



Ciencias Químicas:
Tecnología bioquímica
y de los alimentos

José Aguado (editor)
José Antonio Calles • Pablo Cañizares
Baldomero López • Francisco Rodríguez
Aurora Santos • David Serrano

Ingeniería de la industria alimentaria

Volumen I
Conceptos básicos


EDITORIAL
SÍNTESIS

INGENIERÍA DE LA INDUSTRIA ALIMENTARIA

Volumen I CONCEPTOS BÁSICOS

José Aguado Alonso (*Editor*)
José Antonio Calles Martín
Pablo Cañizares Cañizares
Baldomero López Pérez
Francisco Rodríguez Somolinos
Aurora Santos López
David Pedro Serrano Granados



EDITORIAL
SINTESIS

PROYECTO EDITORIAL
CIENCIAS QUÍMICAS

Director:
Guillermo Calleja Pardo

COLECCIÓN:

Tecnología Bioquímica y de los Alimentos
Director: José Aguado Alonso

© J. Aguado (Coordinador)
J. A. Calles, P. Cañizares, B. López,
F. Rodríguez, A. Santos y D. P. Serrano

© EDITORIAL SÍNTESIS, S. A.
Vallehermoso, 34 - 28015 Madrid
Teléf.: 91 593 20 98
<http://www.sintesis.com>

Depósito Legal: M. 24.589-1999
ISBN: 84-7738-667-6
ISBN obra completa: 84-7738-668-4

Impreso en España - Printed in Spain

ÍNDICE

PRÓLOGO	9
1. TECNOLOGÍA DEL PROCESADO Y CONSERVACIÓN DE LOS ALIMENTOS ...	11
1.1. Los orígenes	12
1.2. La Industria Alimentaria	14
1.3. Las materias primas	16
1.4. La tecnología del procesado y conservación de los alimentos	17
2. FUNDAMENTOS	21
2.1. Sistemas de magnitudes y unidades	24
2.1.1. Dimensiones y unidades	24
2.1.2. Sistema Internacional de unidades	25
2.1.3. Conversión de unidades	26
2.1.4. Consistencia dimensional	30
2.2. Análisis dimensional	32
2.2.1. Objetivo y principios del análisis dimensional	32
2.2.2. Método de Rayleigh para el análisis dimensional	33
2.3. Tipos de procesos y contacto entre fases no miscibles	36
2.3.1. Tipos de procesos	36
2.3.2. Contacto entre fases no miscibles	37
2.4. Ecuaciones de conservación. Balances	38
2.4.1. Ecuaciones de conservación macroscópicas	39
2.4.2. Conservación de materia	40
2.4.3. Conservación de energía	46
3. REOLOGÍA	55
3.1. Introducción	57
3.2. Clasificación reológica de los fluidos	58
3.2.1. Fluidos newtonianos	60
3.2.2. Fluidos no newtonianos	60

3.2.3. Variables que influyen sobre la consistencia de los fluidos	65
3.2.4. Comportamiento reológico de los alimentos	66
3.3. Ensayos reológicos de fluidos viscosos puros y fluidos plásticos	67
3.3.1. Viscosímetros rotatorios	67
3.3.2. Viscosímetros de tubo	75
3.3.3. Criterios de selección de viscosímetros	78
3.4. Ensayos reológicos de fluidos viscoelásticos y semisólidos	79
3.4.1. Ensayos de tracción y compresión	79
3.4.2. Ensayo de cizalladura	80
3.4.3. Ensayo de deformación progresiva	81
3.4.4. Ensayo de relajación	82
3.4.5. Ensayos dinámicos	83
4. FLUJO DE FLUIDOS	87
4.1. Introducción	89
4.2. Tipos de flujos de fluidos	89
4.3. Flujo por el interior de conducciones	91
4.3.1. Perfiles de velocidad	91
4.3.2. Ecuaciones de conservación	94
4.3.3. Pérdidas de energía por rozamiento	96
4.3.4. Cálculo de la energía de impulsión	101
4.4. Aparatos de medida de caudales	106
4.5. Equipo de impulsión de fluidos	112
5. TRANSMISIÓN DE CALOR	119
5.1. Introducción	122
5.2. Mecanismos de transmisión de calor	123
5.2.1. Conducción	123
5.2.2. Convección	125
5.2.3. Radiación	128
5.2.4. Mecanismos combinados de transmisión de calor	131
5.3. Conducción en sólidos	134
5.3.1. Ecuación general de conducción en sólidos	134
5.3.2. Conducción unidimensional en régimen estacionario	135
5.3.3. Conducción unidimensional en régimen no estacionario	141
5.4. Transmisión de calor sólido-fluido: cambiadores de calor	149
5.4.1. Coeficientes globales de transmisión de calor	149
5.4.2. Diseño de cambiadores de calor	151
5.4.3. Ensuciamiento de cambiadores	160
5.5. Vapor de agua en la Industria Alimentaria	161
5.5.1. Vapor saturado seco	163
5.5.2. Vapor húmedo	164
5.5.3. Vapor sobrecalentado	165

6. TRANSFERENCIA DE MATERIA	173
6.1. Introducción	175
6.2. Mecanismos de la transferencia de materia	177
6.3. Difusión	178
6.3.1. Difusión a través de una fase fluida	178
6.3.2. Difusión a través de una fase sólida permeable	179
6.4. Convección	181
6.4.1. Coeficientes individuales de transferencia de materia	181
6.4.2. Coeficientes globales de transferencia de materia	183
6.4.3. Relación entre los coeficientes individuales y globales de transferencia de materia	185
6.4.4. Sistemas gas-líquido	188
6.5. Coeficientes volumétricos de transferencia de materia	190
7. INGENIERÍA DE LAS REACCIONES QUÍMICAS	193
7.1. Generalidades de la reacción química	196
7.2. Clasificación de las reacciones químicas	197
7.3. Termodinámica: calor de reacción y equilibrio	198
7.4. Velocidad de reacción y cinética química	200
7.4.1. Ecuación cinética: variables que influyen en la velocidad de reacción	202
7.4.2. Determinación de la ecuación cinética	207
7.5. Reacciones múltiples	220
7.5.1. Reacciones en paralelo	221
7.5.2. Reacciones en serie	222
7.6. Reacciones heterogéneas	225
7.6.1. Reacciones fluido-fluido	226
7.6.2. Reacciones fluido-sólido	227
7.6.3. Reacciones gas-líquido-sólido	230
8. REACTORES QUÍMICOS	233
8.1. Clasificación de los reactores químicos	236
8.2. Reactores homogéneos discontinuos	236
8.2.1. Reactor isoterma	239
8.2.2. Reactor adiabático	239
8.2.3. Caso general de intercambio de calor	240
8.2.4. Dimensionado del reactor	241
8.3. Reactores homogéneos continuos	243
8.3.1. Reactor de mezcla completa	244
8.3.2. Reactores tubulares de flujo pistón	249
8.3.3. Comparación entre el reactor tubular de flujo pistón y el reactor tanque agitado continuo de mezcla completa	253
8.3.4. Asociación de reactores continuos	257
8.3.5. Reactores reales	260

8.4. Reactores heterogéneos	267
8.4.1. Reactores fluido-fluido	268
8.4.2. Reactores fluido-sólido no catalíticos	270
8.4.3. Reactores fluido-sólido catalíticos	271
8.4.4. Reactores gas-líquido-sólido (catalíticos)	271
APÉNDICE	277
BIBLIOGRAFÍA	287

PRÓLOGO

Durante siglos, la producción de alimentos para la humanidad se ha llevado a cabo de forma totalmente artesanal y empírica, con nulo o escaso conocimiento de la composición real de los mismos y de los cambios que en ellos se producían durante su elaboración. También existían procedimientos para su conservación (salazón, desecación, etc.) desarrollados sin conocimiento de su mecanismo de actuación, que eran aplicables a determinados tipos de alimentos. Por ello, en la mayoría de los casos, el consumo era de temporada y en zonas geográficamente próximas al lugar de producción. En la actualidad, la producción y transformación de los alimentos se lleva a cabo, mayoritariamente en grandes fábricas, con procesos continuos de producción en los que la economía de escala juega un papel importante en el precio de los productos, haciéndolos asequibles a mayores segmentos de la población. Ello conlleva un elevado grado de desarrollo tecnológico de los procesos de fabricación de los alimentos, con sistemas de control muy avanzados, de diseño similar al de las modernas plantas de la Industria Química. Así, los métodos y operaciones típicos de la Ingeniería Química se aplican en la moderna Industria Alimentaria, como es el caso de pretratamientos de las materias primas, separación de determinados componentes por filtración, centrifugación y adsorción, manejo de corrientes de gases y líquidos, transmisión de calor, optimiza-

ción energética de las plantas, aplicación de sistemas de cogeneración, etc.

Por otra parte, las aportaciones de la Ingeniería Química al desarrollo de modernos sistemas de conservación de alimentos (esterilización, UHT, microondas, atmósferas controladas, congelación, etc.) permiten mantener los alimentos, prácticamente inalterados, durante largos períodos de tiempo.

Sin embargo, el hecho de manejar materiales complejos, tanto desde el punto de vista de su composición química, como de su comportamiento (pastas, sustancias, termosensibles o susceptibles al ataque microbiano), hace que la Ingeniería de la Industria Alimentaria presente determinadas características específicas que la diferencian como rama bien definida de la Ingeniería Química.

La presente obra aborda la aplicación de las Operaciones básicas de la Ingeniería Química a la Industria de los Alimentos. Se ha dividido en dos volúmenes: el primero se ha diseñado como una introducción a los principios básicos de la Ingeniería de los Procesos Químicos, y el segundo se dedica al estudio de las principales operaciones de procesado y conservación de alimentos, todo ello orientado a su aplicación al diseño de procesos para la Industria Alimentaria.

La obra se ha dirigido tanto a aquellos profesionales que desarrollan su labor en la Industria Alimentaria como a estudiantes de aquellas titu-

laciones en las que se impartan materias relacionadas con la producción y transformación de los alimentos, como Ingenieros Agrónomos, Ingenieros Químicos, Veterinaria, Farmacia, Química, Bioquímica y especialmente de la Licenciatura en Ciencia y Tecnología de los Alimentos.

Asimismo consideramos que el primer volumen ha de resultar un manual de gran utilidad para aquellos alumnos que hayan de cursar complementos de formación en Ingeniería Química previamente a su acceso a la titulación de Licenciado en Ciencia y Tecnología de los Alimentos.

**TECNOLOGÍA
DEL PROCESADO
Y CONSERVACIÓN
DE LOS ALIMENTOS**

- 1.1. Los orígenes
- 1.2. La Industria Alimentaria
- 1.3. Las materias primas
- 1.4. La tecnología del procesado
y conservación de los alimentos

Se relacionan algunos hitos en el desarrollo de las técnicas para variar la forma y la presentación de los alimentos y conseguir alargar su vida manteniéndolos comestibles, tanto sanitariamente

como desde el punto de vista organoléptico. Se caracterizan la Industria Alimentaria y sus materias primas. Se define el ámbito de aplicación de la tecnología del procesado y la conservación de los alimentos.

1.1. Los orígenes

Es una constante en el comportamiento del ser humano la gran curiosidad por ir desentrañando los secretos que le rodean y la actitud de buscar aplicaciones inmediatas a los conocimientos que va adquiriendo. Los alimentos no iban a ser una excepción y desde los tiempos más remotos se fueron aplicando técnicas para mejorar su digestibilidad, variar su sabor y evitar su deterioro, técnicas descubiertas por el uso, la observación o el azar y sin que se supieran los principios científicos en que se basaban.

Conocido es el empleo de la liofilización por los Incas tres mil años antes de Cristo para conservar las patatas, que extendían en las altas cumbres para exponerlas al sol durante el día y al frío congelador durante la noche, evitando la germinación de brotes en los tubérculos y facilitando la posterior rehidratación. Así hacían el “chuño”, sin saber que estaban utilizando de forma rudimentaria una operación de secado en estado congelado.

Si se visita el Museo Británico en Londres se pueden ver composiciones escultóricas originales de pequeño tamaño hechas en madera representando factorías, con cinco o seis personas y los correspondientes utensilios, en que se está fabricando pan, cerveza, secando pescado al sol o haciendo salazones, y que datan también de unos 2500 años antes de Cristo.

Los romanos introdujeron la salmuera y el vinagre como conservantes, inventando el escabechado. Cloruro sódico y ácido acético han sido los primeros aditivos alimentarios conservantes de la Humanidad, además de los ácidos benzoico y sórbico existentes en algunas especias, como la canela y el clavo, que explican los viajes de

Marco Polo en su búsqueda. Los romanos son responsables también de llevar el cultivo de la vid, que tomaron de Grecia, a los países que conquistaban y de enseñarles a producir el vino.

La Europa medieval añadió el ahumado y, con él, otro aditivo conservante, el aldehído fórmico, presente en el humo de madera. Además extendió la cría del cerdo y nació una incipiente industria de la charcutería y la chacinería, y comercializó el arenque en salazón, que se transportaba en barricas de madera. En la alta Edad Media, la Europa del Norte, que venía produciendo cerveza en las casas de forma artesanal, abandonó en gran parte esta costumbre para crear las primeras factorías industriales de cerveza y en este contexto comenzaron a fabricarse industrialmente por primera vez las variedades estándar de cerveza rubia y cerveza negra alrededor del 1400.

La Europa de la Edad Moderna implementa el ahumado del arenque y el salmón a gran escala (figura 1.1), así como la salazón del bacalao. Comercializa productos como el café y el cacao, que importa de América, y fabrica el chocolate. Consume grandes cantidades de azúcar, cuyas propiedades conservantes conoce, para producir dulces, confituras y mermeladas. Y empieza la pesca de la ballena para obtener grasas y carne, además de otros productos. En la Europa de la Edad Moderna se asienta el racionalismo científico que va a florecer en el siglo XIX y que va a influir decisivamente en los avances de la tecnología, pero la producción de alimentos seguía concerniendo a una gran mayoría de la población, que era rural y agrícola, o mantenía hábitos rurales.

Es de notar también que se conocía de antiguo el efecto del frío en la prolongación de la

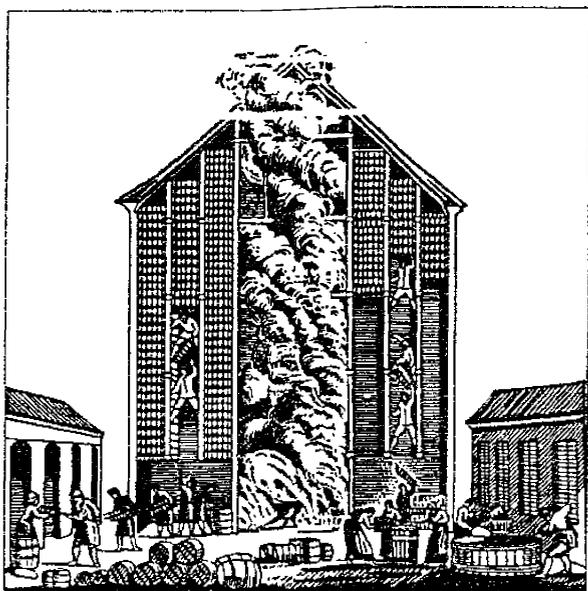


FIGURA 1.1. Preparación y ahumado de arenques en Francia hacia 1770. Fuente: T. K. Derry y T. I. Williams.

vida de los alimentos perecederos y se utilizaban el hielo y la nieve donde los había para la conservación de la carne y el pescado, el refresco de las bebidas y para el curado de algunas carnes. A finales del siglo XVIII existía un comercio de hielo "natural" para estos fines y en Nueva Inglaterra llegó a exportarse este hielo a las Antillas, y se llegó a transportar carne en un barco frigorífico refrigerado con hielo "natural" desde Australia a Inglaterra.

Así pues, la tecnología de los alimentos en sus dos vertientes de procesado y conservación ha existido desde siempre, aunque no haya estado reconocida como tal; pero entre las materias primas y su consumición se llevaban a cabo manipulaciones en el sentido noble de la palabra y se implantaban técnicas de conservación que eran divulgadas o transmitidas a través de generaciones y que se iban perfeccionando en relación con los nuevos conocimientos y avances científico-técnicos de que se iba disponiendo. Así se llegó al siglo XIX y su famosa Revolución industrial, que afecta también a la producción de alimen-

tos, pues va perdiendo su carácter artesanal y su implantación familiar y rural para convertirse en una industria de capital-beneficio.

Uno de los grandes hitos se produce en 1800 en Francia, cuando Francois Appert ideó la esterilización, para lo cual llenaba frascos de vidrio con los alimentos a esterilizar, los cerraba y los sumergía cerrados en agua hirviendo. El material de vidrio daba lugar a roturas y en 1810 Peter Durand patentó en Inglaterra la utilización de botes de hojalata. Finalmente en 1840 un familiar de Appert, Nicolás Appert, ideó esterilizar las latas a temperaturas superiores a los 100 °C utilizando el autoclave, abriendo el camino a la moderna industria del enlatado, treinta años antes de que Pasteur pudiera explicar los efectos del calor sobre los microorganismos.

Otro de los grandes hitos es la producción industrial del frío según un ciclo termodinámico usando amoníaco como líquido refrigerante, que permitió la fabricación de hielo artificialmente y la refrigeración, la congelación y el transporte frigorífico de alimentos desde la década de 1850.

El siglo XIX es pródigo en la formulación de principios y en descubrimientos en las ciencias experimentales, en el estudio y avances de las ciencias biosanitarias y el perfeccionamiento de la ingeniería mecánica. En 1900 cristaliza el concepto de operación unitaria y comienza el desarrollo de la ingeniería de procesos como cuerpo de doctrina. Con todo ello, la tecnología del procesado y conservación de alimentos se fue aprestando a apoyar la creación de la gran industria alimentaria del siglo XX.

1.2. La Industria Alimentaria

La Revolución industrial dio lugar a grandes núcleos urbanos donde la alimentación pasó a depender de una complicada cadena que iba desde las materias primas al mercado, asegurando primariamente el suministro constante de una variedad de alimentos en condiciones higiénicas y de conservación. La industria alimentaria dejó de ser artesana para tecnificarse, evolucionando para incorporar métodos de producción y tecnología avanzada, en respuesta a un cambio constante en las necesidades del consumidor y a la continua urbanización de los habitantes del planeta.

Actualmente la humanidad se encuentra en el centro de otra revolución que afecta a la industria alimentaria profundamente. Es el cambio fundamental del papel de la mujer en la sociedad, una de cuyas tareas tradicionales fue la preparación de las comidas. Con la presencia de la mujer en el mundo laboral, fuera del hogar, esta tarea se está transfiriendo cada vez en mayor grado a la industria alimentaria.

La sociedad exige cada día más los "alimentos cómodos", denominación que se configuró en el decenio 1960-70 para los alimentos en que una o varias etapas de la labor de preparación, que antes se hacía en el hogar, se deja en manos del fabricante. La carestía del personal auxiliar en los restaurantes, cafeterías, hospitales, etc. conduce también a esta transferencia de funciones.

Se va creando así una industria de proceso de los alimentos cuyo fin es proporcionar alimentos

perfectamente sanitizados en forma de productos parcial o totalmente cocinados, cómodos y convenientes para proseguir con los actuales hábitos de vida, cuidando además el paladar y la conservación al máximo plazo. En estos alimentos precocinados y preparados juegan un papel importante los aditivos alimentarios.

En los últimos veinticinco años la industria alimentaria ha alcanzado un alto grado de sofisticación en su tecnología, vive en un estado dinámico de cambio de técnicas modernas por otras más recientes, persiguiendo la eficacia, la calidad, la reducción de costes, la innovación y el prestigio de las marcas. La fiebre renovadora a corto plazo que caracteriza a nuestro tiempo tiene un buen exponente en la industria alimentaria.

Su perfil es el de una industria típica de diversificación de productos, de tecnología punta, que tiene prácticamente al cliente cautivo, y con tradición de suficientes márgenes comerciales, por lo que se puede mantener en la cresta de la ola. Los resultados de la investigación y la innovación tienen aplicación y aceptación inmediata en todos los países con la misma cultura. Tiene además un gran efecto inducido en otros sectores como la fabricación de envases y el transporte, que pueden incluso convertirse en subsidiarios. Por todo ello, hay una tendencia en esta industria a seguir la estrategia de concentración de empresas. Esto encaja perfectamente en el marco típico de las compañías multinacionales, tanto en lo que se refiere a procesos y productos como a maquinaria especializada. Y efectivamente hay una gran penetración de las multinacionales que absorben a las pequeñas empresas o las fusionan al grupo.

En la figura 1.2 se incluyen los sectores que tradicionalmente abarca la industria alimentaria en su sentido estricto de transformación y conservación, o industria alimentaria manufacturera, según la revista *Alimarket*. Los porcentajes corresponden al volumen total anual de ventas.

El volumen de ventas en España de esta industria alimentaria es superior a los 5 billones de pesetas y ocupa uno de los primeros lugares en el *ranking* por volumen de facturación tanto en España como en los países de su entorno cultural.

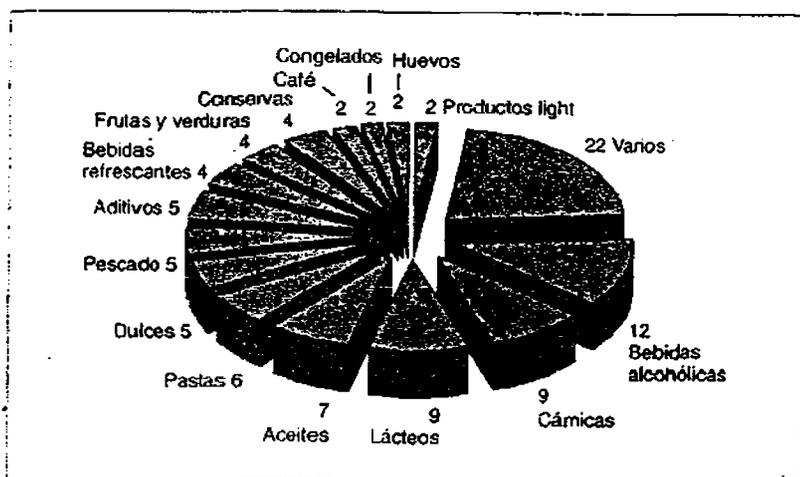


FIGURA 1.2. Distribución de la industria alimentaria por sectores.

La industria alimentaria, como cualquier industria en un mundo de economía liberal, necesita disponer de una tecnología (el *know how* de los ingleses) y ser viable económicamente (figura 1.3).

La tecnología se apoya a su vez en la ingeniería de procesos y en un conjunto de disciplinas que tienen que ver con la naturaleza de las materias primas, los alimentos, que presentan una gran complejidad estacional, química y microbiológica.

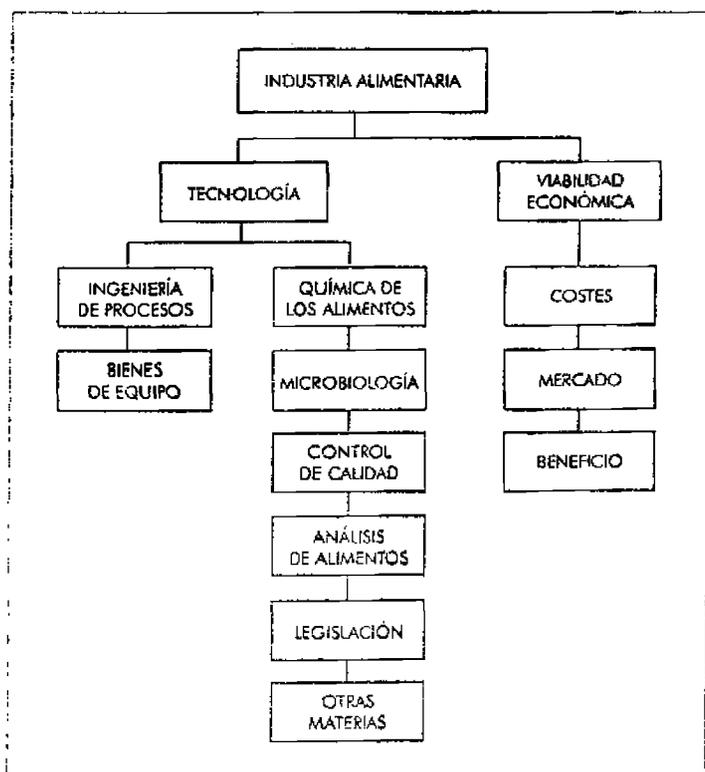


FIGURA 1.3. Esquema conceptual de la industria alimentaria.

Y existe además una componente muy importante y específica de cada sector, e incluso de cada fábrica dentro de un sector, que es la maquinaria o bienes de equipo.

1.3. Las materias primas

Las materias primas de la industria alimentaria son los alimentos, o sea los productos que el hombre toma para subsistir en una u otra forma. Los alimentos son sustancias químicas que una vez comidas, digeridas y absorbidas por el organismo son capaces de hacer crecer o reparar los tejidos, proporcionan la energía necesaria para mantener la temperatura del cuerpo y realizar sus actividades, o actúan como reguladores de los procesos metabólicos.

Los componentes de los alimentos que realizan estas funciones son las sustancias nutritivas o nutrientes. Hay seis grandes grupos de nutrientes: los hidratos de carbono, las grasas o lípidos, las proteínas, las vitaminas, los minerales y el agua. Los hidratos de carbono y las grasas son la reserva energética del organismo; las proteínas tienen la función estructural de formar los tejidos y los órganos del cuerpo y reponer su desgaste; las vitaminas son catalizadores de las reacciones metabólicas; los minerales tienen una doble función reguladora y estructural (huesos) y el agua es el medio en que se realizan las funciones orgánicas y metabólicas y el transporte de sustancias y nutrientes.

Existen también otros componentes en los alimentos que sin ser nutrientes en su sentido lato tienen importancia en la alimentación y en la tecnología del procesado y conservación de los alimentos. Entre ellos están: *a)* la fibra alimentaria, que se encuentra en alimentos de origen vegetal y que no se digiere, pero ayuda a regular los procesos intestinales previniendo de enfermedades; *b)* enzimas, que actúan también como catalizadores; *c)* los aditivos naturales, como pigmentos, antioxidantes, emulgentes, acidulantes, etc.; *d)* estimulantes y *e)* componentes del "flavor", como saborizantes y aromas.

Los alimentos se agrupan en sistemas o grupos alimentarios en función de los nutrientes que contienen mayoritariamente. M. Dal-Re (1997) propone seis grupos principales como se indica en el cuadro 1.1. En esta clasificación las legumbres se incorporan al grupo de los alimentos proteicos, porque tienen proteínas vegetales suficientes como para presentar una posible alternancia frente al consumo único de alimentos de origen animal como fuente de proteínas.

CUADRO 1.1
Principales sistemas alimentarios

-
- Leche, quesos, derivados lácteos
 - Carnes, pescados, huevos y legumbres
 - Cereales, patatas y derivados
 - Verduras, hortalizas y fruta
 - Aceites, mantequilla, margarina, grasas
 - Azúcar, bebidas refrescantes, bebidas alcohólicas y estimulantes
-

En líneas generales, el grupo 1 es rico en sales minerales (calcio), vitaminas, proteínas y grasas. El grupo 2 está formado por alimentos ricos en proteínas y los de origen animal también aportan grasas. El grupo 3 es fundamentalmente rico en hidratos de carbono. El grupo 4 proporciona vitaminas, minerales y fibra alimentaria. El grupo 5 está constituido por alimentos lípidos. El grupo 6 contiene sustancias, algunas no básicas en la alimentación, que tienen sin embargo una gran componente social.

Los autores de este libro consideran como materias primas de la industria alimentaria los animales sacrificados, los productos del mar pescados y los cereales, legumbres, frutas y hortalizas cosechados.

Las materias primas alimentarias son muy complejas como procedentes de seres vivos y presentan variaciones estacionales, climáticas, de procedencia comarcal, de tratamiento agrícola o zootécnico, etc., lo cual da lugar a una química alimentaria compleja, que tiene que contemplar además:

- a)* Las transformaciones durante el proceso de almacenamiento.

- b) Las variaciones y reacciones que se inducen en los procesos de manipulación, conservación y fabricación de productos elaborados.
- c) Las reacciones de deterioro, bien microbiológico, bien derivado de los procesos tecnológicos.
- d) La prevención y restauración del deterioro.
- e) La minimización de contaminantes tecnológicos involuntarios que se pueden introducir durante la fabricación y el envasado.
- f) Las variaciones en el valor nutritivo.

Estos cambios se señalarán, cuando los haya, al estudiar los procesos y operaciones en los siguientes capítulos de este libro.

1.4. La tecnología del procesado y la conservación de los alimentos

Ya se ha indicado que la tecnología del procesado y conservación de los alimentos se apoya en la ingeniería de procesos. Los procesos son situaciones en las que la materia experimenta un cambio en su estado, forma, composición o con-

tenido energético, o bien sufre una transformación más profunda por reacción química.

La ingeniería de procesos nació para la industria química a principios del siglo XX como un intento de analizar y realizar toda clase de procesos químicos industriales por medio de un número reducido de operaciones, que se llamaron *operaciones unitarias*, y que son comunes a muchos procesos. Este concepto ha rebasado los límites de la industria química para extenderse a todas las industrias de proceso, como es la industria alimentaria. Se pueden citar como ejemplo de procesos alimentarios industriales la congelación, donde parte del agua contenida en los alimentos *cambia de estado*, el amasado de las harinas donde éstas *cambian de forma* para convertirse en pastas, la producción de leche descremada donde se *cambia la composición* por separación centrífuga de la grasa butírica, la fabricación de mahonesas donde se *cambia el contenido energético* de la mezcla huevo-aceite formando una emulsión, o las fermentaciones donde el alimento experimenta una *transformación por reacción química*.

La tecnología del procesado y conservación de alimentos utiliza numerosas operaciones unitarias que se han clasificado en el cuadro 1.2, con

CUADRO 1.2
Operaciones de la tecnología alimentaria

Operaciones relacionadas con transporte de cantidad de movimiento.	Clasificación por tamaños, molienda, desmenuzado, mezcla, batido, amasado, formación de emulsiones, filtración, centrifugación, vacío, extrusión.
Operaciones relacionadas con fenómenos de transmisión de calor.	Pasteurización, esterilización, evaporación, concentración, refrigeración, congelación, secado, liofilización.
Operaciones relacionadas con fenómenos de separación de materia.	Destilación, extracción, secado, liofilización.
Operaciones relacionadas con la radiación electromagnética.	Calefacción infrarroja, microondas, conservación por irradiación.
Operaciones relacionadas con la reacción química.	Fermentación, reacciones enzimáticas, reacciones bioquímicas.
Operaciones relacionadas con la reducción de la actividad respiratoria.	Almacenamiento en atmósferas controladas o modificadas, envasado en atmósferas modificadas.

criterios basados en los fenómenos de transporte clásicos de cantidad de movimiento, calor y materia y en otros fenómenos importantes en los procesos alimentarios.

Entre las operaciones tabuladas existen cinco grandes grupos de operaciones para evitar el deterioro microbiológico de los alimentos. Dos grupos se corresponden con la destrucción de los microorganismos por el calor (pasterización, esterilización) o por irradiación. Los otros tres se identifican con la inhibición del crecimiento de los microorganismos por efectos del frío (refrigeración, congelación), por la disminución de la actividad del agua (secado, liofilización, concentración) o por la variación del oxígeno presente (atmósferas modificadas). El resto de las operaciones se utilizan fundamentalmente para el procesado y algunas para la conservación, retardando la maduración.

La mayoría de estas operaciones son de gran consumo energético, lo que hace que la industria alimentaria en los países industrializados alcance cotas entre el 8 y el 10% del total de la energía primaria consumida por el país.

El ámbito de la tecnología del procesado y conservación de alimentos abarca el espacio entre

las materias primas y el mercado tal como se establece en la figura 1.4.

Las materias primas pueden ir directamente a la industria manufacturera o pasar primero por una industria de cabecera como es la industria harinera o las almazaras. La industria manufacturera elabora los productos acabados para el consumidor. Las cadenas de distribución se consideran también incluidas porque utilizan técnicas y operaciones de conservación para muchos productos elaborados y mantienen gabinetes de estudios de control de calidad e innovación, participando en la producción a través de las marcas blancas (productos con características específicas que elabora la industria manufacturera para las cadenas de distribución, las cuales les ponen su propia marca). También se incluyen las cadenas de restauración por razones similares.

La Tecnología tiene que tener en cuenta también la aceptabilidad de los alimentos que elabora, especialmente a la hora de innovar, y asimismo estar al tanto de las tendencias del mercado (cuadro 1.3). Además, la industria alimentaria ha comenzado a considerar que el consumidor tiene también una responsabilidad en el manejo adecuado de los productos que compra, en los que se

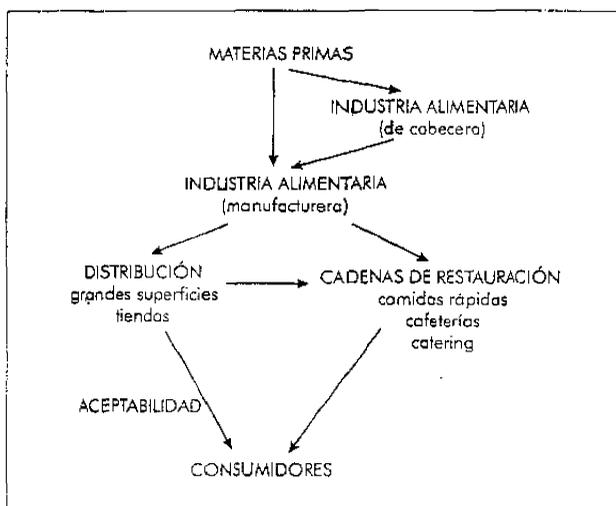


FIGURA 1.4. Ámbito de la Tecnología del Procesado y Conservación de Alimentos.

CUADRO 1.3
Tendencias en el consumo de alimentos

<ul style="list-style-type: none"> • Demanda creciente de: <ul style="list-style-type: none"> – productos frescos refrigerados. – alimentos precocinados y platos preparados. – alimentos de bajo contenido en calorías o "light". – productos dietéticos.
<ul style="list-style-type: none"> • Mayor preocupación por las propiedades físicas (textura, apariencia).
<ul style="list-style-type: none"> • Exigencia de controles de higiene y seguridad.
<ul style="list-style-type: none"> • Mayor identificación de la calidad con la marca.
<ul style="list-style-type: none"> • Aparición de la sensibilidad ambiental. Interés en el impacto ecológico de los procesos de preparación.
<ul style="list-style-type: none"> • Demanda de minoristas tipo hiper o supermercados.
<ul style="list-style-type: none"> • Demanda de servicios de atención al cliente en los centros de venta.

ha añadido casi siempre una tecnología compleja y sofisticada, que el consumidor debería aprender a valorar y mantener. Por ellos esta industria es proclive a la educación de su clientela, y en algunos países se están fundando centros para aconsejar al consumidor, mantenidos subsidiariamente por las industrias o sus asociaciones, que son oficinas de comunicación social de la tecnología.

En España existe el Ministerio de Sanidad y Consumo, del que depende el Instituto Nacional de Consumo y las Comunidades Autónomas han creado Servicios de Información y Protección al Consumidor. Existen además asociaciones de consumidores y usuarios. La alimentación es uno de los temas estrella de todos estos entes y organizaciones, y los consumidores están cada vez mejor informados y son más exigentes en las compras de los productos alimenticios. La industria manufacturera y las cadenas de distribución, y con ellas la tecnología, tienen que estar pendientes de sus motivaciones.

Por otro lado, al procesado y conservación de los alimentos se le exigen objetivos más allá de la

perfección técnica puesta en juego y que tienen implicaciones sociales, como aprovechar al máximo las fuentes de alimentos conocidas, desarrollar nuevas fuentes, producir alimentos dietéticamente más perfectos, innovar en función de los hábitos de vida e introducir técnicas de menor coste energético.

Resumen

La conservación y el procesado de los alimentos se extiende a lo largo de la historia prácticamente desde la aparición del ser humano. En cada momento se han ido incorporando a la tecnología alimentaria los inventos y los descubrimientos que han ido jalonando su devenir, hasta llegar al estado de tecnificación y complejidad actuales. Es particularmente importante la incorporación en este siglo de las operaciones de la ingeniería química a los procesos de la industria alimentaria, así como la aparición de los alimentos precocinados, la proclamación de los derechos del consumidor y la valoración de la aceptabilidad como factor social.

FUNDAMENTOS

- 2.1. Sistemas de magnitudes y unidades
- 2.2. Análisis dimensional
- 2.3. Tipos de procesos y contacto entre fases no miscibles
- 2.4. Ecuaciones de conservación. Balances

En este capítulo se presentan una serie de conceptos y herramientas o métodos matemáticos de manejo muy frecuente en Tecnología Química. En primer lugar, se estudian los diferentes sistemas de magnitudes y unidades utilizados para expresar datos físicos. A continuación, se describe la técnica de análisis dimensional, cuyo objeto es agru-

par las variables que influyen en un determinado fenómeno o proceso de interés en un número reducido de números adimensionales. Finalmente, se estudian las leyes de conservación de materia y energía, comúnmente conocidas como balances de materia y energía, ecuaciones básicas para estudiar cualquier proceso u operación unitaria.

NOMENCLATURA

a	Aceleración (m s^{-2})	H_2	Entalpía de las corrientes de salida del sistema por unidad de tiempo (J s^{-1})
A	Área de transmisión de calor (m^2)	h_R^{ref}	Entalpía de formación del componente i a la temperatura T_{ref} (J kg^{-1})
c	Concentración molar total (kmol m^{-3})	ΔH_R^{ref}	Variación de entalpía de reacción a la temperatura T_{ref} (J kmol^{-1})
c_i	Concentración molar del componente i (kmol m^{-3})	i	Número de grupos adimensionales
c_1	Concentración molar total a la entrada del sistema (kmol m^{-3})	j	Número de dimensiones fundamentales
c_2	Concentración molar total a la salida del sistema (kmol m^{-3})	K	Constante de proporcionalidad
$c_{i,1}$	Concentración molar del componente i a la entrada del sistema (kmol m^{-3})	l	Espacio recorrido por una partícula (m)
$c_{i,2}$	Concentración molar del componente i a la salida del sistema (kmol m^{-3})	l_0	Posición inicial de una partícula (m)
c_p	Capacidad calorífica a presión constante ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	m	Caudal másico (kg s^{-1})
c_v	Capacidad calorífica a volumen constante ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	m_i	Caudal másico del componente i (kg s^{-1})
E	Energía total (J)	m_1	Caudal másico de entrada al sistema (kg s^{-1})
E_{ci}	Energía cinética (J)	m_2	Caudal másico de salida del sistema (kg s^{-1})
E_{in}	Energía interna (J)	$m_{i,1}$	Caudal másico del componente i a la entrada al sistema (kg s^{-1})
E_{po}	Energía potencial (J)	$m_{i,2}$	Caudal másico del componente i a la salida del sistema (kg s^{-1})
e	Energía total específica (J kg^{-1})	M	Masa (kg)
e_{in}	Energía interna específica (J kg^{-1})	M_i	Masa de componente i (kg)
F	Fuerza (N)	M_T	Masa total (kg)
g	Aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m s}^{-2}$)	n	Número de variables físicas independientes implicadas en un fenómeno dado
g_c	Factor de corrección ($9,81 \text{ kg}_m \text{ m s}^{-2} \text{ kg}_f^{-1}$; $32,17 \text{ lb}_m \text{ ft s}^{-2} \text{ lb}_f^{-1}$)	N_i	Número de moles del componente i (kmol)
h	Entalpía específica (J kg^{-1})	N_R	Caudal molar del componente al cual se refiere la variación de entalpía de reacción (kmol s^{-1})
h_1	Entalpía específica a la entrada del sistema (J kg^{-1})	N_T	Número total de moles (kmol)
h_2	Entalpía específica a la salida del sistema (J kg^{-1})	p	Presión (Pa)
\bar{H}_1	Entalpía de las corrientes de entrada del sistema por unidad de tiempo (J s^{-1})	PM_i	Peso molecular del componente i
		Q	Caudal de calor (J s^{-1})
		q	Número de magnitudes fundamentales

r_i	Velocidad molar de producción del componente i ($\text{kmol m}^{-3} \text{s}^{-1}$)	$x_{i,2}$	Fracción másica del componente i a la salida del sistema
s	Número total de componentes de una mezcla	y_i	Fracción molar del componente i
S_p	Superficie que delimita un sistema y sólo es transparente a flujos de calor y trabajo (m^2)	z	Altura respecto de un nivel de referencia (m)
S_1	Sección de entrada de las corrientes de materia a un sistema (m^2)	z_1	Altura de la sección de entrada al sistema respecto de un nivel de referencia (m)
S_2	Sección de salida de las corrientes de materia de un sistema (m^2)	z_2	Altura de la sección de salida al sistema respecto de un nivel de referencia (m)
t	Tiempo (s)	ϕ_i	Variable genérica
T	Temperatura (K)	λ_i	Calor latente de cambio de estado del componente i (J kg^{-1})
T_{ref}	Temperatura de referencia (K)	θ_i	Factor de forma
U	Coficiente global de transmisión de calor ($\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$)	ρ	Densidad o concentración másica total (kg m^{-3})
v	Volumen específico ($\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$)	ρ_i	Concentración másica del componente i (kg m^{-3})
V	Velocidad (m s^{-1})	ρ_1	Concentración másica a la entrada del sistema (kg m^{-3})
V_1	Velocidad en la sección de entrada al sistema (m s^{-1})	ρ_2	Concentración másica a la salida del sistema (kg m^{-3})
V_2	Velocidad en la sección de salida del sistema (m s^{-1})	$\rho_{i,1}$	Concentración másica del componente i a la entrada del sistema (kg m^{-3})
V_T	Volumen total de un sistema (m^3)	$\rho_{i,2}$	Concentración másica del componente i a la salida del sistema (kg m^{-3})
w_i	Velocidad másica de producción del componente i ($\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$)	Π_i	Número, grupo o razón adimensional
W	Trabajo mecánico por unidad de tiempo (J s^{-1})		
x_i	Fracción másica del componente i		
$x_{i,1}$	Fracción másica del componente i a la entrada del sistema		

GLOSARIO

base de cálculo: Cantidad de un componente, de un caudal o unidad de tiempo elegida de forma arbitraria y sobre la que se refieren todos los resultados de los balances de materia.

dimensión: Nombre arbitrario dado a cualquier magnitud que pueda ser medida.

factor de conversión: Número de unidades de una magnitud de un sistema de unidades, contenidas en una unidad de la misma magnitud de otro sistema.

magnitud: Cualquier propiedad física y/o química que puede ser medida.

número adimensional: Agrupación de variables físicas de tal forma que se anulan las dimensiones del conjunto. También se denominan *razón* o *grupo adimensional*.

operación básica unitaria: Etapa simple de carácter físico y/o químico que se repite en los procesos industriales.

unidad: Intervalo de comparación con que se caracterizan los valores numéricos de una magnitud.

