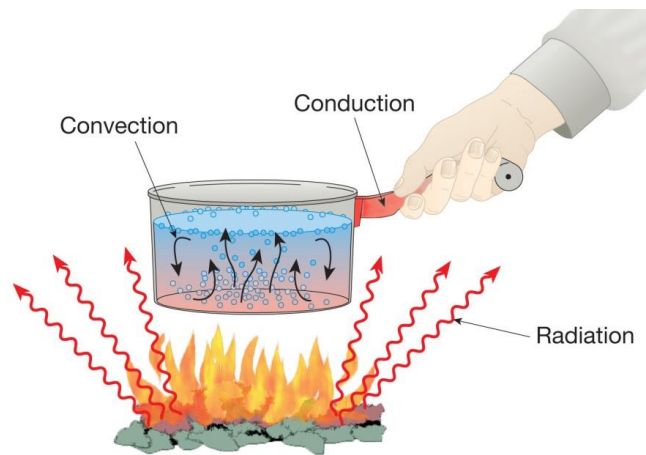


# Operaciones Unitarias 1

## Transferencia de Calor

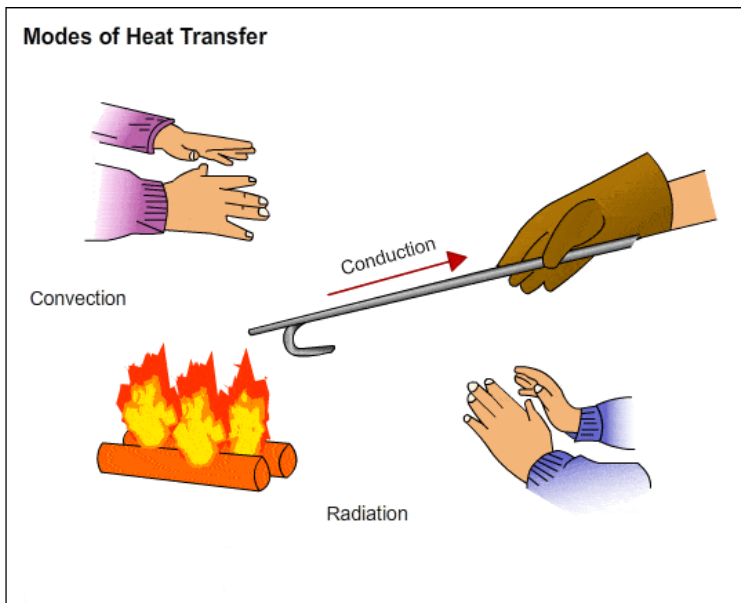
### Elementos del fenómeno de transporte



## Transferencia de Calor mecanismos

Calor es la energía que se transfiere como consecuencia de la existencia de diferencias de temperaturas entre dos sistemas o entre partes de un sistema. Se trata de una energía en tránsito. Un sistema no acumula calor. 1er Principio de la Termodinámica

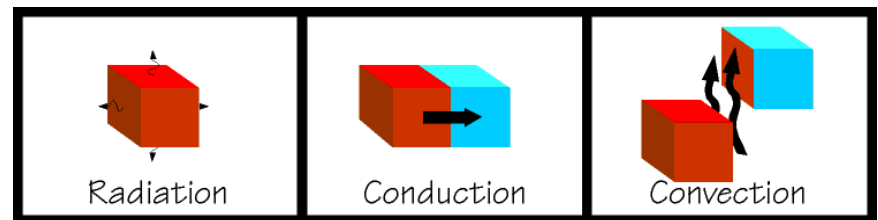
Tres mecanismos básicos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación.



**Conducción:** transferencia de energía desde un cuerpo a otro adyacente por contacto directo.

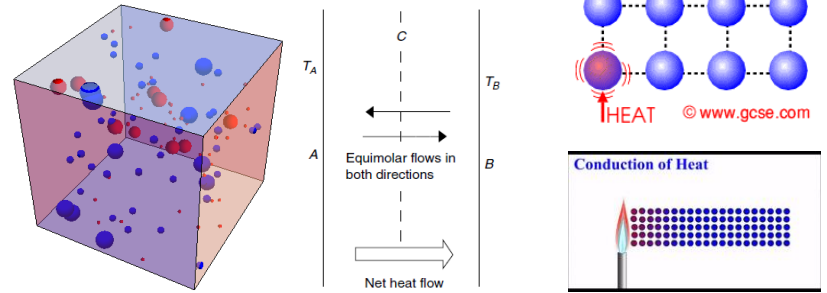
**Convección:** transferencia de energía por el mezclado íntimo de porciones de material. El mezclado puede producirse naturalmente, por diferencia de densidad de fluidos, (convección natural) o ser provocada (convección forzada)

**Radiación,** transferencia de energía por la interacción de ondas electromagnéticas con la materia.



# Transferencia de Calor mecanismos, conducción, ecuación de Fourier

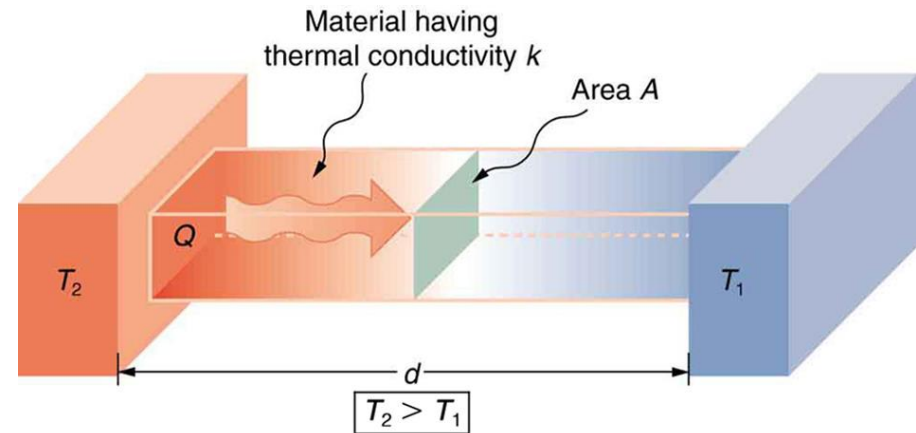
Transferencia de calor por contacto molecular directo, debido a la existencia de un gradiente de temperatura. Aunque los mecanismos son diferentes para sólidos, gases y líquidos, se establece, en el estado estacionario una relación de proporcionalidad entre el flujo de calor y este gradiente térmico.



