}$$

$$d\dot{q}_C = -\dot{m}_C c_{PC} dT_C = -C_C dT_C \rightarrow dT_C = -\frac{d\dot{q}_C}{C_C}$$

$$dT_H - dT_C = d(T_H - T_C) = -\frac{d\dot{q}_H}{C_H} + \frac{d\dot{q}_C}{C_C} = -d\dot{q} \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] = -d\dot{q} \varphi_{ctc} = d\Delta T$$

$$d\dot{q} = U dA \Delta T = U dA (T_H - T_C)$$

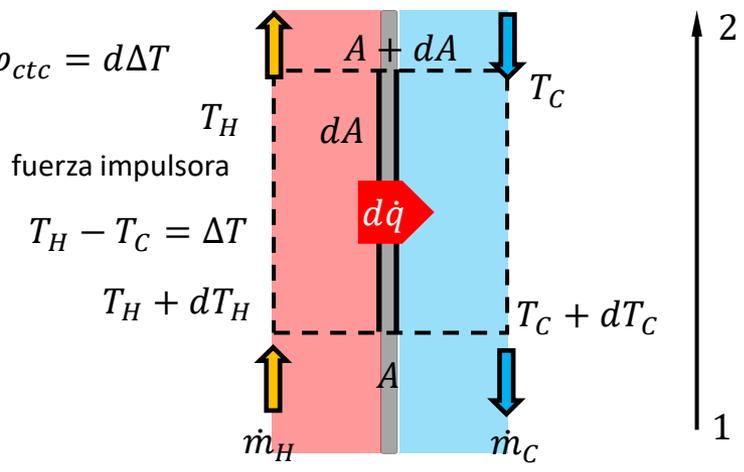
$$d(T_H - T_C) = -U dA (T_H - T_C) \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right]$$

$$\frac{d(T_H - T_C)}{(T_H - T_C)} = - \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U dA$$

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = - \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U dA$$

ecuación diferencial combinada en ctc

dirección de incremento de área



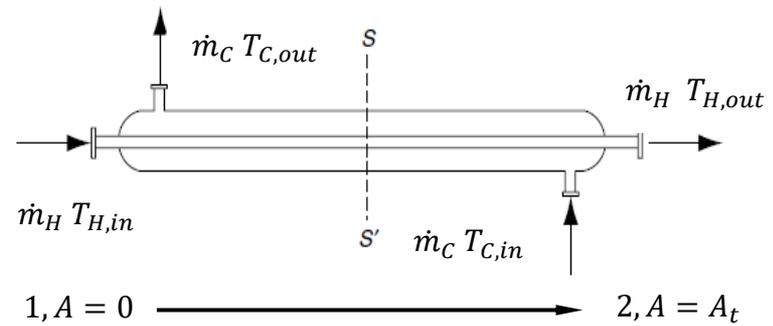
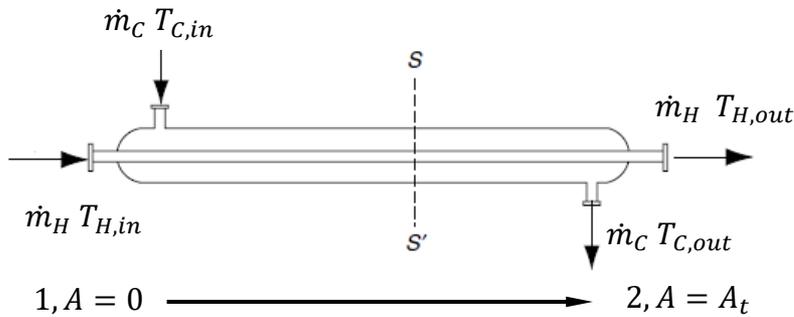
$$d\dot{q} = d\dot{q}_H = d\dot{q}_C$$

# Transferencia de calor entre fluidos, Ecuación Diferencial Combinada EDC (forma general de la ecuación de dimensionamiento)

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = - \left[ \frac{1}{C_H} \pm \frac{1}{C_C} \right] U dA = -\varphi_{conf} U dA \Rightarrow \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = - \int_0^{A_t} \varphi_{conf} U dA \Rightarrow \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = - \int_0^{A_t} \varphi_{conf} U dA$$

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,out})}{(T_{H,in} - T_{C,in})} = - \int_0^{A_t} \left[ \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C} \right] U dA$$

$$\ln \frac{(T_{H,out} - T_{C,in})}{(T_{H,in} - T_{C,out})} = - \int_0^{A_t} \left[ \frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C} \right] U dA$$



## Otro enfoque

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\varphi_{conf} U dA \rightarrow \frac{1}{-\varphi_{conf} U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = dA \rightarrow \int_0^{A_t} dA = - \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{1}{\varphi_{conf} U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} \rightarrow A_t = - \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{1}{\varphi_{conf} U} \frac{d\Delta T}{\Delta T}$$

$$A_t = - \int_{\ln \Delta T_1}^{\ln \Delta T_2} \frac{d \ln \Delta T}{\varphi_{conf} U}$$

**Nota:**  $-d\dot{q}\varphi_{conf} = d\Delta T \rightarrow \frac{1}{-\varphi_{conf}} = \frac{d\dot{q}}{d\Delta T}$

$$dA = \frac{1}{-\varphi_{conf}} \frac{1}{U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = \frac{d\dot{q}}{d\Delta T} \frac{1}{U} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = \frac{d\dot{q}}{U\Delta T} \Rightarrow \frac{d\dot{q}}{dA} = U\Delta T = \frac{\Delta T}{R} \frac{\text{magnitud transferida}}{\text{área}} = \frac{\text{fuerza motriz}}{\text{resistencia}}$$