1. Sistemas de magnitudes y unidades

1.1. Dimensiones y unidades

En cualquier campo de la ciencia y de la tecnología, a nivel industrial y de investigación, los datos se expresan de diferentes formas y maneras, y en ocasiones las relaciones entre ellas son inconsistentes entre sí o insuficientemente definidas. Desde un punto de vista práctico, es conveniente el conocimiento de los diferentes sistemas de expresar datos numéricos y el método de conversión entre los mismos. En todos los casos dichos datos se identifican mediante dimensiones y se cuantifican mediante unidades.

Dimensión es el nombre dado a cualquier magnitud que se puede medir. Por ejemplo, la distancia entre dos puntos o el volumen que ocupa un objeto se denomina o califica mediante las dimensiones longitud y volumen, respectivamente. Cada magnitud debe cuantificarse de forma definida y reproducible mediante una *unidad* de medida determinada. Las unidades son, pues, nombres arbitrarios que especifican la variación de cada dimensión. Por ejemplo, el grado Celsius o centígrado es una unidad utilizada para expresar la magnitud temperatura. Otras unidades de temperatura son también el grado Fahrenheit, Rankine y Kelvin. Un conjunto de unidades de medición de magnitudes se denomina *sistema de unidades*.

Por otro lado, las propiedades físicas de los cuerpos están relacionadas mediante leyes y ecuaciones físicas. Este hecho posibilita que a partir de un número reducido de magnitudes o dimensiones puedan deducirse las restantes mediante dichas leyes y ecuaciones. Por ejemplo, a partir de dos magnitudes como: longitud (L) y tiempo (t), pueden deducirse otras tales como: velocidad (Lt^{-1}), superficie (L^2), aceleración (Lt^{-2}) o volumen (L^3). El conjunto de magnitudes básicas elegidas se denomina *magnitudes fundamentales* y las calculadas a partir de ellas *magnitudes derivadas*.

De esta forma, para expresar de forma correcta e inequívoca los datos se requiere esta-

blecer en primer lugar un grupo de magnitudes fundamentales (*sistema de magnitudes*) y en segundo lugar un conjunto de unidades básicas para expresar las magnitudes fundamentales y, a partir de ellas, las derivadas (*sistema de unidades*).

Aunque la elección de las magnitudes fundamentales es arbitraria, normalmente se han elegido en todos los sistemas la longitud (L), el tiempo (t) y la temperatura (T). Además, para expresar la cantidad de materia de los cuerpos se requiere una cuarta magnitud, habitualmente se utiliza bien la masa (M), o bien el peso o fuerza de atracción que la gravedad ejerce sobre el cuerpo (F). En el campo científico se utiliza la masa, dando lugar a los sistemas de magnitudes absolutos (M, L, t, T), mientras que en el área técnica se eligió la fuerza, dando lugar a los sistemas de magnitudes técnicos (F, L, t, T).

Estas dos últimas magnitudes están relacionadas por el principio fundamental de la dinámica, según el cual la fuerza que actúa sobre un cuerpo en una dirección determinada es igual al producto de su masa por la aceleración provocada en el mismo en dicha dirección ($F = Ma$). En consecuencia, la fuerza es una magnitud derivada en los sistemas absolutos con dimensiones de:

$$[F] = MLt^{-2} \quad [2.1]$$

mientras que en los sistemas técnicos, la masa es magnitud derivada con dimensiones de:

$$[M] = FL^{-1}t^2 \quad [2.2]$$

Existe un tercer tipo de sistemas que utilizan simultáneamente masa y fuerza como magnitudes fundamentales, y que se denominan *sistemas de magnitudes ingenieriles* (F, M, L, t, T). Para hacer compatible esta elección, es necesario introducir un factor de corrección, g_c , en la expresión de la ley que relaciona ambas, de forma que la ecuación sea dimensionalmente correcta:

$$g_c F = Ma \quad \therefore [g_c] = F^{-1}MLt^{-2} \quad [2.3]$$

Aunque este tipo de sistema de magnitudes no se utiliza en la actualidad, en la bibliografía todavía se encuentran datos expresados en este sistema. En el cuadro 2.1 se resumen los sistemas de unidades más utilizados en cada sistema de magnitudes.

2.1.2. Sistema Internacional de unidades

En la XI Conferencia General de pesas y medidas celebrada en 1960 se decidió adoptar un sistema de magnitudes y unidades único, denominado Sistema Internacional (SI). En España se

CUADRO 2.1
Sistemas de magnitudes y unidades

Sistemas absolutos			
Sistema de unidades			
Magnitudes fundamentales	C.G.S.	M.K.S. (Práctica)	F.P.S. (Inglés)
longitud (l)	1 cm	1 m	1 pie (ft)
masa (M)	1 g	1 kg	1 libra (lb)
tiempo (t)	1 s	1 s (1 h)	1 s (1 h)
temperatura (T)	1 °C	1 °C	1 °F
Magnitudes derivadas			
Fuerza (MLT ⁻²)	1 g cm s ⁻² (dina)	1 kg m s ⁻² (Newton)	1 lb ft s ⁻² (Poundal)
Energía (ML ² T ⁻²)	1 g cm ² s ⁻² (ergio)	1 kg m ² s ⁻² (Julio)	1 lb ft ² s ⁻²
Sistemas técnicos			
Sistema de unidades			
Magnitudes fundamentales	Métrico	Inglés	
longitud (l)	1 m	1 pie (ft)	
fuerza (F)	1 kilogramo-fuerza (kgf)	1 libra-fuerza (lbf)	
tiempo (t)	1 s (1 h)	1 s (1 h)	
temperatura (T)	1 °C	1 °F	
Magnitudes derivadas			
Masa (FL ⁻¹ T ²)	1 kgf m ⁻¹ s ² (U.T.M.)	1 lbf ft ⁻¹ s ² (slug)	
Energía (Fl)	1 kgf m	1 lbf ft	
Sistemas ingenieriles			
Sistema de unidades			
Magnitudes fundamentales	Métrico	Inglés	
longitud (l)	1 m	1 pie (ft)	
masa (M)	1 kgm	1 libra-masa (lbm)	
fuerza (F)	1 kgf	1 libra-fuerza (lbf)	
tiempo (t)	1 s (1 h)	1 s (1 h)	
temperatura (T)	1 °C	1 °F	
Factor de corrección, g _c			
g _c F = Ma	9,81 kgm m s ⁻² kgf ⁻¹	32,17 lbm ft s ⁻² lbf ⁻¹	

declaró el SI de uso legal por Ley 88/1967 de 8 de noviembre. En líneas generales, y debido a la incorporación progresiva de los países anglosajones al Sistema Métrico Decimal, se tomó el sistema de unidades práctico o M.K.S. como base del nuevo sistema. Las diferencias más significativas que se introdujeron respecto a este último fueron:

- Se elimina la distinción entre energía calorífica y mecánica, proponiendo una expresión única de la energía en julios. Esta decisión supone la desaparición del equivalente mecánico del calor, J , y la atribución a la capacidad calorífica de las dimensiones correspondientes a su expresión como:

$$[\text{capacidad calorífica}] = \frac{[\text{energía}]}{[\text{masa}][\text{temperatura}]} = \frac{(M(Lt^{-2}))(L)}{(M)(T)} = L^2 t^{-2} T^{-1} \quad [2.4]$$

- Distingue tres tipos de magnitudes: fundamentales, derivadas y suplementarias. El significado de las dos primeras coincide con los sistemas anteriores, mientras que las últimas se definen como magnitudes independientes. En ellas se incluyen las magnitudes angulares: ángulo plano y sólido, definiéndose las unidades de radián (rad) y estereorradián (sr) para cuantificar ambas magnitudes. El cuadro 2.2 resume las unidades de las magnitudes fundamentales, suplementarias y algunas derivadas propuestas por este sistema.
- Se rige por una normativa racional para la nomenclatura y simbología de las unidades.

Entre los aspectos más destacados referentes a las normas de nomenclatura y simbología, merece destacar los siguientes:

- Los símbolos de las unidades se representan en minúsculas, excepto cuando provienen de un nombre propio.

- Los múltiplos y submúltiplos de las unidades se forman mediante prefijos predefinidos. Se recomienda el empleo de prefijos que representen potencias de 10 elevados a múltiplos de 3. En el cuadro 2.3 se resumen los factores y símbolos que indican cada prefijo.
- Los prefijos se consideran ligados a la unidad que modifican, formando un nuevo símbolo de unidad que puede combinarse con otros símbolos para formar otros de unidades compuestas. Por ejemplo: km s^{-1} , $\text{MW } \mu\text{A}^{-1}$.
- No deben utilizarse dos prefijos simultáneamente, por ejemplo: MGm .
- No deben emplearse los múltiplos y submúltiplos de unidades del SI que tengan nombres especiales con objeto de no olvidar la relación con la unidad que corresponda. Por ejemplo, debe evitarse el uso de: tonelada ($1 \text{ t} > 10^3 \text{ kg}$), litro ($1 \text{ l} > 10^{-3} \text{ m}^3$), bar ($1 \text{ bar} > 10^5 \text{ N m}^{-2}$), angstrom ($1 \text{ \AA} > 10^{-10} \text{ m}$) o micra ($1 \text{ micra} > 10^{-6} \text{ m}$).

CUADRO 2.3
Múltiplos y submúltiplos del SI

Factor	Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo
10^{12}	tera	T	10^{-1}	deci	d
10^9	giga	G	10^{-2}	centi	c
10^6	mega	M	10^{-3}	mili	m
10^3	kilo	k	10^{-6}	micra	μ
10^2	hecto	h	10^{-9}	nano	n
10^1	deca	da	10^{-12}	pico	p
			10^{-15}	femto	f
			10^{-18}	atto	a

2.1.3. Conversión de unidades

Como se ha comentado al principio del presente capítulo, es frecuente encontrar en bibliografía datos en diferentes sistemas de unidades. Para transformar las unidades de una magnitud determinada de un sistema a otro se requiere del

CUADRO 2.2
Magnitudes y unidades del Sistema Internacional (SI)

Magnitud	Unidad	Símbolo
Fundamentales:		
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
intensidad eléctrica	amperio	A
temperatura	kelvin	K
intensidad luminosa	candela	cd
cantidad de materia	molécula-gramo	mol
Suplementarias:		
ángulo plano	radián	rad
ángulo sólido	estereorradián	sr
Derivadas:		
superficie	metro cuadrado	m ²
volumen	metro cúbico	m ³
frecuencia	hercio	Hz (= s ⁻¹)
número de onda	1 por metro	m ⁻¹
densidad	kilogramo por metro cúbico	kg m ⁻³
velocidad	metro por segundo	m s ⁻¹
velocidad angular	radián por segundo	rad s ⁻¹
aceleración	metro por segundo por segundo	m s ⁻²
aceleración angular	radián por segundo por segundo	rad s ⁻²
fuerza	newton	N (= kg · m s ⁻²)
presión (tensión mecánica)	Pascal, newton por metro cuadrado	Pa (= N m ⁻²)
viscosidad cinemática	metro cuadrado por segundo	m ² s ⁻¹
viscosidad dinámica	kilogramo por metro por segundo	kg m ⁻¹ s ⁻¹ (= N s m ⁻²)
trabajo, energía, calor	julio	J (= N · m)
entropía	julio por kelvin	J K ⁻¹
capacidad calorífica	julio por kilogramo por kelvin	J kg ⁻¹ K ⁻¹
potencia	vatio	W (= J s ⁻¹)
conductividad térmica	vatio por metro por kelvin	W m ⁻¹ K ⁻¹
intensidad energética	vatio por estereorradián	W sr ⁻¹
cantidad de electricidad	culombio	C
tensión eléctrica, fuerza electromotriz	voltio	V
intensidad de campo eléctrico	voltio por metro	V m ⁻¹
resistencia eléctrica	ohmio	W (= V A ⁻¹)
capacidad eléctrica	faradio	F (= A s V ⁻¹)
flujo de inducción magnética	weber	Wb (= V s ⁻¹)
inductancia	henrio	H (= V s A ⁻¹)
inducción magnética	tesla	T (= Wb m ⁻²)
intensidad de campo magnético	amperio por metro	A m ⁻¹
fuerza magnetomotriz	amperio	A
flujo luminoso	lumen	lm (= cd · sr)
luminancia	candela por metro cuadrado	cd m ⁻²
iluminancia	lux	lx
actividad (radiactividad)	1 por segundo	s ⁻¹

factor de conversión entre ambas. El factor de conversión se define como el número de unidades de una magnitud de un sistema de unidades, contenidas en una unidad de la misma magnitud de otro sistema. Los factores de conversión de diferentes unidades de las magnitudes fundamentales comunes entre los distintos sistemas (masa, longitud y temperatura) son siempre experimentales. Así, en el caso de los sistemas absolutos se tiene:

- 0,3048 expresa el número de metros contenidos en un pie (1 pie \leftrightarrow 0,3048 m).
- 0,4536 expresa el número de kilogramos contenidos en una libra (1 lb \leftrightarrow 0,4536 kg).
- 1,8 expresa el número de grados Fahrenheit contenidos en un grado Celsius ($1^{\circ}\text{C} \leftrightarrow 1,8^{\circ}\text{F}$).

Los tres números anteriores constituyen los factores de conversión de las respectivas unidades. Lógicamente, los factores de conversión de las unidades que se han utilizado hasta el momento para medir las magnitudes de las diferentes formas de la energía representan leyes naturales y han sido también determinados. En el cuadro 2.4 se muestran los factores de conversión de magnitudes fundamentales y energéticas.

Los factores de conversión de las unidades de las magnitudes derivadas se calculan a partir de los factores de conversión de las fundamentales mediante las ecuaciones que relacionan dichas magnitudes. Aunque en la bibliografía se encuentran tabulados la mayoría de estos factores, es importante disponer de una metodología para poder transformar las unidades de una magnitud de un sistema a otro. Para ello, pueden utilizarse dos métodos diferentes basados en los conceptos de equivalencia e igualdad.

- a) *Método de las equivalencias.* Este método se basa en el principio de que, en álgebra, multiplicar por 1 no afecta al resultado. Por ello, para realizar una transformación de unidades no hay más que multiplicar por la unidad tantas veces como transformaciones se requieran. Para ello, se toma como base la relación o equivalencia entre las unidades que se desean transformar.
- b) *Método de las igualdades.* Consiste en expresar mediante una ecuación o igualdad el número de unidades en un sistema determinado en función del número de unidades equivalente en otro sistema para una misma medida.

CUADRO 2.4
Factores de conversión

Magnitud	Factor	Magnitud	Factor
longitud:	1 pie \leftrightarrow 0,3048 m	energía:	1 cal \leftrightarrow 4,18 J ⁽¹⁾
	1 pulgada \leftrightarrow 0,0254 m		1 Btu \leftrightarrow 1055 J ⁽²⁾
masa:	1 lb \leftrightarrow 0,454 kg		1 Btu \leftrightarrow 0,252 kcal ⁽³⁾
fuerza:	1 kgf \leftrightarrow 9,81 N		1 kWh \leftrightarrow 3,6 10^6 J ⁽⁴⁾
	1 poundal \leftrightarrow 0,1382 N		1 cv \leftrightarrow 75 kgf m s ⁻¹ ⁽⁵⁾
	1 lbf \leftrightarrow 4,448 N		1 cv \leftrightarrow 735 W
			1 termia \leftrightarrow 10^6 cal

(1): cal = caloría

(2): Btu = unidad térmica británica

(3): kcal = kilocaloría

(4): kWh = kilovatio \times hora

(5): cv = caballo de vapor

Ejemplo 2.1. Aplicación de los métodos de las equivalencias y de las igualdades para calcular factores de conversión de magnitudes.

Calcular el factor de conversión de la viscosidad, μ , en el sistema internacional ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$) respecto a la misma magnitud en el sistema inglés ($\text{lb pie}^{-1} \text{s}^{-1}$) mediante los métodos de las equivalencias y las igualdades.

Datos

$$1 \text{ lb} <> 0,4536 \text{ kg}; 1 \text{ pie} <> 0,3048 \text{ m}.$$

Solución

- a) Método de las equivalencias: partiendo de las unidades de la viscosidad en el SI y multiplicando por la unidad (cociente de equivalencias):

$$\begin{aligned} 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} &<> 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \cdot \frac{1 \text{ lb}}{0,4536 \text{ kg}} \cdot \frac{0,3048 \text{ m}}{1 \text{ pie}} = \\ &= \frac{1 \cdot 0,3048}{0,4536} \cdot \frac{\text{kg lb m}}{\text{m s kg pie}} = 0,6719 \cdot \frac{\text{lb}}{\text{pie} \cdot \text{s}} \end{aligned}$$

se obtiene el factor de conversión buscado: $1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} <> 0,6719 \text{ lb pie}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

- b) Método de las igualdades: si denominamos m y l a los números de unidades correspondientes a las magnitudes masa y longitud, respectivamente, y con los superíndices ' y '' a los Sistemas Internacional e inglés, fácilmente se deducen las igualdades:

$$m''(\text{lb}) = \frac{m'(\text{kg})}{0,4536} \quad \therefore l''(\text{pie}) = \frac{l'(m)}{0,3048}$$

con lo cual, la viscosidad puede expresarse:

$$\begin{aligned} \mu' &= \frac{m'(\text{kg})}{l'(m) \cdot t(s)} = \frac{m''(\text{lb}) \cdot 0,4536}{l''(\text{pie}) \cdot 0,3048 \cdot t(s)} = \\ &= \frac{0,4536}{0,3048} \cdot \frac{m''(\text{lb})}{l''(\text{pie}) \cdot t(s)} = 1,488 \mu'' = \frac{\mu''}{0,6719} \end{aligned}$$

es decir, que el valor de la viscosidad en el S.I. es igual al valor de la viscosidad en el sistema inglés dividido por 0,6719.

Una transformación de unidades que requiere una explicación más detallada es la correspondiente a la temperatura. Hay dos tipos de escalas o sistemas de medida de temperatura: absoluta y arbitraria. El primer tipo establece como cero de temperaturas el cero absoluto mientras que el segundo utiliza un valor arbitrario. En consecuencia, en el primer tipo de escala no puede haber temperaturas negativas mientras que en el segundo sí. En cada tipo de escala la temperatura puede expresarse en el sistema inglés o decimal, conduciendo a cuatro unidades diferentes: Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) y Rankine ($^{\circ}\text{R}$), en el sistema inglés, y Celsius o centígrados ($^{\circ}\text{C}$) y Kelvin (K), en el sistema decimal. En la figura 2.1 se muestra gráficamente la equivalencia entre las cuatro escalas.

La escala de grados Celsius o centígrados se establece asignando valores de 0 y 100 a los puntos de fusión y ebullición del agua. Se obtiene así una escala arbitraria de temperaturas en función de la diferencia entre ambos puntos característicos del agua. La unidad de medida en la escala absoluta Kelvin es la misma que en la anterior, esto es, un grado Kelvin es igual a un grado centígrado. Sin embargo, el inicio de la escala Kelvin está desplazado hasta el cero absoluto de temperaturas. En consecuencia, las temperaturas de fusión y ebullición del agua son: 273 y 373 K, y como ambos grados son equivalentes, la diferencia de temperatura entre los dos estados de agregación del agua es de 100 grados en ambas escalas. La diferencia entre los grados Fahrenheit y Rankine es similar a la descrita para Celsius y Kelvin, siendo la primera una escala relativa o arbitraria y la segunda absoluta, pero la unidad de variación, el grado, es idéntica en ambos casos: $^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{R}$, y diferente a la correspondiente a las escalas de Celsius y Kelvin (figura 2.1).

Para transformar unidades de temperatura entre una escala y otra, hay que tener en cuenta

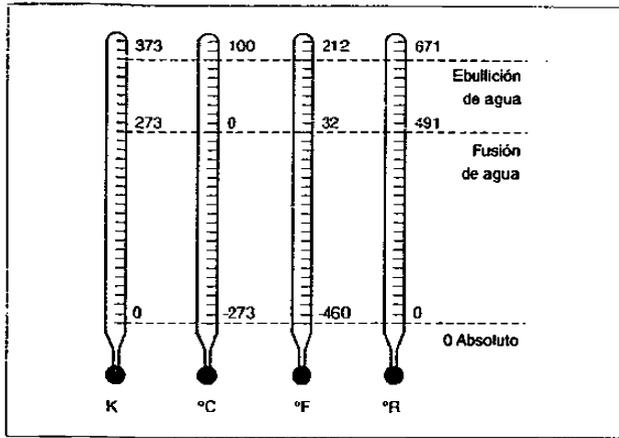


FIGURA 2.1. Escalas absolutas y arbitrarias de temperatura.

dos aspectos: equivalencia entre la unidad de medida, grados, y origen o inicio de la escala. Por ejemplo, para transformar un valor de temperatura entre °C y K, como la unidad en ambos casos es equivalente pero el inicio de ambas escalas difiere, sólo hay que desplazar el valor en dicha diferencia, $273, T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273$. Si se quiere transformar valores de temperatura entre K y °R, en este caso el origen de temperaturas es el mismo, cero absoluto, pero la unidad de medida difiere, luego sólo hay que transformar la unidad: $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{R}) / 1,8$. Finalmente, si la transformación a realizar es entre K y °F, en este caso difiere tanto la unidad de medida como el origen de la escala, y es necesario realizar ambas transformaciones: $T(\text{K}) = (T(^{\circ}\text{F}) - 32) / 1,8 + 273$. En el cuadro 2.5 se resumen las igualdades para transformar valores de temperatura entre las cuatro escalas.

2.1.4. Consistencia dimensional

Cualquier relación física expresada mediante una ecuación debe ser dimensionalmente consistente; es decir, cuando se sustituyan las variables de la ecuación por sus dimensiones correspondientes, ambos términos de la ecuación deben tener

las mismas dimensiones. Desde este punto de vista, se distinguen dos tipos de ecuaciones: dimensionales y adimensionales. En las primeras, ambos lados de la igualdad tienen dimensiones mientras que en las segundas no tienen. En ambos casos, se tiene que cumplir el criterio mencionado: igualdad de las dimensiones de ambos lados, y que en el segundo tipo de ecuaciones, requiere que se anulen todas las dimensiones en cada lado de la igualdad. Las ecuaciones dimensionales se subdividen a su vez en dos tipos: homogéneas y heterogéneas.

Las ecuaciones dimensionales homogéneas son aquellas que se deducen o provienen de leyes físicas, como por ejemplo, la conocida ecuación de la dinámica que expresa el espacio, l , recorrido por un cuerpo en movimiento transcurrido un cierto tiempo, t , en función de su posición inicial, l_0 , velocidad, V , y aceleración, a :

$$l = l_0 + Vt + \frac{1}{2}at^2 \quad [2.5]$$

Estas ecuaciones tienen las siguientes características: a) todos los términos a ambos lados de la igualdad tienen las mismas dimensiones, L en este caso; b) cualquier constante que aparezca en la ecuación no tiene dimensiones, $1/2$ en este

CUADRO 2.5
Igualdades para conversión de temperatura.

	K	°C	°F	°R
K	—	$T(K) = T(^{\circ}C) + 273$	$T(K) = \frac{T(^{\circ}F) - 32}{1,8} + 273$	$T(K) = \frac{T(^{\circ}R)}{1,8}$
°C	$T(^{\circ}C) = T(K) - 273$	—	$T(^{\circ}C) = \frac{T(^{\circ}F) - 32}{1,8}$	$T(^{\circ}C) = \frac{T(^{\circ}R)}{1,8} - 273$
°F	$T(^{\circ}F) = 1,8 \cdot (T(K) - 273) + 32$	$T(^{\circ}F) = 1,8 \cdot T(^{\circ}C) + 32$	—	$T(^{\circ}F) = T(^{\circ}R) - 460$
°R	$T(^{\circ}R) = 1,8 \cdot T(K)$	$T(^{\circ}R) = 1,8 \cdot (T(^{\circ}C) + 273)$	$T(^{\circ}R) = T(^{\circ}F) + 460$	—

caso; c) como consecuencia de los dos puntos anteriores, se pueden aplicar en cualquier sistema de unidades siempre que éstas sean coherentes, es decir, las mismas siempre para cada magnitud, y d) al dividir todos los términos por uno de ellos se obtiene una ecuación adimensional. Por ejemplo, si se divide la ecuación anterior por el espacio recorrido, l :

$$1 = \frac{l_0}{l} + \frac{Vt}{l} + \frac{1}{2} \frac{at^2}{l} \quad [2.6]$$

se anulan las dimensiones de todos los términos de la ecuación. Cada término de una ecuación que no tiene dimensiones se denomina *grupo, número o razón adimensional*, y consiste en una combinación de variables tal que sus dimensiones se anulan. Las razones adimensionales poseen la característica de que tienen el mismo valor, independientemente del sistema de unidades que se emplea para evaluarlas.

Por otro lado, las ecuaciones dimensionalmente heterogéneas son aquellas que provienen normalmente como resultado de un estudio experimental y en las cuales no todos sus términos tienen las mismas dimensiones, aun cuando ambos

lados de la igualdad sí cumplen el criterio de consistencia dimensional. Por ejemplo, la siguiente ecuación se utiliza para calcular el coeficiente de transmisión de calor por convección natural en tubos cilíndricos horizontales, h , en función del diámetro del tubo, D , y de la diferencia de temperaturas entre el fluido que circula por el interior y el aire exterior, ΔT :

$$h \left(\frac{Btu}{h \text{ pie}^2 \text{ } ^{\circ}F} \right) = 0,50 \left(\frac{Btu \text{ pg}^{0,25}}{h \text{ pie}^2 \text{ } ^{\circ}F^{1,25}} \right) \left(\frac{\Delta T(^{\circ}F)}{D(\text{pg})} \right)^{0,25} \quad [2.7]$$

constituye un ejemplo de ecuación dimensionalmente heterogénea. En esta ecuación las dimensiones del coeficiente h difieren de las del cociente: $\Delta T/D$. En consecuencia, la constante de la ecuación debe tener las dimensiones indicadas en la ecuación para que ésta cumpla el criterio de consistencia dimensional. A diferencia de las ecuaciones dimensionalmente homogéneas, las ecuaciones heterogéneas no pueden utilizarse en cualquier sistema de unidades sino en aquel utilizado en su formulación. Si se desea utilizar en

Otro sistema de unidades hay que realizar una transformación o cambio de unidades de cada uno de sus términos, incluidas las constantes que aparezcan en la ecuación.

2. Análisis dimensional

2.1. Objetivo y principios del análisis dimensional

Los fenómenos físicos de cualquier índole se expresan matemáticamente mediante ecuaciones que relacionan las variables que intervienen en los mismos. En ocasiones ocurre que el número de variables implicadas es muy elevado, y en consecuencia la ecuación representativa del fenómeno es difícil de obtener teóricamente, o se requiere un elevado número de experimentos para su obtención empírica.

El análisis dimensional es un método matemático que permite, una vez conocidas todas las variables que intervienen en un fenómeno, agruparlas en un grupo reducido de razones o números adimensionales, mediante los cuales se simplifica la experimentación conducente a establecer la ecuación empírica entre las variables que intervienen. Dicha ecuación es adimensional y en consecuencia puede utilizarse con cualquier sistema de uni-

dades. Normalmente, los grupos adimensionales resultantes tienen cierto significado físico, expresando relaciones entre diferentes fuerzas, energías o factores que intervienen en el proceso. En el cuadro 2.6 se muestran algunos números adimensionales que aparecen habitualmente en problemas de Ingeniería de Procesos.

Así pues, el análisis dimensional no sólo combina las diferentes variables implicadas en un fenómeno o proceso de interés en un número inferior de razones adimensionales, sino que también facilita la interpretación de los datos experimentales, en función de estas razones adimensionales. La limitación más seria del análisis dimensional es que no proporciona información sobre la naturaleza del fenómeno y requiere el conocimiento previo de las variables que intervienen en el mismo, dependiendo el éxito del método de la apropiada selección de estas variables. Sin embargo, una vez establecidas las variables conduce a resultados satisfactorios en la mayoría de los casos. Finalmente, el análisis dimensional permite también realizar el cambio de escala de diferentes procesos que se ensayan desde un nivel de prototipo (escala piloto) a sistemas más grandes de producción (escala industrial). La extrapolación de dimensiones y resultados se realiza estableciendo relaciones de semejanza entre los números adimensionales en ambos modelos, piloto e indus-

CUADRO 2.6
Números o razones adimensionales habituales

Nombre	Definición	Significado
Reynolds (Re)	$Re = (V L \rho) / \mu$	fuerza inercia/fuerza rozamiento
Euler (Eu)	$Eu = p / (\rho V^2)$	fuerza presión/fuerza inercia
Froude (Fr)	$Fr = V^2 / (L g)$	fuerza inercia/fuerza gravedad
Weber (We)	$We = (\rho V^2 L) / \sigma_s$	fuerza inercia/fuerza tensión superficial
Peclet (Pe)	$Pe = (\rho c_p V L) / k$	calor por convección/calor por conducción
Prandtl (Pr)	$Pr = (c_p \mu) / k$	impulso térmico/difusión térmica
Schmidt (Sc)	$Sc = \mu / (\rho D_A)$	impulso másico/difusión másica

V: velocidad; L: longitud característica (diámetro, altura, etc.); ρ : densidad; μ : viscosidad; p: presión; g: aceleración de la gravedad; σ_s : tensión superficial; c_p : capacidad calorífica; k: conductividad térmica; D_A : coeficiente de difusión molecular.

trial, permitiendo dimensionar o predecir el comportamiento de un proceso a escala industrial a partir de resultados de escala piloto.

Buckingham enunció en 1914 el *Teorema Π* , que constituye el fundamento del análisis dimensional y que se fundamenta en dos principios establecidos por Bridgman:

1. Todas las magnitudes físicas pueden expresarse como funciones potenciales de un reducido número de magnitudes fundamentales.
2. Las ecuaciones que relacionan las magnitudes físicas son homogéneas desde un punto de vista dimensional.

como consecuencia de estos dos principios, se enuncia el *Teorema Π* :

3. Si una ecuación es dimensionalmente homogénea, puede reducirse a una relación entre una serie completa de razones dimensionales en las que figuren: todas las variables físicas que influyen en el fenómeno, las constantes dimensionales que puedan corresponder al sistema de unidades elegido, si éste fuera redundante, y las constantes universales que pudieran intervenir en el fenómeno de que se trate.

Se dice que una serie de razones adimensionales es completa cuando todas ellas son independientes entre sí, y cualquier otra que pudiera formarse con las mismas variables sería combinación de dos o más de la serie completa. Las constantes universales son: constante de gravitación ($G = 6,6732 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$), velocidad de la luz ($c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), constante de Planck ($h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$), constante dieléctrica en el vacío ($\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$) y constante de Boltzman ($k = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$).

El número de grupos adimensionales independientes, i , que pueden obtenerse combinando las n variables físicas correspondientes a un fenómeno es:

$$i = n - j \quad [2.8]$$

donde j representa el número de dimensiones fundamentales del sistema de magnitudes y unidades elegido. Por ejemplo, en un problema en el que intervengan seis variables físicas y se elija un sistema de magnitudes que tenga tres fundamentales, se pueden construir $6 - 3 = 3$ números adimensionales. Si se denominan a estos grupos adimensionales Π_1, Π_2 y Π_3 , la ecuación que expresa la relación entre las variables tiene la forma:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) = 0 \quad \therefore \Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3) \quad [2.9]$$

Se consigue, así, pasar de seis variables a tres grupos adimensionales, reduciéndose la experimentación necesaria para obtener la función F (o f) deseada. Para la obtención de los números adimensionales existen varios métodos entre los cuales se detalla a continuación uno sencillo propuesto por Rayleigh.

2.2.2. Método de Rayleigh para el análisis dimensional

El método de Rayleigh implica cinco pasos que se siguen ordenadamente:

1. Establecimiento de las variables que influyen en el fenómeno de que se trate. Considerando por ejemplo 6 variables ($n = 6$): $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$.
2. Expresión de la variable de mayor interés como función potencial de las restantes y posibles constantes dimensionales si el sistema de unidades elegido fuera redundante. Si consideramos el Sistema Internacional, no tiene constantes dimensionales. tendremos:

$$\phi_i = K \cdot \phi_2^{a_2} \cdot \phi_3^{a_3} \cdot \phi_4^{a_4} \cdot \phi_5^{a_5} \cdot \phi_6^{a_6} \quad [2.10]$$

donde K es una constante de proporcionalidad. Si hay varias variables con las mismas dimensiones, se tiene en cuenta solamente una de ellas para el análisis, añadiendo al final a los grupos adimensionales que resulten, las

rázoncs a que conduzcan las relaciones de las restantes variables de las mismas dimensiones y la tomada en consideración. Estas razones adimensionales, θ_i , se denominan *factores de forma*. Suponiendo que hay dos variables con las mismas dimensiones: ϕ_2 y ϕ_3 , se puede definir un factor de forma:

$$\theta_1 = \frac{\phi_2}{\phi_3} \quad [2.11]$$

con lo cual la ecuación [2.10] se simplifica a:

$$\phi_1 = K \cdot \phi_3^{a_1} \cdot \phi_4^{a_2} \cdot \phi_5^{a_3} \cdot \phi_6^{a_4} \quad [2.12]$$

3. Se sustituyen las variables y posibles constantes dimensionales de la función [2.12] por sus dimensiones en un determinado sistema de magnitudes y se establecen las ecuaciones del criterio de consistencia dimensional para cada magnitud fundamental (condiciones de homogeneidad).

En el ejemplo considerado, para el sistema internacional de unidades, suponiendo las siguientes dimensiones en el SI para las seis variables consideradas:

$$[\phi_1] = ML^{-1}t^{-2}$$

$$[\phi_2] = [\phi_3] = L$$

$$[\phi_4] = ML^{-3}$$

$$[\phi_5] = Lt^{-1}$$

$$[\phi_6] = L^2$$

sustituyendo las dimensiones de las variables en la ecuación [2.12], se tiene:

$$(ML^{-1}t^{-2}) = (L)^{a_1} (ML^{-3})^{a_2} (Lt^{-1})^{a_3} (L^2)^{a_4} \quad [2.13]$$

Las condiciones de homogeneidad se establecen para que la ecuación sea dimensionalmente correcta, esto es, a ambos lados de la igualdad las dimensiones deben

ser las mismas. Por ello, para cada dimensión fundamental presente en la ecuación la suma de los exponentes a los que está elevado en cada miembro de la ecuación deber ser coincidente:

$$\begin{aligned} M & \therefore 1 = a_2 \\ L & \therefore -1 = a_1 - 3a_2 + a_3 + 2a_4 \\ t & \therefore -2 = -a_3 \end{aligned} \quad [2.14]$$

4. Si se denomina n al número de variables consideradas ($n = 6 - 1 = 5$: $\phi_1, \phi_2, \phi_4, \phi_5, \phi_6$) y q al número de magnitudes fundamentales implicadas ($q = 3, M, L$ y t); se eligen como parámetros $n - 1 - q$ ($5 - 1 - 3 = 1$) exponentes y se resuelve el sistema de ecuaciones en función de las elegidas (por ejemplo, a_6):

$$\begin{aligned} a_4 &= 1 \\ a_3 &= 2 \\ a_2 &= -1 + 3a_1 - a_3 - 2a_6 = \\ &= -1 + 3 - 2 - 2a_6 = -2a_6 \end{aligned} \quad [2.15]$$

5. Se sustituyen los valores de los exponentes en la función [2.12] y se agrupan las variables que estén elevadas a los mismos exponentes. Finalmente se añaden los factores de forma definidos en el paso 2.

Sustituyendo los exponentes de la ecuación [2.15] en la ecuación [2.12] y agrupando las variables que estén elevadas a los mismos exponentes, se tiene:

$$\phi_1 = K \cdot \phi_3^{-2a_6} \cdot \phi_4^1 \cdot \phi_5^2 \cdot \phi_6^{a_6} \therefore \frac{\phi_1}{\phi_4 \phi_5^2} = K \left(\frac{\phi_6}{\phi_3^2} \right)^{a_6} \quad [2.16]$$

e introduciendo los factores de forma definidos en el paso 2, en nuestro caso sólo 1:

$$\frac{\phi_1}{\phi_4 \phi_5^2} = K \left(\frac{\phi_6}{\phi_3^2} \right)^{a_6} \left(\frac{\phi_2}{\phi_3} \right)^{a_1} \therefore \Pi_1 = K \Pi_2^{a_6} \Pi_3^{a_1} \quad [2.17]$$

Ejemplo 2.2. Aplicación del método de Rayleigh para determinar la ecuación representativa de un fenómeno dado mediante análisis dimensional.

Se desea determinar, para un fluido newtoniano que circula por una conducción circular, la ecuación que permite calcular la pérdida de presión, Δp , debida al rozamiento que experimenta el fluido entre dos secciones transversales de la conducción en función del diámetro de la conducción, D , de la distancia entre ambas secciones, L , de la rugosidad de las paredes, ε , de la velocidad del fluido, V , de su densidad, ρ , y viscosidad, μ .

Solución:

Siguiendo los pasos indicados en el método de Rayleigh.