energía por unidad de volumen asociada a la temperatura

$$\frac{dq}{A} = -\alpha \frac{d(\rho c_p T)}{dx} = -\alpha \rho c_p \frac{dT}{dx} = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{d\dot{q}}{A} = -\kappa \frac{dT}{dx} \quad \text{Ecuación de Fourier en la dirección } x$$



Potencia térmica o tasa de transferencia de calor :  $\dot{q} \left[ \frac{J}{s} = W \right]$ ; área perpendicular al flujo de calor:  $A \left[ m^2 \right]$ ; difusividad

térmica:  $\alpha \left[ \frac{m^2}{s} \right]$ ; densidad másica:  $\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$ ; calor específico a presión constante:  $c_p \left[ \frac{J}{kg.K} \right]$ ; temperatura:  $T \left[ K \right]$ ;

conductividad térmica:  $\kappa = \alpha \rho c_p = \left[ \frac{J}{s.m.K} \right]$ . Flujo térmico:  $\frac{\dot{q}}{A} \left[ \frac{J}{s.m^2} = \frac{W}{m^2} \right]$

# Transferencia de Calor mecanismos, conducción, ecuación de Fourier integrada para geometrías sencillas

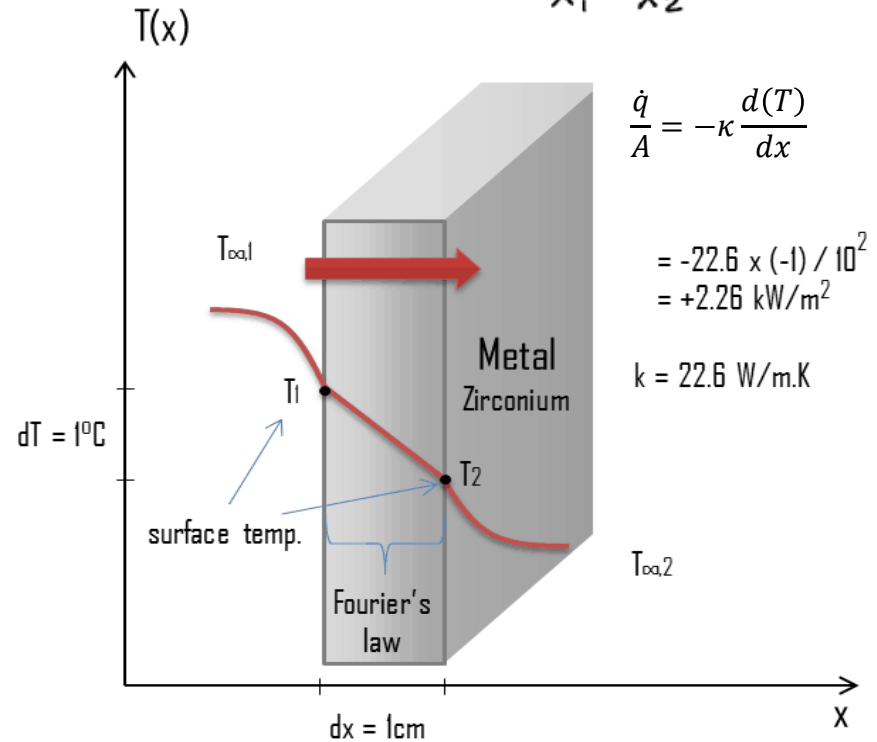
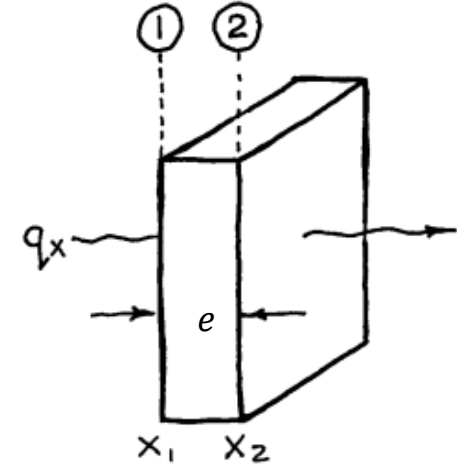
Conducción de calor en placas planas  $\kappa = ctte$  y  $A = ctte$

$$\frac{d\dot{q}}{A} = -\kappa \frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{q}_{in} = \dot{q}_{out} = \dot{q} \Rightarrow \frac{\dot{q}}{A} = -\kappa \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{\dot{q}}{A} dx = -\kappa dT$$

$$\frac{\dot{q}}{A} \int_{x_1}^{x_2} dx = -\kappa \int_{T_1}^{T_2} dT \quad \dot{q} = -\kappa A \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \dot{q} = -\kappa A \frac{\Delta T}{e}$$

$$R_w = \frac{e}{\kappa A} \Rightarrow \dot{q} = -\frac{\Delta T}{R_w}$$

Resistencia a la conducción de calor  $^{\circ}\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$



# Transferencia de Calor mecanismos, conducción, ecuación de Fourier integrada para geometrías sencillas

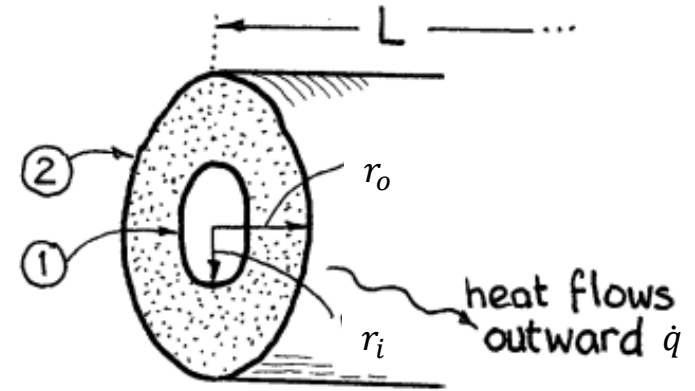
Conducción de calor en ductos circulares  $\kappa = \text{ctte}$ ,  $A_{ml}$

$$A_{ml} = \frac{(A_o - A_i)}{\ln \frac{A_o}{A_i}} = \frac{\pi L(D_o - D_i)}{\ln \frac{D_o}{D_i}} = \frac{2\pi L(r_o - r_i)}{\ln \frac{r_o}{r_i}}$$

$$\frac{d\dot{q}}{A} = -\kappa \frac{dT}{dr} \rightarrow \dot{q} \frac{dr}{A} = -\kappa dT \rightarrow \dot{q} \frac{dr}{2\pi r L} = -\kappa dT \rightarrow \frac{\dot{q}}{2\pi L} \frac{dr}{r} = -\kappa dT$$

$$\frac{\dot{q}}{2\pi L} \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = - \int_{T_i}^{T_o} \kappa dT \rightarrow \frac{\dot{q}}{2\pi L} \ln \frac{r_o}{r_i} = \kappa(T_i - T_o) \rightarrow \dot{q} = \frac{2\pi L \kappa (T_i - T_o)}{\ln \frac{r_o}{r_i}}$$

$$\Rightarrow \dot{q} = \frac{(T_i - T_o)}{\frac{1}{2\pi \kappa L} \ln \frac{D_o}{D_i}} \rightarrow \dot{q} = \frac{(T_i - T_o)}{R_c}$$



$$R_w = \frac{1}{2\pi \kappa L} \ln \frac{r_o}{r_i} \equiv \frac{1}{2\pi \kappa L} \ln \frac{D_o}{D_i} = \frac{(D_o - D_i)}{2A_{ml} \kappa} \text{ Resistencia a la conducción de calor } ^\circ\text{C}\cdot\text{W}^{-1}$$

$$\frac{1}{R_c} = \frac{2\pi \kappa L}{\ln \frac{D_o}{D_i}} \text{ Conductancia térmica } \text{W}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$$

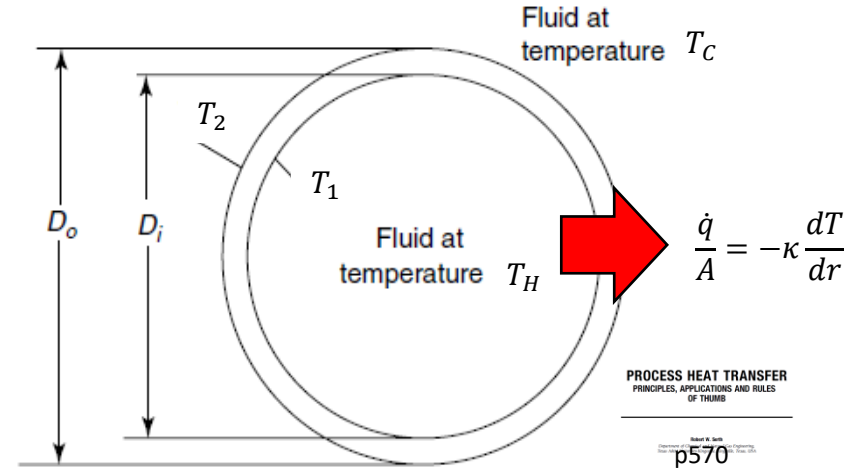
# Transferencia de Calor mecanismos, conducción, ecuación de Fourier, valores de k

## Conducción de calor en ductos circulares $\kappa = \phi(T)$

$$\frac{\dot{q}}{A} = -\kappa \frac{dT}{dr} \rightarrow \frac{\dot{q}}{A} dr = -\kappa dT \rightarrow \dot{q} \frac{dr}{2\pi r L} = -\kappa dT$$

$$\frac{\dot{q}}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = - \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT \rightarrow \frac{\dot{q}}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1} = - \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT$$

$$\kappa = a + bT \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{q}}{L} = \frac{2\pi \left[ a(T_1 - T_2) + \frac{b}{2}(T_1^2 - T_2^2) \right]}{\ln \frac{D_o}{D_i}}$$



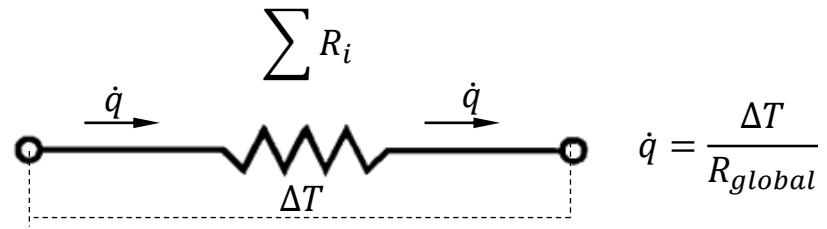
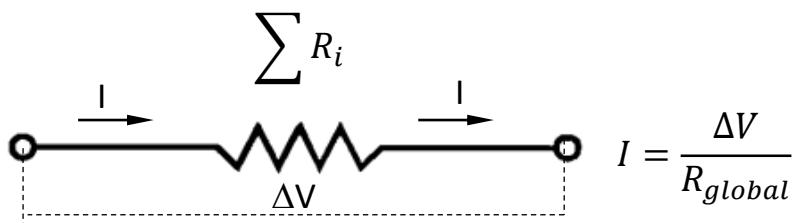
Material	k, W/m K	Material	k, W/m K
Gases		Solids	
SO <sub>2</sub>	0.009	Styrofoam	0.036
CO <sub>2</sub> , H <sub>2</sub>	0.018	Corrugated cardboard	0.064
H <sub>2</sub> O	0.025	Paper	0.13
Air	0.026	Sand, dry	0.33
Liquids		Glass	0.35–1.3
Gasoline	0.13	Ice	2.2
Ethanol	0.18	Lead	34
Water	0.61	Steel	45
Mercury	8.4	Aluminum	204
Sodium	85	Copper	380