1. Establecimiento de las variables que influyen en el fenómeno. En el ejemplo considerado: Δp , D , L , ε , V , ρ , μ .
2. Se expresa la pérdida de presión, como función potencial de las restantes. Además, hay tres variables con la misma dimensión (longitud): D , L y ε . Por ello, se considera sólo el diámetro, definiéndose los factores de forma:

$$\theta_1 = \frac{L}{D} \quad \therefore \quad \theta_2 = \frac{\varepsilon}{D}$$

Se elige el Sistema Internacional de unidades, el cual no contiene ninguna constante dimensional, ya que únicamente existen en los sistemas ingenieriles. Con lo cual:

$$\Delta P = k \cdot D^{a_1} \cdot \rho^{a_2} \cdot \mu^{a_3} \cdot V^{a_4}$$

3. Se sustituyen las variables y posibles constantes dimensionales de la función por sus dimensiones en un determinado sistema de magnitudes y se establecen las ecuaciones del criterio de consistencia dimensional para cada magnitud fundamental (condiciones de homogeneidad):

$$(ML^{-1}t^{-2}) = (L)^{a_1} (ML^{-3})^{a_2} (ML^{-1}t^{-1})^{a_3} (Lt^{-1})^{a_4}$$

y las condiciones de homogeneidad:

$$M \quad \therefore \quad 1 = a_2 + a_3$$

$$L \quad \therefore \quad -1 = a_1 - 3a_2 - a_3 + a_4$$

$$t \quad \therefore \quad -2 = -a_3 - a_4$$

4. Se fijan los parámetros necesarios para resolver el sistema de ecuaciones anteriores. En este caso hay 5 variables y tres magnitudes fundamentales, con lo cual hay que fijar $5 - 1 - 3 = 1$ parámetro. Por ejemplo fijando a_3 , y resolviendo el sistema anterior:

$$a_2 = 1 - a_3$$

$$a_4 = 2 - a_3$$

$$a_1 = -a_3 = -1 + 3a_2 + a_3 - a_4 = -a_3$$

5. Se sustituyen los valores de los exponentes en la función y se agrupan las variables que estén elevadas a los mismos exponentes.

$$\Delta P = k D^{-a_3} \rho^{1-a_3} \mu^{a_3} V^{2-a_3} \quad \therefore \quad \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right) = k \left(\frac{\mu}{VD\rho} \right)^{a_3}$$

introduciendo los factores de forma definidos en el paso 2:

$$\left(\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right) = k \left(\frac{\mu}{VD\rho} \right)^{a_3} \left(\frac{L}{D} \right)^{a_1} \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^{a_2} \quad \therefore \quad Eu = k \frac{(L/D)^{a_1} (\varepsilon/D)^{a_2}}{Re^{a_3}}$$

El primer grupo adimensional coincide con el número de Euler (Eu) y el segundo es el inverso del número de Reynolds, (Re) (cuadro 2.6). Los valores de los exponentes y de la constante de proporcionalidad han de determinarse mediante experimentación y una vez calculados se obtiene la ecuación buscada que permite calcular la pérdida de presión. Para ello, hay que realizar experimentos con diferentes valores del número de Reynolds y de los dos factores de forma y calcular los números de Euler correspondientes. De esta forma se reduce el estudio de siete variables (Δp , D , L , ε , V , ρ , μ) a cuatro (Eu , Re , L/D , ε/D).

2.3. Tipos de procesos y contacto entre fases no miscibles

En general, un proceso de la industria alimentaria puede describirse como cualquier operación o serie de operaciones que producen un cambio físico o químico en una sustancia o mezcla de sustancias. La mezcla que entra en el proceso se conoce como *entrada* o *alimentación* del mismo, y aquella que sale de él se denomina *salida* o *producto*. Por otro lado, una unidad del proceso es un aparato o dispositivo donde se lleva a cabo una de las operaciones del proceso, y que se denomina *operación básica unitaria* o simplemente *operación básica*. Estas unidades están asociadas unas con otras mediante un conjunto de corrientes, denominadas *flujos del proceso*, constituido por las corrientes de entrada y salida de las unidades básicas. Así, aunque el número de procesos industriales puede ser muy grande, todos ellos pueden desglosarse en una serie de operaciones básicas que se repiten en los mismos, y que están basados en los mismos fundamentos científicos y con técnicas de cálculo comunes.

Para diseñar, supervisar el funcionamiento o modificar el diseño de las diferentes unidades del proceso, es necesario conocer las cantidades, composiciones y demás variables características del sistema. En el siguiente apartado se describen las ecuaciones utilizadas para calcular dichas variables, mientras que en este apartado se describen brevemente los tipos de procesos y las formas de realizar el contacto entre fases inmiscibles en las operaciones básicas.

2.3.1. Tipos de procesos

Los procesos químicos pueden clasificarse en tres tipos:

- a) *Procesos continuos*. Las entradas y salidas de los aparatos fluyen continuamente. De esta forma, el tiempo no es una variable del proceso, excepto en los períodos relativamente cortos de parada y puesta en marcha

de la instalación. Durante el resto, todas las variables intensivas (presión, temperatura, caudal, etc.) no dependen del tiempo, permaneciendo constantes, es decir, se trata de operaciones que ocurren en régimen *estacionario, permanente o uniforme*.

- b) *Procesos discontinuos*. La alimentación se introduce al sistema al principio del proceso y, transcurrido el tiempo necesario para que se desarrolle la operación deseada, los productos se extraen juntos. Estos procesos operan en régimen *no estacionario o transitorio*, pues las variables intensivas varían con el tiempo de operación.
- c) *Procesos semicontinuos*. Cualquier proceso que no es continuo ni discontinuo. En la mayoría de las ocasiones, una o más sustancias se cargan inicialmente en el aparato durante un tiempo determinado (discontinuo), mientras que otros entran y salen continuamente (continuo). Por ello, en cualquier caso, el régimen de funcionamiento es *no estacionario*.

En general, los procesos continuos presentan una serie de ventajas que los hacen más atractivos: a) eliminación de los períodos de carga y descarga, b) reducción de los costes de mano de obra debido a que son fácilmente automatizables, c) condiciones de trabajo más higiénicas, d) mayor uniformidad en los productos obtenidos y e) fácil recuperación del calor y el frío.

No obstante, como inconvenientes se encuentran: a) necesidad de igualdad de composición de las materias primas para conseguir un funcionamiento regular, b) la puesta en marcha de la instalación puede ser en muchos casos complicada, c) el equipo es más costoso y d) difícil adaptación de la producción a las fluctuaciones de consumo del producto que obliga a prever posibles instalaciones de almacenamiento y conservación del mismo.

Por otro lado, los procesos discontinuos se utilizan en operaciones a pequeña escala, donde las condiciones particulares del mismo (por ejemplo, elevada corrosión) obligan a paradas fre-

cuentas para realizar reparaciones, o donde se obtiene gran diversidad de productos o un mismo producto con diferentes especificaciones según las condiciones del mercado.

2.3.2. Contacto entre fases no miscibles

En muchas de las operaciones básicas utilizadas en la industria alimentaria se requiere poner en contacto dos o más fases diferentes (sólidos, líquidos inmiscibles, gas-sólido, líquido-sólido, etc.) para que intercambien cualquiera de las tres propiedades extensivas normalmente implicadas en estos procesos: materia, energía y cantidad de movimiento. Según se realice el contacto entre las fases, la velocidad de dicho transporte será mayor o menor, y, en consecuencia, el dimensionado del equipo o aparato en consideración. La forma de realizar el contacto entre fases inmiscibles depende o se puede clasificar según el tipo de proceso: discontinuos, semicontinuos o continuos.

En los procesos discontinuos, ambas fases se cargan en el aparato en proporciones determinadas, prolongándose el contacto entre las mismas hasta que se alcance el equilibrio o en las proximidades del mismo, diciéndose que la operación completa equivale a una etapa de contacto (figura 2.2).

Si la operación es semicontinua, normalmente una de las fases se mantiene estática en el recipiente adecuado mientras que la segunda fluye continuamente a su través. Un ejemplo clásico de este tipo de procesos lo constituye el secado de gases, operación en la cual el gas fluye continuamente a través de un sólido adsorbente, que retiene el agua del gas y que se encuentra fijo en el aparato. Cuando el sólido se satura, alcanza el máximo de retención de agua, o no es capaz de reducir el contenido de agua del gas a los niveles deseado, se descarga del equipo y se sustituye por otra tanda de sólido, previamente regenerado.

Finalmente, en los procesos continuos, dependiendo del flujo relativo de ambas fases, el contacto puede ser: *contracorriente*, *paralelo* o *cruzado* (figura 2.3). El contacto en los dos últimos casos es siempre ininterrumpido mientras que en el primero puede ser *ininterrumpido* o *intermitente*. En el primer caso, ambas fases fluyen una sobre otra, bien aisladamente o bien a través de los huecos de un material inerte, denominado *relleno*, con objeto de aumentar el área de contacto entre las mismas. Por el contrario, en el segundo caso ambas fases fluyen en contracorriente a través de una *serie* o *cascada de etapas*. En cada etapa, las fases se mezclan durante un cierto tiempo, y se separan a continuación diri-

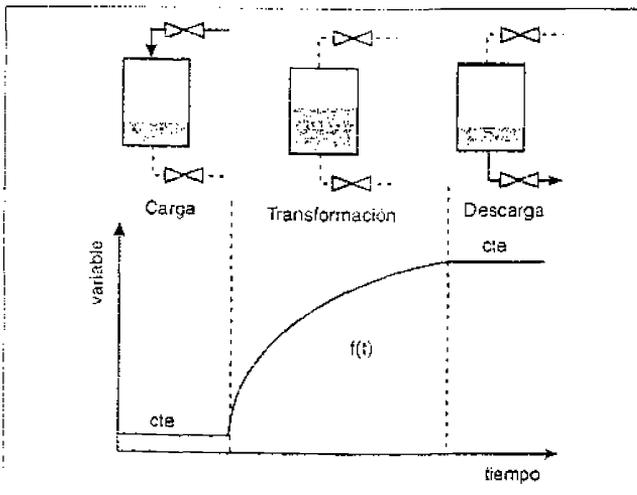


FIGURA 2.2. Contacto entre fases no miscibles. Proceso discontinuo.

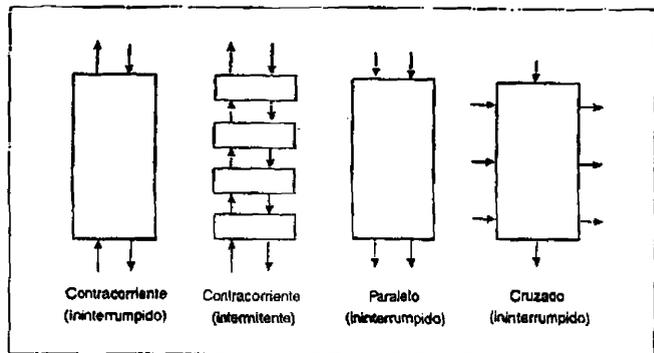


FIGURA 2.3. Contacto entre fases no miscibles. Proceso continuo.

giéndose a las etapas adyacentes. Si el contacto en cada etapa es lo suficientemente bueno o se realiza durante un tiempo elevado, ambas fases alcanzarían el equilibrio, denominándose *etapa de equilibrio* o *ideal*. Por el contrario, en una *etapa real*, no se alcanzan dichos requisitos, definiéndose la *eficacia* de la etapa real como el cociente entre su rendimiento y el máximo alcanzable en una etapa de equilibrio. Lógicamente, la cantidad de propiedad total transportada (materia, energía o cantidad de movimiento) depende del número de etapas de contacto y de la eficacia de las mismas.

2.4. Ecuaciones de conservación. Balances

El cálculo y diseño de instalaciones y aparatos industriales requiere:

- a) Decidir y fijar la escala de los mismos (laboratorio, piloto o industrial), el tipo de operación (continua, discontinua o semicontinua) y la forma de contacto entre fases no miscibles (contracorriente, paralelo o cruzado).
- b) Cuantificar las variables del sistema, esto es, para cada corriente que entra o sale de cualquier aparato determinar el valor de caudal, temperatura, presión, composición y energía de la misma.

Para determinar el valor de las variables del sistema, y realizar el diseño de los equipos implicados se necesita una serie de ecuaciones que relacionen dichas variables. Las ecuaciones se obtienen a partir de unas leyes y principios que pueden clasificarse en cuatro grupos:

- Leyes de conservación de las tres propiedades extensivas: materia (Ley de Lavoisier), cantidad de movimiento (Leyes de Newton) y energía (Primer Principio de la Termodinámica),
- Leyes de equilibrio físico y químico (Segundo Principio de la Termodinámica),
- Leyes cinéticas o ecuaciones de transporte de las tres propiedades extensivas: materia (Ley de Fick), cantidad de movimiento (Ley de Newton) y energía (Ley de Fourier),
- Principios económicos.

Entre todas ellas, las ecuaciones correspondientes a las ecuaciones de conservación, comúnmente conocidas como *balances*, constituyen una de las herramientas matemáticas más útiles e imprescindibles para el estudio de cualquier proceso u operación unitaria. Además, su complejidad matemática es escasa, especialmente en sistemas de régimen estacionario, en los que las ecuaciones son algebraicas, normalmente lineales.

El objetivo final de realizar balances de materia, energía y cantidad de movimiento es el de calcular el caudal, composición, temperatura, presión y velocidad de cada una de las corrientes de un sistema. En este capítulo se estudiarán las ecuaciones correspondientes a los balances de materia y energía, posponiendo para un capítulo posterior los balances de cantidad de movimiento.

2.4.1. Ecuaciones de conservación macroscópicas

Las variables macroscópicas que definen el estado de un sistema y que no dependen del tamaño del mismo se denominan *variables intensivas* y son: temperatura, presión y concentración de cada componente, y si el sistema es un fluido en movimiento, también la velocidad. Estas variables están relacionadas con tres propiedades que se conservan a nivel molecular cuando el sistema evoluciona desde un estado a otro: materia o masa de cada componente, energía y cantidad de movimiento de las moléculas del sistema. A diferencia de las variables intensivas, estas tres propiedades dependen del tamaño del sistema considerado, y por ello se denominan *propiedades extensivas*. A continuación se presentará la forma general de la ecuación general de cualquier propiedad extensiva y posteriormente se particularizará para materia y energía.

Considérese una región finita de una mezcla fluida constituida por s componentes, limitada por una superficie S_p a través de la cual sólo puede pasar energía en forma de calor y trabajo (Q , W) y otras dos, S_1 y S_2 , a través de las cuales el sistema puede intercambiar materia y energía con el exterior (figura 2.4). Las variables del fluido (velocidad, V , densidad, ρ , temperatura, T , energía, e , etc.) en las secciones de entrada y salida, se distinguirán con los subíndices 1 y 2, respectivamente.

La cantidad de propiedad extensiva en la región definida en un instante dado puede variar por dos motivos: flujo neto de propiedad a través de las superficies que delimitan el sistema (S_p , S_1 y S_2) y por generación de propiedad en el interior. Por tanto, de forma general la ecuación de conservación puede expresarse como:

$$\text{Acumulación} = (\text{Entrada} - \text{Salida}) + \text{Generación} \quad [2.18]$$

donde el término *Acumulación* expresa la variación de propiedad en el sistema por unidad de tiempo; (*Entrada - Salida*) representa el caudal neto de propiedad a través de las secciones que limitan el sistema y *Generación*, la generación de propiedad en el sistema por unidad de tiempo. Esta última puede ser positiva o negativa según se cree o destruya propiedad. Por ejemplo, será positiva en el caso de un producto de una reac-

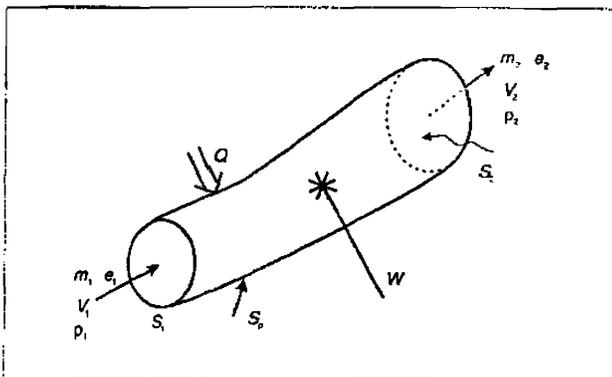


FIGURA 2.4. Conservación de una propiedad extensiva en una porción de fluido en movimiento.

ción química que ocurra en el sistema o, por el contrario, negativa si se considera un reactivo. El término de flujo neto también puede ser positivo o negativo según entra más propiedad al sistema de la que sale o viceversa.

4.2. Conservación de materia

Si en el sistema considerado realizamos un balance de masa de un determinado componente i presente en el fluido, la ecuación general de conservación [2.18] puede expresarse como:

$$\frac{dM_i}{dt} = (m_{i,1} - m_{i,2}) + w_i V_T \text{ (kgi/s)} \quad [2.19]$$

donde M_i representa la masa total de componente i que hay en el sistema en un momento dado; $m_{i,1}$ y $m_{i,2}$, los caudales máxicos de dicho componente en las secciones de entrada y salida de materia (S_1 y S_2); w_i es la masa de componente i generado por unidad de tiempo y de volumen debido a todas las reacciones químicas en las que i interviene; y V_T el volumen total del sistema. Como se ha comentado, el término w_i puede ser negativo o positivo dependiendo de que en el conjunto de reacciones químicas en las que intervenga i éste se consuma o produzca. Los caudales máxicos pueden expresarse en función de la velocidad, V , concentración máxica del componente i en la mezcla fluida, ρ_i (kg de i / m^3 de fluido) y sección de paso, con lo cual:

$$\frac{dM_i}{dt} = \rho_{i,1} V_1 S_1 - \rho_{i,2} V_2 S_2 + w_i V_T \text{ (kgi/s)} \quad [2.20]$$

que constituye la ecuación de conservación o balance de componente i en unidad máxica. Si el balance se realiza en moles, la expresión de la ecuación sería:

$$\frac{dN_i}{dt} = c_{i,1} V_1 S_1 - c_{i,2} V_2 S_2 + r_i V_T \text{ (kmol i/s)} \quad [2.21]$$

donde N_i es el número total de moles del componente i en el sistema; $c_{i,1}$ y $c_{i,2}$, las concentraciones molares de i en las secciones de entrada y salida; y r_i la velocidad de producción de i por las posibles reacciones químicas que se desarrollen en el sistema, expresada en moles por unidad de volumen y de tiempo.

En conjunto pueden formularse o plantearse tantas ecuaciones similares a la [2.20] o [2.21] como componentes presentes en el sistema, siendo todas ellas matemáticamente independientes. El balance de materia global o total, para todos los componentes del sistema, s , se obtiene sumando los balances de cada componente. Así, por ejemplo, para el balance total en unidades molares:

$$\sum_{i=1}^s \frac{dN_i}{dt} = (V_1 S_1 \sum_{i=1}^s c_{i,1} - V_2 S_2 \sum_{i=1}^s c_{i,2}) + V_T \sum_{i=1}^s r_i \quad \therefore$$

$$\frac{dN_T}{dt} = (V_1 S_1 c_1 - V_2 S_2 c_2) + V_T \sum_{i=1}^s r_i \quad [2.22]$$

donde N_T es el número total de moles en el sistema y c_1 y c_2 las concentraciones molares totales en las secciones de entrada y salida, respectivamente. Si en el sistema de reacciones químicas implicadas la suma de los coeficientes estequiométricos de los reaccionantes es igual a la suma de los de los productos, el término de generación se anula puesto que no existe incremento ni disminución del número de moles del sistema, ya que se produce exclusivamente una transformación de moles de reaccionantes a productos (figura 2.5).

En el caso de realizar el balance global en unidades máxicas, la ecuación es similar pero teniendo en cuenta que el término de generación es siempre nulo puesto que la masa siempre se conserva, tanto si existe como si no existe reacción química y se produzca o no variación en el número de moles (figura 2.5). Así pues, el balance de materia en unidades máxicas se expresa como:

$$\frac{dM_T}{dt} = (V_1 S_1 \rho_1 - V_2 S_2 \rho_2) \quad [2.23]$$

Por lo tanto, en un sistema de s componentes, pueden plantearse $s + 1$ ecuaciones diferentes de conservación de materia (correspondientes a los s componentes individuales y una global o total) de las cuales sólo s son matemáticamente independientes.

ecuación que expresa que el número de moles que entra al sistema por unidad de tiempo es igual al que lo abandona. En el caso del balance de materia total en unidades másicas [2.23], en el caso de régimen estacionario, se simplifica a:

$$V_2 S_2 \rho_2 = V_1 S_1 \rho_1 \therefore m_2 = m_1 \quad [2.26]$$

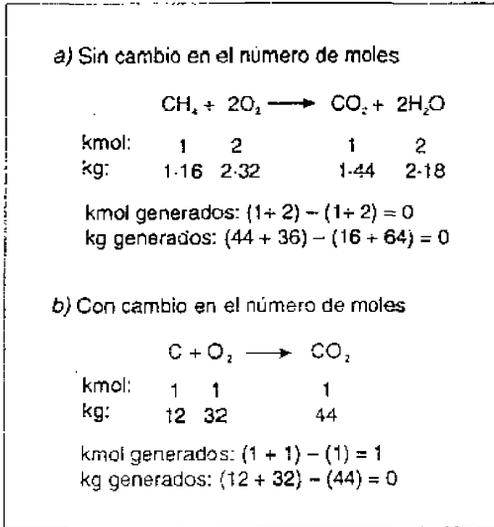


FIGURA 2.5. Reacción química con y sin cambio en el número de moles.

Las ecuaciones de conservación individuales [2.20] y [2.21], y globales [2.22] y [2.23] se pueden simplificar en determinadas situaciones. Así, cuando el régimen es estacionario, variables independientes del tiempo, el término de acumulación desaparece al anularse las derivadas con el tiempo. Por ejemplo, el balance global expresado en unidades molares, ecuación [2.22], se simplifica a:

$$0 = V_1 S_1 c_1 - V_2 S_2 c_2 + V_T \sum_{i=1}^s r_i \quad [2.24]$$

Además, si no existe reacción química en el sistema, la ecuación se simplifica a la siguiente:

$$V_2 S_2 c_2 = V_1 S_1 c_1 \quad [2.25]$$

es decir que, independientemente de existir o no reacción química, los kilogramos totales que entran por segundo al sistema son iguales a los que salen.

Es conveniente destacar que los balances de materia pueden realizarse, además de para componentes individuales o totales, para especies materiales tales como: átomos (C, H, S, ...), elementos (N_2 , O_2 , H_2 , ...) y grupo de átomos (SO_4^{2-} , NO_3^- , OH^- , ...). Los balances pueden plantearse en unidades másicas y molares y, además, en la resolución de problemas en procesos complejos constituidos por diferentes corrientes y operaciones unitarias, pueden plantearse en distintos sistemas tales como en una operación unitaria, grupo de operaciones unitarias o todo el sistema. De esta forma, generalmente se pueden plantear más ecuaciones que incógnitas se desean calcular, resultando más sencilla o difícil la resolución en función de las ecuaciones planteadas. Por ello, y aunque no hay normas generales para la resolución de los balances, existe una serie de recomendaciones que facilitan su solución.

En primer lugar, debe dibujarse un diagrama de flujo del proceso en estudio en el que se incluya toda la información disponible relativa a composiciones y caudales, por trivial que parezca, así como las reacciones químicas y relaciones físicas implicadas en las diferentes operaciones del proceso. La figura 2.6 muestra un ejemplo de diagrama de flujo de un proceso genérico de producción de un componente, C, a partir de otros dos, A y B, donde también está presente un componente inerte, D, que no participa en la reacción.

Cada corriente debe caracterizarse por su caudal y composición y se incluye en el diagrama la estequiometría de la reacción que se produce en el reactor. En el diagrama aparecen una serie de elementos y corrientes características:

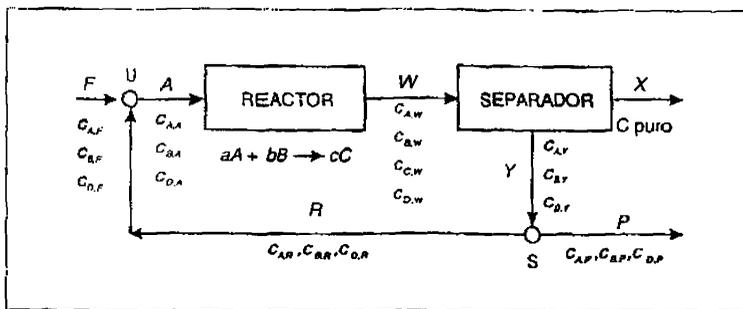


FIGURA 2.6. Diagrama de flujo para realizar balances de materia.

- a) Corriente de recirculación (figura 2.6, corriente R): cuando en un reactor se lleva a cabo una reacción de forma incompleta, el material no reaccionado se separa del producto y se recicla de nuevo a la entrada del reactor por economía del proceso.
- b) Corriente de purga (figura 2.6, corriente P): en corrientes de recirculación con presencia de componentes inertes se elimina una pequeña porción de dicha corriente de recirculación antes de introducirla de nuevo en el reactor para evitar que se produzca una acumulación de los componentes inertes.
- c) Nodos de separación (figura 2.6, nodo S): son puntos del proceso donde una corriente se bifurca en dos o más corrientes. El caudal de las corrientes de salida ha de calcularse por balances de materia, los cuales teniendo en cuenta que no hay reacción química se reducen a: *Entrada = Salida*. La composición de todas las corrientes que entran o salen de estos nodos es la misma.
- d) Nodos de unión (figura 2.6, nodo U): son puntos del proceso donde confluyen dos o más corrientes que se mezclan y forman una única corriente. A diferencia de los nodos de separación, como las corrientes que entran al nodo tienen normalmente diferente composición, la concentración

de la corriente de salida del nodo no es igual a la de entrada. Así pues, hay que plantear balances de materia en ellos para calcular tanto los caudales como las composiciones de las corrientes desconocidas.

En segundo lugar, para resolver un balance debe elegirse previamente una base de cálculo a la que referir los cálculos del proceso de resolución. Aunque la elección de la base de cálculo es arbitraria, del mayor acierto en su elección depende en gran medida la dificultad de los cálculos posteriores. De forma general, pueden aconsejarse las siguientes bases de cálculo, por orden de preferencia:

- a) Una determinada cantidad de un componente de una mezcla que no sufra reacción química y que esté presente en las corrientes de entrada y salida del sistema.
- b) Una determinada cantidad de una corriente de entrada o salida del sistema. Suele elegirse aquella de la que se conozcan más datos.
- c) Un determinado espacio de tiempo.

En tercer lugar, es conveniente expresar los caudales y composiciones de todas las corrientes en las mismas unidades, molares o másicas. En general, se utilizan las fracciones másicas, x_j , o molares, y_j , que están relacionadas según:

$$x_i = \frac{y_i PM_i}{\sum_{i=1}^s y_i PM_i} \quad [2.27]$$

$$y_i = \frac{x_i / PM_i}{\sum_{i=1}^s x_i / PM_i} \quad [2.28]$$

donde PM_i representa el peso molecular del componente i .

Por último, como ya se ha comentado, normalmente pueden plantearse más ecuaciones que incógnitas, con lo cual surge la duda de ¿dónde? y ¿de qué? plantear balances. Los balances pueden plantearse en todo el sistema, un aparato, un grupo de aparatos y en los nodos, con lo cual se relacionan diferentes grupos de variables. En el ejemplo considerado se pueden plantear balances en los siguientes sistemas:

- Reactor: relación entre variables de las corrientes A y W .
- Separador: relación entre variables de las corrientes W , X e Y .
- Nodo S : relación entre variables de las corrientes Y , R y P .
- Nodo U : relación entre variables de las corrientes A , F y R .
- Sistema total: relación entre variables de las corrientes F , X y P .
- Reactor más separador: relación entre variables de las corrientes A , Y y X .

No obstante, no hay que olvidar que las ecuaciones deben ser independientes, con lo cual el número máximo de sistemas en el que se pueden plantear balances es igual al número de operaciones más nodos ($2 + 2 = 4$, en el ejemplo considerado).

Por otro lado, pueden plantearse balances totales, de componentes individuales y de átomos, grupos de átomos o elementos. Nuevamente, las ecuaciones han de ser independientes, con lo cual en un mismo sistema (operación,

grupo de operaciones, etc.) sólo pueden plantearse tantos balances como componentes formen parte de las corrientes de entrada y salida.

Dependiendo de qué variables sean conocidas y cuáles se desee calcular interesará plantear balances en un sistema u otro y de un tipo u otro. En general, cuando no hay reacción química es conveniente realizar balances de cada componente (en unidades másicas) alrededor de todo el sistema. Cuando hay reacción química, la situación es más variada y depende de cada caso particular.

Ejemplo 2.3. Resolución de balances de materia en un sistema sin reacción química utilizando diferentes bases de cálculo.

En un evaporador se concentra una solución acuosa de sal desde un 2 a un 40% en peso de sal. Calcular el caudal de agua evaporada (B) y el caudal de solución diluida (A) si se desean obtener 500 kg h^{-1} de solución concentrada ($C = 500 \text{ kg } h^{-1}$).

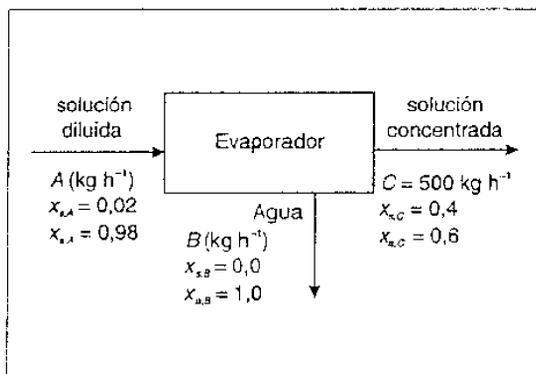


Diagrama de flujo del proceso del Ejemplo 2.3.

Solución

Como la mezcla es binaria, y se conoce la composición de la sal, NaCl, en las dos corrientes en que está presente ($x_{s,A} = 0,02$; $x_{s,C} = 0,40$), la composición de agua se obtiene fácilmente restando de la unidad:

$$x_{s,A} = 1 - x_{i,A} = 0,98$$

$$x_{s,C} = 1 - x_{i,C} = 0,60$$

El problema se puede resolver tomando tres tipos de base de cálculo diferentes:

- a) Una determinada cantidad de un componente de una mezcla que no sufra reacción química y que esté presente en las corrientes de entrada y salida del sistema.

Base de cálculo: 100 kg de sal en la corriente de alimentación, A.

Conocida la composición de la corriente A, y la cantidad de uno de sus componentes, se puede calcular el caudal de dicha corriente:

$$\begin{aligned} Ax_{s,A} = 100 \text{ kg de sal en A} &\Rightarrow A = \frac{100}{x_{s,A}} = \\ &= \frac{100}{0,02} = 5.000 \text{ kg totales en A} \end{aligned}$$

La sal sólo está presente en las corrientes A y C, luego planteando un balance de sal en el evaporador y teniendo en cuenta que no hay reacción química:

$$\begin{aligned} \text{entrada} &= \text{salida} \\ Ax_{s,A} &= Cx_{s,C} \\ 5.000 \cdot 0,02 &= C \cdot 0,40 \Rightarrow \\ \Rightarrow C &= \frac{5.000 \cdot 0,02}{0,4} = 250 \text{ kg totales en C} \end{aligned}$$

y planteando ahora uno de agua:

$$\begin{aligned} \text{entrada} &= \text{salida} \\ Ax_{w,A} &= Bx_{w,B} + Cx_{w,C} \\ 5.000 \cdot 0,98 &= B \cdot 1 + 250 \cdot 0,60 \Rightarrow \\ \Rightarrow B &= \frac{5.000 \cdot 0,98 - 250 \cdot 0,6}{1} = 4.750 \text{ kg totales en B} \end{aligned}$$

Una vez conocidos los caudales de cada corriente (A, B y C) para la base de cálculo elegida, sólo resta referir dichas cantidades al dato del enunciado ($C' = 500 \text{ kg h}^{-1}$):

$$A' = A \frac{C'}{C} = 5.000 \frac{500}{250} = 10.000 \text{ kg totales h}^{-1}$$

$$B' = B \frac{C'}{C} = 4.750 \frac{500}{250} = 9.500 \text{ kg totales h}^{-1}$$

$$C' = 500 \text{ kg totales h}^{-1}$$

- b) Una determinada cantidad de una corriente de entrada o salida del sistema.

Base de cálculo: 100 kg de solución diluida (A = 100 kg).

Balance de sal:

$$\begin{aligned} \text{entrada} &= \text{salida} \\ Ax_{s,A} &= Cx_{s,C} \\ 100 \cdot 0,02 &= C \cdot 0,40 \Rightarrow \\ \Rightarrow C &= \frac{100 \cdot 0,02}{0,4} = 5 \text{ kg totales en C} \end{aligned}$$

Balance de agua:

$$\begin{aligned} \text{entrada} &= \text{salida} \\ Ax_{w,A} &= Bx_{w,B} + Cx_{w,C} \\ 100 \cdot 0,98 &= B \cdot 1 + 5 \cdot 0,60 \Rightarrow \\ \Rightarrow B &= \frac{100 \cdot 0,98 - 5 \cdot 0,6}{1} = 95 \text{ kg totales en B} \end{aligned}$$

y finalmente:

$$A' = A \frac{C'}{C} = 100 \frac{500}{5} = 10.000 \text{ kg totales en A h}^{-1}$$

$$B' = B \frac{C'}{C} = 95 \frac{500}{5} = 9.500 \text{ kg totales en B h}^{-1}$$

$$C' = 500 \text{ kg totales en C h}^{-1}$$

- c) Un determinado espacio de tiempo.

Base de cálculo: 1 h. Esto implica que $C = 500 \text{ kg}$

Balance de sal:

$$\begin{aligned} \text{entrada} &= \text{salida} \\ Ax_{s,A} &= Cx_{s,C} \\ A \cdot 0,02 &= 500 \cdot 0,40 \Rightarrow \\ \Rightarrow A &= \frac{500 \cdot 0,4}{0,02} = 10.000 \text{ kg totales en A} \end{aligned}$$

Balace de agua:

entrada = salida

$$Ax_{a,A} = Bx_{a,B} + Cx_{a,C}$$

$$10.000 \cdot 0,98 = B \cdot 1 + 500 \cdot 0,60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{10.000 \cdot 0,98 - 500 \cdot 0,6}{1} = 9.500 \text{ kg totales en } B$$

Ejemplo 2.4. Resolución de los balances de materia de un sistema donde hay reacción química.

En un proceso de preparación de etileno (C_2H_4) por deshidratación catalítica de etanol (C_2H_5O), se alimentan $1.000 \text{ kmol h}^{-1}$ de etanol. La conversión en el reactor es del 40% del etanol presente en el mismo. Los productos de reacción se enfrían a continuación, obteniéndose dos corrientes: una fracción gaseosa formada por etanol y etileno (95% en moles de este último), y una mezcla líquida de etanol y agua. Una cuarta parte de esta última mezcla se recicla al reactor y el resto se extrae para evitar el aumento de la concentración de agua a la entrada del reactor.

Calcular:

- El caudal de etileno producido por hora.
- La concentración de agua en la corriente de recirculación.
- El caudal de purga.

Solución

Teniendo en cuenta que las composiciones y el caudal de etanol fresco (C_2H_5O) están expresados

en unidades molares, se utilizarán éstas en todos los casos.

Denominando por x a la fracción molar de etanol en la corriente de etanol y agua que abandona el condensador y teniendo en cuenta que dicha mezcla es binaria, la fracción molar de agua sería la diferencia con la unidad ($1 - x$). Esta corriente se divide en otras dos: una de purga, P , y otra de recirculación, R , con lo cual la composición de esas corrientes será idéntica (x : etanol, $1 - x$: agua).

Por otro lado, el enunciado dice que la corriente de recirculación (R) es una cuarta parte de la corriente que abandona el condensador (D) y la de purga (P) el resto. Por ello:

$$\left\{ \begin{array}{l} R = D/4 \\ P = 3/4 D \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} D = 4R \\ P = 3R \end{array} \right.$$

y, por tanto, se pueden calcular las variables D y P , una vez conocido el valor de R .

Base de cálculo: 1 hora.

Balace de etanol en todo el sistema (kmol):

$$[\text{entrada}] + [\text{generación}] = [\text{salida}] \text{ (kmol)}$$

El etanol entra al sistema exclusivamente por la corriente F , mientras que abandona el mismo en las corrientes C (5%) y P (x). En cuanto a la generación, según la estequiometría de la reacción, cada mol de etanol reaccionado produce un mol de etileno, así el número de moles desaparecidos de etanol (la generación es, pues, negativa) es igual

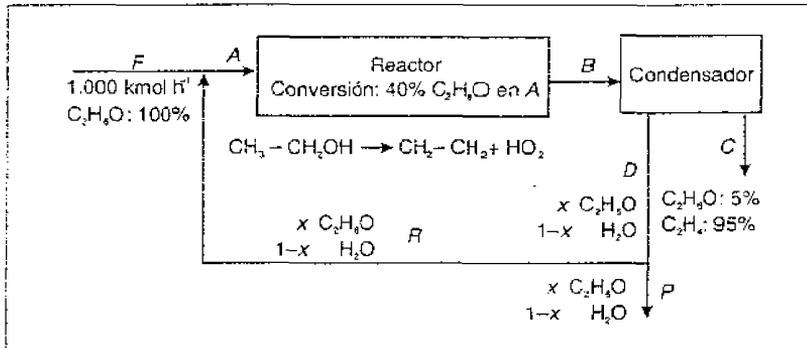


Diagrama de flujo del proceso del ejemplo 2.4.

al de moles formado de etileno y que abandonan el sistema por la corriente C (95%):

$$F - 0,95C = (0,05C + Px)$$

$$1.000 - 0,95C = (0,05C + 3Rx) \quad (1)$$

ecuación que nos relaciona las variables C, R y x. Se necesitan dos ecuaciones más que relacionen dichas variables (C, R y x). Para ello, plantearemos balances de agua y etileno alrededor del conjunto: reactor + separador. Para ambos:

$$[\text{entrada}] + [\text{generación}] = [\text{salida}] \quad (\text{kmol})$$

En este caso el término de generación es positivo.

$$\text{H}_2\text{O} \quad [R(1-x)] + [0,40(F + Rx)] = [D(1-x)]$$

$$R(1-x) + 0,4(1.000 + Rx) = 4R(1-x) \quad (2)$$

$$\text{C}_2\text{H}_4 \quad [0] + [0,40(F + Rx)] = [(0,95C)]$$

$$0,4(1.000 + Rx) = 0,95C \quad (3)$$

Así pues, se tienen 3 ecuaciones con tres incógnitas, cuya resolución da como resultados los caudales de las corrientes, R y C, y la composición de etanol, x:

$$R = 325,1 \text{ kmol h}^{-1}; C = 325,1 \text{ kmol h}^{-1}; x = 0,527$$

y teniendo en cuenta la relación entre las corrientes D, P y R:

$$D = 4R = 1.300,4 \text{ kmol h}^{-1}; P = 3R = 975,3 \text{ kmol h}^{-1}$$

Las respuestas al enunciado son pues:

- a) $C = 325,1 \text{ kmol h}^{-1}$;
 b) $1 - x = 0,473$ y
 c) $P = 975,3 \text{ kmol h}^{-1}$.

lo cual suele ser necesario el planteamiento de balances de energía adicionales para conocer, por ejemplo, la temperatura de las mismas, la cantidad de energía que gasta un compresor o una bomba, las necesidades de agua de refrigeración o vapor de calefacción de un cambiador o el calor necesario a eliminar o aportar a un reactor dependiendo del carácter exotérmico o endotérmico de la reacción que se realice.

La energía se define habitualmente como la capacidad de la materia de realizar un trabajo, pudiendo adoptar diferentes formas que son convertibles unas en otras, directa o indirectamente. Antes de plantear el balance de energía, conviene recordar brevemente los diferentes tipos de energía que deben tenerse en cuenta en dicho balance o ecuación de conservación.

- a) **Energía interna (E_{in})**. Suma de las energías de rotación, vibración y traslación de las partículas constitutivas de la materia (átomos, moléculas, iones, etc.). El valor de la energía interna de un cuerpo está directamente relacionado con la temperatura del mismo. Despreciando la influencia del volumen específico, para una masa determinada de una sustancia, M, el valor de dicha energía es:

$$E_{in} = \int_M c_v \cdot T \cdot dM \quad [2.29]$$

donde c_v , es el calor específico a volumen constante de dicha sustancia.

- b) **Energía potencial (E_{po})**. Es la energía de un sistema en función de su posición en un campo de fuerzas: gravitatorio, eléctrico y magnético. En las aplicaciones técnicas normalmente sólo se considera el gravitatorio, con lo cual se puede calcular como:

$$E_{po} = \int_M g \cdot z \cdot dM \quad [2.30]$$

donde g es la aceleración de la gravedad y z la altura del sistema respecto de un nivel de referencia.