TABLE A.16 Thermal Conductivities of Tubing Materials

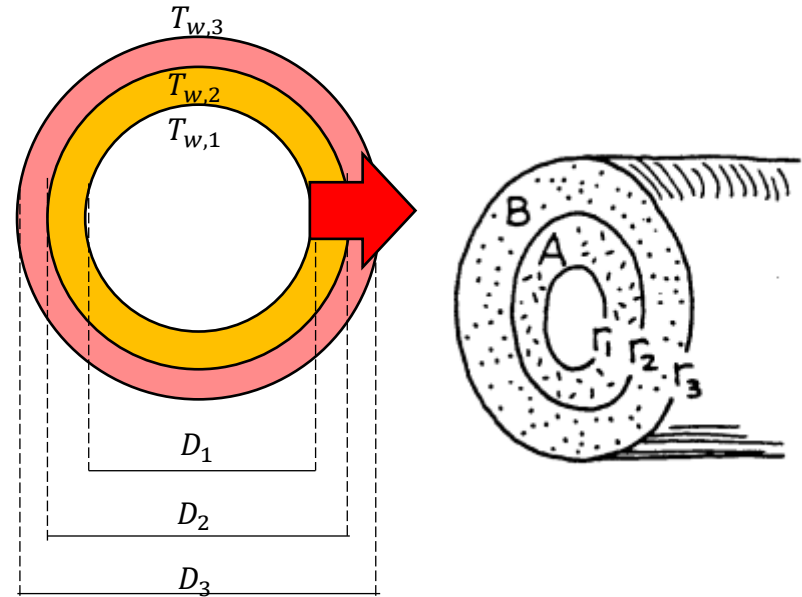
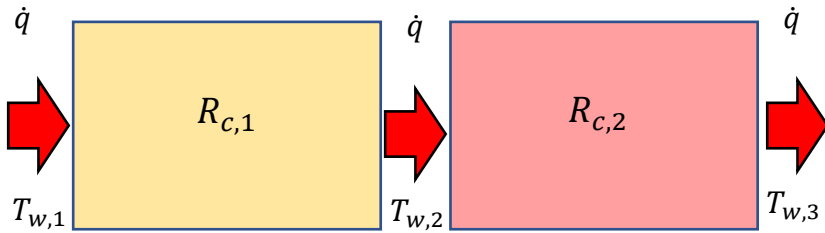
Material	k (Btu/h · ft · °F)	Material	k (Btu/h · ft · °F)
Carbon steel	24–30	Inconel 800	6.7–8
304 Stainless steel	8.6–12	Inconel 825	7.2
309 Stainless steel	29	Hastelloy B	6.1–9
310 Stainless steel	7.3–11	Hastelloy C	5.9–10
316 and 317 Stainless steel	7.7–12	Alloy 904L	7.5–9
321 and 347 Stainless steel	8–12	Alloy 28	6.5–9
25Cr–12Ni Steel	6.5–10	Cr–Mo Alloy XM–27	11.3
22Cr–5Ni–3Mo Steel	9.5	Alloy 20CB	7.6
3.5Ni Steel	23.5	Copper	225
Carbon–0.5Mo Steel	25	90–10 Cu–Ni	30
1.0 & 1.25Cr–0.5Mo Steel	21.5	70–30 Cu–Ni	18
2.25Cr–1.0Mo Steel	21	Admiralty brass	64–75
5Cr–0.5Mo Steel	16.9–19	Naval brass	71–74
12Cr & 13Cr Steel	15.3	Muntz metal (60Cu–40Zn)	71
15Cr Steel	14.4	Aluminum bronze	71
17Cr Steel	13	Al–Ni Bronze	72
Nickel alloy 200	38.5	Aluminum alloy 3003	102–106
Nickel alloy 400	12.6–15	Aluminum alloy 6061	96–102
Inconel 600	9	Titanium	11.5–12.7
Inconel 625	7.5–9	Zirconium	12

This table lists typical values of thermal conductivity that can be used to estimate the thermal resistance of tube and pipe walls. These values may not be appropriate for operation at very high or very low temperatures.

# Transferencia de Calor mecanismos, conducción, Resistencia



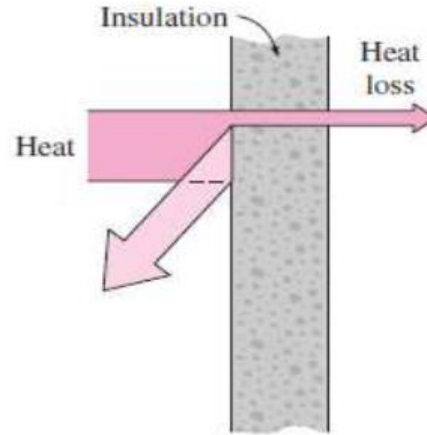
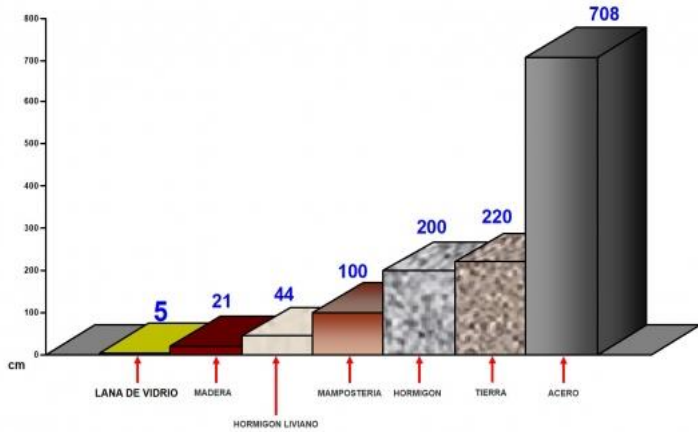
Resistencias en serie  $\dot{q} = \frac{(T_{w,i} - T_{w,o})}{R_c}$