2.4.3. Conservación de energía

La solución de los balances de materia proporciona información exclusivamente sobre las composiciones y caudales de cada corriente, por

c) Energía cinética (E_{ci}). Contribución a la energía de un sistema en virtud de la velocidad del mismo respecto a un sistema de coordenadas, V . Su valor se calcula como:

$$E_{ci} = \int_M \frac{V^2}{2} \cdot dM \quad [2.31]$$

d) Calor o energía térmica. El calor y el trabajo, a diferencia de las energías anteriores que son características del sistema, son formas de energía en tránsito entre un sistema y otro, o diferentes partes de un mismo sistema. El caudal de calor transferido depende de la diferencia de temperaturas entre el sistema y sus alrededores y del área a través de la cual se transmite. Se puede calcular mediante la ecuación:

$$\text{Calor} = U \cdot A \cdot (T_a - T) \quad [2.32]$$

donde U , es el coeficiente global de transmisión de calor, A el área de transmisión de calor (capítulo 5), y T_a y T , las temperaturas del ambiente y del sistema respectivamente.

e) Trabajo. La producción o consumo de trabajo mecánico por expansión o compresión de un fluido es muy habitual en la industria. La expresión para calcular el trabajo realizado por un fluido que se expande se deduce a partir de la integral del producto de la fuerza ejercida por el espacio recorrido:

$$\text{Trabajo} = \int_x F \cdot dx = \int_x -p \cdot S \cdot dx = - \int_v p \cdot dv \quad [2.33]$$

donde F es la fuerza; p es la presión; S , la sección a través de la cual se aplica la fuerza y v el volumen específico del fluido. El signo negativo es consecuencia de que, al igual que el calor, el trabajo se considera positivo cuando se comunica sobre el sis-

tema y negativo cuando lo realiza el sistema.

Considerando el sistema descrito anteriormente (figura 2.4), la ecuación de conservación de cualquier propiedad extensiva, ecuación [2.18], aplicada a la energía se simplifica a:

$$\text{Acumulación} = (\text{Entrada} - \text{Salida}) \quad [2.34]$$

donde se ha eliminado el término de generación de energía puesto que en cualquier transformación habitual en la industria alimentaria, la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma entre los diferentes tipos de la misma. La energía sólo puede acumularse en el sistema en forma de energía interna, potencial y cinética, pues son las formas de energía asociadas a la materia. La entrada y salida de energía puede realizarse bien a través de las secciones 1 y 2 como consecuencia de la energía que contiene el caudal de materia que entra y sale, o bien a través de la sección S_p , como calor o trabajo aportados al sistema o producidos por el mismo (figura 2.6). Si la energía que entra es superior a la que abandona el sistema hay un aumento neto en la cantidad de energía almacenada en el sistema y la acumulación es positiva, mientras que en el caso contrario disminuye y la acumulación es negativa. La ecuación [2.34] puede expresarse en función de las variables del sistema como:

$$(m_1 e_1 - m_2 e_2) + W + Q = \frac{\partial E}{\partial t} \quad [2.35]$$

donde m_1 y m_2 son los caudales másicos de entrada y salida de materia al sistema, respectivamente; e_1 y e_2 , las energías específicas (energía por unidad de masa) de las corrientes de materia de entrada y salida, respectivamente; Q el caudal de calor intercambiado con el exterior; W , el trabajo mecánico realizado sobre el sistema por unidad de tiempo; E la energía total existente en el sistema y t el tiempo. El trabajo, W , incluye todas las aportaciones de energía en forma de

trabajo mecánico sobre el sistema ($W > 0$; ej.: bomba o compresor) o realizadas por el mismo ($W < 0$; ej.: turbina). Por otro lado, la energía específica de las corrientes de materia es la energía suma de las contribuciones de energía interna, cinética y potencial. Además, hay que incluir un término adicional de energía asociada a los flujos de materia a la entrada y salida, debido al trabajo de expansión o compresión ($p \cdot v$) que afectan los mismos a través de las secciones 1 y 2. Este término no debe confundirse con el trabajo (W) que entra o sale del sistema sin estar asociado a corrientes de materia a través de la sección S . Por ello, la energía asociada a las corrientes de materia puede expresarse como:

$$e = e_{in} + \frac{1}{2}V^2 + gz + \frac{p}{\rho} \quad [2.36]$$

donde e_{in} es la energía interna por unidad de masa; V , la velocidad la corriente de entrada; g , la aceleración de la gravedad; z , p y ρ la altura respecto de un nivel de referencia, presión y densidad de la corriente en cada sección considerada. Teniendo en cuenta la ecuación [2.36] y la definición de entalpía, $h = e_{in} + p/\rho$, la ecuación de conservación de energía, [2.35], puede expresarse como:

$$m_1 \left(h_1 + \frac{1}{2}V_1^2 + gz_1 \right) - m_2 \left(h_2 + \frac{1}{2}V_2^2 + gz_2 \right) + Q + W = \frac{\partial E}{\partial t} \quad [2.37]$$

En caso de régimen estacionario, la ecuación anterior se simplifica puesto que la acumulación es nula y los caudales máscos de entrada y salida de materia son iguales, $m_1 = m_2 = m$:

$$m \left(h_2 + \frac{1}{2}V_2^2 + gz_2 \right) - m \left(h_1 + \frac{1}{2}V_1^2 + gz_1 \right) + Q + W = 0 \quad [2.38]$$

Las contribuciones de la energía potencial y cinética en la mayoría de las aplicaciones alimentarias suele ser pequeña, en comparación con la variación de entalpía. Así por ejemplo, la energía necesaria para aumentar un 1°C una masa determinada de agua equivale a elevar la posición de la misma masa de agua en 430 m o darle una velocidad de 330 km h⁻¹. Si hay cambio de estado de agregación esta diferencia es mucho mayor. La energía para vaporizar una masa determinada de agua, equivale a elevarla 230 km o darle una velocidad de 8.820 km h⁻¹. En consecuencia, en muchos casos se desprecian dichas contribuciones, y si además en dicho proceso no hay entrada ni salida de trabajo, el balance de energía total se reduce a un balance de entalpía:

$$m(h_2 - h_1) = Q \quad [2.39]$$

Para el cálculo de las entalpías específicas de la ecuación anterior (h_2, h_1), normalmente se define un estado de referencia o nivel de entalpía cero. Generalmente se define como el correspondiente a los elementos libres de todas las sustancias que forman parte del sistema, a la presión del mismo y una temperatura de referencia determinada, T_{ref} . Así pues, la entalpía en la ecuación [2.39] se calcula mediante la expresión:

$$h = \sum_{i=1}^s x_i h_i^{T_{ref}} + \sum_{i=1}^s x_i c_{pi} (T - T_{ref}) \quad [2.40]$$

donde el primer sumatorio incluye la suma de las entalpías de formación de los s componentes de la mezcla a la temperatura de referencia, y el segundo la contribución debida a que el sistema se encuentre a una temperatura diferente a la de referencia. Sustituyendo esta ecuación en la ecuación [2.39] para los estados 1 y 2, el balance de energía finalmente es:

$$m \left[\sum_{i=1}^s x_{i,2} c_{pi} (T_2 - T_{ref}) - \sum_{i=1}^s x_{i,1} c_{pi} (T_1 - T_{ref}) \right] + m \left[(x_{i,2} - x_{i,1}) h_i^{T_{ref}} \right] = Q \quad (Js^{-1}) \quad [2.41]$$

El primer término entre corchetes de la ecuación es una medida de la energía que tienen las corrientes de materia de salida y entrada del sistema, respectivamente, debido a que se encuentran a una temperatura diferente. Por otro lado, el segundo término entre corchetes representa la variación de energía entre dichas corrientes debido al posible cambio en la composición en caso de producirse alguna reacción química. Con objeto de simplificar la ecuación anterior, se suele dividir la variación de entalpía en dos componentes: una relacionada con el cambio de temperatura de las corrientes de entrada y salida, entalpía de las corrientes de materia (H_1 y H_2) y otra con el cambio de composición asociado a reacciones químicas:

$$(H_2 - H_1) + \sum_{\text{reacciones}} N_R \Delta H_R^{T_{ref}} = Q \text{ (J s}^{-1}\text{)} \quad [2.42]$$

donde $\Delta H_R^{T_{ref}}$ es la variación de entalpía de una reacción R , y N_R el caudal molar del componente al cual se refiere la variación de entalpía.

Si alguno de los compuestos puede sufrir cambio de estado de agregación, entre dos estados a y b , a una temperatura, T , en el intervalo de temperaturas $T_{ref} - T$, el segundo término del segundo miembro de la ecuación [2.40] debe dividirse en tres términos: calor sensible desde la temperatura de referencia hasta la temperatura donde se produzca el cambio de estado, un término de calor latente, λ , y otro calor sensible desde dicha temperatura hasta T , para el nuevo estado de agregación:

$$x_i [c_{p_m}(T - T_{ref}) + \lambda_i + c_{p_m}(T - T^*)] \quad [2.43]$$

Ejemplo 2.5. Resolución conjunta de balances de materia y energía en un sistema sin reacción química.

A un evaporador se alimentan continuamente 10.000 kg h⁻¹ de una disolución acuosa de azúcar con un contenido del 5% que se quiere concentrar has-

ta el 35%. Para la calefacción se utiliza vapor de agua recalentado a 2 atm de presión y 131 °C (temperatura de condensación 120 °C). El agua condensada abandona el evaporador a 120 °C. Tanto la solución concentrada como el vapor producido abandonan el evaporador a la temperatura de ebullición de la disolución (100 °C). La disolución diluida se alimenta a 30 °C. Calcular los kg de vapor de calefacción fresco (W) y los kg de agua evaporados por hora (V).

Datos

- Calores específicos (kcal kg⁻¹ °C⁻¹): vapor de agua = 0,46; agua líquida = 1; disolución 5% = 0,95; disolución 35% = 0,75.
- Calor latente de condensación del agua (kcal kg⁻¹): $r(120 \text{ °C}) = 525$; $r(100 \text{ °C}) = 540$.

Considérese que el evaporador está perfectamente aislado.

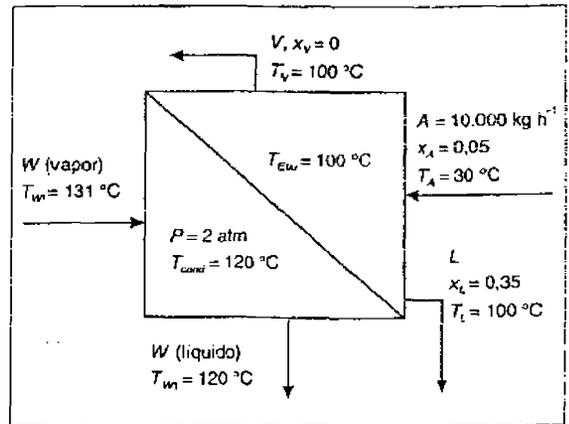


Diagrama de flujo del proceso del Ejemplo 2.5.

Solución

Total $W + A = W + V + L$

$$A = V + L$$

$$10.000 = V + L \quad (1)$$

Soluto $Ax_A = Lx_L$

$$L = A \frac{x_A}{x_L} = 10.000 \frac{0,05}{0,25} = 1.428,6 \text{ kg h}^{-1}$$

y sustituyendo el valor de L en la ecuación (1):

$$V = 10.000 - L = 8.571,4 \text{ kg h}^{-1}$$

Con estos dos simples balances de materia se han calculado los caudales de agua evaporada y de disolución concentrada. Para calcular el vapor fresco necesario, W , hay que plantear un balance de energía en el evaporador:

$$H_2 - H_1 + \sum_{\text{reacciones}} N_R \Delta H_R^{T'} = Q$$

Teniendo en cuenta que no hay ninguna reacción química, y como el evaporador está aislado del exterior ($Q = 0$), el balance se simplifica a:

$$H_1 = H_2$$

esto es, la entalpía de las corrientes de entrada es igual a la de las corrientes de salida. Antes de calcular los dos términos de la ecuación anterior, hay que definir un estado de referencia. En este problema hay cambio de estado de un componente, el agua, con lo cual se debe fijar tanto una temperatura de referencia como un estado de agregación para dicho componente. En este caso se tomará como temperatura de referencia 30 °C y agua en estado líquido.

Teniendo en cuenta las corrientes de entrada y salida:

$$H_1 = H_{w1} + H_A$$

$$H_2 = H_{w2} + H_L + H_V$$

Si hay presentes componentes que sufran un cambio de estado, la entalpía se calcula para dichos compuestos como:

$$H_i = m_i [c_{p,i,liq} (T' - T_{ref}) + r_i(T') + c_{p,i,vap} (T_i - T')]$$

donde T' es la temperatura a la que se produce el cambio de estado. Para los demás, la entalpía se calcula simplemente como:

$$H_i = m_i [c_{p,i,liq} (T_i - T_{ref})]$$

En consecuencia:

$$\begin{aligned} H_{w1} &= W [c_{p,agua\ liq} (T_{eva} - T_{ref}) + r(T_{eva}) + c_{p,agua\ vap} (T_{w1} - T_{eva})] \\ &= W [1(120 - 30) + 525 + 0,46(131 - 120)] \\ &= 620,06 \text{ W (kcal h}^{-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_A &= A c_{p,sol. dil} (T_A - T_{ref}) \\ &= 10.000 \cdot 0,95 \cdot (30 - 30) \\ &= 0 \text{ (kcal h}^{-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{w2} &= W c_{p,agua\ liq} (T_{w2} - T_{ref}) \\ W1 (120 - 30) \\ &= 90 \text{ W (kcal h}^{-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_V &= V [c_{p,agua\ liq} (T_{eva} - T_{ref}) + r(T_{eva}) + c_{p,agua\ vap} (T_V - T_{eva})] \\ &= 8.571,4 [1(100 - 30) + 540 + 0,46(100 - 100)] \\ &= 5.228.554 \text{ (kcal h}^{-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_L &= L c_{p,sol. con} (T_L - T_{ref}) \\ &= 1.428,6 \cdot 0,75 \cdot (100 - 30) \\ &= 75.001 \text{ (kcal h}^{-1}) \end{aligned}$$

y sustituyendo estas cinco entalpías en el balance de energía:

$$H_1 = H_2$$

$$H_{w1} + H_A = H_{w2} + H_V + H_L$$

$$620,06 \text{ W} + 0 = 90 \text{ W} + 5.228.554 + 75.001$$

$$W = 10.006 \text{ kg h}^{-1}$$

Resumen

1. Se presentan diferentes sistemas de magnitudes clasificados en función de las magnitudes fundamentales (Absolutos, Técnicos e Ingenieriles) y los sistemas de unidades disponibles en cada uno de ellos (CGS, MKS, Inglés y Métrico).
2. En la actualidad, el Sistema Internacional (SI) es de uso generalizado. Está basado en el sis-

tema MKS con la incorporación de algunas modificaciones tales como la eliminación de la distinción entre energía calorífica y mecánica y la existencia de tres tipos de magnitudes: fundamentales, derivadas y suplementarias. Además, se rige por una normativa racionalizada para la nomenclatura y simbología de las diferentes magnitudes y unidades.

3. La conversión de unidades de una magnitud entre diferentes sistemas puede realizarse mediante dos métodos: *a)* equivalencias y *b)* igualdades. De forma general, el primer método es más adecuado para transformar valores concretos de una magnitud o variable, mientras que el segundo está especialmente indicado para transformar las unidades de las ecuaciones dimensionalmente heterogéneas.
4. Mediante la técnica del análisis dimensional se puede establecer una ecuación de tipo potencial, que incluye todas las variables implicadas en un fenómeno de interés, agrupadas en una serie de números adimensionales elevados a unos exponentes. El valor de dichos exponentes debe determinarse de forma empírica, y teniendo en cuenta que el número de grupos adimensionales es siempre inferior al número de variables, se consigue disminuir la experimentación a realizar, además de facilitar la interpretación de los resultados.
5. Cualquier proceso industrial puede describirse como una serie de operaciones básicas unitarias asociadas entre sí mediante unas corrientes de materia y energía que entran y salen de cada una. Por ello, el conocimiento de los fundamentos y técnicas de cálculo de dichas operaciones permite simplificar y sistematizar el estudio y comprensión del elevado número de procesos industriales existentes.
6. En general, los procesos continuos tienen una serie de ventajas que los hacen más atractivos que los discontinuos, como son menores costes de mano de obra, mayor uniformidad en los productos obtenidos y facilidad de operación. Sin embargo, tienen como inconvenientes un mayor requerimiento en la homogeneización de las materias primas, mayor coste del equipo y la posibilidad de que la puesta en marcha y parada de la instalación sea extremadamente compleja. Por ello, los procesos continuos se suelen utilizar en operaciones a gran escala y

los discontinuos en procesos a pequeña escala o cuando se obtengan productos diferentes o un mismo producto con diferentes especificaciones según la demanda del mercado.

7. Las ecuaciones de conservación de materia y energía, comúnmente conocidas como balances, permiten calcular las variables que caracterizan las corrientes de materia y energía de un determinado proceso: caudal, temperatura, presión, composición y energía.
8. El número de balances que se pueden plantear en un proceso generalmente excede al número de variables a calcular. Sin embargo, el mayor o menor acierto en la elección de los balances a plantear determina en gran medida la facilidad de la resolución global del problema.
9. El planteamiento de los balances debe realizarse con precaución puesto que las ecuaciones resultantes deben ser independientes unas de otras. En este sentido en una determinada operación o grupo de operaciones, no se pueden plantear más balances que el número de componentes presentes. Por otro lado, el número máximo de sistemas donde se pueden plantear balances (operaciones unitarias o grupos de ellas) es igual al número de operaciones básicas más el número de nodos presentes en el proceso global.

Problemas propuestos

1. Expresar la conductividad calorífica $k = 0,2390 \text{ kcal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ en:
 - a)* $\text{W cm}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$,
 - b)* $\text{Btu pulg h}^{-1} \text{ ft}^{-2} \text{ }^\circ\text{F}^{-1}$, y
 - c)* $\text{J m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Datos

- 1 ft < > 30,48 cm, 1 pulg < > 2,54 cm, 1°C < > $1,8^\circ\text{F}$, 1 Btu < > 252 cal, 1 J < > 0,24 cal.
2. La difusividad del oxígeno en agua a 25°C y 1 atm, expresada en un sistema inglés de unidades, es $8,325 \cdot 10^{-5} \text{ pie}^2 \text{ h}^{-1}$. Deducir su correspondiente valor en el SI de unidades.

Datos

1 ft < > 30,48 cm, 1 h < > 3.600 s.

3. En los procesos de filtración a presión constante, el volumen de líquido filtrado está relacionado con el tiempo de filtración por la ecuación:

$$V^2 = 2A^2 \Delta P \frac{(1 - MS)\theta}{\mu S \alpha \rho}$$

donde V = volumen de filtrado (ft^3), A = área filtrante (ft^2), ΔP = presión (lb pulg^{-2}), S = fracción másica del sólido en la suspensión, M = relación peso torta húmeda / peso torta seca, θ = tiempo de filtración (s), μ = viscosidad del líquido ($\text{lb ft}^{-1} \text{s}^{-1}$), ρ = densidad líquido (lb ft^{-3}), α = resistencia específica de la torta $\text{s}^2 \text{lb}^{-1}$.

Hallar el coeficiente de proporcionalidad de la ecuación si se quiere expresar V en cm^3 , A en cm^2 , ρ en g cm^{-3} , θ en min., μ en cp, α en $\text{s}^2 \text{kg}^{-1}$ y P en atm.

Datos

1 ft < > 0,3048 m, 1 lb pulg⁻¹ < > 6,8046 10⁻² atm, 1 lb < > 0,453 kg, 1 cp < > 6,72 10⁻⁴ lb ft⁻¹ s⁻¹, y 1 min < > 60 s.

4. Al estudiar la potencia, P (J s^{-1}) necesaria para un agitador, se llega a la conclusión de que ésta depende de las siguientes variables: D : diámetro del agitador (m), μ : viscosidad del líquido ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$), g : aceleración de la gravedad (m s^{-2}), ρ : densidad del líquido (kg m^{-3}), y N : velocidad del agitador (s^{-1}). Aplicar la técnica del análisis dimensional para deducir una expresión adecuada para el cálculo de la potencia, una vez que mediante la experiencia se aclare la naturaleza de la función que resulte del análisis propuesto.
5. En la transferencia de oxígeno en un fermentador, influyen las siguientes variables: D_c : diámetro del agitador (m), D : difusividad del oxígeno en el medio ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), N : velocidad de agitación (s^{-1}), ρ : densidad del medio (kg m^{-3}), σ : tensión superficial (kg s^{-1}), μ : viscosidad del medio ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$). Determinar una ecuación

adimensional para calcular el coeficiente volumétrico de transferencia de oxígeno: $K_L a$ (s^{-1}).

6. Para fabricar mermelada se mezcla la fruta triturada con suficiente azúcar para que la proporción de la mezcla sea 45 partes en peso de fruta a 55 partes de azúcar. Asimismo, se añade por cada 100 kg de azúcar, 250 g de pectina. La mezcla se homogeneiza y evapora hasta que la concentración en sólidos, deducida por medidas refractométricas, sea del 67% en peso. Calcular:
- el rendimiento de mermelada que se obtendrá a partir de un fruto con 14% de sólidos, y
 - cantidad de agua evaporada.
7. Las semillas de soja pueden procesarse en tres etapas. En la primera se muelen y presan, alimentándose 10.000 kg de semillas con 35% en peso de proteína, 27,1% de hidratos de carbono, 9,4% de fibra, 10,5% de agua y 18% de aceite, reduciéndose el contenido de este último al 6%. En la segunda etapa, las semillas prensadas se extraen con hexano para reducir el contenido en aceite al 0,5%, pasando por último a la tercera etapa donde se secan para dar un producto con 8% de agua en peso. Calcular:
- cantidad de semillas prensadas obtenidas en la primera etapa,
 - cantidad de semillas que salen de la segunda etapa, y
 - cantidad de semillas secas que salen de la tercera etapa y el porcentaje de proteínas que contienen.
8. Un jugo concentrado de naranja se obtiene a partir del obtenido por prensado de naranjas que tiene un contenido del 12,5% en peso de sólidos. El jugo del 12,5% se hace pasar a un separador previo donde se extrae un jugo más concentrado y otro más diluido. Este último se lleva a un evaporador de vacío para evitar la pérdida de esencias volátiles, concentrándose hasta el 58% en sólidos. Por mezcla de este concentrado con el jugo concentrado del separador se obtiene un producto final con un 42% de peso en sólidos. Si la relación de jugo concentrado a diluido que sale del separador es de 1/4, calcular:

- a) cantidad de agua evaporada por cada kg de alimento fresco,
 - b) concentraciones de las corrientes que salen del separador, y
 - c) relación entre el jugo concentrado final y el diluido en el alimento (12,5%).
9. Unos aceites vegetales se hidrogenan catalíticamente en un reactor con el fin de obtener las grasas correspondientes que resultan más inertes a la oxidación por el aire. Con el fin de disminuir la viscosidad de las materias primas, antes de introducir las en el reactor se mezcla en primer lugar con disolvente puro y después con una corriente de recirculación, también de disolvente, de tal forma que la proporción de aceite a la entrada del reactor sea de 20% en peso. La masa de reacción se hace pasar a un separador donde por destilación fraccionada se obtienen tres corrientes: a) el exceso de aceite sin reaccionar que se encuentra disuelto en el disolvente al 65% y que se recircula al reactor, b) disolvente puro que se utiliza para formar la mezcla inicial del 20% y c) las grasas hidrogenadas que a su vez se encuentran en el disolvente en proporción del 75%.

El tren de almacenamiento está diseñado de tal manera que el caudal total de esta última corriente que sale del separador no puede exceder de 1.500 kg h⁻¹. Si la conversión del proceso de hidrogenación es del 90%, calcular:

- a) máximo caudal de alimento fresco que puede introducirse al reactor,
- b) caudal volumétrico de disolvente puro que sale del separador,
- c) caudal de aceite que ha de mezclarse con el disolvente para conseguir la disolución inicial del 20%, y
- d) caudal de hidrógeno necesario para la hidrogenación, si éste se introduce al reactor en un 10% en exceso, con una presión de 5 atm y temperatura de 25 °C y el hidrógeno de que se dispone viene impurificado con un 2% de un gas inerte.

Datos

Peso molecular del aceite = 246, densidad del disolvente = 0,8 g cm⁻³. Considérese que

el número de dobles enlaces que posee cada molécula de aceite es de 4 y que el hidrógeno se comporta como un gas ideal.

10. En un secador se tratan 100 kg h⁻¹ de un sólido que contiene 0,10 kg de agua por cada kg de sólido seco, para reducir su contenido de humedad hasta 0,01, poniéndolo en contacto con aire a 30 °C con una humedad absoluta de 0,005 kg de agua por kg de aire seco. El aire abandona el secador a 45 °C con una humedad de 0,045 kg de agua por kg de aire seco. El sólido permanece en todo momento a 20 °C. El aire que se alimenta al secador se prepara mezclando aire fresco a 20 °C, con una humedad absoluta de 0,0025 kg de agua por kg de aire seco, con parte del aire efluente del secador y calentando la mezcla resultante en un cambiador de calor que utiliza agua a 90 °C como agente de calefacción, que abandona el mismo a 60 °C. Calcular:

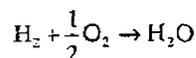
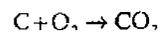
- a) la cantidad de aire recirculado,
- b) la cantidad de agua necesaria en el cambiador,
- c) la humedad del aire a la entrada y a la salida del desecador, y
- d) el caudal volumétrico de aire fresco que debe introducirse.

Datos

Calores específicos (kcal kg⁻¹ °C): aire = 0,24, agua = 0,46. Presión de vapor del agua en función de la temperatura:

$$\ln P_v = 18,3068 - \frac{3816,4}{T - 46,13} \therefore P(\text{mmHg}), T(\text{K})$$

11. Se desea diseñar una caldera para producir 200 kg h⁻¹ de vapor de agua saturado a 120 °C. Como combustible se utiliza un fuel-oil con una composición media de un 85% y un 15% de carbono e hidrógeno, respectivamente, a una temperatura de 20 °C.



Suponiendo que la combustión es completa, debido a que se emplea un 30% de exceso de aire a 15 °C, y que la temperatura del agua a la entrada de la caldera es de 60 °C, calcular:

- a) cantidad de fuel-oil por hora necesario para el funcionamiento de la caldera,
- b) caudal de aire fresco necesario, y
- c) composición de los gases de combustión si éstos abandonan la caldera a 150 °C.

Datos

Calores específicos (cal mol⁻¹ °C⁻¹):

C = 3,0; H₂ = 4,97; CO₂ = 9,92; O₂ = 7,24; y H₂O = 8,20.

Variación de entalpía de formación (cal mol⁻¹):

CO₂ = 94052; H₂O = 57.800

Calor latente de vaporización del agua a 120 °C:
525 cal g⁻¹.

REOLOGÍA

- 3.1. Introducción
- 3.2. Clasificación reológica de los fluidos
- 3.3. Ensayos reológicos de fluidos viscosos puros y fluidos plásticos
- 3.4. Ensayos reológicos de fluidos viscoelásticos y semisólidos

Este capítulo está dedicado al estudio de las propiedades reológicas de los alimentos líquidos y semisólidos, las cuales determinan su mayor o menor consistencia y resultan fundamentales tanto en el diseño de operaciones de tratamiento de alimentos como en medidas de control de calidad de los mismos. Se pasa revista a los

diferentes tipos de fluidos según su comportamiento reológico, haciendo mayor énfasis en los fluidos no newtonianos, ya que es el caso más frecuente dentro de los alimentos. Finalmente se describe el fundamento de los principales ensayos reológicos, tipos de viscosímetros y otros aparatos de determinación de propiedades reológicas.

NOMENCLATURA

$\bar{\sigma}$	Tensión (N m^{-2})	δ	Espaciado en un viscosímetro de cilindros concéntricos o entre dos placas planas (m), deformación absoluta en el ensayo de tracción (m), desfase entre tensión y deformación en ensayos dinámicos (rad)
A_0	Sección transversal inicial de una probeta en el ensayo de tracción (m^2)	ΔP	Diferencia de presiones (N m^{-2})
C	Concentración de sólidos en una suspensión (kg m^{-3})	ϵ	Deformación longitudinal unitaria
E	Módulo de elasticidad (N m^{-2})	γ	Velocidad de deformación (s^{-1})
E_a	Energía de activación (J mol^{-1})	η	Viscosidad plástica ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
F	Fuerza aplicada (N)	μ	Viscosidad ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
G	Módulo de rigidez (N m^{-2})	μ_0	Factor preexponencial de la viscosidad ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
k	Índice de consistencia ($\text{N m}^{-2} \text{s}^{-n}$)	μ_A	Viscosidad aparente ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
L	Longitud (m)	μ_{A0}	Factor preexponencial de la viscosidad aparente ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
L_0	Longitud inicial de una probeta en el ensayo de tracción (m)	ρ	Densidad (kg m^{-3})
M	Peso molecular medio	ν	Módulo de Poisson
n	Índice de comportamiento	θ	Deformación angular (rad)
P	Presión (N m^{-2})	θ_0	Ángulo en un viscosímetro de plato y cono (rad), amplitud de la deformación en ensayos dinámicos (rad)
Q_V	Caudal volumétrico ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)	σ	Tensión normal (N m^{-2})
R	Radio (m)	τ	Tensión tangencial (N m^{-2})
R_1	Radio del cilindro interno en un viscosímetro de cilindros concéntricos (m)	τ_c	Tensión tangencial crítica (N m^{-2})
R_2	Radio del cilindro externo en un viscosímetro de cilindros concéntricos (m)	τ_0	Tensión tangencial de rozamiento medida en la pared de la tubería (N m^{-2}), amplitud de la tensión tangencial en ensayos dinámicos (N m^{-2})
t	Tiempo (s)	ω	Velocidad de giro (rad s^{-1}). Frecuencia en ensayos dinámicos (Hz)
t_r	Tiempo de retraso de un elemento de Kelvin (s)		
t_∞	Tiempo de relajación (s)		
T	Temperatura (K), par de torsión (N m)		
V	Velocidad media de un fluido (m s^{-1})		
v	Velocidad local de un fluido (m s^{-1})		

GLOSARIO

comportamiento viscoso: Comportamiento típico de los fluidos que se presenta cuando el trabajo rea-

lizado por fuerzas externas se disipa completamente en forma de calor.

elasticidad: El comportamiento elástico de la materia se produce cuando, bajo la acción de fuerzas externas, el trabajo realizado se almacena íntegramente como energía interna de deformación.

plasticidad: Comportamiento de la materia intermedio entre el elástico y el viscoso. Se presenta cuando la magnitud de las fuerzas aplicadas sobrepasa un determinado valor.

reología: Ciencia que estudia el flujo y deformación de la materia.

viscoelasticidad: Comportamiento de la materia intermedio entre viscoso y elástico, que se manifiesta especialmente en materiales y sustancias poliméricas.

viscosidad: Propiedad relacionada con la consistencia de un fluido. Es una propiedad física en el caso de los fluidos newtonianos, mientras que en los fluidos no newtonianos depende de la tensión tangencial aplicada.

viscosímetro: Aparato que se utiliza para la determinación de las propiedades reológicas de fluidos.

3.1. Introducción

La mayor parte de las operaciones básicas de la Industria Alimentaria, tanto de conservación como de procesado de alimentos, conllevan el manejo de fluidos en movimiento. La propiedad más importante que rige el flujo de un fluido es su consistencia ya que determina la resistencia que hay que vencer para conseguir su desplazamiento. Las pérdidas de energía que se producen en un sistema de flujo por rozamiento entre diferentes porciones de fluido o entre el fluido y las superficies sólidas en contacto con el mismo dependen directamente de su consistencia.

El diseño de las operaciones en las que se desarrollan flujos de fluidos y de los correspondientes equipos requiere del conocimiento cuantitativo de la consistencia de dichos fluidos. Para ello, esta propiedad se suele expresar con más rigor, como la viscosidad del fluido. En la mayoría de los gases y líquidos ordinarios, la viscosidad es una propiedad física, función únicamente de las condiciones (presión y temperatura) en las que se encuentra el fluido. Sin embargo, gran parte de los fluidos que se manejan en la Industria Alimentaria presentan un comportamiento anómalo ya que su consistencia depende de factores adicionales y su viscosidad no es una pro-

iedad física propiamente dicha. Con frecuencia, la consistencia del fluido en un momento dado está determinada por su historia previa. Ello se debe a la naturaleza compleja de la mayoría de los alimentos líquidos, constituidos por macromoléculas, suspensiones de partículas sólidas, emulsiones, etc. La disposición de estas moléculas y partículas, así como las fuerzas de interacción entre las mismas pueden variar al someter al fluido a la acción de fuerzas externas. En ocasiones, es incluso difícil establecer si un alimento determinado es líquido o sólido, al encontrarse en un estado intermedio en el que la mayor o menor fluidez depende de la magnitud de las fuerzas externas que actúan sobre el mismo.

La consistencia de un alimento es una propiedad no sólo esencial en Ingeniería de Procesos para el cálculo y diseño de las correspondientes operaciones, sino que también es de interés en otras aplicaciones como son el control de calidad, la evaluación sensorial y la determinación de la estructura microscópica de los alimentos. La consistencia macroscópica del alimento viene determinada por variables a nivel microscópico como el tamaño y disposición de las macromoléculas, tamaño y grado de agregación de las partículas sólidas, fuerzas de interacción entre moléculas y/o partículas, etc. Es decir,

es posible detectar y evaluar alteraciones en la microestructura del alimento a partir de los cambios que se producen en su consistencia.

3.2. Clasificación reológica de los fluidos

La *Reología* se define como la ciencia que estudia el flujo y la deformación de la materia en general, aunque en la práctica la mayor parte de los estudios reológicos se suelen aplicar a sustancias más o menos fluidas.

Cuando la materia se encuentra sometida a la acción de fuerzas externas se pueden presentar dos casos extremos de comportamiento:

- a) *Comportamiento elástico*. La aplicación de fuerzas externas provoca una deformación y un cambio de volumen de la materia, realizándose un trabajo que se acumula como energía interna de deformación. Estas transformaciones son reversibles, puesto que, cuando las fuerzas externas dejan de actuar, el sistema recupera instantáneamente la forma y dimensiones originales, mientras que la energía acumulada se retorna en forma de trabajo.
- b) *Comportamiento viscoso*. En este caso la materia también se deforma bajo la acción de las fuerzas aplicadas, pero el trabajo realizado se disipa completamente en forma de calor. Por ello, cuando la acción de dichas fuerzas cesa, el estado de deformación permanece.

Entre ambos extremos se dan situaciones intermedias en las que parte del trabajo realizado se acumula como energía interna y el resto se degrada irreversiblemente en forma de calor de forma que, cuando las fuerzas externas se suprimen, el estado original sólo se recupera parcialmente. Así, el comportamiento plástico que presentan determinados materiales se da cuando la magnitud de las fuerzas aplicadas sobrepasa un determinado valor, lo que provoca el paso de deformaciones elásticas a deformaciones per-

manentes. Por el contrario, en el comportamiento denominado viscoelástico la existencia simultánea de propiedades elásticas y viscosas se observa cualquiera que sea el valor de las fuerzas externas que actúan sobre el material.

Consideremos una superficie sobre la que se aplica una fuerza (figura 3.1). Se denomina *tensión* (\vec{A}) al cociente entre la fuerza aplicada y el área de dicha superficie. Tanto la fuerza como la tensión son magnitudes vectoriales, siendo necesario especificar su módulo, dirección y sentido. Lógicamente, la dirección y el sentido de ambas magnitudes son coincidentes. La tensión se puede desglosar en dos componentes, una perpendicular a la superficie que se denomina *tensión normal* (σ) y otra comprendida en el plano que pasa por esa superficie y que recibe el nombre de *tensión tangencial, rasante o de cizalladura* (τ).

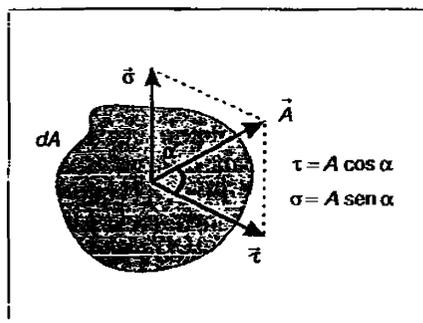


FIGURA 3.1. Componentes de la tensión que actúa sobre un elemento diferencial de superficie.

Los cuerpos en estado sólido se comportan habitualmente de forma elástica por debajo de un cierto valor de la tensión aplicada, mientras que por encima del mismo presentan un comportamiento plástico. Los fluidos, en cambio, reaccionan de forma diferente según que la fuerza aplicada sea normal o tangencial. Bajo la acción de tensiones normales son materiales elásticos. Habitualmente, las tensiones normales están originadas por la presión hidrostática, por

lo que en un punto determinado su valor es el mismo en todas las direcciones del espacio. Sin embargo, el comportamiento de los fluidos es viscoso cuando se aplican fuerzas o tensiones tangenciales. De hecho, los fluidos se definen convencionalmente como aquellas sustancias que se deforman y fluyen continuamente al aplicar una fuerza tangencial por pequeña que ésta sea. Por ello, las tensiones tangenciales son las que se tienen en cuenta al estudiar el comportamiento reológico de los fluidos. No obstante, existen determinados tipos de fluidos, que también presentan comportamientos plásticos y viscoelásticos, recibiendo los restantes para diferenciarlos el nombre de fluidos viscosos puros.

Se analiza a continuación el sistema representado en la figura 3.2, constituido por un fluido situado entre dos placas paralelas. La placa inferior permanece estacionaria, mientras que la superior se desplaza en la dirección x con una velocidad constante (V) debido a la aplicación de una fuerza rasante F . El rozamiento entre el fluido y dicha superficie provoca un desplazamiento del mismo en la dirección x , generándose un perfil de velocidad en el seno del mismo: la capa longitudinal de fluido en contacto con la placa inferior ($y = 0$) no se desplaza, mientras que la lámina de fluido en las proximidades de la placa superior ($y = \delta$) se mueve con velocidad V .

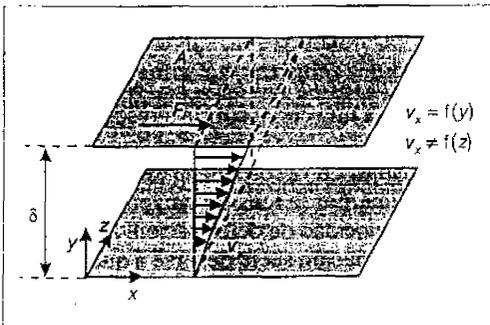


FIGURA 3.2. Perfil de velocidad a través de una capa de fluido situada entre dos placas paralelas: inferior estática, superior en movimiento.

En el espacio comprendido entre ambas placas, la velocidad de cada elemento de fluido (velocidad local) tendrá un valor intermedio entre 0 y V . Si el espaciado entre las placas (δ) es suficientemente pequeño, el perfil de velocidad se puede considerar lineal. Además, si la velocidad V no es muy elevada, el fluido se desplazará en régimen laminar, sin que se produzca mezcla transversal de unas láminas de fluido con otras.

La tensión tangencial o rasante aplicada sobre el fluido se puede calcular como:

$$\tau = \frac{F}{A} \tag{3.1}$$

El gradiente de velocidad o variación de la velocidad local del fluido con la coordenada espacial y se puede determinar como la pendiente del perfil de velocidad:

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \frac{V-0}{\delta} \tag{3.2}$$

Lógicamente, dado que la tensión tangencial aplicada provoca la formación del gradiente de velocidad, ambas variables han de estar relacionadas:

$$\tau = \Phi \left(\frac{dv_x}{dy} \right) \tag{3.3}$$

expresión que representa la ecuación reológica del fluido. Según cuál sea la función matemática Φ se dará un tipo u otro de comportamiento reológico. El gradiente de velocidad se suele denominar también velocidad de deformación, representándose por $\dot{\gamma}$, lo que permite expresar la ecuación reológica independientemente de la geometría del sistema de flujo considerado:

$$\tau = \Phi(\dot{\gamma}) \tag{3.4}$$

3.2.1. Fluidos newtonianos

Los fluidos newtonianos son aquellos en los que la tensión tangencial es directamente proporcional a la velocidad de deformación, cumpliéndose la ley de la viscosidad de Newton:

$$\tau = \mu\gamma \quad [3.5]$$

La constante de proporcionalidad μ es la viscosidad del fluido, propiedad física que depende fundamentalmente de la naturaleza, estado físico y temperatura del mismo. En el SI de unidades la viscosidad viene dada en $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$, aunque también es frecuente el uso de unidades del sistema cegesimal, expresándose en $\text{g cm}^{-1} \text{s}^{-1}$ (poise). De acuerdo con la ecuación [3.5], la representación gráfica $\tau - \gamma$ para un fluido newtoniano es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es la viscosidad del fluido.