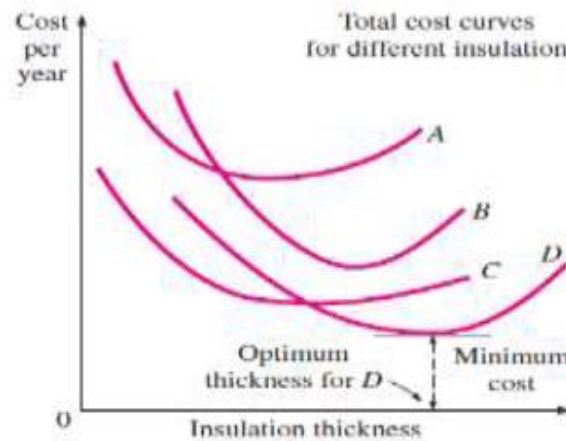
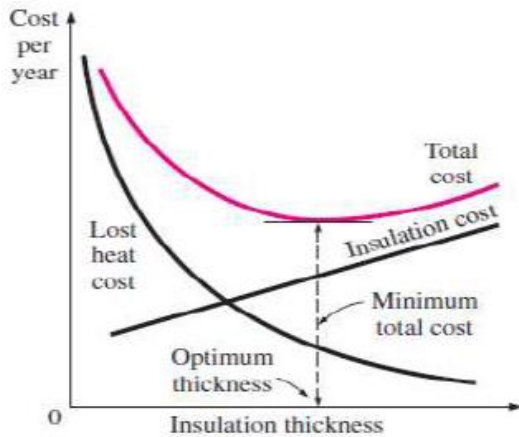
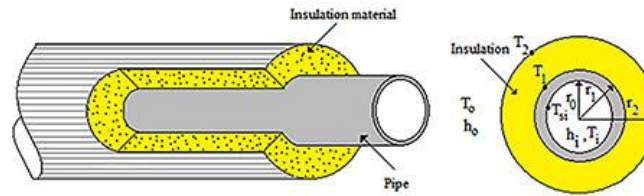
$$\left. \begin{aligned} \dot{q}R_{c,1} &= (T_{w,1} - T_{w,2}) \\ \dot{q}R_{c,2} &= (T_{w,2} - T_{w,3}) \end{aligned} \right\} \dot{q}R_{c,1} + \dot{q}R_{c,2} = (T_{w,1} - T_{w,2}) + (T_{w,2} - T_{w,3}) \rightarrow \dot{q}(R_{c,1} + R_{c,2}) = (T_{w,1} - T_{w,3})$$

$$\dot{q} = \frac{(T_{w,1} - T_{w,3})}{(R_{c,1} + R_{c,2})} \Rightarrow R_{c,1} + R_{c,2} = \frac{1}{2\pi\kappa_1 L} \ln \frac{D_2}{D_1} + \frac{1}{2\pi\kappa_2 L} \ln \frac{D_3}{D_2} \Rightarrow \frac{\dot{q}}{L} = \frac{(T_{w,1} - T_{w,3})}{L(R_{c,1} + R_{c,2})}$$

# Transferencia de Calor mecanismos, conducción, espesores económicos de aislaciones térmicas



Espesor de distintos materiales requeridos para obtener una Resistencia a la transferencia por conducción de  $1,25 \frac{m.K}{W}$





## Transferencia de Calor mecanismos, convección

Se presenta cuando un flujo de fluido a mayor temperatura está en contacto con una interfase o superficie a menor temperatura.

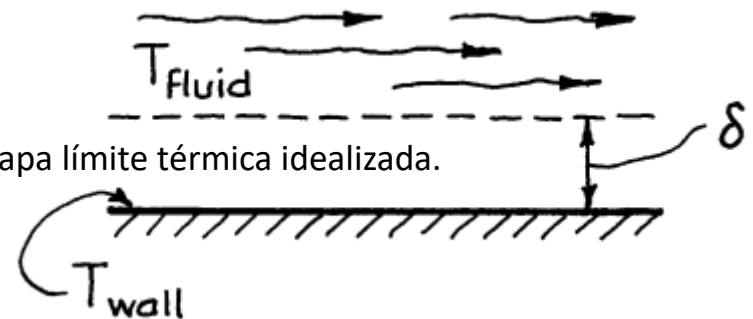
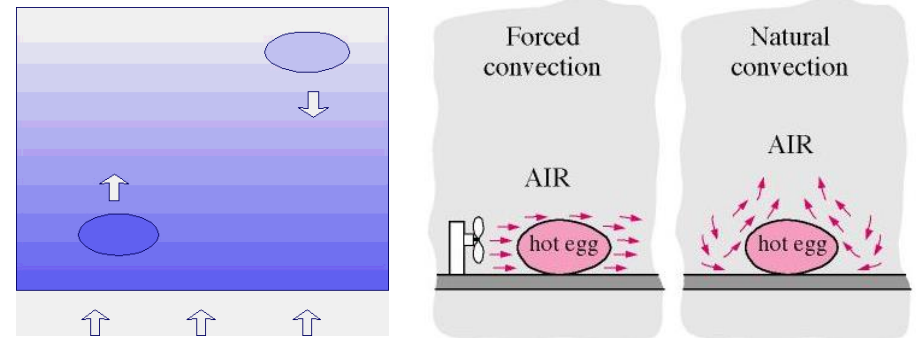
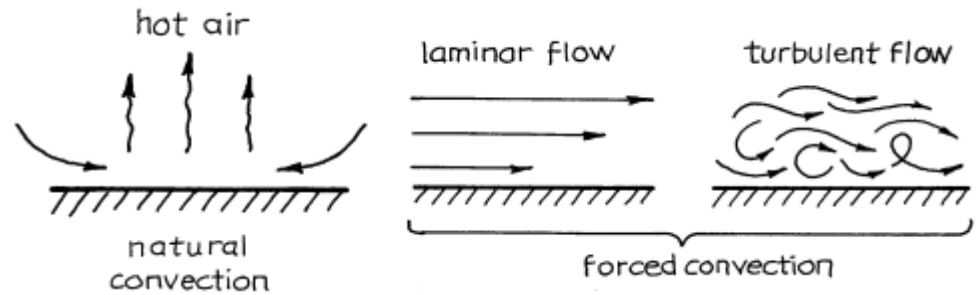
La velocidad de transferencia depende de de las propiedades del fluido y de la mecánica o régimen de su movimiento (diferencia de densidad, flujo laminar, o flujo turbulento

Para su tratamiento, Prandtl (1904), impone el concepto de capa límite térmica, región (o espesor), en contacto con la interfase, donde está localizada toda la resistencia a la transferencia.

$$\dot{q} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\delta} \quad \text{El valor de } \delta \text{ no puede ser estimado independientemente}$$

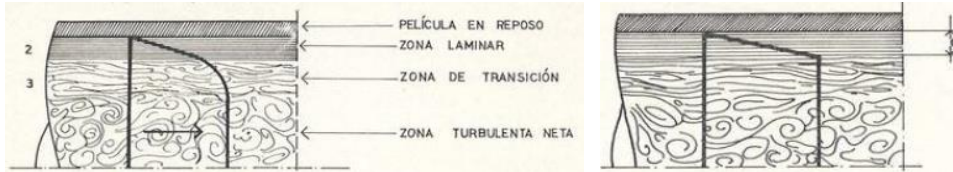
$$\dot{q} = -\left(\frac{\kappa}{\delta}\right) A \Delta T \rightarrow \dot{q} = -h A \Delta T \quad h: W \cdot m^{-2} K^{-1}$$

$h$  :coeficiente de película incorpora el valor del espesor de la capa límite térmica idealizada.



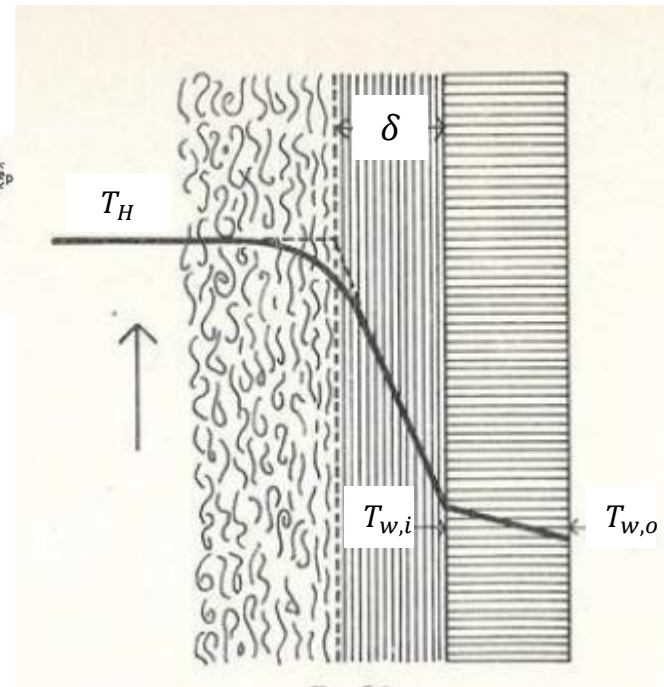
Transferencia de Calor mecanismos, convección, coeficiente pelicular  
capa límite equivalente

$$\dot{q} = -hA\Delta T$$



$h : W \cdot m^{-2} K^{-1}$  depende de las características del fluido (viscosidad  $\mu$ , conductividad térmica  $\kappa$ , densidad  $\rho$  y calor específico  $c_p$ , del ducto (diámetro  $D$  y  $\varepsilon$ ) y del escurrimiento (velocidad media  $\bar{v}$ )

El espesor  $\delta$  de la capa límite equivalente está fuertemente influido por la temperatura de la pared,  $T_{w,i}$  por la modificación de la viscosidad del fluido



Los valores de  $h$  fueron medidos en una gran cantidad de configuraciones de transferencia de calor, incorporados y correlacionados, mediante análisis dimensional, a otros números adimensionales

$$Re = \frac{D\rho\bar{v}}{\mu} = \frac{D\dot{G}}{\mu} \quad \dot{G} = \rho\bar{v} \text{ masa velocidad} \quad \frac{D}{L} \text{ Relación de longitudes}$$

$$Pr = \frac{c_p\mu}{\kappa} \text{ Número de Prandtl} \quad \frac{\mu}{\mu_w} \text{ Relación de viscosidad}$$

$$Nu = \frac{hD}{\kappa} \text{ Número de Nüsselt}$$

$$Nu = \phi \left( Re, Pr, \frac{\mu}{\mu_w}, \frac{D}{L} \right)$$



Osborne Reynolds(1842 – 1912)

# Transferencia de Calor mecanismos, convección, coeficiente pelicular, correlaciones de interés

La transición de flujo laminar a flujo turbulento se puede distinguir por el número de Reynolds crítico  $Re_{cr}$ . Para el flujo de fluido en un tubo circular recto,  $Re_{cr} = 2300$ . Para  $Re < Re_{cr}$ , el flujo es laminar. Si  $Re > Re_{cr}$ , el flujo está en una región de transición y puede volverse turbulento. Cuando  $Re > 10^4$ , el flujo es completamente turbulento.

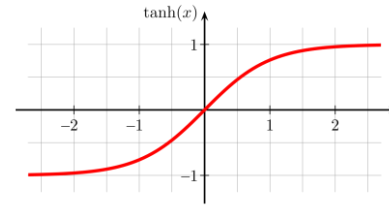


Ernst Kraft Wilhelm Nusselt (1882 – 1957) – alpinista - 1912

## Flujo laminar, tubo circular recto

$$Re < 2300; X = \frac{L}{RePrD}$$

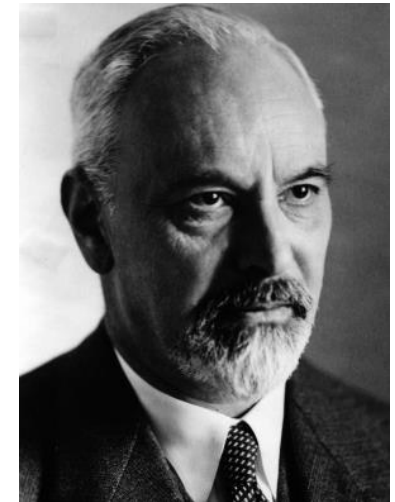
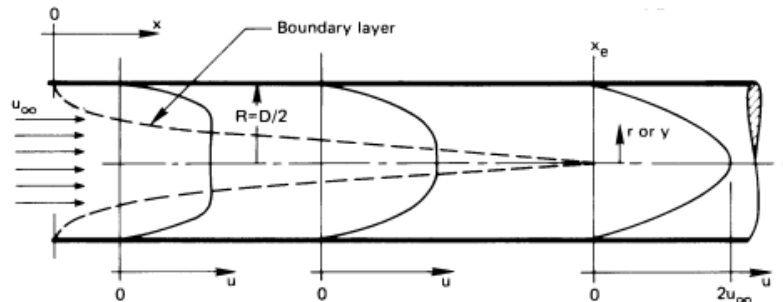
$$Nu = \frac{hD}{\kappa} = \frac{3,657}{\tanh\left(2,264X^{\frac{1}{3}} + 1,7X^{\frac{2}{3}}\right)} + \frac{0,0499}{X} \tanh X$$



La correlación experimental de *Sieder y Tate* es cercana a estas soluciones analíticas