El comportamiento newtoniano se presenta en casi todos los líquidos ordinarios como el agua, disoluciones acuosas de concentración no muy elevada y compuestos orgánicos de peso molecular bajo o moderado. También es característica de la mayoría de los gases si no se encuentran a altas presiones.

3.2.2. Fluidos no newtonianos

Son fluidos en los que la relación $\tau - \gamma$ no se ajusta a la ley de la viscosidad de Newton. Tienen un comportamiento reológico anómalo como consecuencia de su complejidad a nivel microscópico. Los fluidos no newtonianos suelen ser líquidos de naturaleza polimérica o están constituidos por dispersiones de partículas sólidas en el seno de un líquido. También pueden tratarse de emulsiones de dos fases líquidas inmiscibles. Cuando un fluido de estas características se encuentra sometido a la acción de tensiones tangenciales, se suelen producir cambios significativos en su microestructura, lo que a nivel macroscópico se traduce en una variación de la viscosidad del fluido en función de la intensidad de la tensión rasante apli-

cada. Por ello, en los fluidos no newtonianos la viscosidad no es una propiedad física, denominándose *viscosidad aparente* al cociente entre la tensión tangencial y la velocidad de deformación:

$$\mu_A = \frac{\tau}{\gamma} \quad [3.6]$$

La viscosidad aparente depende de las mismas variables que la viscosidad en fluidos newtonianos, pero además es función de la tensión tangencial o de la velocidad de deformación y también puede depender del tiempo de aplicación de esta última.

Los fluidos no newtonianos se clasifican en tres grandes grupos:

- Fluidos independientes del tiempo
- Fluidos dependientes del tiempo.
- Fluidos viscoelásticos.

A) Fluidos independientes del tiempo

La ecuación reológica de este tipo de fluidos y, por tanto, su viscosidad aparente no depende de la duración del tiempo de actuación de la tensión tangencial, ya que los cambios que provoca esta última se desarrollan de forma prácticamente instantánea.

Existen diferentes categorías de fluidos independientes del tiempo según la forma de la curva $\tau - \gamma$, tal y como se muestra en la figura 3.3:

- *Fluidos pseudoplásticos.* La relación $\tau - \gamma$ se ajusta a una curva cóncava respecto del eje de abscisas y que pasa por el origen de coordenadas. La viscosidad aparente disminuye al aumentar la tensión tangencial aplicada o la velocidad de deformación. El origen de esta variación suele deberse a que la fuerza externa provoca un descenso en la intensidad de las fuerzas de cohesión entre moléculas o partículas, lo que facilita su orientación en la dirección de la tensión rasante. También puede suceder que los agregados

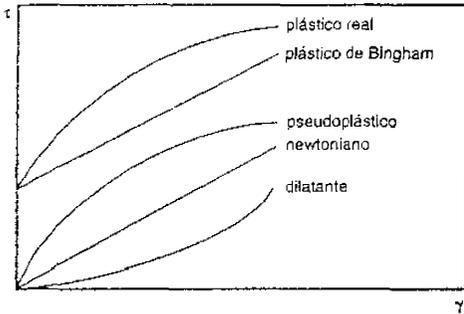


FIGURA 3.3. Curvas reológicas de fluidos independientes del tiempo.

de partículas se rompan liberando el líquido que tenían ocluido. Todos estos fenómenos tienden a disminuir el rozamiento, la consistencia y, por tanto, la resistencia al flujo. Los fluidos pseudoplásticos son los más frecuentes dentro de los fluidos no newtonianos.

- **Fluidos dilatantes.** En este caso la representación gráfica $\tau - \gamma$ conduce a una curva convexa respecto del eje de abscisas que pasa por el origen de coordenadas. Se caracterizan porque la viscosidad aparente aumenta con el gradiente de velocidad. Este tipo de comportamiento es poco frecuente, presentándose en suspensiones con una elevada concentración de sólidos, de forma que la aplicación de la tensión tangencial origina la expulsión del líquido situado entre las partículas sólidas, disminuyendo la lubricación y aumentando el rozamiento.

Tanto los fluidos pseudoplásticos como los dilatantes se describen mediante la misma ecuación reológica, denominada *ley de la potencia*:

$$\tau = k\gamma^n \quad [3.7]$$

donde k recibe el nombre de índice de consistencia y n el de índice de comportamiento.

El valor de este último parámetro depende del tipo de fluido: pseudoplástico ($n < 1$), dilatante ($n > 1$). Para $n = 1$ el fluido es newtoniano y la ecuación [3.7] se transforma en la ley de la viscosidad de Newton.

La ley de la potencia se puede linealizar tomando logaritmos en ambos miembros de la ecuación:

$$\log \tau = \log k + n \log \gamma \quad [3.8]$$

por lo que la representación gráfica de $\log \tau - \log \gamma$ es una línea recta de pendiente n y ordenada en el origen $\log k$.

La viscosidad aparente de un fluido pseudoplástico o dilatante se puede expresar en función de la velocidad de deformación combinando las ecuaciones [3.6] y [3.7]:

$$\mu_A = k \gamma^{n-1} \quad [3.9]$$

- **Fluidos plásticos de Bingham.** Para tensiones tangenciales por debajo de un determinado valor crítico, el comportamiento de estos fluidos es similar al de los sólidos elásticos con viscosidad infinita. Una vez que la tensión excede el valor crítico, la variación $\tau - \gamma$ es lineal al igual que en los fluidos newtonianos. La curva reológica de los fluidos plásticos de Bingham es una recta que no pasa por el origen de coordenadas (figura 3.3). Al igual que en los fluidos pseudoplásticos la viscosidad aparente disminuye al aumentar la velocidad de deformación. La existencia de un valor crítico de τ , denominado también *tensión de fluencia*, se debe a que el fluido posee inicialmente una estructura tridimensional con la suficiente rigidez como para soportar sin deformarse la aplicación de tensiones tangenciales hasta una determinada magnitud.

El comportamiento reológico de este tipo de fluidos se describe matemáticamente mediante el modelo de Bingham:

$$\gamma = 0; \text{ si } \tau < \tau_c \quad [3.10]$$

$$\tau = \tau_c + \eta \dot{\gamma} \quad \text{si } \tau \geq \tau_c \quad [3.11]$$

siendo τ_c la tensión de fluencia y η la rigidez o viscosidad plástica. Obsérvese que estos parámetros representan la ordenada en el origen y la pendiente de la recta en la representación gráfica $\tau - \dot{\gamma}$, respectivamente.

- *Fluidos plásticos reales o fluidos mixtos.* Sus propiedades reológicas son muy parecidas a las de los anteriores, presentando también un valor crítico o de fluencia de la tensión tangencial. Se diferencian de éstos en que, una vez superado el valor de τ_c la variación $\tau - \dot{\gamma}$ es similar a la de un fluido pseudoplástico (figura 3.3).

El modelo reológico más utilizado para describir los fluidos plásticos reales es el de Herschel-Bulkley que, al ser una generalización de los anteriores, es válido tanto para fluidos newtonianos como para todos los fluidos no newtonianos independientes del tiempo:

$$\tau = \tau_c + k \dot{\gamma}^n \quad [3.12]$$

De acuerdo con esta expresión, la determinación simultánea de los valores de τ_c , k y n a partir de datos del tipo $\tau - \dot{\gamma}$ ha de realizarse mediante métodos de regresión no lineal.

Otro modelo que se aplica con frecuencia a fluidos plásticos reales es el de Casson:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + k\sqrt{\dot{\gamma}} \quad [3.13]$$

De acuerdo con esta expresión, la representación gráfica $\sqrt{\tau} - \sqrt{\dot{\gamma}}$ es una recta de pendiente k y ordenada en el origen $\sqrt{\tau_c}$.

Recientemente, se ha cuestionado la existencia real de fluidos plásticos, atribuyéndose la tensión de fluencia a limitaciones de los equipos de medida para bajos valores de la tensión. En cualquier caso, los modelos matemáticos que se aplican a este

tipo de fluidos son de gran utilidad en el diseño de operaciones e instalaciones de flujo de fluidos.

B) Fluidos dependientes del tiempo

En este tipo de fluidos los parámetros reológicos y la viscosidad aparente varían a medida que transcurre el tiempo respecto del momento en el que se inició la aplicación de la tensión tangencial. Ello se debe a que los cambios que provoca dicha tensión en la microestructura del fluido no son instantáneos, sino que se producen paulatinamente a lo largo del tiempo. Como consecuencia, el valor de la viscosidad aparente en un momento dado depende de la historia reológica del fluido.

Se clasifican en fluidos *tixotrópicos* y *reopécnicos* según que la viscosidad aparente disminuya o aumente con el tiempo, respectivamente. A su vez, en función de la relación $\tau - \dot{\gamma}$ existente en un tiempo determinado, se pueden dividir en los mismos tipos de fluidos que los considerados en el apartado anterior: pseudoplásticos, dilatantes, plásticos de Bingham y plásticos reales. De las diferentes combinaciones posibles, el caso más frecuente es el de fluido *tixotrópico* y *pseudoplástico*. En la figura 3.4 se han representado

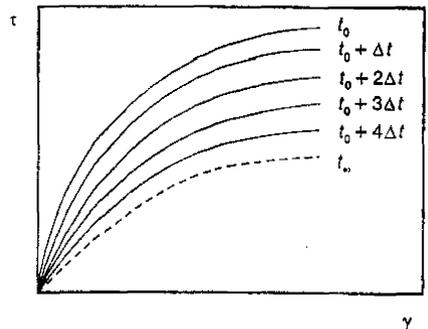


FIGURA 3.4. Curvas reológicas de un fluido tixotrópico y pseudoplástico.

las curvas reológicas que se obtendrían a diferentes tiempos para un fluido de estas características. La viscosidad aparente disminuye al aumentar tanto el tiempo de aplicación de la tensión tangencial como su intensidad. Para tiempos suficientemente largos (tiempo de relajación, t_{∞}), se suele llegar a un valor límite de la viscosidad aparente, es decir, el fluido alcanza finalmente un estado de equilibrio.

El tratamiento matemático para describir el comportamiento reológico de este tipo de fluidos es complejo y no se dispone de un modelo generalizado. Una simplificación habitual consiste en considerar que las influencias del tiempo y de la velocidad de deformación se pueden expresar mediante funciones independientes:

$$\tau = \Phi(\gamma, t) = \Phi_1(\gamma)\Phi_2(t) \quad [3.14]$$

donde la función $\Phi_1(\gamma)$ que tiene en cuenta la relación $\tau - \gamma$ se expresa tomando como referencia la ecuación reológica correspondiente a tiempo cero o al tiempo de equilibrio. Así, en el caso de fluido tixotrópico y pseudoplástico la ecuación reológica quedaría de la forma:

$$\tau = [k\gamma^n]_{t_0} \Phi_2(t) \quad [3.15]$$

siendo t_0 el tiempo de referencia.

En cálculos ingenieriles es frecuente suponer que la consistencia y viscosidad aparente de este tipo de fluidos no depende del tiempo. Así, si el tiempo de duración del ensayo o el tiempo de residencia del fluido en la instalación considerada son muy superiores al tiempo de relajación, no se comete un error demasiado importante si se aplica la ecuación reológica correspondiente al tiempo de relajación. En caso contrario, se puede aplicar un criterio de diseño conservador, tomando como referencia la ecuación reológica a tiempo cero, lo que implica una sobrevaloración de la consistencia del fluido y, en consecuencia, de las pérdidas de energía por rozamiento.

C) Fluidos viscoelásticos

Se trata de un caso especial de fluidos con propiedades intermedias entre el comportamiento elástico y el plástico, es decir, bajo la acción de fuerzas tangenciales parte del trabajo se disipa en forma de calor (componente viscosa) y parte se almacena como energía interna (componente elástica). Se suele presentar en sustancias de naturaleza polimérica como los geles. Cuando las macromoléculas que constituyen estas sustancias presentan un elevado grado de entrecruzamiento y numerosas ramificaciones, se produce una cierta resistencia al alineamiento de las mismas en la dirección de aplicación de la fuerza tangencial, generándose tensiones normales como reacción a esta última. Estas tensiones son perpendiculares a la fuerza tangencial aplicada y se superponen con las originadas por la presión. En estas condiciones, las tensiones normales que actúan en un punto determinado de un fluido viscoelástico no tienen el mismo valor en todas las direcciones.

En la figura 3.5 se muestra un elemento plano de un fluido viscoelástico sobre el que se aplica una determinada tensión tangencial τ en la dirección x . La tensión normal que soporta el elemento en esa dirección (σ_x) es la debida a la presión hidrostática, mientras que en la dirección y , la tensión normal (σ_y) es la suma de dos términos, el relacionado con la presión y el originado por el comportamiento viscoelástico. Por tanto, la tensión normal en la dirección y será mayor que en la dirección x . Precisamente, la diferencia entre ambas tensiones normales se toma como referencia para cuantificar reológicamente la componente elástica de este tipo de fluidos, ajustándose a ecuaciones del tipo de la ley de la potencia:

$$(\sigma_y - \sigma_x) = k'\dot{\gamma}^n \quad [3.16]$$

siendo $\dot{\gamma}$ la velocidad de deformación relacionada con la aplicación de la tensión tangencial y k' y n' los correspondientes parámetros reológicos del modelo.

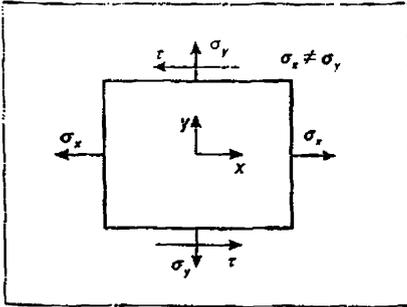


FIGURA 3.5. Tensiones que se generan en un elemento plano de fluido viscoelástico sometido a fuerzas tangenciales.

Las diferencias entre tensiones normales existentes en el seno de los fluidos viscoelásticos son responsables del desarrollo de fenómenos aparentemente anómalos durante su flujo. Así, el denominado efecto Weissenberg se observa al agitar un líquido viscoelástico en el interior de un recipiente. Durante la agitación de un fluido viscoso puro (figura 3.6a) se produce una depresión de la superficie del líquido en las proximidades del agitador. Sin embargo, en los líquidos viscoelásticos la existencia de tensiones normales paralelas al eje del agitador produce el efecto contrario: el fluido tiende a ascender por este último (figura 3.6b).

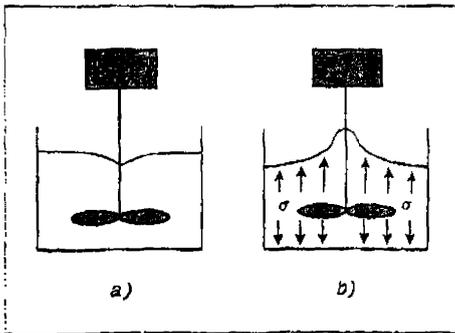


FIGURA 3.6. Efecto Weissenberg: a) fluido viscoso puro, b) fluido viscoelástico.

Asimismo, cuando un fluido viscoelástico circula por el interior de una conducción, la tensión tangencial debida al rozamiento con las paredes de la misma provoca la aparición de tensiones normales en dirección radial. Como consecuencia, a la salida de la conducción el fluido experimenta una expansión brusca de sus líneas de flujo, a diferencia de lo que sucede en el caso de fluidos viscosos puros (figura 3.7):

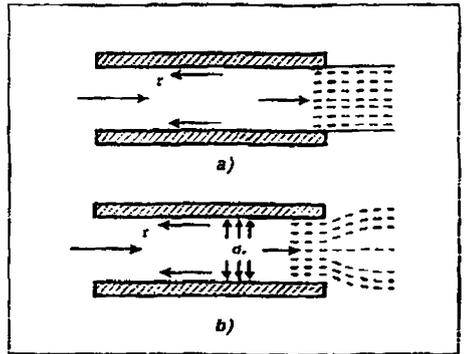


FIGURA 3.7. Líneas de flujo a la salida de una conducción: a) fluido viscoso puro, b) fluido viscoelástico.

El comportamiento viscoelástico también se manifiesta en la extrusión de pastas, al producirse modificaciones importantes en la forma y el tamaño del producto obtenido una vez finalizada la operación.

El análisis de los fluidos viscoelásticos se complica todavía más ya que la reacción elástica no se suele producir de forma instantánea sino que se desarrolla paulatinamente a lo largo del tiempo. Asimismo, dicha componente elástica se va transformando en componente viscosa, es decir, la energía acumulada se degrada paulatinamente, disipándose en forma de calor. Esta variación con el tiempo de las propiedades reológicas de los fluidos viscoelásticos explica que en algunas ocasiones se les confunda con fluidos no newtonianos dependientes del tiempo.

Una de las consecuencias del retraso existente en la generación y posterior desaparición de la reacción elástica se manifiesta claramente al comienzo del flujo del fluido, observándose un aumento inicial de la tensión tangencial que soporta el fluido seguido de una disminución paulatina hasta alcanzar un valor de equilibrio, tal y como puede observarse en la figura 3.8. El valor máximo de la tensión tangencial puede llegar a ser entre un 30 y un 300% superior al de la tensión de equilibrio (τ_0), por lo que este fenómeno puede tener importancia durante la puesta en marcha del equipo de flujo o en las zonas de entrada a sistemas de tuberías.

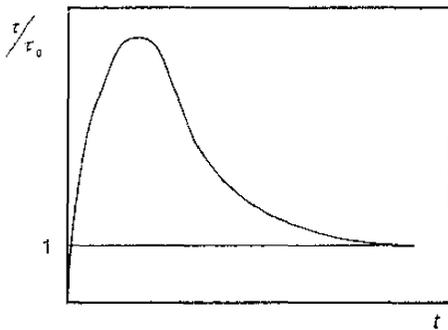


FIGURA 3.8. Desarrollo de tensiones tangenciales durante el flujo de un fluido viscoelástico.

En el caso de alimentos viscoelásticos, se ha encontrado que la evolución de las tensiones tangenciales a lo largo del tiempo se puede describir con una cierta aproximación mediante ecuaciones similares a la de Leider y Bird:

$$\tau = [k\gamma^n]_{\infty} \left[1 + (b\gamma t - 1) \exp\left(-\frac{t}{a n \lambda}\right) \right] \quad [3.17]$$

siendo $[k\gamma^n]_{\infty}$ la ecuación reológica correspondiente al comportamiento viscoso una vez alcanzado el valor de equilibrio, a y b parámetros a determinar y λ una constante de tiempo definida como:

$$\lambda = \left[\frac{k'}{2k} \right]^{\frac{1}{(n'-n)}} \quad [3.18]$$

Otra alternativa que se utiliza con bastante frecuencia para modelizar el comportamiento de materiales viscoelásticos se basa en la analogía existente con determinados sistemas mecánicos. Para ello, las propiedades elásticas se representan mediante un resorte mientras que las propiedades viscosas se identifican con un pistón que se desplaza sin ningún impedimento en el interior de un cilindro. La asociación de estos elementos en serie o en paralelo conduce a los modelos denominados de Maxwell y de Kelvin, respectivamente, representados esquemáticamente en la figura 3.9. Con frecuencia, estos modelos son demasiado sencillos para describir con rigor el comportamiento viscoelástico, requiriéndose elementos más complejos que se obtienen por combinación de los anteriores, tal y como se comenta más adelante en los apartados 3.4.3 y 3.4.4.

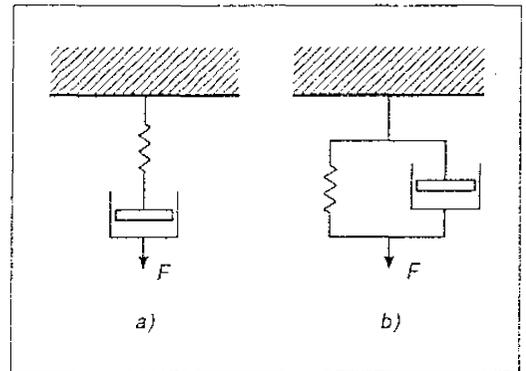


FIGURA 3.9. Modelos mecánicos de fluidos viscoelásticos: a) Elemento de Maxwell, b) Elemento de Kelvin.

3.2.3. Variables que influyen sobre la consistencia de los fluidos

La temperatura es uno de los factores que mayor efecto tiene sobre las propiedades reológicas

gicas de los fluidos. Su influencia depende en primer lugar del estado físico. En los gases la viscosidad aumenta con la temperatura mientras que en los líquidos sucede lo contrario.

Para los líquidos newtonianos, la relación $\mu - T$ se suele expresar mediante una ecuación tipo Arrhenius:

$$\mu = \mu_0 \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad [3.19]$$

siendo μ_0 el factor preexponencial y E_a la energía de activación, parámetro que proporciona información sobre la sensibilidad de la viscosidad frente a variaciones de la temperatura. Si se dispone de varios datos de viscosidad a diferentes temperaturas, dichos parámetros se pueden calcular mediante regresión lineal, una vez tomados logaritmos neperianos en la ecuación anterior:

$$\ln \mu = \ln \mu_0 + \frac{E_a}{RT} \quad [3.20]$$

En el caso de fluidos no newtonianos, la existencia de varios parámetros reológicos dificulta el establecimiento del efecto de la temperatura. En los fluidos pseudoplásticos y dilatantes no sólo el índice de consistencia sino también el índice de comportamiento pueden verse afectados por esta variable. En el caso de los fluidos plásticos, tanto la tensión tangencial de fluencia como la viscosidad plástica pueden variar con la temperatura. Por ello, en los fluidos no newtonianos es frecuente relacionar la temperatura con la viscosidad aparente, medida a una determinada velocidad de deformación, mediante ecuaciones semejantes a la [3.19]:

$$\mu_A = \mu_{A0} \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad [3.21]$$

Cuando el fluido está constituido por un disolvente con sólidos en suspensión, la consistencia

aumenta notablemente con la concentración de sólidos (C). En este caso, se han propuesto ecuaciones de tipo potencial que relacionan la viscosidad aparente con la concentración: -

$$\mu_A = \alpha C^\beta \quad [3.22]$$

donde el parámetro β , determinado experimentalmente, suele tener valores superiores a la unidad.

De la misma forma, en el caso de sustancias de naturaleza polimérica se ha observado la existencia de una relación de tipo potencial entre la viscosidad aparente y el peso molecular medio del polímero (M):

$$\mu_A = a M^b \quad [3.23]$$

3.2.4. Comportamiento reológico de los alimentos

El estudio de los alimentos líquidos y semilíquidos es de gran interés en Reología ya que entre ellos se presentan prácticamente todos los tipos de comportamiento reológico anteriormente descritos. En la bibliografía se pueden encontrar numerosas asignaciones de los alimentos más habituales a diferentes modelos reológicos, que con frecuencia son contradictorias. Estas discrepancias tienen su origen en la complejidad estructural y de composición de los alimentos, así como en la dificultad, que muchas veces se presenta, de realizar ensayos reológicos rigurosos, evitando la influencia de factores secundarios: elevaciones locales de la temperatura, modificación del tamaño de las partículas sólidas durante el ensayo, segregación del fluido con formación de una capa deslizante en las proximidades de las superficies sólidas, solapamiento de efectos debido a comportamientos tixotrópicos o viscoelásticos, etc.

Además, ha de tenerse en cuenta que la microestructura y consistencia de un alimento dado pueden variar apreciablemente según su procedencia o los métodos de elaboración y procesado que se hayan aplicado al mismo. Tam-

bién es frecuente que la ecuación reológica de un alimento sea válida únicamente en un determinado intervalo de velocidades de deformación y/o de temperatura.

Como ejemplos típicos de alimentos newtonianos cabe citar la leche, las cremas y natas, los aceites vegetales y la miel. No obstante, el comportamiento reológico más habitual es el pseudoplástico, que se da en la mayor parte de los purés y zumos de frutas y vegetales, la mostaza, etc. En cambio, los alimentos dilatantes son poco frecuentes, pudiendo citarse como ejemplo las suspensiones de féculas de cereales. Dentro del grupo de alimentos con comportamiento plástico de Bingham o plástico real se encuentran la pasta de pescado picado, el ketchup y la carne picada. Alimentos tixotrópicos son la leche condensada, las mayonesas y la clara de huevo. Finalmente, como ejemplos de alimentos con propiedades viscoelásticas son de mencionar las mantequillas y margarinas, la masa de pan y los pudings.

En el cuadro 3.1 se recogen datos bibliográficos de los parámetros reológicos para diferentes alimentos, de acuerdo con el modelo generalizado de Hershel-Bulkley.

No obstante, la validez de una ecuación reológica correspondiente a un alimento determinado depende del intervalo de velocidades de deformación y tiempo de aplicación de la tensión tangencial con los que se ha obtenido comparado con las condiciones existentes en el equipo donde se vaya a procesar dicho alimento. En este sentido en el cuadro 3.2 se presentan valores aproximados de dichas variables para diferentes operaciones básicas de la Industria Alimentaria.

3.3. Ensayos reológicos de fluidos viscosos puros y fluidos plásticos

Los aparatos que se utilizan para determinar experimentalmente las propiedades reológicas de los fluidos se denominan *viscosímetros*. Los ensayos reológicos han de realizarse con el fluido des-

plazándose en régimen laminar y a temperatura constante, lo que requiere que los viscosímetros estén adecuadamente termostatizados. No obstante, no siempre es posible conseguir que la temperatura sea uniforme en todo el fluido debido al calor que se disipa por rozamiento, especialmente cuando se trabaja con fluidos muy viscosos o a elevadas velocidades de deformación.

Existen numerosos aparatos y procedimientos para la determinación cuantitativa de la consistencia de líquidos basados en métodos más o menos empíricos. El inconveniente principal de los mismos radica en que la información que proporcionan sobre el comportamiento reológico del fluido es muy limitada ya que a lo sumo permiten calcular la viscosidad aparente en unas determinadas condiciones. Se trata de ensayos que tienen valor a efectos comparativos entre diferentes muestras de un mismo tipo de fluido, por lo que se aplican fundamentalmente en el control de calidad del producto en cuestión.

En este apartado se pasa revista a los aparatos que proporcionan una información detallada sobre las propiedades reológicas del fluido, permitiendo su asignación a un determinado modelo, así como el cálculo de la ecuación reológica que mejor describe su comportamiento. Se consideran dos tipos de viscosímetros, los denominados rotatorios y los de tubo.

3.3.1. Viscosímetros rotatorios

En este tipo de instrumentos el líquido en estudio se sitúa entre dos superficies sólidas, una de las cuales permanece estacionaria mientras que la otra gira a una determinada velocidad por aplicación de un par de torsión. Las medidas se llevan a cabo variando el par aplicado (T) y registrando la velocidad de giro de la superficie sólida (ω) o viceversa. Dependiendo de la geometría se distinguen diferentes tipos de viscosímetros rotatorios: cilindros concéntricos, plato y cono, cono-cono, platos paralelos, disco, etc. Los más comunes son los dos primeros, por lo que su funcionamiento se detalla a continuación.

CUADRO 3.1
Parámetros reológicos de diferentes alimentos

Producto	% Sólidos	T (°C)	τ_c (N m ⁻²)	k (N m ⁻² s ⁻ⁿ)	n
Conc. zumo de naranja	-	0,0	-	14,04	0,622
	-	15,0	-	6,71	0,609
	-	25,0	-	5,06	0,538
Puré de melocotón	10,9	26,6	-	0,94	0,440
	29,6	26,6	-	18,00	0,400
	40,1	26,6	-	58,50	0,350
Compota de manzana	11,0	30,0	-	11,60	0,300
Puré de plátano	-	23,8	-	10,70	0,333
Puré de zanahorias	-	25,0	-	24,16	0,228
Puré de pera	24,3	26,6	-	5,75	0,390
	37,6	26,6	-	49,70	0,380
	51,3	26,6	-	205,00	0,340
Conc. zumo de tomate	5,8	32,2	-	0,22	0,590
	16,0	32,2	-	3,16	0,450
	30,0	32,2	-	18,7	0,400
	30,0	65,5	-	11,7	0,430
Puré de tomate	25,0	-	-	7,78	0,236
	47,7	-	2,04	1,08	0,550
Ketchup	-	25,0	32,0	18,70	0,270
	-	45,0	24,0	16,00	0,290
	-	65,0	14,0	11,30	0,290
Crema (10% en grasa)	-	40	-	0,00148	1,0
	-	60	-	0,00107	1,0
Crema (30% en grasa)	-	40	-	0,00395	1,0
Pescado picado	-	4,0	1600	8,55	0,910
Leche sin homogeneizar	-	0	-	0,00340	1,0
	-	20	-	0,00199	1,0
	-	40	-	0,00123	1,0
Leche homogeneizada	-	20	-	0,00200	1,0
	-	40	-	0,00110	1,0
	-	60	-	0,00078	1,0
Chocolate fundido	-	46	1,16	0,57	0,574
Miel	18,2	25	-	4,80	1,0
Mayonesa	-	25	-	6,40	0,550
Mostaza	-	25	-	27,00	0,340
Aceite de oliva	-	10	-	0,13800	1,0
	-	40	-	0,03630	1,0
	-	70	-	0,01240	1,0
Aceite de girasol	-	38	-	0,03110	1,0

CUADRO 3.2
Intervalo de variables de proceso en diferentes operaciones de la Industria Alimentaria

Operación	T (°C)	γ (s ⁻¹)	t (s)	P (atm)
Agitación y mezcla	25-140	10-1.000	100-10.000	0-2
Impulsión/Bombeo	5-95	1-5.000	1-1.000	0-100
Flujo/Dosificación	5-95	1-1.000	1-100	1-50
Homogeneización	25-300	1.000-150.000	1-10	10-1.000
Emulsificación	25-350	1.000-50.000	100-1.000	1-500
Dispersión	25-200	1.000-150.000	1-500	1-2
Esterilización	110-140	1-5.000	1-500	2-6
Pasteurización	80-90	1-50	100-1.000	1-2

A) Viscosímetros de cilindros concéntricos

Están constituidos por dos cilindros coaxiales de radios R_1 y R_2 de forma que el espacio que queda entre los mismos (δ) está ocupado por el líquido en estudio (figura 3.10). El cilindro rotatorio puede ser el exterior o el interior, siendo este último el caso más frecuente.

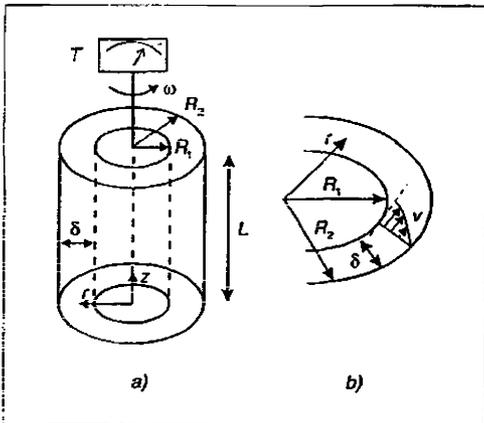


FIGURA 3.10. Viscosímetro de cilindros concéntricos: a) esquema del aparato, b) perfil de velocidad a través del líquido.

Los resultados experimentales se obtienen en forma de tabla con parejas de valores $T - \omega$. El procedimiento que se sigue para obtener la ecuación reológica del fluido depende del valor de la relación δ/R_1 :

- Viscosímetro de espacio estrecho ($\delta/R_1 < 0,1$). El espacio que ocupa el fluido entre ambos cilindros tiene un espesor muy pequeño, por lo que se puede admitir que el perfil de velocidad del fluido es lineal, es decir el gradiente de velocidad (variación de la velocidad local con la coordenada radial) es constante en cada medida. Suponiendo que sólo se produce rozamiento entre el líquido y la pared lateral de los cilindros se cumple:

$$\tau = \frac{T}{2\pi R_1^2 L} \quad [3.24]$$

$$\gamma = \left(-\frac{dv}{dr} \right) = \frac{\omega R_1}{\delta} \quad [3.25]$$

donde el signo negativo del gradiente de velocidad tiene en cuenta que en esta geometría

la velocidad local del fluido disminuye al aumentar r . Por aplicación de las ecuaciones anteriores a los datos experimentales obtenidos en el viscosímetro se llega a una tabla de valores $\tau - \dot{\gamma}$ que, representada gráficamente y por comparación con las curvas de la figura 3.3, permite determinar el comportamiento reológico del fluido. A su vez, el ajuste de estos datos a la ecuación reológica correspondiente permite la estimación de los parámetros que aparecen en la misma.

Se cumple:

$$\frac{S}{R_1} \geq 0,1 \quad [3.26]$$

- Viscosímetro de espacio ancho ($\delta/R_1 > 0,1$). En este caso, el perfil de velocidad no puede considerarse lineal y, por tanto, el gradiente de velocidad varía en cada medida de un punto a otro a lo largo de la coordenada radial. La forma de este perfil de velocidad viene determinada por el comportamiento reológico del fluido y las ecuaciones que describen este sistema dependen del tipo de fluido:

- *Fluidos newtonianos*. Para un valor dado de la coordenada radial se cumple:

$$\tau = \frac{T}{2\pi r^2 L} \quad [3.27]$$

y teniendo en cuenta la ley de la viscosidad de Newton:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} = \mu \left(-\frac{dv}{dr} \right) = \mu r \left(-\frac{d\omega}{dr} \right) \quad [3.28]$$

Igualando las ecuaciones [3.27] y [3.28] y separando variables:

$$-\mu r \frac{d\omega}{dr} = \frac{T}{2\pi r^2 L} \quad [3.29]$$

$$d\omega = -\frac{T}{2\pi\mu L} \frac{dr}{r^3} \quad [3.30]$$

Integrando a lo largo de todo el espacio entre ambos cilindros:

$$\int_0^\omega d\omega = -\frac{T}{2\pi\mu L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^3} \quad [3.31]$$

$$\omega = \frac{T}{4\pi\mu L} \left[\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right] \quad [3.32]$$

De acuerdo con esta última expresión, la representación gráfica $\omega - T$ para un fluido newtoniano ha de ser una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y de cuya pendiente se puede obtener la viscosidad del mismo.

- *Fluidos pseudoplásticos y dilatantes*. Mediante un tratamiento matemático análogo al realizado para los fluidos newtonianos, sustituyendo la ley de la viscosidad de Newton por la ley de la potencia, se llega a la siguiente ecuación:

$$\omega = \frac{n}{2k^{1/n}} \left(\frac{T}{2\pi L} \right)^{1/n} \left[\frac{1}{R_1^{2/n}} - \frac{1}{R_2^{2/n}} \right] \quad [3.33]$$

Esta expresión es linealizable tomando logaritmos en ambos miembros, de forma que a partir de la ordenada en el origen y la pendiente de la representación gráfica $\ln\omega - \ln T$ se pueden obtener los valores de los parámetros reológicos de este tipo de fluidos, k y n , tal y como se muestra en la figura 3.11.

- *Fluidos plásticos de Bingham*. En este caso, la ecuación que relaciona la velocidad de giro con el par de torsión depende de si la tensión tangencial aplicada sobrepasa la de fluencia o no en todo el espesor de fluido:

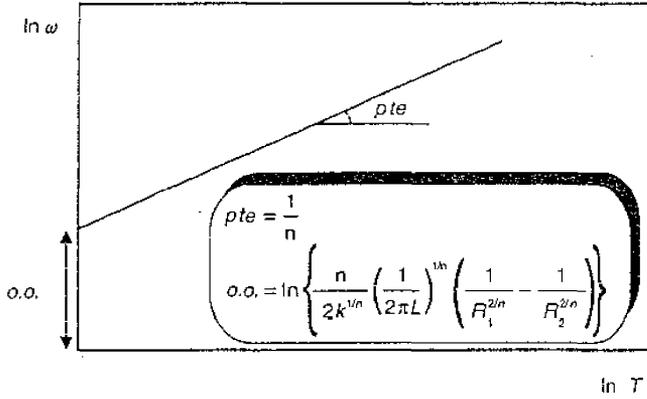


FIGURA 3.11. Relación $\omega - T$ para fluidos pseudoplásticos o dilatantes en viscosímetros de cilindros concéntricos de espacio ancho.

$$\omega = \frac{T}{4\pi L \eta} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) - \frac{\tau_c}{\eta} \ln \frac{R_2}{R_1};$$

si $\tau_c \leq \frac{T}{2\pi R_1^2 L}$ [3.34]

$$\omega = \frac{T}{4\pi L \eta} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{2\pi L \tau_c}{T} \right) - \frac{\tau_c}{2\eta} \ln \left(\frac{T}{2\pi L \tau_c R_1^2} \right)$$

si $\frac{T}{2\pi R_2^2 L} < \tau_c < \frac{T}{2\pi R_1^2 L}$ [3.35]

Mientras que la relación $\omega - T$ según la ecuación [3.34] es lineal, en el caso de la expresión [3.35] el ajuste de los datos experimentales ha de realizarse mediante métodos de regresión no lineal.

- **Viscosímetro de un solo cilindro.** Se pueden considerar una modificación de los viscosímetros de cilindros concéntricos en la que el cilindro externo se sustituye por un recipiente suficientemente alejado del cilindro interno como para que su presencia no influya sobre la velocidad de giro de este último. Las ecuaciones aplicables a viscosímetros de un solo cilindro se

pueden derivar de las anteriores haciendo $R_2 = \infty$.

En lugar de aplicar las ecuaciones anteriores, válidas para todo el espesor de fluido, algunos autores han obtenido expresiones más simplificadas que permiten determinar los parámetros reológicos a partir de la tensión tangencial y la velocidad de deformación existentes en la capa de fluido en contacto con la pared sólida.

Ejemplo 3.1. Determinación de propiedades reológicas mediante un viscosímetro de cilindros concéntricos. Efecto de la temperatura.

Las propiedades reológicas de una partida de leche homogeneizada se han estudiado mediante un viscosímetro rotatorio de cilindros concéntricos, en el que gira el cilindro interno, mientras que el externo permanece estacionario. El cilindro interno posee una longitud efectiva de 10 cm y un radio de 4 cm. La distancia de separación entre ambos cilindros es de 1 mm. Los ensayos se han llevado a cabo fijando la velocidad de giro del cilindro interno, midiéndose el par de torsión aplicado. Se han realizado dos series de experimentos a diferentes temperaturas, obteniéndose los resultados que se recogen en la siguiente tabla:

N (rpm)	3	6	12	30	60	90
$\tau \cdot 10^7$ (N m) 20 °C	240	510	1.000	2.600	4.900	7.600
$\tau \cdot 10^7$ (N m) 70 °C	90	170	360	900	1.700	2.700

Determinar la ecuación reológica correspondiente a este alimento, incluyendo la influencia de la temperatura.

Solución

En primer lugar, con objeto de determinar el tipo de viscosímetro utilizado, se calcula la relación δ/R_1 :

$$\frac{\delta}{R_1} = \frac{0,001}{0,04} = 0,025$$

El resultado obtenido es inferior a 0,1 lo que indica que se trata de un viscosímetro de espacio estrecho, siendo válido suponer un perfil de velocidad lineal en el fluido. Por tanto, los valores de la tensión tangencial y del gradiente de velocidad correspondientes a cada punto experimental se pueden determinar mediante las ecuaciones [3.24] y [3.25], respectivamente:

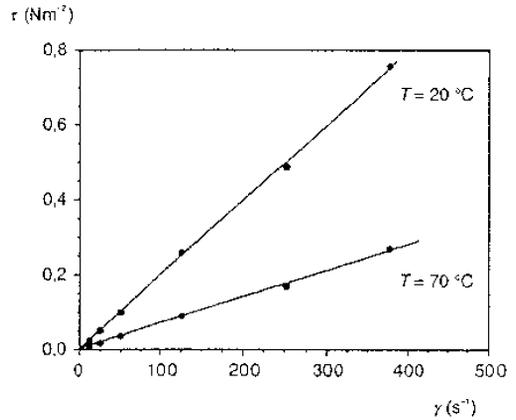
$$\tau = \frac{T}{2\pi R_1^2 L} = \frac{T}{2\pi(0,04)^2 \cdot 0,1} = 994,72 T$$

$$\gamma = \frac{\omega R_1}{\delta} = \frac{\omega \cdot 0,04}{0,001} = 40\omega = 40 \left(\frac{2\pi N}{60} \right) = 4,1888 N$$

Aplicando estas ecuaciones a los resultados experimentales obtenidos con el viscosímetro se obtiene la siguiente tabla.

Los datos de tensión tangencial frente a velocidad de deformación correspondientes a cada temperatura se han representado gráficamente a continuación.