## Flujo laminar, placas planas paralelas, hidrodinámica y térmicamente totalmente desarrollado

$$Nu = \frac{hD}{\kappa} = 7,5407$$



Ludwig Prandtl (1875 – 1953)

Convección forzada en el interior de tubos  $Nu = \phi \left( Re, Pr, \frac{\mu}{\mu_w}, \frac{D}{L} \right)$

	Flujo	a	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	
$Nu = aRe^\alpha Pr^\beta \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^\gamma \left(\frac{D}{L}\right)^\delta$	Laminar $Re < 2300$	1,86	1/3	1/3	0,14	1/3	$Re < 2300$ $RePr D/L > 10$ $0,0044 < \mu/\mu_w < 9,75$
	Turbulento $Re > 10000$	0,023	0,80	1/3	0,14	0	$Re > 10000$ $0,7 < Pr < 120$

\*Correlación de Dittus - Boelter

\*Correlación de Sieder y Tate: agrega la dependencia de la viscosidad con la temperatura de pared

Régimen de Transición (2300 < Re < 10,000).

En esta región el patrón de flujo es inestable y la incertidumbre es mayor en la predicción del Número de Nüsselt. Algunas correlaciones, (i.e. Correlación de *Gnielinsky – Filonenko*, CGF) son también válidas en el régimen de transición. Otras, como la de *Hausen*, son específicas para este régimen.

La ecuación de *Hausen* válida en el rango  $2100 < Re < 10^4$  :  $Nu = 0,116[Re^{\frac{2}{3}} - 125]Pr^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} \left[1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{\frac{2}{3}}\right]$

# Transferencia de Calor mecanismos, convección, coeficiente pelicular, correlación de Colburn

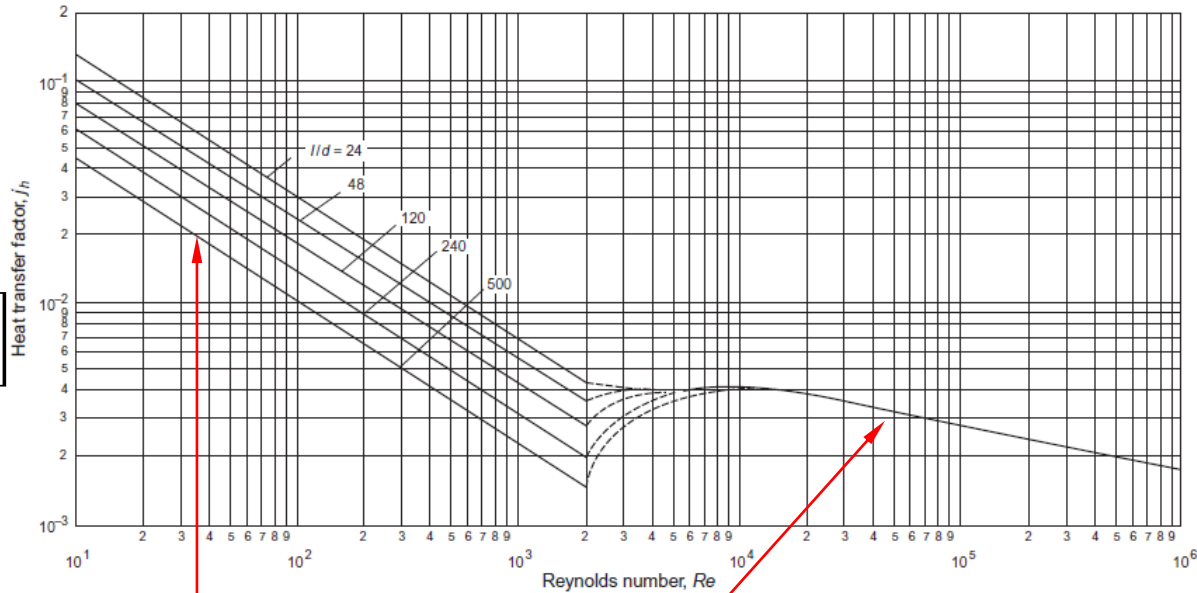
Convección forzada en el interior de tubos Número de Stanton  $St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{h}{\rho c_p \bar{v}} = \frac{h}{\dot{G} C_p}$   $\dot{G} = \rho \bar{v}$  masa velocidad

$$Nu = Pr^\beta \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma \left[ a Re^\alpha \left( \frac{D}{L} \right)^\delta \right] \Rightarrow St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{Pr^\beta}{Pr} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma \left[ a \frac{Re^\alpha}{Re} \left( \frac{D}{L} \right)^\delta \right] \Rightarrow St = Pr^{\beta-1} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma \left[ a Re^{\alpha-1} \left( \frac{D}{L} \right)^\delta \right]$$

$$St Pr^{1-\beta} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{-\gamma} = \left[ a Re^{\alpha-1} \left( \frac{D}{L} \right)^\delta \right]$$

## Correlación de Colburn

$$j_H = St Pr^{1-\beta} \left( \frac{\mu}{\mu_{wall}} \right)^{-\gamma} = \left[ a Re^{\alpha-1} \left( \frac{D}{L} \right)^\delta \right]$$



$$St = \frac{h}{\dot{G} C_p}$$

$$j_H = St Pr^{2/3} \left( \frac{\mu}{\mu_{wall}} \right)^{-0,14} \Rightarrow$$

Flujo Laminar  $j_H = 1,86 Re^{-2/3} \left( \frac{D}{L} \right)^{1/3}$

Flujo Turbulento  $j_H = 0,023 Re^{-0,2}$

# Transferencia de Calor mecanismos, convección, coeficiente pelicular, Correlación de Gnielinsky – Filonenko, (CGF)

Ecuación de Gnielinsky Modificación de la ecuación de Petukhov  $Re \geq 10^4$

$$Nu = \frac{\left(\frac{f}{8}\right) (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)}$$

$2300 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$  DK 536.24.01/02: 532.542/543  
 $0,6 \leq Pr \leq 2000$

Forsch. Ing.-Wes. 41 (1975) Nr. 1

Neue Gleichungen für den Wärme- und den Stoffübergang in turbulent durchströmten Röhren und Kanälen

Von Volker Gnielinski, Karlsruhe\*

Zur Berechnung von Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten in durchströmten Röhren und Kanälen wurde unter Einbeziehung von Meßergebnissen für große Reynolds- und hohe Prandtlzahlen eine Gleichung entwickelt, die sowohl den Übergangsbereich als auch den Bereich der vollausgebildeten turbulenten Strömung einschließt.