ω (rad/s)	γ (s ⁻¹)	τ (N m ⁻²) 20°C	τ (N m ⁻²) 70°C
0,3142	12,57	0,0239	0,0090
0,6283	25,13	0,0507	0,0169
1,2566	50,27	0,0995	0,0358
3,1416	125,67	0,2586	0,0898
6,2832	251,34	0,4874	0,1691
9,4248	377,01	0,756	0,2686



Para las dos temperaturas de trabajo la relación $\tau - \gamma$ se aproxima a una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, lo que sugiere que en ambos casos la leche homogeneizada se comporta como un fluido newtoniano. Mediante regresión por mínimos cuadrados se obtienen los siguientes resultados:

$T = 20 \text{ °C}$	$T = 70 \text{ °C}$
Ord. orig. = $1,82 \cdot 10^{-4}$	Ord. orig. = $-4,60 \cdot 10^{-4}$
Pend. = $1,989 \cdot 10^{-3}$	Pend. = $7,03 \cdot 10^{-4}$
Coef. correl. = 0,9997	Coef. correl. = 0,9993

Los valores de la ordenada en el origen y el coeficiente de correlación resultantes del ajuste confirman que la ley de Newton describe satisfactoriamente el comportamiento reológico de la leche homogeneizada. La viscosidad a cada temperatura se corresponde con el valor de la pendiente:

$$\mu_{20^\circ\text{C}} = 0,001989 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\mu_{70^\circ\text{C}} = 0,000703 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Sustituyendo estos valores en la expresión de Arrhenius [3.19] se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$0,001989 = \mu_0 \exp\left(\frac{E_a}{8\,314(273,15 + 20)}\right)$$

$$0,0007030 = \mu_0 \exp\left(\frac{E_a}{8\,314(273,15 + 70)}\right)$$

de cuya resolución se derivan los valores de la energía de activación y factor preexponencial:

$$E_a = 17,542 \text{ J mol}^{-1}$$

$$\mu_0 = 1,49 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Por tanto, la ecuación reológica completa correspondiente a la muestra de leche homogeneizada en estudio es la siguiente:

$$\tau = \mu\gamma = \mu_0 \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right)\gamma = 1,49 \cdot 10^{-6} \exp\left(\frac{17,542}{RT}\right)\gamma$$

de forma que el ángulo θ_0 sea inferior a 5° , lo que permite considerar que el perfil de velocidad es lineal y que la velocidad de deformación es constante en cada medida. Por tanto, las ecuaciones que conducen al valor de τ y γ a partir de los datos experimentales $T - \omega$ son válidas para cualquier tipo de fluido:

$$\tau = \frac{3T}{2\pi R^3} \tag{3.36}$$

$$\gamma = \left(\frac{dv}{dz}\right) = \frac{\omega r}{r\theta_0} \equiv \frac{\omega}{\theta_0} \tag{3.37}$$

Ejemplo 3.2. Determinación de propiedades reológicas mediante un viscosímetro de plato y cono. Efecto de la velocidad de deformación sobre la viscosidad aparente.

Se han llevado a cabo una serie de ensayos reológicos con una compota de manzana en un viscosímetro de plato y cono ($R = 2,4 \text{ cm}$; $\theta_0 = 3^\circ$). Los resultados obtenidos se recogen en la siguiente tabla:

N (rpm)	5	10	20	40	60	80
$T \cdot 10^3$ (N m)	2,17	2,37	2,60	2,98	3,24	3,47

B) Viscosímetros de plato y cono

Constan de un cono que gira sobre una placa plana estacionaria (figura 3.12). Se construyen

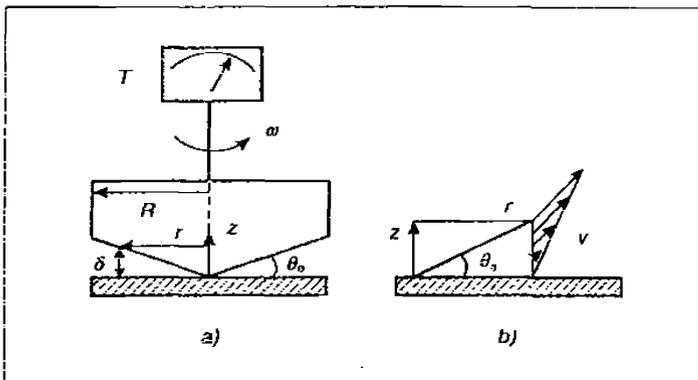


FIGURA 3.12. Viscosímetro de plato y cono: a) esquema del aparato, b) perfil de velocidad a través del fluido.

Determinar el modelo y ecuación reológica que se ajusta mejor a estos datos experimentales, representando gráficamente cómo varía la viscosidad aparente del alimento con la velocidad de deformación.

Solución

Aplicando las ecuaciones [3.36] y [3.37], correspondientes a un viscosímetro de plato y cono, es posible determinar la tensión tangencial y la velocidad de deformación que experimenta el fluido en cada medida:

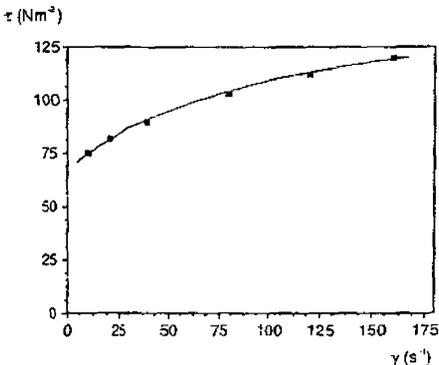
$$\tau = \frac{3 T}{2\pi R^3} = \frac{3 T}{2\pi(0,024)^3} = 34.539 T$$

$$\gamma = \frac{\omega}{\theta_0} = \frac{1}{\theta_0} \left(\frac{N2\pi}{60} \right) = \frac{1}{\left(\frac{3}{360} 2\pi \right)} \left(\frac{N2\pi}{60} \right) = 2N$$

lo que conduce a los resultados que se muestran en la siguiente tabla:

$\gamma(\text{s}^{-1})$	10	20	40	80	120	160
$\tau(\text{Nm}^{-2})$	74,95	81,86	89,80	102,93	111,90	119,85

Representando gráficamente estos datos se puede observar que el comportamiento reológico de la compota de manzana se corresponde con un fluido plástico real al obtenerse una curva que no pasa por el origen de coordenadas.



Por tanto, el modelo matemático aplicable a este fluido es el modelo general o de Hershel-Bulkeley (ecuación [3.12]). Extrapolando la curva reológica a $\gamma=0$, se obtiene el valor de la tensión tangencial crítica:

$$\tau_c = 65 \text{ Nm}^{-2}$$

Con dicho valor, y reorganizando la ecuación [3.12], se llega a la siguiente expresión:

$$\tau - \tau_c = k\gamma^n$$

$$\log(\tau - \tau_c) = \log k + n \log \gamma$$

De acuerdo con esta expresión, la regresión lineal $\log(\tau - \tau_c) - \log \gamma$ ha de proporcionar $\log k$ como ordenada en el origen y n como pendiente. Los resultados obtenidos mediante ajuste por mínimos cuadrados son los siguientes:

$$\text{Ord. orig.} = 0,414 = \log k$$

$$\text{Pend.} = 0,607 = n$$

$$\text{Coef. correl.} = 0,998$$

Calculando el antilogaritmo de la ordenada en el origen se obtiene el índice de consistencia del fluido:

$$k = 2,59 \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-n}$$

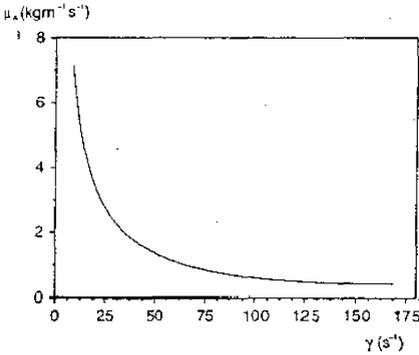
Por tanto, la ecuación reológica del fluido en estudio es la siguiente:

$$\tau = 65 + 2,59 \gamma^{0,607}$$

Teniendo en cuenta dicha expresión y la definición de viscosidad aparente se puede llegar a la expresión:

$$\mu_A = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{65 + 2,59 \gamma^{0,607}}{\gamma} = \frac{65}{\gamma} + 2,59 \gamma^{-0,393}$$

que permite establecer la relación entre la viscosidad aparente del fluido y la velocidad de deformación. Tal y como se puede apreciar en la siguiente figura, la viscosidad aparente de la compota de manzana experimenta un incremento muy importante para valores de γ inferiores a 25 s^{-1} .



una determinada longitud de tubo. A fin de asegurar que el líquido se desplace en régimen laminar se suelen utilizar tubos capilares, de diámetros muy reducidos.

En este dispositivo la pérdida de presión del fluido debido al rozamiento depende de la forma del perfil de velocidad en la sección transversal de la conducción, lo que a su vez es función del tipo de fluido. Por ello, las ecuaciones aplicables a los viscosímetros de tubo varían de un tipo de fluido a otro.

3.3.2. Viscosímetros de tubo

El líquido en estudio se hace circular por el interior de un tubo cilíndrico por gravedad o aplicando presión a la entrada (figura 3.13a). El ensayo consiste en la realización de diferentes medidas variando el caudal volumétrico de fluido (Q_v) y registrando en cada una de ellas la pérdida de presión que experimenta el fluido al atravesar

A) Fluidos newtonianos

Si se considera un elemento cilíndrico de fluido de radio r en movimiento, las fuerzas que actúan sobre el mismo son de dos tipos: fuerzas normales originadas por la presión en las bases del cilindro y fuerzas tangenciales de rozamiento sobre su superficie lateral (figura 3.13b). Si dicho elemento se encuentra en equilibrio, se cumplirá:

$$(P + \Delta P)\pi r^2 = \tau(2\pi rL) + P\pi r^2 \quad [3.38]$$

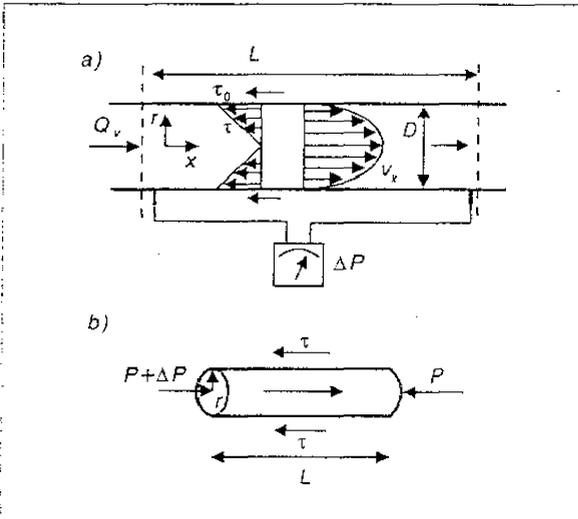


FIGURA 3.13. Viscosímetro de tubo: a) Perfiles de velocidad y de tensiones tangenciales, b) Fuerzas que actúan sobre un tubo de fluido de radio r .

$$\tau = \frac{\Delta P r}{2L} \quad [3.39]$$

Combinando esta expresión con la ley de la viscosidad de Newton:

$$\tau = \mu \gamma = \mu \left(-\frac{dv_x}{dr} \right) = \frac{\Delta P r}{2L} \quad [3.40]$$

Separando variables e integrando entre la pared de la tubería ($r = R$) y cualquier r :

$$dv_x = -\frac{\Delta P}{2\mu L} r dr \quad [3.41]$$

$$\int_0^r dv_x = -\frac{\Delta P}{2\mu L} \int_R^r r dr \quad [3.42]$$

$$v_x = \frac{\Delta P}{4\pi L} (R^2 - r^2) \quad [3.43]$$

expresión del perfil de velocidad correspondiente al flujo interno de un fluido newtoniano en régimen laminar.

El caudal volumétrico se puede determinar por integración del perfil de velocidad en toda la sección transversal de conducción:

$$Q_V = \int_0^R v_x (2\pi r) dr = \int_0^R 2\pi r \frac{\Delta P}{4\pi L} (R^2 - r^2) dr \quad [3.44]$$

$$Q_V = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu L} \quad [3.45]$$

Esta última expresión recibe el nombre de *ecuación de Poiseuille* y, de acuerdo con ella, la representación gráfica de los datos $Q_V - \Delta P$ obtenidos con un fluido newtoniano en un viscosímetro de tubo es una línea recta, a partir de cuya pendiente se puede determinar la viscosidad.

B) Fluidos pseudoplásticos y dilatantes

Procediendo de forma similar al caso de los fluidos newtonianos pero utilizando la ley de la potencia como ecuación reológica se llega a la siguiente expresión:

$$Q_V = \frac{\pi R^{3+1/n} \Delta P^{1/n}}{(3+1/n)(2kL)^{1/n}} \quad [3.46]$$

Una vez linealizada tomando logaritmos, esta ecuación permite calcular los valores de k y n a partir de los datos experimentales de $Q_V - \Delta P$.

C) Fluidos plásticos de Bingham

El procedimiento matemático a aplicar es análogo al de los fluidos newtonianos, aunque teniendo en cuenta que la integración de la ecuación equivalente a la [3.43] se realiza únicamente en la porción de fluido en la que la tensión tangencial excede el valor crítico, obteniéndose la siguiente expresión:

$$Q_V = \frac{\pi R^3}{\eta} \left[\frac{\tau_0}{4} - \frac{\tau_c}{3} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\tau_c}{\tau_0} \right)^3 \right\} \right] \quad [3.47]$$

siendo τ_0 la tensión tangencial de rozamiento en la pared de la tubería:

$$\tau_0 = \frac{\Delta P R}{2L} \quad [3.48]$$

El ajuste de los datos $Q_V - \Delta P$ a la ecuación [3.47] por métodos de regresión no lineal conduce a la obtención del valor de los parámetros η y τ_c .

Ejemplo 3.3. Se hace circular un concentrado de zumo de naranja a 15 °C por el interior de un tubo

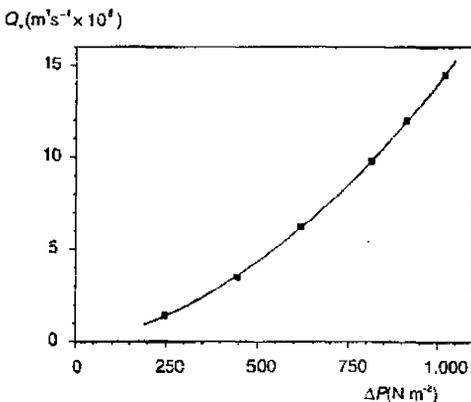
con un radio de 6 mm. Se llevan a cabo una serie de medidas con diferentes caudales de líquido, midiéndose para cada uno de ellos la pérdida de presión que experimenta el fluido mediante transductores instalados en un tramo central del tubo y separados entre sí una longitud de 5 cm. Los resultados obtenidos se recogen en la siguiente tabla:

$Q_v \cdot 10^6 \text{ (m}^3\text{s}^{-1}\text{)}$	1,43	3,50	6,20	9,80	12,00	14,50
$\Delta P \text{ (N m}^{-2}\text{)}$	247	446	618	813	911	1.018

Determinar la ecuación reológica que mejor describe el comportamiento de este fluido.

Solución

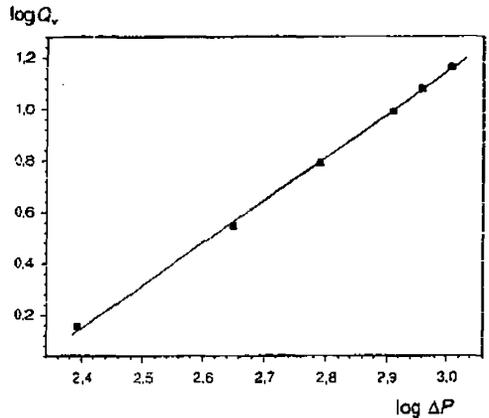
Dado que en el caso de los viscosímetros de tubo la ecuación aplicable depende del tipo de comportamiento reológico, es necesario suponer este último a fin de establecer si los datos experimentales verifican la correspondiente ecuación reológica. Comenzando por el caso más sencillo, si el fluido en estudio se comporta como newtoniano, debe cumplirse la ecuación [3.45], según la cual el caudal volumétrico y la pérdida de presión han de ser proporcionales. Al representar gráficamente los datos experimentales en la forma $Q_v - \Delta P$ no se obtiene una línea recta, tal y como puede apreciarse en la siguiente figura:



Se deduce, por tanto, que el concentrado de zumo de naranja no es un fluido newtoniano. Suponiendo a continuación que se trata de un fluido cuyo comportamiento reológico se puede describir mediante la ley de la potencia, la ecuación a verificar es la [3.46]. Dicha expresión se puede linealizar tomando logaritmos en ambos miembros, lo que conduce a la ecuación siguiente:

$$\log Q_v = \log \left[\frac{\pi R^{3+1/n}}{(3+1/n)(2kL)^{1/n}} \right] + \frac{1}{n} \log \Delta P$$

Tal y como puede observarse en la figura que aparece a continuación, la representación gráfica de los datos experimentales como $\log Q_v - \log \Delta P$ es una línea recta, lo que indica que el alimento en estudio es un fluido pseudoplástico o dilatante.



El ajuste de los datos experimentales en forma logarítmica mediante el método de mínimos cuadrados proporciona los siguientes resultados:

$$\text{Ord. orig.} = -9,792 = \log \left[\frac{\pi R^{3+1/n}}{(3+1/n)(2kL)^{1/n}} \right]$$

$$\text{Pend.} = 1,644 = 1/n$$

$$\text{Coef. correl.} = 0,9995$$

El elevado valor del coeficiente de correlación confirma que el fluido cumple la ley de la poten-

cia. A partir de la pendiente se obtiene el índice de comportamiento del concentrado de zumo de naranja que, al resultar inferior a la unidad, indica que se trata de un fluido pseudoplástico:

$$n = 0,608$$

Por otro lado, sustituyendo los valores de las diferentes variables que aparecen en la expresión de la ordenada en el origen, es posible determinar el índice de consistencia del fluido:

$$-9,792 = \log \left[\frac{\pi 0,006^{(3+1/0,608)}}{(3+1/0,608)(2k0,05)^{1/0,608}} \right]$$

$$k = 3,765 \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-n}$$

Luego, el concentrado de zumo de naranja se puede describir mediante la siguiente ecuación reológica:

$$\tau = 3,765 \gamma^{0,608}$$

3.3.3. Criterios de selección de viscosímetros

A la hora de elegir el viscosímetro más adecuado para la determinación o el estudio de las propiedades reológicas de un fluido han de tenerse en cuenta sus características más relevantes. En general, los viscosímetros rotatorios y los de tubo pueden considerarse complementarios, ya que las ventajas de los primeros representan los inconvenientes de los segundos y viceversa.

Los viscosímetros rotatorios están especialmente indicados para el estudio de fluidos dependientes del tiempo, puesto que la aplicación de la tensión tangencial se puede prolongar tanto como se quiera. En cambio, en un viscosímetro de tubo el tiempo de residencia del fluido es función directa del caudal volumétrico, el cual se varía de una medida a otra, por lo que los efectos del tiempo y de la tensión tangencial sobre las propiedades reológicas aparecen superpuestos.

Otra ventaja de los viscosímetros rotatorios es la ausencia de efectos de entrada que sí están presentes en los de tubo. En este último caso, la entrada del líquido en el capilar provoca una distorsión del perfil de velocidad que perdura una determinada longitud de conducción, obligando a realizar la medida de pérdida de presión en un tramo suficientemente alejado de la zona de entrada. No obstante, los viscosímetros rotatorios también pueden presentar efectos finales. Así, en los de cilindros concéntricos con frecuencia no es posible despreciar el rozamiento del fluido con las bases del cilindro, utilizándose en los cálculos matemáticos una longitud efectiva algo mayor que la longitud real del cilindro giratorio.

Tal y como se ha comentado con anterioridad, la temperatura es una variable que afecta en gran medida a la consistencia de los fluidos. Las medidas reológicas han de llevarse a cabo en viscosímetros termostatzados para que la temperatura sea constante y uniforme en todo el fluido. Sin embargo, en los viscosímetros rotatorios cuando se trabaja con elevadas velocidades de giro y/o con fluidos muy viscosos, la disipación de calor por rozamiento puede provocar una elevación importante de la temperatura en determinados puntos del fluido, con el consiguiente error en las medidas reológicas. Por el contrario, este problema no se suele dar en los viscosímetros de tubo.

El tratamiento de los datos experimentales obtenidos en viscosímetros rotatorios es bastante sencillo y válido para cualquier tipo de fluido si se puede admitir que el perfil de velocidad es lineal. Sin embargo, el intervalo de velocidades de deformación en el que pueden trabajar es bastante restringido, ya que la consecución de elevados valores de $\dot{\gamma}$ está limitado por la transición de régimen laminar a turbulento y por la posible elevación local de la temperatura. En los viscosímetros de tubo, en cambio, el perfil de velocidad del fluido se aproxima a una curva parabólica, lo que implica que en cada medida existe un intervalo muy amplio de velocidades de deformación, ampliando la validez de la ecuación reológica así obtenida.

Cuando el líquido en estudio contiene sólidos en suspensión de gran tamaño, los viscosímetros de cilindros concéntricos de espacio estrecho y los de plato y cono no son recomendables, ya que durante los ensayos pueden producir una alteración importante de las características del fluido. En este caso, han de utilizarse viscosímetros de tubo o rotatorios de espacio ancho a fin de evitar la modificación de los tamaños de las partículas en suspensión.

3.4. Ensayos reológicos de fluidos viscoelásticos y semisólidos

Los alimentos y, en general, los materiales que presentan propiedades viscoelásticas suelen ser sustancias que se encuentran en un estado intermedio entre líquido y sólido. Por ello, los ensayos que se utilizan para determinar sus propiedades reológicas se pueden considerar derivados de tests típicos, tanto de fluidos como de sólidos, en los que se pretende conocer la respuesta del material frente a la acción de fuerzas tanto tangenciales como normales. De esta forma, se obtienen no sólo propiedades relacionadas con el flujo, como la viscosidad aparente, sino también parámetros que, como el módulo de elasticidad o el de rigidez, se utilizan convencionalmente para caracterizar las propiedades mecánicas de sólidos.

3.4.1. Ensayos de tracción y compresión

Consisten en someter una probeta cilíndrica o prismática del material en estudio a la acción de una carga axial de tracción o de compresión (figura 3.14). El efecto que se produce es la generación de tensiones normales en el interior de la probeta y un alargamiento o acortamiento de la misma, respectivamente. En un instante determinado, la tensión normal (σ) y la deformación longitudinal unitaria (ϵ) se expresan referidas a las dimensiones originales de la probeta: superficie transversal (A_0) y longitud (L_0).

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad [3.49]$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0} \quad [3.50]$$

La deformación longitudinal unitaria se considera positiva si el material está sometido a tracción y negativa en el caso de compresión.

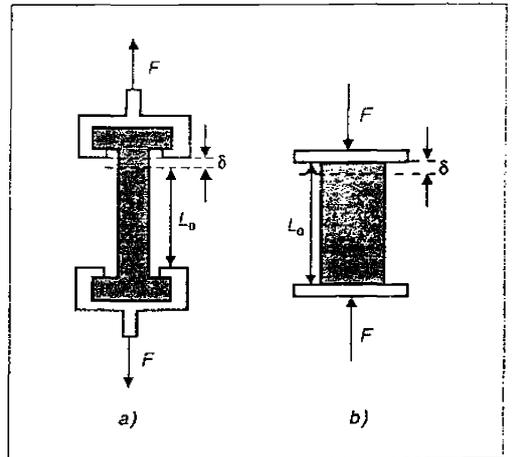


FIGURA 3.14. a) Ensayos de tracción y b) compresión.

La representación gráfica de la tensión frente a la deformación suele conducir a curvas del tipo de la representada en la figura 3.15. En el tramo inicial hasta el punto A, correspondiente a pequeñas deformaciones, el material se comporta de forma elástica, cumpliéndose la ley de Hooke:

$$\sigma = E\epsilon \quad [3.51]$$

donde E es el módulo de elasticidad o módulo de Young, propiedad física del material que está directamente relacionada con su resistencia mecánica en condiciones elásticas.

Durante los ensayos de tracción y de compresión, la probeta no sólo se deforma en dirección axial sino que también se produce una variación de sus dimensiones laterales. Si se encuentra sometida a tracción su sección transversal se contrae, mientras que bajo la acción de cargas de compresión la sección se dilata. La relación entre la deformación transversal en el plano yz y la longitudinal en la dirección x se establece a través del módulo de Poisson:

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \quad [3.52]$$

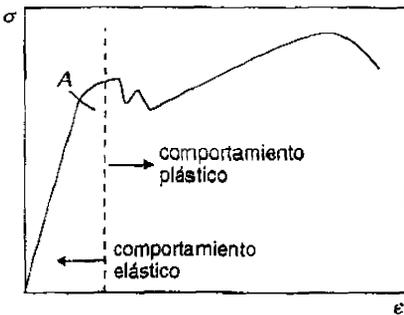


FIGURA 3.15. Relación tensión-deformación en tracción o compresión.

3.4.2. Ensayo de cizalladura

En este ensayo se estudia el comportamiento del material al aplicar una fuerza rasante, lo que genera la aparición de tensiones tangenciales y provoca una variación de los ángulos que forman las caras del elemento, tal y como se muestra en la figura 3.16. Esta variación, expresada en radianes, se utiliza habitualmente para cuantificar la deformación angular (θ).

La representación gráfica de la tensión tangencial frente a la deformación angular se ajusta habitualmente a curvas semejantes a la de la

figura 3.15, correspondiente a los ensayos de tracción o compresión. También en este caso se observa una zona inicial de comportamiento elástico en la que tensiones y deformaciones son proporcionales:

$$\tau = G\theta \quad [3.53]$$

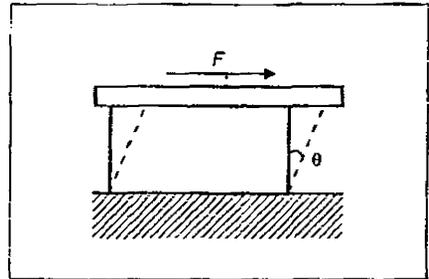


FIGURA 3.16. Ensayo de cizalladura.

La constante de proporcionalidad G recibe el nombre de *módulo de rigidez*. E , ν y G son las constantes elásticas del material que están relacionadas entre sí mediante la siguiente expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [3.54]$$

Ejemplo 3.4. Determinación de las constantes elásticas de un alimento sólido.

Con objeto de estudiar las propiedades elásticas de un determinado tipo de patatas, una probeta de este alimento con una longitud de 10 cm y una sección transversal de $2 \times 2 \text{ cm}^2$ se somete a la acción de una carga axial de tracción de 1.2 N. Como consecuencia de dicha fuerza, la probeta experimenta un alargamiento de 0.1 mm, mientras que las dimensiones laterales se contraen en 0.01 mm. Determinar el valor de las constantes elásticas de dicho producto.

Solución

La tensión normal que soporta la probeta y la deformación longitudinal unitaria que experimenta se pueden calcular mediante las ecuaciones [3.49] y [3.50], respectivamente:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{1,2}{0,02^2} = 3.000 \text{ N m}^{-2}$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{0,0001}{0,1} = 0,001$$

Suponiendo que el material se encuentra en la zona de comportamiento elástico, el módulo de elasticidad se determina a partir de la ley de Hooke:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{3.000}{0,001} = 3 \cdot 10^6 \text{ N m}^{-2}$$

Teniendo en cuenta la deformación transversal de la probeta, el módulo de Poisson se calcula como:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{0,00001/0,02}{0,001} = 0,5$$

Finalmente, la ecuación [3.54] permite el cálculo del módulo de rigidez:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3 \cdot 10^6}{2(1+0,5)} = 10^6 \text{ N m}^{-2}$$

3.4.3. Ensayo de deformación progresiva

En este ensayo se determina la evolución de la deformación del material a lo largo del tiempo bajo la acción de una carga externa. En la mayor parte de los casos se trata de una carga axial, manteniéndose constante durante el ensayo el valor de la tensión generada. Si el material es un sólido perfectamente elástico, la deformación se produce de

forma instantánea sin observarse ningún cambio a lo largo del tiempo. Sin embargo, en el caso de materiales viscoelásticos parte de la deformación se produce paulatinamente como consecuencia de la componente viscosa. En ocasiones, el ensayo de deformación progresiva se finaliza suprimiendo instantáneamente la fuerza aplicada y siguiendo la recuperación del material. En la figura 3.17 se muestra la forma típica de la curva de deformación correspondiente a este ensayo.

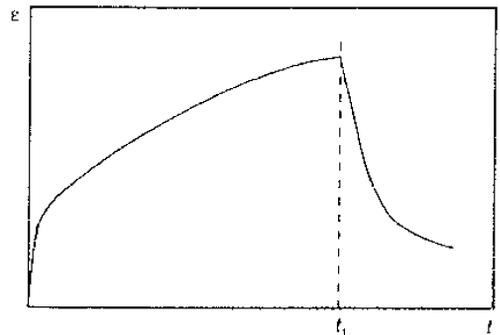


FIGURA 3.17. Evolución de la deformación en el ensayo de deformación progresiva.

La deformación y recuperación instantáneas que se producen a tiempo cero y t₁ respectivamente, son un reflejo de la componente elástica del material. La descripción matemática de este tipo de curvas se suele realizar basándose en modelos mecánicos ya comentados en el apartado 3.2.2. Concretamente, en la mayoría de los alimentos viscoelásticos se ha observado que la curva de deformación progresiva se describe adecuadamente mediante el modelo de Burgers, el cual se obtiene por asociación en serie de un elemento de Maxwell y un elemento de Kelvin (figura 3.18).

La expresión matemática que se deriva del modelo de Burgers respecto de la evolución de la deformación con el tiempo, ε(t), es la siguiente:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E(t)} = \varepsilon(0) + \frac{\sigma_0}{\mu_1} t + \varepsilon(\infty) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \right] \tag{3.55}$$

siendo: σ_0 la tensión aplicada, que se mantiene constante; $E(t)$ el módulo de elasticidad del conjunto en un instante determinado; $\varepsilon(0)$ la deformación instantánea a tiempo cero asociada al resorte R_1 ; $\varepsilon(\infty)$ la deformación final a tiempo infinito; t_r el tiempo de retraso del elemento de Kelvin, definido como el tiempo necesario para que la deformación total sea un 64% de la correspondiente a tiempo infinito. A su vez el tiempo de retraso se expresa como:

$$t_r = \frac{\mu_2}{E_2} \quad [3.56]$$

E_1 y E_2 representan el módulo de elasticidad asociado a los resortes R_1 y R_2 , y μ_1 y μ_2 la viscosidad asociada a los pistones P_1 y P_2 , respectivamente.

El ajuste de la curva experimental de deformación progresiva a este modelo permite la determinación de los parámetros del mismo: E_1 , E_2 , μ_1 y μ_2 y, por tanto, la evaluación de las propiedades viscoelásticas del material.

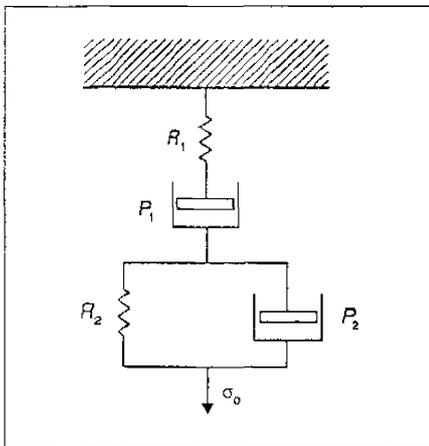


FIGURA 3.18. Modelo mecánico de Burgers.

3.4.4. Ensayo de relajación

En este ensayo se determina la capacidad de un determinado material para aliviar las tensio-

nes generadas en condiciones de deformación constante. Mediante la aplicación de una fuerza externa se consigue la deformación prácticamente instantánea del material. Dicha deformación se mantiene invariable con objeto de seguir la evolución de la tensión que soporta a lo largo del tiempo. Las curvas típicas que se obtienen en los ensayos de relajación se muestran en la figura 3.19.

También en este caso se recurre a la analogía con modelos mecánicos para plantear las ecuaciones que describen el comportamiento viscoelástico del material. La curva de la figura 3.19a) se ajusta bien a un modelo formado por un elemento de Maxwell acoplado en paralelo con un resorte. Este último refleja la existencia de una tensión residual en el material a tiempo infinito. A su vez, curvas del tipo de la representada en la figura 3.19b), sin tensión residual, suelen describirse con una buena aproximación mediante modelos constituidos por la asociación en paralelo de dos elementos de Maxwell. El modelo matemático que se aplica a este sistema y que proporciona la disminución de la tensión con el tiempo es el siguiente:

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon_0 = \varepsilon_0 E_1 \exp\left(-\frac{t}{t_{r1}}\right) + \varepsilon_0 E_2 \exp\left(-\frac{t}{t_{r2}}\right) \quad [3.57]$$

siendo: ε_0 la deformación producida, que se mantiene constante y t_{r1} y t_{r2} el tiempo de retraso de cada uno de los elementos de Maxwell, definidos como:

$$t_{r1} = \frac{\mu_1}{E_1} \quad [3.58]$$

$$t_{r2} = \frac{\mu_2}{E_2} \quad [3.59]$$

E_1 y E_2 el módulo de elasticidad asociado a los resortes R_1 y R_2 , respectivamente, y μ_1 y μ_2 la viscosidad asociada a los pistones P_1 y P_2 , respectivamente.

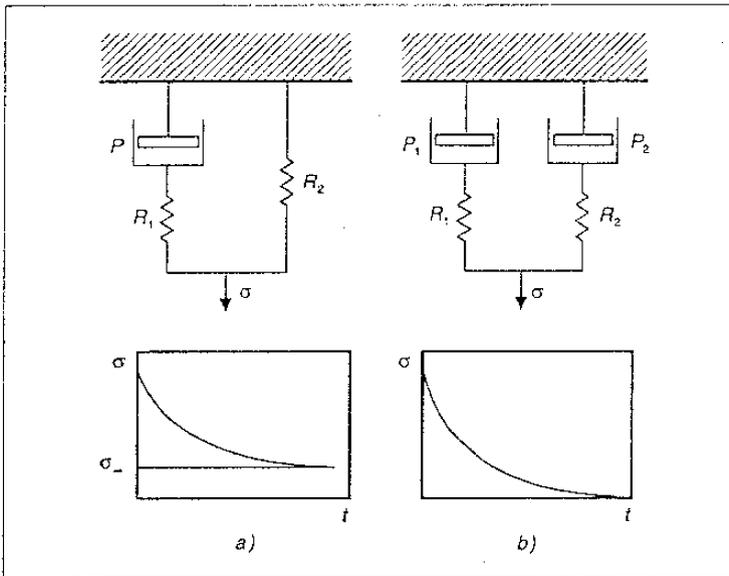


FIGURA 3.19. Evolución de la tensión en el ensayo de relajación.

El ajuste de la curva experimental a este tipo de modelos conduce al valor de los parámetros E_1 , E_2 , μ_1 y μ_2 .

3.4.5. Ensayos dinámicos

Se trata de ensayos en los que la tensión que soporta el material o la deformación que experimenta se hacen variar de forma sinusoidal con el tiempo. Para ello, la fuerza aplicada puede ser tangencial o normal, dependiendo de la mayor o menor fluidez del medio, respectivamente. Las instalaciones experimentales donde se llevan a cabo este tipo de ensayos tienen una configuración y geometría parecidas a las de los ensayos estáticos. Así, en el caso de aplicarse fuerzas tangenciales es frecuente utilizar viscosímetros de plato y cono o de doble plato, en los que el elemento móvil puede girar alternativamente hacia un lado o el otro, mientras que en el caso de fuerzas normales se emplea un dispositivo semejante al del ensayo de

tracción, pero con las modificaciones necesarias para que el material en estudio esté sometido alternativamente a tracción y a compresión.

Supongamos que la tensión tangencial que se aplica varía armónicamente con el tiempo según la ecuación (figura 3.20):

$$\tau = \tau_0 \cos(\omega t) \quad [3.60]$$

donde τ_0 es la amplitud de la tensión y ω la frecuencia de la oscilación expresada en Hz.

La deformación angular que se produce también varía armónicamente con el tiempo (figura 3.20):

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t - \delta) \quad [3.61]$$

siendo θ_0 la amplitud de la deformación y δ el desfase existente entre la tensión y la deformación.

La deformación también se puede expresar como:

$$\theta = \theta_0 \cos(\delta) \cos(\omega t) + \theta_0 \sin(\delta) \sin(\omega t) \quad [3.62]$$

con lo que la deformación total se divide en dos componentes; la primera en fase con la tensión y de amplitud $\theta_0 \cos(\delta)$, y la segunda desfasada 90° respecto de la tensión y de amplitud $\theta_0 \sin(\delta)$.

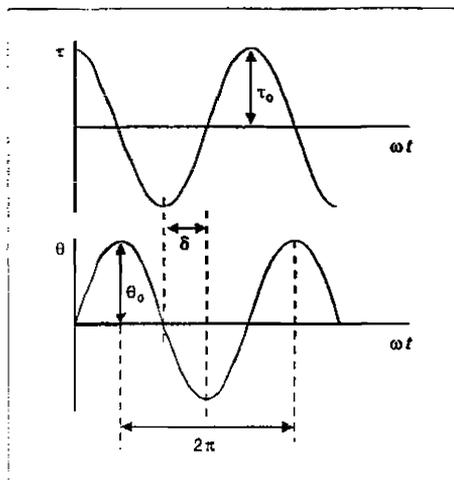


FIGURA 3.20. Variaciones armónicas de la tensión y la deformación en ensayos dinámicos.

Se tiene que δ y la relación θ_0/τ_0 son propiedades relacionadas con el comportamiento viscoelástico del material, aunque también dependen de la frecuencia de la oscilación. Si el sistema en estudio es un sólido perfectamente elástico, la tensión y la deformación están en fase ($\delta=0$). En cambio, si el material se comporta como un fluido viscoso puro, el desfase entre la tensión y la deformación es de 90° . En un material viscoelástico el desfase estará comprendido entre 0 y 90° , por lo que este parámetro se puede considerar una medida relativa de las propiedades clásicas y viscosas del medio. Asimismo, a fin de evaluar las dos componentes de los materiales viscoelásticos, se definen las siguientes variables:

- Módulos de rigidez: almacenamiento de energía (G') y fricción (G''):

$$G' = \frac{\tau_0 \cos(\delta)}{\theta_0} \quad [3.63]$$

$$G'' = \frac{\tau_0 \sin(\delta)}{\theta_0} \quad [3.64]$$

- Funciones de la viscosidad: almacenamiento de energía (μ') y fricción (μ''):

$$\mu' = \frac{G'}{\omega} \quad [3.65]$$

$$\mu'' = \frac{G''}{\omega} \quad [3.66]$$

Las parejas de variables se agrupan definiendo variables complejas:

$$G^* = G' + iG'' \quad [3.67]$$

$$\mu^* = \mu' - i\mu'' \quad [3.68]$$

Si el ensayo dinámico se lleva a cabo aplicando tensiones normales oscilatorias, se definen las correspondientes componentes del módulo de elasticidad:

$$E' = \frac{\sigma_0 \cos(\delta)}{\epsilon_0} \quad [3.69]$$

$$E'' = \frac{\sigma_0 \sin(\delta)}{\epsilon_0} \quad [3.70]$$

$$E^* = E' + iE'' \quad [3.71]$$

Los ensayos dinámicos de alimentos se han utilizado por diferentes investigadores como métodos no destructivos para determinar el gra-

do de madurez de diferentes frutas y verduras. Asimismo, los resultados de este tipo de ensayos se pueden aplicar para detectar variaciones en la dureza, textura, contenido en humedad y composición química del alimento.