$f_{tubo} = (1,821 \log_{10} Rey - 1,64)^{-2} \frac{\epsilon_r}{D_i} \sim 0$  ecuación de Filonenko

En rangos limitados de Prandtl

$\xi = (1.8 \log_{10} Re - 1.5)^{-2}$

$Nu = 0,0214(Re^{0,8} - 100)Pr^{0,4}$   $0,6 \leq Pr \leq 1,5$   $2300 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$  Gases

$Nu = 0,0120(Re^{0,87} - 280)Pr^{0,4}$   $1,5 \leq Pr \leq 500$   $2300 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$  Líquidos

Ecuación de Gnielinsky completa, efectos de entrada y temperatura de pared

$$Nu = \frac{\left(\frac{f}{8}\right) (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \left[ 1 + \left(\frac{D_h}{L}\right)^{2/3} \right] K$$

i.e. Efecto de entrada

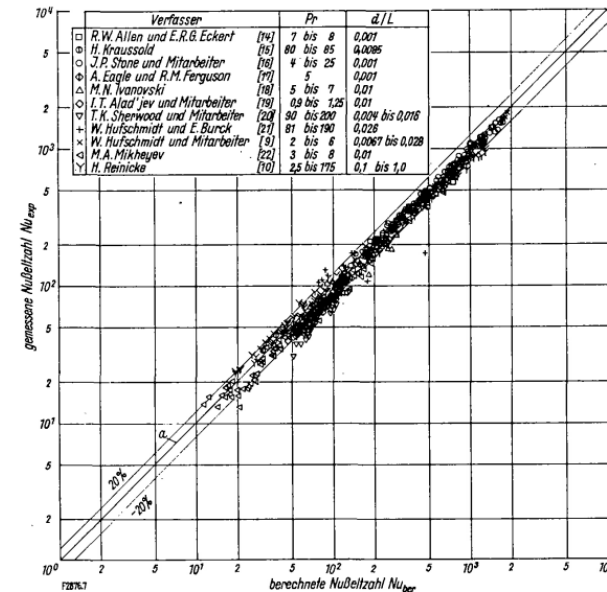
$D_h = 2,067 \text{ in}; (2'' \text{ IPS})$

$L = 6 \text{ m};$

$K = \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,11}$   $0,05 < \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right) < 20$  líquidos

$\left(\frac{D_h}{L}\right)^{2/3} = 0,04;$

$K = \left(\frac{T_{st}}{T_w}\right)^{0,45}$   $0,5 < \left(\frac{T_{st}}{T_w}\right) < 1,5$  gases



## Transferencia de Calor mecanismos, convección, coeficiente pelicular

### Correlación de Stephan para IQDT

$$Nu_i = 0,033 \left( \frac{D_o}{D_i} \right)^{0,45} \left[ 1 + \left( \frac{D_h}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \right] (Re^{0,75} - 180) Pr^{0,42} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0,14} \quad 2300 \leq Re \leq 10^6$$

$$Nu_{an} = 0,037 \left( 1 - 0,1 \frac{D_i}{D_o} \right) \left[ 1 + \left( \frac{D_h}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \right] (Re^{0,75} - 180) Pr^{0,42} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0,14} \quad 2300 \leq Re \leq 10^6$$

### Correlación para tubos curvados

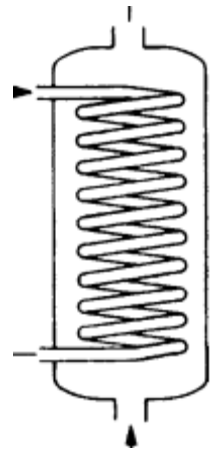
En comparación con el flujo transferencia de calor en tubos rectos, se presenta un mayor coeficiente de transferencia de calor debido a la fuerza centrífuga generada por la curvatura de los tubos. Si  $r_t$  es el radio del tubo y  $r_c$  es el radio de curvatura del HE, para  $0,12 \leq r_t/r_c \leq 0,20$

$$Re_{cr} = 2300 [1 + 8,6(r_t/r_c)^{0,45}]$$

$$Nu = 3,65 + 0,08 [1 + 0,8(r_t/r_c)^{0,90}] Re^{0,5+0,2903(r_t/r_c)^{0,194}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad \text{laminar } 100 < Re < Re_{cr}$$

$$Nu = 0,023 \left[ 1 + 14,8(1 + r_t/r_c)(r_t/r_c)^{\frac{1}{3}} \right] Re^{0,8-0,22(r_t/r_c)^{0,1}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad \text{transición } Re_{cr} < Re < 2,2 \cdot 10^4$$

$$Nu = 0,023 [1 + 3,6(1 - r_t/r_c)(r_t/r_c)^{0,8}] Re^{0,8} Pr^{\frac{1}{3}} \quad \text{turbulento } 2,2 \cdot 10^4 < Re < 1,5 \cdot 10^5$$



En una operación de transferencia de calor los siguientes líquidos son potenciales fluidos calefactores de trabajo. Todos ellos disminuyen su temperatura desde  $75^{\circ}\text{C}$  a  $25^{\circ}\text{C}$ , y escurren con una velocidad de  $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , por un conducto circular SCH 40s de 2”:

- Agua
- Salmuera de NaCl al 10%
- Etanol
- Anilina
- Benceno



[jlz\\_TC\\_1\\_ev h 4 fluidos](#)

Para cada uno de ellos, calcular el coeficiente pelicular de transferencia, utilizando la Correlación de *Sieder -Tate* (CST) y de *Gnielinsky - Filonenko* (CGF). Evaluar las propiedades termofísicas de los fluidos propuestos: a) a la media aritmética de las temperaturas de entrada y salida (como temperatura de referencia); b) a las temperaturas de entrada y salida del ducto de transferencia. Ignorar la corrección de la temperatura de la pared del tubo.

Indicar cual es el fluido más promisorio para esta transferencia y cuál es el más sensible a la temperatura.

NOTA: La constancia de la velocidad de flujo es sólo a los efectos de la comparación propuesta. Usualmente se fija el caudal másico.