Resumen

1. La Reología es la ciencia que estudia el flujo y la deformación de la materia. En el caso de fluidos, la resistencia al flujo depende directamente de su consistencia.
2. La materia puede presentar diferentes comportamientos cuando está sometida a la acción de fuerzas externas: elástico, viscoso, plástico y viscoelástico. En el caso de fluidos, las fuerzas y tensiones tangenciales son fundamentales a la hora de estudiar sus características reológicas.
3. La clasificación reológica de los fluidos se basa en la relación existente entre la tensión tangencial y la velocidad de deformación, distinguiéndose entre fluidos newtonianos y no newtonianos. La consistencia de los fluidos se mide a través de su viscosidad (fluidos newtonianos) y viscosidad aparente (fluidos no newtonianos).
4. Dentro de los fluidos no newtonianos se distinguen tres categorías: fluidos independientes del tiempo, fluidos dependientes del tiempo y fluidos viscoelásticos. A su vez, existen diferentes tipos de fluidos no newtonianos independientes del tiempo, que se diferencian en las correspondientes ecuaciones y curvas reológicas: fluidos pseudoplásticos, dilatantes, plásticos de Bingham y plásticos reales. Se distinguen dos tipos de fluidos dependientes del tiempo: tixotrópicos y reopécticos, según que la viscosidad aparente disminuya o aumente con el tiempo, respectivamente. Los fluidos viscoelásticos representan un tipo especial de sustancias con un comportamiento reológico complejo, intermedio entre el de los fluidos y los sólidos. La mayor parte de los materiales viscoelásticos son sustancias de naturaleza polimérica, en las que la aplicación de tensiones tangenciales provoca la aparición de tensiones normales como respuesta.
5. Las variables más significativas que influyen sobre el comportamiento reológico de los fluidos

son la temperatura, concentración de sólidos, peso molecular medio en sustancias poliméricas, etc. En el caso de los fluidos no newtonianos, la viscosidad aparente puede depender de factores adicionales, como la magnitud de la tensión tangencial o el tiempo de aplicación de la misma.

6. Existen fundamentalmente dos tipos de viscosímetros para el estudio de las propiedades reológicas de fluidos: viscosímetros rotatorios (cilindros concéntricos, plato y cono) y de tubo. Las ecuaciones que describen estos aparatos dependen de sus características geométricas y del tipo de comportamiento reológico del fluido en estudio.
7. Entre los diferentes ensayos que se utilizan para el estudio reológico de alimentos viscoelásticos y semi-sólidos caben destacar los siguientes: ensayo de tracción y compresión, cizalladura, deformación progresiva, relajación y ensayos dinámicos.

Problemas propuestos

1. Las propiedades reológicas de un aceite de semillas se han estudiado mediante un viscosímetro rotatorio en el intervalo de temperaturas 10-60°C. Para todas las temperaturas se ha observado que el aceite es un fluido newtoniano, obteniéndose los valores de la viscosidad que se recogen en la siguiente tabla.

T (°C)	10	20	30	40	50	60
μ (kg m ⁻¹ s ⁻¹)	2,42	1,05	0,48	0,23	0,12	0,06

Determinar la energía de activación y el factor preexponencial correspondientes a la variación de la viscosidad con la temperatura. Estímese la viscosidad del aceite a 0 y 15 °C, respectivamente.

2. En el cuadro 3.1 se recogen las propiedades reológicas de un concentrado de zumo de tomate a 32,2 °C y diferentes contenidos en sólidos. Establecer una expresión de tipo potencial que permita relacionar la viscosidad aparente de este producto con la proporción de sólidos pre-

sentes en el mismo. Para el cálculo de la viscosidad aparente, tómesese un valor de referencia de la velocidad de deformación de 10 s^{-1} .

- Se utiliza un viscosímetro de cilindros concéntricos para el estudio reológico de un puré de pera a 30°C . La elevada concentración de sólidos existente en el mismo hace necesario el uso de un viscosímetro de espacio ancho con objeto de no falsear las medidas. Los experimentos se llevan a cabo variando la velocidad de giro del cilindro interno y leyendo en un indicador el par de torsión que se aplica en cada medida. Las lecturas se toman una vez transcurridos 5 min. desde la variación de la velocidad de giro a fin de asegurar que se alcanza el régimen estacionario. Los resultados obtenidos son los siguientes:

N (rpm)	3	6	10	15	20	25
$T 10^7$ (N m)	2,31	4,61	7,70	11,50	15,40	19,20

Determinar el tipo de comportamiento y la ecuación reológica que mejor describen a este fluido.

Datos

Dimensiones del viscosímetro: $L = 12 \text{ cm}$, $R_1 = 3 \text{ cm}$, $R_2 = 5 \text{ cm}$.

- El estudio de las propiedades reológicas de una crema con un 20% en grasa se realiza en un viscosímetro de plato y cono, lo que permite minimizar la cantidad de producto a utilizar en cada ensayo. Las medidas se llevan a cabo a tres temperaturas diferentes, obteniéndose los resultados:

N (rpm)	$T 10^7$ (N m) 40°C	$T 10^7$ (N m) 60°C	$T 10^7$ (N m) 80°C
5	16,2	11,6	8,7
10	32,3	23,1	17,4
14	45,0	32,6	24,4
18	58,1	41,8	31,3
25	80,0	58,0	43,5
30	96,0	70,0	52,0

Obtener la ecuación reológica de este fluido incluyendo el efecto de la temperatura. Determinar el factor por el que varía la viscosidad de la crema al pasar la temperatura de 20 a 70°C .

Datos

Dimensiones del viscosímetro: $\theta_0 = 2,5^\circ$; $R = 3 \text{ cm}$.

- Las propiedades reológicas de una determinada mayonesa se investigan a 25°C mediante un viscosímetro de tubo con un radio de 4 mm . Para ello, la mayonesa se impulsa con una bomba de laboratorio, regulando el caudal deseado a través de una válvula de aguja. Mediante sendos transductores de presión se determina para cada caudal la pérdida de presión que experimenta la mayonesa al atravesar un tramo de tubo de 20 cm de longitud. Los resultados obtenidos se recogen en la siguiente tabla:

$Q_v 10^6$ (m^3s^{-1})	0,4	0,7	1,3	1,8	2,3	2,8
ΔP (N m^{-2})	1.756	2.440	3.525	4.260	4.930	5.539

Obtener el comportamiento y la ecuación reológica de la mayonesa en estudio.

- A fin de obtener el valor del módulo de elasticidad correspondiente a cierta partida de zanahorias, una probeta de este alimento de sección 1 cm^2 y 15 cm de longitud se somete a un ensayo de tracción. Para ello, se aplica sobre la probeta una carga progresivamente creciente, determinándose en cada instante la variación de longitud que experimenta la misma mediante un extensómetro de resistencia eléctrica. Suponiendo que la probeta de zanahoria tiene en todo el ensayo un comportamiento elástico, calcular su módulo de elasticidad a partir de los siguientes resultados experimentales:

F (N)	10,1	16,0	19,8	28,1	35,0	40,7
$\delta 10^3$ (m)	0,50	0,81	1,02	1,40	1,75	2,11

4

FLUJO DE FLUIDOS

- 4.1. Introducción
- 4.2. Tipos de flujos de fluidos
- 4.3. Flujo por el interior de conducciones
- 4.4. Aparatos de medida de caudales
- 4.5. Equipo de impulsión de fluidos

En este capítulo se estudia el flujo de fluidos, especialmente el caso de flujo por el interior de conducciones. Se introducen los diferentes tipos de flujo y se plantean las ecuaciones básicas del flujo de fluidos: ecuaciones de conservación de materia y energía. A continuación se revisan los

métodos más importantes para estimar las pérdidas de energía por rozamiento en flujo interno, tanto para fluidos newtonianos como no newtonianos. En la última parte del capítulo se describe el fundamento de los diferentes aparatos de medida de caudales y de impulsión de fluidos.

NOMENCLATURA

C	Velocidad del sonido a través de un gas ($m s^{-1}$)	t	Tiempo (s)
C_c	Factor corrector en el tubo de Pitot.	T	Temperatura (K)
C_d	Coefficiente de descarga	V	Velocidad media de un fluido ($m s^{-1}$)
D	Diámetro de la conducción (m)	v_s	Volumen específico ($m^3 kg^{-1}$)
e	Energía interna ($J kg^{-1}$)	v_x	Velocidad local de un fluido en la dirección x ($m s^{-1}$)
f	Factor de rozamiento	v^*	Velocidad local adimensional
G	Velocidad másica ($kg m^{-2} s^{-1}$)	v^*	Velocidad de rozamiento ($m s^{-1}$)
h	Entalpía específica ($J kg^{-1}$)	W^*	Trabajo intercambiado con una máquina ($J kg^{-1}$)
He	Número adimensional de Hedstrom	γ^*	Número de Reynolds modificado
k	Índice de consistencia ($N m^{-2} s^{-n}$)	Y	Factor de expansión
h_m	Diferencia de alturas de un líquido manométrico (m)	z	Altura respecto de un nivel de referencia (m)
L	Longitud (m)	Δh	Pérdida de carga (m)
m	Caudal másico ($kg s^{-1}$)	ΔP	Diferencia de presiones ($N m^{-2}$)
M	Peso molecular	ΔP_{roz}	Pérdida de presión debida al rozamiento ($N m^{-2}$)
Ma	Número adimensional de Mach	ϵ	Rugosidad absoluta de la tubería (m)
n	Índice de comportamiento	η	Viscosidad plástica ($kg m^{-1} s^{-1}$)
N_T	Potencia teórica (W)	η_{total}	Rendimiento total de una máquina impulsora
N_R	Potencia real (W)	μ	Viscosidad ($kg m^{-1} s^{-1}$)
P	Presión ($N m^{-2}$)	μ_A	Viscosidad aparente ($kg m^{-1} s^{-1}$)
Q'	Caudal de calor intercambiado con el exterior ($J kg^{-1}$)	ρ	Densidad del fluido ($kg m^{-3}$)
Q_v	Caudal volumétrico ($m^3 s^{-1}$)	ρ_m	Densidad del líquido manométrico ($kg m^{-3}$)
R	Radio (m)	ΣF	Pérdidas de energía por rozamiento ($J kg^{-1}$)
Re	Número adimensional de Reynolds	ΣL_{eq}	Longitud equivalente de tramo recto (m)
Re_s	Número adimensional de Reynolds generalizado	τ	Tensión tangencial ($N m^{-2}$)
S	Sección transversal de la tubería (m^2)	τ_c	Tensión tangencial crítica ($N m^{-2}$)
		τ_0	Tensión tangencial de rozamiento medida en la pared de la tubería ($N m^{-2}$)

GLOSARIO

fluido: Sustancia que se deforma bajo la acción de una tensión tangencial por pequeña que ésta sea.

flujo de fluido: Fluido en movimiento. Puede ser compresible o incompresible dependiendo de si

se produce o no variación en la densidad del fluido.

flujo interno: Flujo de fluidos por el interior de conducciones.

flujo externo: Flujo de fluidos alrededor de cuerpos sólidos sumergidos en los mismos.

pérdidas menores: Pérdidas de energía por rozamiento que experimenta un fluido al atravesar diferentes accesorios y accidentes.

régimen laminar: Circulación de fluidos en forma de láminas o capas longitudinales, sin que exista mezcla transversal.

régimen turbulento: Circulación de fluidos caracterizada por la existencia de remolinos que provocan desplazamiento y mezcla entre diferentes porciones de fluido en dirección transversal.

4.1. Introducción

En todas las plantas industriales de producción de alimentos es necesario el manejo, transporte y almacenamiento de diferentes líquidos y gases. Fluidos como el agua líquida, el vapor de agua, el aire y alimentos líquidos o semi-líquidos se transportan de un punto a otro de las instalaciones mediante redes de tuberías o circulan a través de los diferentes equipos y aparatos en funcionamiento. El desplazamiento de fluidos, comúnmente denominado flujo de fluidos, conlleva siempre un coste energético y, por tanto, un coste económico. Las pérdidas de energía mecánica que se producen durante el desplazamiento de un fluido como consecuencia del rozamiento están directamente relacionadas con la viscosidad y en general con las propiedades reológicas del mismo.

Las instalaciones de flujo de fluidos se diseñan teniendo en cuenta el coste de las conducciones, del equipo de impulsión y demás accesorios, así como el consumo de energía que se produce durante el desplazamiento del fluido. Esta metodología de cálculo y diseño es común a todas las ramas de la Ingeniería en las que se estudia el flujo de fluidos. Sin embargo, en el caso de la Industria Alimentaria es necesario tener en cuenta una serie de factores adicionales ya que la naturaleza biológica y, en conse-

cuencia, frágil de los alimentos, implica la existencia de un riesgo importante de que sean dañados durante su transporte por la acción de microorganismos. Por ello, las instalaciones y equipos se construyen en materiales de gran resistencia a la corrosión, fundamentalmente acero inoxidable, asegurando que los cierres y juntas sean completamente estancos para evitar contaminaciones. Asimismo, las redes de tuberías han de diseñarse de forma que se produzca un auto-drenaje, evitando la existencia de zonas muertas o con elevados tiempos de residencia. Otro factor importante es prevenir o minimizar el contacto entre los alimentos y el oxígeno ya que, en caso contrario, se pueden desarrollar reacciones de degradación.

4.2. Tipos de flujos de fluidos

Los fluidos pueden ser *compresibles* (gases) o *incompresibles* (líquidos) dependiendo de si su densidad varía apreciablemente con la presión o se mantiene constante, respectivamente. De la misma forma, los flujos de fluidos se clasifican en flujos compresibles o incompresibles en función de la variación de la densidad a lo largo del desplazamiento del fluido. Los flujos de líquidos son siempre incompresibles, su densidad permanece prácticamente constante inclu-

so cuando la presión cambia durante el flujo. Por el contrario, los flujos de gases pueden ser compresibles o incompresibles ya que su densidad se ve inmediatamente afectada por variaciones de la presión o de la temperatura. El flujo de gases se puede considerar incompresible cuando la densidad y, por tanto, la presión se mantienen constantes a lo largo del flujo. El límite entre ambos tipos de flujos de gases se puede establecer cuantitativamente mediante el número de Mach:

$$Ma = \frac{V}{C} \quad [4.1]$$

siendo V la velocidad media del gas y C la velocidad del sonido a través del gas, medidas ambas a la misma presión y temperatura. Para valores de $Ma < 0,3$ es válido suponer que el flujo del gas es incompresible.

Existen otros criterios de clasificación de los flujos de fluidos. Atendiendo a la situación relativa del fluido respecto de las superficies sólidas con las que está en contacto se distinguen dos tipos de flujo:

- *Flujo interno.* El fluido se desplaza totalmente rodeado por la superficie sólida. Es el caso de circulación de fluidos por el interior de tuberías y conducciones.
- *Flujo externo.* El fluido circula alrededor de un sólido sumergido en su seno. Un ejemplo característico es el flujo de gases o líquidos a través de lechos de partículas sólidas.

Dependiendo del número real de fases presentes en el seno del fluido, el flujo puede ser *monofásico* o *bifásico*. En la Industria Alimentaria es bastante frecuente el flujo bifásico ya que numerosos alimentos están formados por suspensiones de partículas sólidas en un medio líquido o se trata de emulsiones con dos fases líquidas inmiscibles.

Asimismo, en función de cuál sea el mecanismo a nivel microscópico por el que se desarrolla

el desplazamiento del fluido, se pueden distinguir diferentes tipos de flujos o regímenes de circulación. Este hecho fue puesto de manifiesto por primera vez por Reynolds en 1874. Al inyectar un colorante en el seno de una corriente líquida que circula por el interior de una conducción (figura 4.1), observó que la persistencia o no de un hilo de colorante a lo largo del flujo dependía de la velocidad media del fluido:

- Para valores bajos de V (figura 4.1a), el hilo de colorante conservaba su identidad a lo largo de la conducción y se desplazaba en línea recta, lo que indica que el líquido se mueve en forma de láminas o capas longitudinales sin que exista transporte ni mezcla en dirección transversal. Este tipo de flujo se denomina *régimen laminar*.
- Al aumentar V , se alcanzaba un valor crítico para el cual las capas longitudinales eran sustituidas por remolinos que terminaban por provocar la completa desaparición del hilo de colorante (figura 4.1b). Con ello, se pone de manifiesto que en este caso, además del movimiento en dirección longitudinal, existe una importante mezcla transversal. Este tipo de flujo recibe el nombre de *régimen turbulento*. En un punto determinado, se forman continuamente remolinos que, a continuación, se rompen para originar otros más pequeños. Como consecuencia, la presión, así como la magnitud y dirección de la velocidad del fluido en ese punto, fluctúan continuamente a lo largo del tiempo. En régimen turbulento, se distingue entre valores instantáneos y valores medios de ambas variables, de forma que la amplitud de las fluctuaciones alrededor del valor medio es una medida directa de la intensidad de la turbulencia.

El paso de régimen laminar a turbulento no sólo depende de la velocidad del fluido, sino que hay que tener en cuenta otras variables como el diámetro de la conducción (D), la densidad (ρ) y la viscosidad (μ) del fluido. Todas ellas se pue-

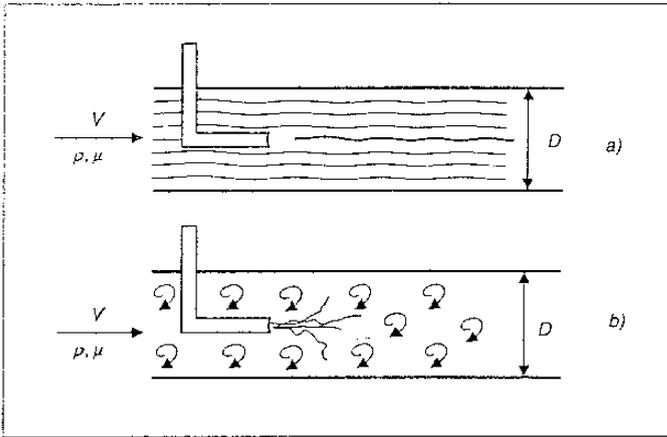


FIGURA 4.1. Experimento de Reynolds: a) Régimen laminar, b) Régimen turbulento.

den englobar en el número adimensional de Reynolds (Re):

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} \quad [4.2]$$

En el caso de flujo interno de fluidos newtonianos, los intervalos de Re que delimitan cada tipo de régimen de circulación son:

- $Re < 2.100$ flujo laminar
- $Re > 8.000$ flujo turbulento

Para valores de Re comprendidos entre 2.100 y 8.000 se da una situación intermedia poco definida, denominada *régimen de transición*. En estas condiciones el mayor o menor grado de turbulencia depende de factores secundarios como pueden ser la rugosidad de la pared de la conducción o la existencia de perturbaciones bruscas del flujo en un momento determinado.

4.3. Flujo por el interior de conducciones

Dado que en capítulos posteriores se estudian diferentes operaciones de procesado de alimen-

tos basadas o relacionadas con el flujo externo (filtración, sedimentación, fluidización, centrifugación, etc.), el resto de este capítulo se dedica al flujo de fluidos por el interior de conducciones. Desde el punto de vista del diseño de las instalaciones, uno de los objetivos principales es la determinación de la energía que hay que comunicar al fluido para transportarle de un punto a otro con un determinado caudal. No obstante, en algunos sistemas la variable a estimar puede ser otra: caudal de fluido en circulación, diámetro de la tubería o valor de la presión existente en algún punto de la instalación. Las herramientas fundamentales que se utilizan en la resolución de este tipo de problemas son las ecuaciones de conservación de materia y energía y las leyes que rigen el rozamiento entre fluidos y sólidos.

4.3.1. Perfiles de velocidad

Tal y como se ha comentado en el capítulo 3, el rozamiento que experimenta el fluido con las paredes de la conducción o el que se produce entre diferentes porciones de fluido provoca la existencia de un perfil de velocidad en cada sección transversal. En tuberías cilíndricas, la velo-

cidad de cada elemento de fluido (velocidad local) varía con la coordenada radial, siendo nula en los puntos de contacto con la superficie sólida y máxima en el centro de la conducción. La forma de este perfil de velocidad depende del régimen de circulación, de la geometría de la conducción y de las propiedades reológicas del fluido. En la figura 4.2 se han representado los perfiles de velocidad correspondientes a un fluido newtoniano. En régimen laminar, el perfil es parabólico pudiendo describirse mediante una ecuación de segundo grado:

$$v_x = (v_x)_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad [4.3]$$

siendo $(v_x)_{\max}$ la velocidad local del fluido en el centro de la conducción y R el radio de la misma.

En régimen turbulento, el perfil es bastante más achatado como consecuencia de la mezcla transversal que contribuye a homogeneizar las propiedades del fluido en cada sección. Es de destacar que en este caso, aunque la mayor parte del fluido presenta un flujo turbulento, en las proximidades de la superficie sólida se forma una capa de fluido de pequeño espesor con flujo laminar, recibiendo el nombre de *subcapa laminar*. La mayor complejidad del perfil de velocidad en régimen turbulento hace necesario utilizar varias ecuaciones para poder describir por completo

dicha curva. El conjunto de expresiones aplicables se conoce con el nombre de ecuación universal de distribución de velocidades:

$$v^* = y^* \quad \text{si } y^* \leq 5 \quad [4.4]$$

$$v^* = 5 + 5 \ln \frac{y^*}{5} \quad \text{si } 5 \leq y^* \leq 30 \quad [4.5]$$

$$v^* = 5,5 + 2,5 \ln y^* \quad \text{si } y^* \geq 30 \quad [4.6]$$

siendo v^* una velocidad adimensional y y^* un número de Reynolds modificado, definidos como:

$$v^* = \frac{(v_x)_{\max}}{v^*} \quad [4.7]$$

$$y^* = \frac{v^*(R-r)\rho}{\mu} \quad [4.8]$$

donde v^* representa la denominada velocidad de rozamiento, calculable a partir de la tensión tangencial de rozamiento en la pared (τ_0), según la expresión:

$$v^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad [4.9]$$

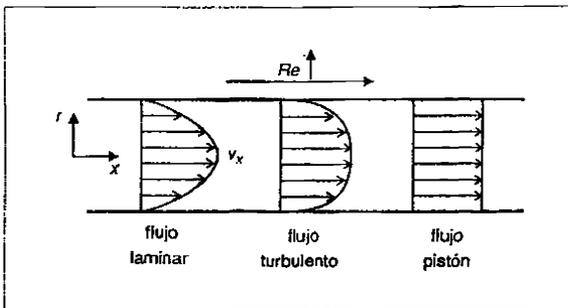


FIGURA 4.2. Perfil de velocidad durante el flujo de un fluido newtoniano por el interior de una conducción.

En ambos tipos de flujos la velocidad media del fluido se puede obtener por integración del perfil de velocidad local en toda la sección transversal de la conducción (S):

$$V = \frac{1}{S} \int_S v_x \, dS \quad [4.10]$$

Si se calcula la relación entre la velocidad media y la velocidad local máxima ($V/v_{x,max}$) los valores que se obtienen son 0,5 y 0,8 para flujos laminar y turbulento, respectivamente, lo que confirma que en el último caso el perfil de velocidad es bastante más plano. En el caso ideal de flujo pistón, la relación anterior sería la unidad de acuerdo con un perfil de velocidad completamente plano (figura 4.2).

A continuación se presentan las expresiones que describen el perfil de velocidad para diferentes tipos de fluidos no newtonianos en régimen laminar:

- Fluidos pseudoplásticos y dilatantes (ley de la potencia)

$$v_x = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(\frac{\Delta P}{2kL} \right)^{1/n} [R^{(n+1)/n} - r^{(n+1)/n}] \quad [4.11]$$

- Fluidos plásticos de Bingham (modelo de Bingham)

$$v_x = \frac{1}{\eta} \left[\frac{\Delta P}{4L} (R^2 - r^2) - \tau_c (R - r) \right] \quad [4.12]$$

- Fluidos plásticos reales (modelo de Herschel-Bulkley)

$$v_x = \frac{2L}{\Delta P (1/n + 1) k^{1/n}} \left[(\tau_0 - \tau_c)^{1/n+1} - \left(\frac{r\Delta P}{2L} - \tau_c \right)^{1/n+1} \right] \quad [4.13]$$

La nomenclatura utilizada en estas ecuaciones respecto de los diferentes parámetros reológicos coincide con la establecida con anterioridad en el capítulo 3. En el caso de fluidos no newtonianos que se ajustan a los modelos de Bingham o de Herschel-Bulkley, las ecuaciones anteriores proporcionan el perfil de velocidad local en la zona próxima a las paredes de la tubería, en la que se cumple que la tensión tangencial de rozamiento que soporta el fluido es superior a la de fluencia. Dado que dicha tensión es inversamente proporcional a la coordenada radial, a una cierta distancia su valor puede caer por debajo del de fluencia por lo que, tal y como se representa en la figura 4.3, a partir de ese punto el perfil de velocidad de este tipo de fluidos es plano.

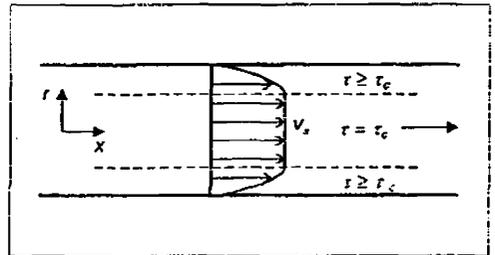


FIGURA 4.3. Perfil de velocidad durante el flujo de un fluido plástico por el interior de una conducción.

Ejemplo 4.1. Determinación de velocidades locales y medias.

Un caudal de agua de $0,05 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$ circula por el interior de una conducción de 1 cm de diámetro interno. Determinar el valor de las velocidades media y local máxima. Repítase el cálculo suponiendo que el caudal en circulación se incrementa por un factor de 10. Considérese para el agua una densidad de 1.000 kg m^{-3} y una viscosidad de $0,001 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Solución

La velocidad media del fluido se puede determinar directamente a partir del caudal volumé-

trico, dividiendo por la sección de paso de la tubería:

$$V = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{0,05/3.600}{\frac{\pi}{4} 0,01^2} = 0,1768 \text{ m s}^{-1}$$

La relación entre la velocidad local máxima y la velocidad media depende del valor del número de Reynolds:

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{(0,1768)(0,01)(1.000)}{0,001} = 1.768$$

Este resultado indica que el régimen de circulación del fluido es laminar, por lo que la velocidad local máxima se puede estimar como:

$$(v_x)_{\max} = \frac{V}{0,5} = \frac{0,1768}{0,5} = 0,3536 \text{ m s}^{-1}$$

Repetiendo esta secuencia de cálculo cuando el caudal es diez veces superior:

$$V = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{0,5/3.600}{\frac{\pi}{4} 0,01^2} = 1,768 \text{ m s}^{-1}$$

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{(1,768)(0,01)(1.000)}{0,001} = 17.680$$

Luego, en este caso el fluido circula en régimen turbulento por lo que la velocidad local máxima se calcula como:

$$(v_x)_{\max} = \frac{V}{0,8} = \frac{1,768}{0,8} = 2,21 \text{ m s}^{-1}$$

4.3.2. Ecuaciones de conservación

Considérese un fluido que circula en régimen estacionario por el interior de una conducción, cuya sección transversal puede variar a lo largo del flujo. El sistema que se analiza es el tramo comprendido entre las secciones 1 y 2 de la figura 4.4, admitiendo la posibilidad de que el fluido intercambie calor y/o trabajo con el exterior a lo largo del mismo. Las propiedades del fluido en cada sección se designan mediante los subíndices 1 y 2.

Entre ambas secciones se pueden plantear las siguientes ecuaciones de conservación:

1. *Conservación de materia total.* En régimen estacionario el balance de materia total se

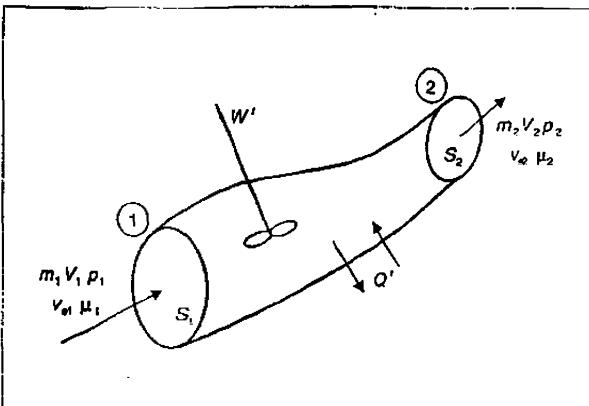


FIGURA 4.4. Esquema general del flujo interno de fluidos.

reduce a que el caudal másico de fluido (m) se mantiene constante:

$$m_1 = m_2 \quad [4.14]$$

o teniendo en cuenta la relación entre caudal másico y caudal volumétrico (Q_v) y entre éste y la velocidad media:

$$Q_{v1}\rho_1 = Q_{v2}\rho_2 \quad [4.15]$$

$$V_1S_1\rho_1 = V_2S_2\rho_2 \quad [4.16]$$

siendo ρ la densidad del fluido y S el área de la sección transversal de la conducción.

Las expresiones anteriores se pueden simplificar en el caso de flujo incompresible (ρ constante):

$$Q_{v1} = Q_{v2} \Leftrightarrow V_1S_1 = V_2S_2 \quad [4.17]$$

o cuando el área de la sección transversal no varía:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Leftrightarrow G_1 = G_2 \quad [4.18]$$

donde G recibe el nombre de *velocidad másica*.

Finalmente si tanto la densidad como el área de la sección son constantes, se cumple:

$$V_1 = V_2 \quad [4.19]$$

2. **Conservación de energía total.** La ecuación de conservación de energía total se basa en la aplicación del primer principio de la *termodinámica a sistemas abiertos*:

$$\begin{aligned} & \{ \text{Trabajo fuerzas externas} \} + \{ \text{calor} \} = \\ & = [\Delta \text{Energía interna}] + [\Delta \text{Energía cinética}] \end{aligned} \quad [4.20]$$

Desarrollando los diferentes términos:

$$\begin{aligned} & [(p_1 v_{e1} - p_2 v_{e2}) + g(z_1 - z_2) + W'] + Q' = \\ & = (e_2 - e_1) + \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) \end{aligned} \quad [4.21]$$

siendo:

$(p_1 v_{e1} - p_2 v_{e2})$: trabajo realizado por las fuerzas de presión en las superficies 1 y 2, representando v_e el volumen específico, de valor inverso al de la densidad del fluido.

$g(z_1 - z_2)$: variación de la energía potencial del fluido, siendo z la altura de cada sección respecto de un nivel de referencia.

W' : trabajo intercambiado por el fluido con una máquina.

Q' : calor intercambiado por el fluido con el exterior.

$(e_2 - e_1)$: variación de energía interna.

$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right)$: variación de la energía cinética del fluido. El parámetro α tiene un valor de 0,5 en régimen laminar y de 1 en régimen turbulento.

La ecuación [4.21] está referida a 1 kg de fluido en movimiento, es decir, los diferentes términos tienen dimensiones de energía por unidad de masa. El calor y el trabajo intercambiados con el exterior se definen como positivos si los recibe el fluido y negativos en caso contrario.

Introduciendo el concepto de entalpía específica (h):

$$h = e + pv, \quad [4.22]$$

la ecuación de conservación de energía total se expresa como:

$$(h_2 - h_1) + g(z_2 - z_1) + \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) = Q' + W' \quad [4.23]$$

3. *Conservación de energía interna y energía mecánica.* La ecuación de conservación de energía total se puede desglosar en sendas ecuaciones de conservación de energía interna y energía mecánica teniendo en cuenta los términos relacionados con cada una de estas formas de energía. Para ello, el término correspondiente al trabajo realizado por las fuerzas de presión se expresa como:

$$(P_1 v_{e1} - P_2 v_{e2}) = \int_1^2 d(pv_e) = \int_1^2 p dv_e + \int_1^2 v_e dp \quad [4.24]$$

También ha de tenerse en cuenta que en todos los sistemas reales en movimiento se produce una conversión de energía mecánica en energía interna debido al rozamiento. Si denominamos ΣF a las pérdidas de energía por rozamiento por unidad de masa de fluido, la ecuación de conservación de energía interna queda como:

$$\int_1^2 p dv_e + (e_2 - e_1) = Q' + \Sigma F \quad [4.25]$$

mientras que la expresión correspondiente a la ecuación de conservación de energía mecánica es:

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \int_1^2 v_e dp + \Sigma F = W' \quad [4.26]$$

dividiendo toda la ecuación por la aceleración de la gravedad, los diferentes términos quedan expresados con dimensiones de longitud, recibiendo el nombre de *cargas*:

$$\frac{1}{g} \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + (z_2 - z_1) + \frac{1}{g} \int_1^2 v_e dp + \frac{\Sigma F}{g} = \frac{W'}{g} \quad [4.27]$$

En el caso de flujo incompresible, al ser la densidad constante, la ecuación de con-

servación de energía mecánica se simplifica a la siguiente:

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + v_e(p_2 - p_1) + \Sigma F = W' \quad [4.28]$$

expresión conocida como *ecuación de Bernouilli*.

4.3.3. Pérdidas de energía por rozamiento.

La energía mecánica que se disipa debido al rozamiento que experimenta el fluido durante su desplazamiento depende de numerosos factores: características geométricas de la conducción, propiedades físicas y tipo de comportamiento reológico del fluido, régimen de circulación, características superficiales de la pared de la tubería, presencia de diferentes tipos de accidentes, etc. A continuación se describe cómo se puede realizar una estimación de dichas pérdidas en los casos más habituales de flujo interno.

A) Fluidos newtonianos

Las pérdidas de energía mecánica por rozamiento que experimenta un fluido newtoniano al circular en régimen laminar por un tramo recto de tubería se pueden calcular mediante la ecuación de Poiseuille, comentada con anterioridad en el capítulo 3 al describir los viscosímetros de tubo. La disminución de presión asociada a la pérdida de energía por rozamiento se determina a partir de esta última dividiendo por la densidad. Teniendo en cuenta esta relación, la ecuación de Poiseuille se puede expresar para calcular directamente el término ΣF :

$$\Sigma F = \frac{\Delta p_{roz}}{\rho} = 32 \frac{\mu VL}{\rho D^2} \quad [4.29]$$

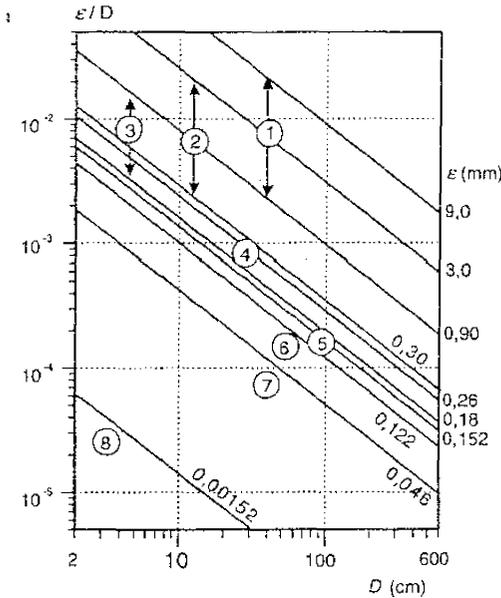


FIGURA 4.5. Escala normalizada de rugosidades para diferentes tuberías: tubos de acero remachados (1), tubos de hormigón (2), tubos de duelas de madera (3), tubos de fundición (4), tubos de hierro galvanizado (5), tubos de fundición revestidos de asfalto (6), tubos de acero o hierro forjado (7), tubos estirados (8).

Para régimen de transición y turbulento, esta ecuación no es aplicable. En su lugar se utiliza una expresión empírica denominada *ecuación de Fanning*, también válida en régimen laminar:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p_{roz}}{\rho} = 2fV^2 \frac{L}{D} \quad [4.30]$$

donde f es un factor de rozamiento que ha de determinarse experimentalmente. Mediante análisis dimensional se deduce que el factor de rozamiento depende del valor del número de Reynolds y de la relación ϵ/D , denominada *rugosidad relativa*:

$$f = \Phi \left(Re, \frac{\epsilon}{D} \right) \quad [4.31]$$

La rugosidad absoluta (ϵ) es una medida de la profundidad media que tienen las rugosidades

e imperfecciones existentes en la superficie de la pared de la conducción. La rugosidad absoluta depende del material y método de fabricación de la tubería y posee dimensiones de longitud. Existe una escala normalizada de rugosidades obtenidas experimentalmente para diferentes materiales, que se suele presentar en forma de tablas o gráficas como la que se recoge en la figura 4.5.

Se han desarrollado y propuesto numerosas correlaciones de datos experimentales que permiten el cálculo del factor de rozamiento a partir de valores de la rugosidad relativa y del número de Reynolds. Entre los más utilizados se encuentra el gráfico de Moody (figura 4.6), en el que puede observarse que en régimen laminar el factor de rozamiento no depende de la rugosidad, expresándose únicamente en función de Re de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$f = \frac{16}{Re} \quad [4.32]$$

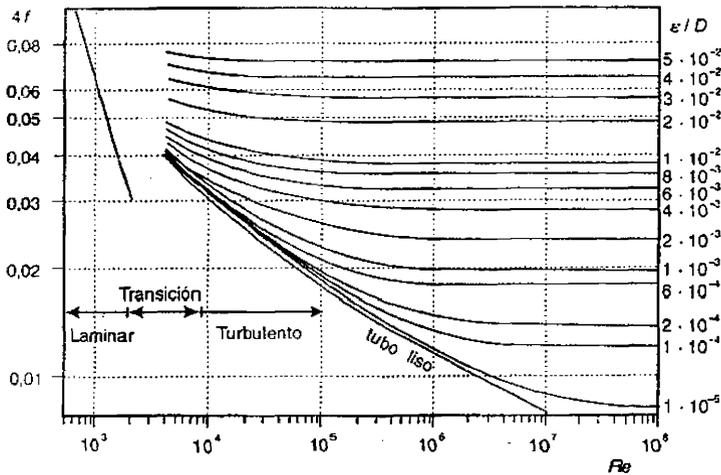


FIGURA 4.6. Gráfico de Moody para el cálculo del factor de rozamiento.

Por el contrario, en régimen turbulento las curvas $4f - Re$ se hacen casi horizontales, poniendo de manifiesto que en esas condiciones el factor de rozamiento varía fundamentalmente con la rugosidad relativa y muy poco con el número de Reynolds.

Entre las correlaciones analíticas existentes para la estimación de f , una de las más importantes es la ecuación de Chen que proporciona valores coincidentes con el gráfico de Moody:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4.0 \log \left\{ \frac{1}{3.7065} \left(\frac{\epsilon}{D} \right) - \frac{5.0542}{Re} \log \left[\frac{1}{2.8257} \left(\frac{\epsilon}{D} \right)^{1.1098} + \frac{5.8506}{Re^{0.8981}} \right] \right\} \quad [4.33]$$

Por otro lado, en determinados problemas resulta de gran utilidad el denominado gráfico de Karman (figura 4.7), en el que se representan los mismos datos que en el gráfico de Moody pero de diferente forma. Dado que en el primero de ellos

la velocidad media del fluido no aparece en el eje de abscisas ($2Re\sqrt{f}$), esta representación permite resolver con facilidad problemas en los que la velocidad o el caudal de fluido son desconocidos.

B) Fluidos no newtonianos

La mayor parte de los alimentos líquidos se comportan como fluidos no newtonianos, por lo que la determinación de las pérdidas por rozamiento en este caso es de gran interés en el diseño de equipos para la Industria Alimentaria. Para ello, se sigue calculando el término ΣF mediante la ecuación de Fanning, pero cambian las correlaciones que permiten la estimación del factor de rozamiento.

Para los fluidos que cumplen la ley de la potencia (pseudoplásticos y dilatantes) se define un número de Reynolds generalizado de acuerdo con la siguiente expresión:

$$Re_s = 2^{3-n} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n \frac{V^{2-n} D^n \rho}{k} \quad [4.34]$$

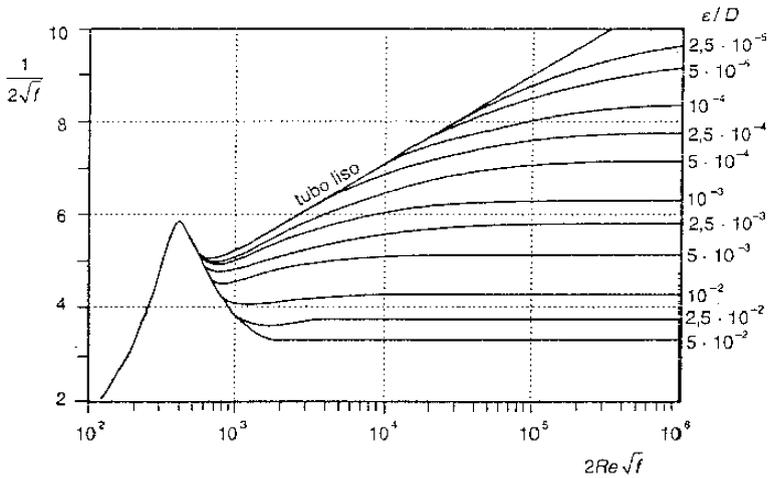


FIGURA 4.7. Gráfico de Karman.

Una vez conocido Re_g , el factor de rozamiento se puede determinar mediante correlaciones empíricas o gráficos como el que se muestra en la figura 4.8, denominado de Dodge y Metzner y válido para tuberías lisas.

En el caso de fluidos plásticos de Bingham, se refiere el número de Reynolds a la viscosidad plástica y se define un nuevo número adimensional, número de Hedstron (He), según las ecuaciones:

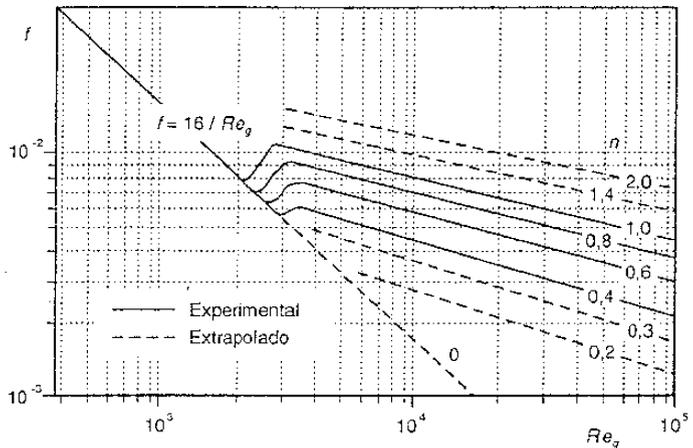


FIGURA 4.8. Gráfico de Dodge y Metzner para el cálculo del factor de rozamiento en fluidos pseudo-plásticos y dilatantes.

$$Re = \frac{VD\rho}{\eta} \quad [4.35]$$

$$He = \frac{\rho D^2 \tau_c}{\eta^2} \quad [4.36]$$

A partir de estos números adimensionales es posible determinar el factor de rozamiento mediante el gráfico de Thomas (figura 4.9).

Tanto en la figura 4.8 como en la 4.9 se puede observar que para fluidos no newtonianos el paso de régimen laminar a régimen de transición no se produce siempre para el mismo valor del número de Reynolds, sino que dicho valor crítico depende de los parámetros reológicos del fluido.

Los datos bibliográficos disponibles para el cálculo del factor de rozamiento si el fluido se ajusta a otros modelos reológicos son muy escasos. Tampoco son frecuentes los datos que relacionan la rugosidad de la conducción con el factor de rozamiento de fluidos no newtonianos en régimen turbulento. No obstante, dada la elevada consistencia que tiene la mayor parte de este tipo de fluidos, lo más frecuente es que circulen en régimen laminar, zona en la que no es necesario tener en cuenta la rugosidad de la pared.

Asimismo, en cualquier caso siempre es posible utilizar un método aproximado para el cálculo de f , basado en la estimación de una viscosidad aparente media del fluido en las condiciones de flujo y la aplicación de las correlaciones correspondientes a los fluidos newtonianos.

C) Pérdidas menores

Se denominan así aquellas pérdidas de energía mecánica que experimenta el fluido por rozamiento al atravesar diferentes accesorios y accidentes presentes en las redes de flujo, tales como válvulas, codos, estrechamientos, ensanchamientos, bifurcaciones, etc. El valor correspondiente ha de sumarse al que se produce durante la circulación en tramos rectos a fin de obtener las pérdidas totales de energía mecánica.

Uno de los métodos más utilizados para estimar las pérdidas menores se basa en determinar la longitud equivalente de tramo recto (L_{eq}) que ocasiona la misma pérdida de energía que el accidente considerado. En el cuadro 4.1 se recogen datos experimentales de L_{eq} para los accesorios más habituales, expresados como número de diámetros de la conducción.

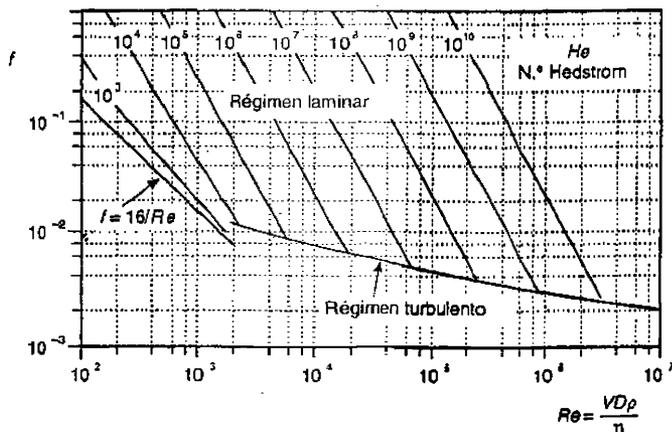


FIGURA 4.9. Gráfico de Thomas para el cálculo del factor de rozamiento en fluidos plásticos de Bingham.

Introduciendo el concepto de longitud equivalente en la ecuación de Fanning es posible calcular mediante una sola expresión las pérdidas globales de energía debido al rozamiento:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p_{roz.}}{\rho} = 2fV^2 \frac{L + \Sigma L_{eq}}{D} \quad [4.37]$$

CUADRO 4.1

Longitud equivalente de tramo recto de diferentes accidentes, expresado como número de diámetros

Accidente	L_{eq} (n.° D)
Válvula de asiento	
abierta	300
1/2 abierta	475
Válvula de compuerta	
abierta	8
3/4 abierta	45
1/2 abierta	225
1/4 abierta	1.200
Válvula de retención (disco)	500
Codo de 45°	
radio medio	15
radio grande	10
Codo de 90°	
radio medio	38
radio grande	23
Unión en T	
entrada central	90
entrada lateral	60
Retorno en U (180°)	75
Entrada ordinaria	16
Ensanchamiento brusco (d a D) régimen laminar	$\frac{Re}{32} \left[1 - \left(\frac{d^2}{D^2} \right) \right]^2$
Estrechamiento brusco (D a d) régimen laminar	$\frac{Re}{160} \left[1,25 - \left(\frac{d^2}{D^2} \right) \right]$

4.3.4. Cálculo de la energía de impulsión

La estimación de la energía o potencia que hay que comunicar al fluido mediante una máquina para conseguir su desplazamiento de un punto a otro de la instalación se suele realizar basándose en la ecuación de conservación de energía mecánica. La forma de integrar el término relacionado con la variación de la presión, que aparece en dicha ecuación, depende de si el flujo es incompresible o compresible.

A) Flujo incompresible

En este caso, al ser constante la densidad del fluido, la ecuación de conservación de energía mecánica se transforma en la de Bernouilli, la cual permite calcular directamente el término de energía de impulsión (W). A partir de este valor, la potencia que debe recibir el fluido se obtiene multiplicando la energía de impulsión por el caudal másico:

$$N_T = W'm \quad [4.38]$$

La expresión anterior proporciona la potencia teórica, es decir la que tiene que recibir el fluido en circulación. Sin embargo, la potencia que realmente se consume es mayor debido a las diferentes pérdidas que se producen en el interior de la máquina de impulsión: disipación de energía en el motor eléctrico que acciona la bomba o el compresor, rozamiento entre las diferentes piezas y partes en movimiento, etc. La potencia teórica (N_T) y la real (N_R) se relacionan a través del rendimiento total de la máquina impulsora, expresado en tanto por ciento:

$$\eta_{total} = \frac{N_T}{N_R} 100 \quad [4.39]$$

B) Flujo compresible

En este caso la dificultad que conlleva la integración del término relacionado con la variación

de la presión hace necesario el subdividir la instalación en diferentes tramos de forma que se pueda admitir que en cada uno de ellos la transformación que experimenta el fluido se ajusta a modelos sencillos: isoterma, adiabática, politrópica, etc.

Si se considera un tramo recto de tubería en el que no se dispone de ninguna máquina y se admite que la variación de energía potencial es despreciable y el flujo es isoterma, la ecuación de conservación de energía mecánica conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{M}{2RT}(p_1^2 - p_2^2) = \frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{p_1}{p_2} + 2fG^2 \frac{L}{D} \quad [4.40]$$

Por aplicación de esta ecuación a los diferentes tramos rectos de la instalación es posible obtener el valor de la presión a la entrada y a la salida de la máquina impulsora. Suponiendo que durante la compresión del fluido en esta última se produce una transformación politrópica de exponente k ($p v_e^k = \text{constante}$), la energía que recibe el fluido se puede calcular como:

$$W' = \int_1^2 v_e dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_{e1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad [4.41]$$

Finalmente, la potencia teórica y la real se determinan análogamente al caso de flujo incompresible.

Ejemplo 4.2. Circulación de fluidos newtonianos. Determinación de la energía de impulsión requerida en un sistema de flujo con diferentes accidentes.

Se dispone de la instalación esquematizada en la figura, que permite el trasvase de agua entre dos depósitos de gran diámetro, el primero de ellos abierto y el segundo cerrado con una presión de 3,5 atm. La tubería que conecta ambos depósitos posee un diámetro interno de 1" (2,54 cm) con una longitud de 120 m. En la conducción existen además diferentes accidentes: 1 válvula de asiento abierta y 2 codos de 90° de radio medio. Determinar la potencia de impulsión necesaria para trasvasar un caudal de 6 m³ h⁻¹.

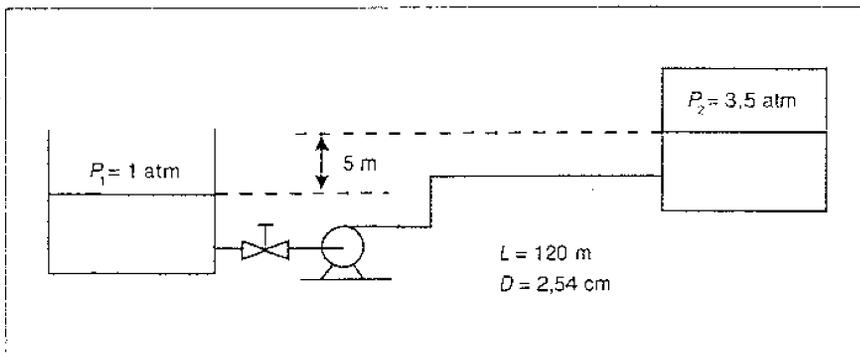
Datos

- Propiedades físicas del agua: $\rho = 1.000 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,001 \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$.
- Rugosidad absoluta de la conducción: $\epsilon = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.
- Rendimiento total de la bomba: $\eta_{total} = 75\%$.

Solución

La resolución de este problema se basa en aplicar la ecuación de conservación de energía mecánica entre las superficies libres del líquido en ambos depósitos (ecuación [4.28]):

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + v_e(p_2 - p_1) + \Sigma F = W'$$



La variación de energía cinética se puede considerar despreciable ya que, al tratarse de depósitos de gran diámetro, la velocidad de descenso o ascenso del nivel de líquido en los mismos será muy pequeña:

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) = 0$$

Las variaciones de energía potencial y de presión se pueden calcular directamente con los datos del problema:

$$g(z_2 - z_1) = (9,81)(5) = 49,05 \text{ J kg}^{-1}$$

$$\begin{aligned} v_c(p_2 - p_1) &= \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) = \\ &= \frac{1}{1.000}(3,5 - 1)101.330 = 253,3 \text{ J kg}^{-1} \end{aligned}$$

donde 101.330 es el factor de conversión para pasar las unidades de la presión de atm a N m^{-2} .

El cálculo de las pérdidas de energía por rozamiento se lleva a cabo mediante la ecuación de Fanning (ecuación [4.30]), lo que a su vez requiere la determinación de diferentes variables. Así, la velocidad media del fluido se puede estimar a partir del caudal:

$$V = \frac{Q_v}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{6/3600}{\frac{\pi}{4} 0,0254^2} = 3,29 \text{ m s}^{-1}$$

El régimen de circulación del fluido depende del valor del número de Reynolds:

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{(3,29)(0,0254)(1.000)}{0,001} = 83.546$$

Luego el agua circula por el interior de la tubería en régimen turbulento. En este caso el rozamiento que experimenta depende también de la rugosidad de la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,000015}{0,0254} = 5,910^{-4}$$

Conocidos Re y ε/D , el factor de rozamiento se calcula mediante la ecuación de Chen (ecuación [4.33]) o el gráfico de Moody (figura 4.6). El valor resultante con dicha ecuación es el siguiente:

$$f = 5,309 \cdot 10^{-3}$$

Las pérdidas de energía en los diferentes accidentes de la instalación se pueden estimar con los datos recogidos en el cuadro 4.1:

Válvula de asiento abierta:

$$L_{ca} = 300 D = (300)(0,0254) = 7,62 \text{ m}$$

2 codos de 90° de radio medio:

$$L_{ca} = 2(38 D) = 2(38)(0,0254) = 1,93 \text{ m}$$

Por tanto:

$$\Sigma L_{ca} = 7,62 + 1,93 = 9,55 \text{ m}$$

Con estos datos es posible sustituir en la ecuación de Fanning y determinar las pérdidas de energía por rozamiento:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= 2fV^2 \frac{L + \Sigma L_{ca}}{D} = \\ &= 2(5,309 \cdot 10^{-3})(3,29)^2 \frac{120 + 9,55}{0,0254} = 586,2 \text{ J kg}^{-1} \end{aligned}$$

Aplicando a continuación la ecuación de conservación de energía mecánica, se obtiene la energía que es necesario comunicar al fluido:

$$W' = 49,05 + 253,3 + 586,2 = 888,55 \text{ J kg}^{-1}$$

La potencia teórica de la bomba se determina multiplicando el resultado anterior por el caudal másico de fluido:

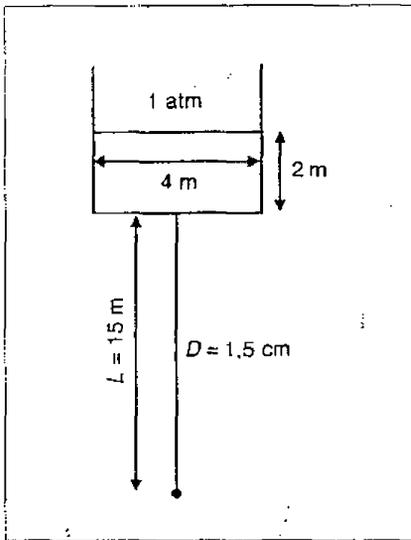
$$N_T = mW' = Q_v \rho W' = \left(\frac{6}{3.600} \right) (1.000)(888,55) = 1.481 \text{ W}$$

Finalmente, la potencia realmente consumida se obtiene dividiendo por el rendimiento total de la bomba, expresado en tanto por uno:

$$N_g = \frac{N_T}{\eta_{total}} = \frac{1,481}{0,75} = 1,975 \text{ W}$$

Ejemplo 4.3. Circulación de fluidos newtonianos. Problema de caudal desconocido.

Tal y como se muestra en la figura, se dispone de un depósito elevado conteniendo 2 m de altura de agua y conectado a una tubería de descarga. Determinar el caudal de agua que se recoge a la salida, sabiendo que la conducción es lisa y posee un diámetro interno de 1,5 cm. ¿Cuál es la velocidad de descenso del nivel de agua en el depósito?



Datos

- Propiedades físicas del agua: $\rho = 1.000 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,001 \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$.
- Considérese que la variación de la energía cinética del fluido es despreciable.

Solución

Aplicando la ecuación de conservación de energía mecánica (ecuación [4.28]) entre la superficie libre del líquido en el depósito y el punto de descarga de la tubería, y teniendo en cuenta que no existe ninguna bomba entre ambos, así como que las variaciones de energía cinética y de presión son despreciables, se llega a:

$$g(z_2 - z_1) + \Sigma F = 0$$

Sustituyendo valores:

$$9,81(-17) + \Sigma F = 0$$

$$\Sigma F = 166,77 \text{ J kg}^{-1}$$

Luego, se trata de un problema de pérdidas de energía por rozamiento especificadas pero caudal y velocidad desconocidos, que se puede resolver con ayuda del gráfico de Karman (figura 4.7). Teniendo en cuenta la expresión del eje de abscisas en dicho gráfico y sustituyendo el número de Reynolds y el factor de rozamiento se obtiene el siguiente valor:

$$2Re\sqrt{f} = 2\left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)\left(\frac{1}{V}\sqrt{\frac{\Sigma FD}{2L}}\right) = \frac{D\rho}{\mu}\sqrt{\frac{2\Sigma FD}{L}} = \frac{(0,015)(1,000)}{0,001}\sqrt{\frac{2(166,77)(0,015)}{15}} = 8,663$$

Leyendo en el gráfico de Karman para tuberías lisas y teniendo en cuenta el significado del eje de ordenadas:

$$\frac{1}{2\sqrt{f}} = \frac{V}{2\sqrt{\frac{\Sigma FD}{2L}}} = \frac{V}{\sqrt{\frac{2\Sigma FD}{L}}} = \frac{V}{\sqrt{\frac{2(166,67)(0,015)}{15}}} = 6,8$$

Operando en dicha expresión, se obtiene la velocidad media de circulación del agua:

$$V = 3,93 \text{ m s}^{-1}$$

El caudal de agua en circulación se determina multiplicando la velocidad por la sección de paso de la conducción:

$$Q_v = VS = V \frac{\pi}{4} D^2 = (3,93) \frac{\pi}{4} (0,015)^2 = 6,94 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \therefore 2,5 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$$

Finalmente, la velocidad con la que desciende el nivel de líquido en el depósito (V_1) se puede determinar dividiendo el caudal volumétrico por la sección transversal de este último:

$$V_1 = \frac{Q_v}{S_1} = \frac{Q_v}{\frac{\pi}{4} D_1^2} = \frac{6,94 \cdot 10^{-4}}{\frac{\pi}{4} 4^2} = 5,52 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

resultado que confirma que la velocidad con la que varía el nivel de líquido en depósitos de gran tamaño es despreciable.

Ejemplo 4.4. Circulación de fluidos no newtonianos.

Se desea alimentar un tanque agitado con un caudal de $3 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$ de un concentrado de zumo de naranja procedente de un depósito elevado, tal y como se muestra en la figura. Ambos depósitos se encuentran a presión atmosférica y la tubería que los conecta es lisa con un diámetro interno de 4 cm. Determinar si es necesario el uso de una bomba para conseguir transportar el caudal de fluido necesario. En caso afirmativo, calcular la potencia teórica de dicha bomba.

ba para conseguir transportar el caudal de fluido necesario. En caso afirmativo, calcular la potencia teórica de dicha bomba.

Datos

- Propiedades del concentrado de zumo de naranja:

$$\rho = 1.200 \text{ kg m}^{-3}$$

$$k = 5,5 \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-n}; n = 0,6$$

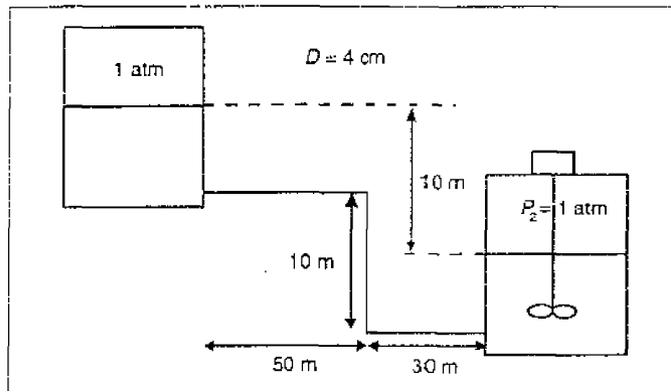
Considérese que las pérdidas de energía por rozamiento se producen únicamente en tramos rectos de tubería.

Solución

Planteando la ecuación de conservación de energía mecánica entre la superficie libre del líquido en ambos depósitos (ecuación [4.28]):

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + v_e(p_2 - p_1) + \Sigma F = W'$$

Al igual que en problemas anteriores se considera que la velocidad de descenso y ascenso del nivel de líquido en ambos depósitos es muy pequeña, por lo que la variación de energía cinética es despreciable. También resulta nula la variación de energía asociada a la presión, ya que esta última es la misma en ambos depósitos. A partir de la dife-



rencia de alturas se puede estimar fácilmente la variación de energía potencial:

$$g(z_2 - z_1) = 9,81(-10) = -98,1 \text{ J kg}^{-1}$$

El cálculo del término ΣF requiere del conocimiento previo de la velocidad y régimen de circulación del fluido:

$$V = \frac{Q_v}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{3/3.600}{\frac{\pi}{4} 0,04^2} = 0,663 \text{ m s}^{-1}$$

Los datos del problema indican que el concentrado de zumo de naranja es un fluido no newtoniano, concretamente se trata de un fluido pseudoplástico. Por tanto, el régimen de circulación dependerá del valor del número de Reynolds generalizado (ecuación [4.34]):

$$\begin{aligned} Re_g &= 2^{3-n} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n \frac{V^{2-n} D^n \rho}{k} = \\ &= 2^{3-0,6} \left(\frac{0,6}{3(0,6)+1} \right)^{0,6} \frac{(0,663)^{2-0,6} (0,04)^{0,6} (1.200)}{5,5} = \\ &= 37,3 \end{aligned}$$

El valor obtenido muestra claramente que el fluido en consideración circula por el interior de la conducción en régimen laminar. El valor del factor de rozamiento para fluidos pseudoplásticos se puede estimar mediante el gráfico de Dodge y Metzner (figura 4.8). No obstante, al tratarse de régimen laminar, también se puede calcular analíticamente:

$$f = \frac{16}{Re_g} = \frac{16}{37,3} = 0,429$$

Aplicando la ecuación de Fanning (ecuación [4.30]), se obtienen las pérdidas de energía por rozamiento:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= 2f V^2 \frac{L}{D} = \\ &= 2(0,429)(0,663)^2 \frac{50+10+30}{0,04} = 848,6 \text{ J kg}^{-1} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación de conservación de energía mecánica:

$$W' = -98,1 + 848,6 = 750,5 \text{ J kg}^{-1}$$

El valor positivo de W muestra la necesidad de comunicar energía al fluido con una bomba para conseguir desplazar el caudal deseado. La potencia teórica de dicha bomba se determina multiplicando el resultado anterior por el caudal másico de fluido:

$$N_T = mW' = Q_v \rho W' = \frac{3}{3.600} (1.200)(750,5) = 750,5 \text{ W}$$

4.4. Aparatos de medida de caudales

Existen numerosos aparatos de medida de caudales con fundamentos muy diferentes. Se pueden clasificar en diferentes grupos según cuál sea la propiedad que miden o la alteración que producen en el flujo del fluido. A continuación se describe el fundamento de los más importantes.

A) Medidores fluidodinámicos

Se basan en modificar las líneas de flujo del fluido, generalmente alterando u obstruyendo parcialmente la sección de paso, lo que suele repercutir sobre alguna de las variables del sistema y en especial sobre la presión. A partir de la variación de presión producida se determina la velocidad media o el caudal de fluido en circulación.

Entre los diferentes medidores fluidodinámicos existentes cabe destacar los siguientes:

— *Tubo de Pitot*. Está constituido por dos tomas de presión que se introducen en la conducción. Tal y como se puede observar en la figura 4.10 una de las tomas se sitúa perpendicular al flujo del fluido, proporcionando una medida de lo que se deno-

mina *presión de impacto*, mientras que la otra toma al ser paralela al flujo mide la presión estática. La diferencia entre ambas medidas recibe el nombre de *presión cinética* y se puede determinar mediante un tubo manométrico diferencial o con sensores de presión conectados a ambas secciones.

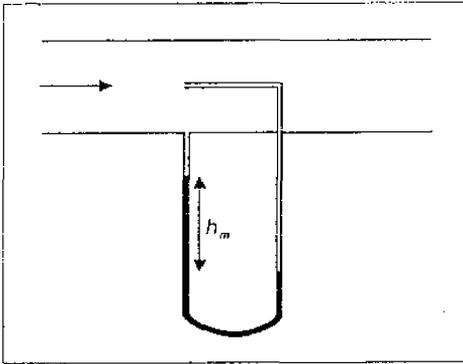


FIGURA 4.10. Tubo de Pitot para la medida de velocidades locales.

La presión cinética está relacionada con la velocidad local del fluido en el punto donde se realiza la toma de presión de impacto mediante la ecuación:

$$v = C_v \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad [4.42]$$

siendo C_v un factor corrector a determinar experimentalmente. La diferencia de presiones se puede expresar como diferencia de cargas (Δh) o en función de la diferencia de alturas del líquido manométrico (h_m), si éste es el sistema utilizado para su medida:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = (\rho_m - \rho) g h_m \quad [4.43]$$

La velocidad media del fluido se puede obtener a partir del perfil de velocidad

local si se realizan varias medidas con el tubo de Pitot en diferentes puntos de la sección transversal. Con frecuencia, se realiza únicamente una medida de velocidad local en el centro de la conducción y, suponiendo un valor de la relación V/v_{\max} , se obtiene el valor de la velocidad media.

El tubo de Pitot presenta la ventaja de alterar sólo ligeramente las características del flujo y apenas producir pérdidas de energía por rozamiento.

- *Diafragmas, boquillas y venturímetros.* Estos tres tipos de medidores tienen el mismo fundamento. Se basan en provocar un estrechamiento de la sección de paso del fluido, lo que implica un aumento de su velocidad y, por tanto, de su energía cinética. De acuerdo con la ecuación de conservación de energía mecánica, el incremento de energía cinética se produce a costa de la energía asociada a la presión. Como consecuencia, el paso del fluido a través del estrechamiento conlleva una disminución transitoria de la presión, cuya magnitud depende del caudal.

Tal y como se puede apreciar en la figura 4.11, la principal diferencia entre estos medidores reside en la forma en la que se produce el estrechamiento. Los diafragmas consisten en discos con un orificio, situado generalmente en el centro, que al insertarse en la conducción provocan un estrechamiento brusco de la sección y de las líneas de flujo. Con ello, no sólo se produce una variación de la presión asociada al incremento de velocidad, sino que también existe una pérdida de presión permanente debido al rozamiento tan intenso que experimenta el fluido al atravesar el orificio. Con objeto de aminorar este fenómeno, las boquillas presentan bordes redondeados en la zona de entrada del fluido, aunque el ensanchamiento posterior de la sección sigue siendo brusco. Finalmente, los venturímetros se caracterizan

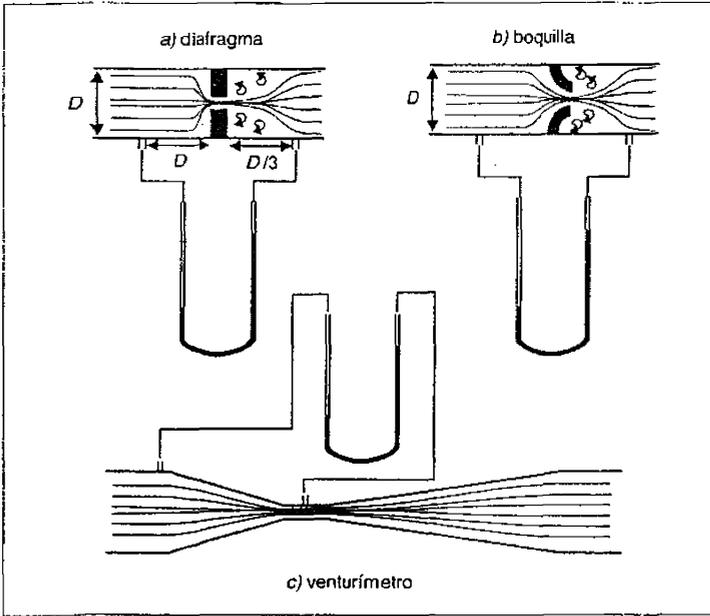


FIGURA 4.11. Medidores: a) Diafragma, b) boquilla y c) venturímetro.

por provocar una disminución y un aumento posterior de la sección de paso de forma paulatina, con lo que se consigue que las líneas de flujo se adapten sin grandes distorsiones a la geometría del aparato y, por consiguiente, que apenas se produzcan pérdidas de energía o presión por rozamiento.

Los venturímetros son aparatos bastante más caros que los diafragmas o las boquillas. Sin embargo, resultan muy adecuados para medir caudales cuando el fluido presenta sólidos en suspensión, como es el caso de numerosos alimentos, ya que su diseño hace prácticamente imposible que se puedan acumular partículas sólidas, lo que en cambio sí puede suceder en diafragmas y boquillas.

La ecuación que permite calcular el caudal másico de fluido a partir de la diferencia de presiones antes y después del estrechamiento es la siguiente:

$$m = C_R S_d Y \sqrt{\frac{2\alpha p_s \Delta p}{1 - \beta^4}} \quad [4.44]$$

donde S_d es la sección de paso en el estrechamiento, β la relación de diámetros D_d/D_a , C_R un factor corrector denominado coeficiente de descarga e Y el factor de expansión cuyo valor difiere de la unidad cuando el fluido es un gas. El coeficiente de descarga es prácticamente la unidad en el caso de los venturímetros mientras que para diafragmas y boquillas suele ser función del parámetro β y del número de Reynolds, tal y como se observa en la figura 4.12.

En cuanto al factor de expansión en gases, su valor se puede determinar mediante la figura 4.13, en cuyo eje de abscisas se representa el cociente entre la presión en la toma posterior al medidor (p_2) y la presión en la toma anterior al mismo (p_1).

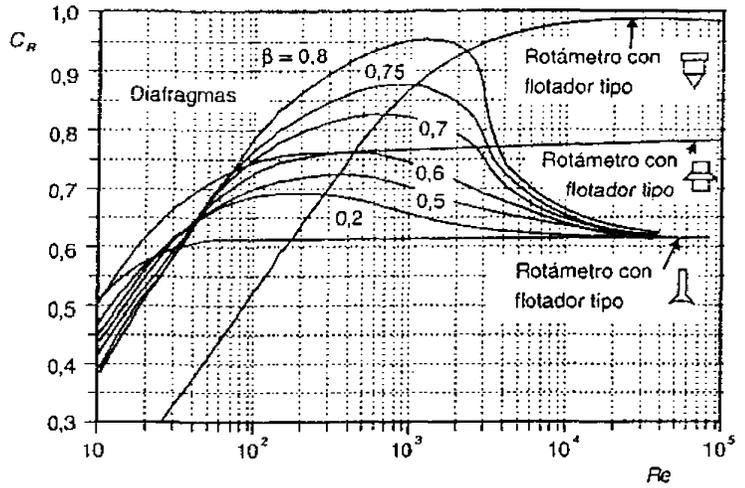


FIGURA 4.12. Gráfico para el cálculo del coeficiente de descarga en diafragmas y rotámetros.

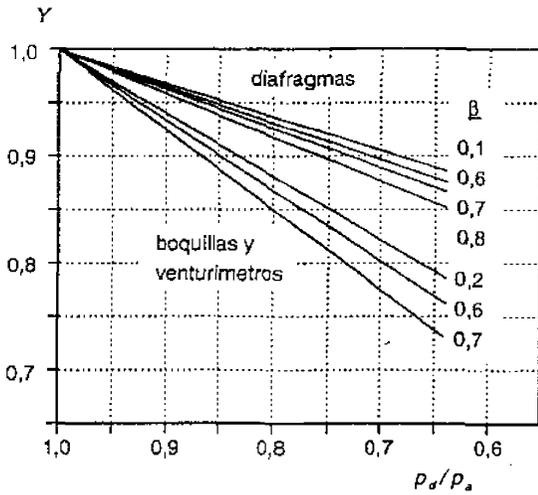


FIGURA 4.13. Factor de expansión de gases en diafragmas, boquillas y venturímetros.

— *Rotámetros.* Este tipo de medidores de caudal consta de un flotador situado en el interior de un tubo vertical ligeramente troncocónico a través del cual asciende el fluido (figura 4.14). A medida que el caudal de fluido aumenta, el flotador va ascendiendo incrementando la sección de paso del flui-

do. Al igual que los medidores anteriores, los rotámetros varían la sección de paso. Sin embargo, esta variación no es constante sino que depende del caudal, mientras que lo que si permanece invariable es la pérdida de presión que experimenta el fluido, directamente relacionada con el peso del flotador.

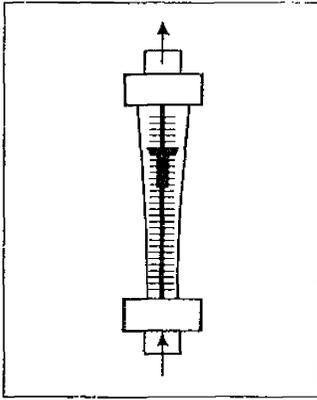


FIGURA 4.14. Rotámetro.

Aunque también se puede plantear y deducir una ecuación para describir este tipo de aparatos, en la práctica el caudal de fluido se determina leyendo la altura que alcanza la parte superior del flotador en una escala previamente calibrada, existente en la pared del tubo.

- **Medidores de impacto.** En este tipo de dispositivos se mide la fuerza que ejerce el flujo sobre un obstáculo situado en la conducción, generalmente un disco circular. La turbulencia que se produce en la parte posterior del disco genera una diferencia de presiones entre sus dos caras que determina la fuerza que actúa sobre el mismo. Esta fuerza es proporcional a la velocidad del fluido por lo que, mediante una adecuada calibración del instrumento, es posible obtener la velocidad media y el caudal en circulación.

Los medidores de impacto tienen una precisión menor que la de otros tipos de aparatos pero son especialmente adecuados para la determinación del caudal en fluidos de elevada viscosidad.

- **Medidores de vórtice.** Tienen como fundamento un fenómeno conocido como *efecto van Karman*, que se produce al insertar un cuerpo más o menos alargado en el seno de una corriente de fluido (figura

4.15). En la parte posterior del mismo se produce la separación de la capa límite si el régimen de circulación del fluido es turbulento, lo que implica un incremento del grado de turbulencia y la formación de pequeños remolinos o vórtices cuya orientación respecto del cuerpo sumergido cambia alternativamente a lo largo del tiempo. Como consecuencia, se producen fluctuaciones de la presión que se pueden detectar mediante sensores. La frecuencia de generación de estos vórtices es proporcional a la velocidad del fluido, relación en la que se basa la determinación del caudal.

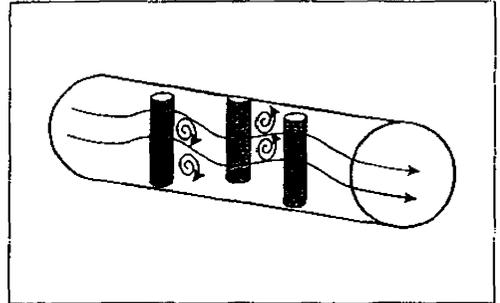


FIGURA 4.15. Caudalímetro de vórtice.

La principal limitación de este tipo de medidores es que el fluido tiene que circular con un número de Reynolds mínimo entre 10.000 y 20.000, lo que puede ser difícil de conseguir con fluidos muy viscosos.

B) Medidores mecánicos

Los medidores mecánicos se basan en dividir el caudal total de fluido en segmentos o espacios de volumen conocido registrando el número de los mismos que pasa a través del medidor en la unidad de tiempo. Generalmente los espacios que definen el volumen de fluido confinado están unidos a un rotor que gira a una determinada

velocidad por el paso del fluido (figura 4.16). Son medidores adecuados para líquidos de viscosidad intermedia o incluso alta pero no son recomendables para medir el caudal de fluidos con sólidos en suspensión.

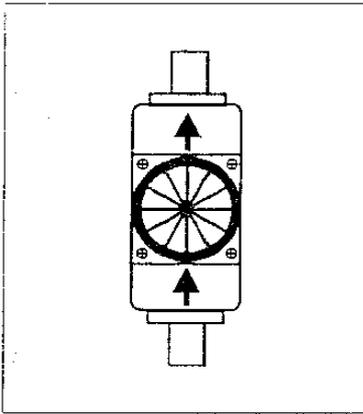


FIGURA 4.16. Medidor mecánico de caudal.

Obviamente, no son adecuados cuando se trabaja con fluidos sensibles a la temperatura.

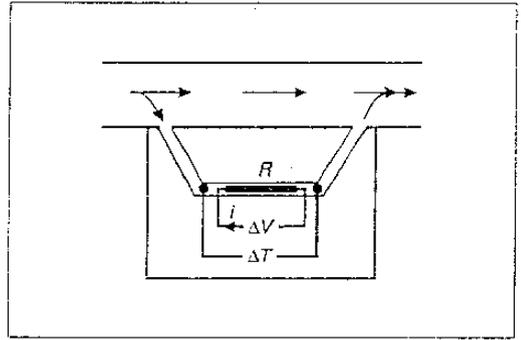


FIGURA 4.17. Medidor térmico de caudal.

En los aparatos denominados *anemómetros de filamento caliente*, el medidor calienta sólo una pequeña porción de fluido, proporcionando el valor de la velocidad local del mismo, al igual que sucede con el tubo de Pitot. En otros tipos de medidores térmicos se calienta en cambio el total o al menos una parte importante del fluido en circulación, lo que provoca un incremento en su temperatura proporcional al caudal de fluido. En este caso, una de las limitaciones es el consumo energético que se produce, especialmente para caudales de fluido elevados.

D) Medidores electromagnéticos

Son aplicables para la medida de caudales de líquidos conductores de la electricidad. El fluido debe poseer una conductividad eléctrica mínima de $5 \mu\Omega/\text{cm}$, requisito que cumplen la mayor parte de disoluciones acuosas y numerosos productos químicos pero no productos derivados del petróleo.

Los medidores electromagnéticos se basan en aplicar un campo magnético sobre el fluido en circulación, lo que genera un voltaje que es detectado por dos electrodos. De acuerdo con las leyes de Faraday del electromagnetismo, la magnitud

También pueden considerarse medidores mecánicos los denominados *de turbina*. En este caso el fluido se hace pasar a través de una turbina montada en la instalación haciendo que los álabes y el rotor de la misma giren a una determinada velocidad. Dicha velocidad de giro es proporcional a la velocidad y, por tanto, al caudal de fluido. Los medidores de turbina se caracterizan por su elevada precisión, aunque su uso está limitado a gases y líquidos limpios, sin impurezas de partículas sólidas.

C) Medidores térmicos

Constan de un elemento calentado eléctricamente que se pone en contacto con la totalidad o con una parte de la corriente de fluido (figura 4.17). A partir de la resistencia e intensidad de la corriente eléctrica que pasa a través del elemento se puede determinar el caudal de calor disipado, que se supone proporcional a la velo-

del voltaje inducido es proporcional a la velocidad del conductor en movimiento, relación que permite estimar el caudal de fluido.

Aunque se trata de medidores de coste elevado, presentan la ventaja de no provocar pérdidas de energía por rozamiento, mientras que la ausencia de partes internas en contacto directo con el fluido los hace especialmente indicados para la medida de caudales en suspensiones de sólidos en un medio líquido o en fluidos de elevada viscosidad.

E) Medidores ultrasónicos

En este tipo de aparatos se utilizan ondas de ultrasonidos para determinar el caudal de fluido. El medidor denominado *Doppler* consta de un elemento transductor que transmite la onda de ultrasonido a una determinada frecuencia a través del fluido (figura 4.18). Debido a la presencia de sólidos o burbujas de gas en el seno del mismo, parte de las ondas son reflejadas de nuevo hacia el transductor, pero con una frecuencia diferente. El salto de frecuencia que se produce está relacionado con la velocidad de los objetos que han reflejado las ondas, considerándose proporcional a la velocidad del fluido.

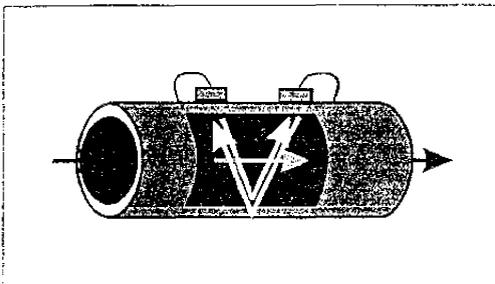


FIGURA 4.18. Medidor ultrasónico de caudal tipo Doppler.

Existen otros tipos de medidores de ultrasonidos, aplicables a gases o líquidos limpios, en los que las ondas se introducen mediante pulsos

diagonalmente respecto de la dirección del flujo. La velocidad del fluido se determina a partir del tiempo que tardan los pulsos de ultrasonidos en pasar desde el emisor hasta el receptor.

F) Medidores de Coriolis

El fluido se hace pasar a través de un tubo en U que vibra con una determinada frecuencia (figura 4.19). El fluido ejerce un efecto de torsión sobre el tubo cuya amplitud o ángulo de torsión se mide mediante sensores magnéticos y se convierte en una señal en voltios. El valor de esta señal resulta proporcional al caudal másico de fluido que circula a través del tubo. Uno de los principales inconvenientes de los medidores de Coriolis es que provocan importantes pérdidas de energía por rozamiento, lo que puede ser un factor determinante en el caso de fluidos de elevada viscosidad.

4.5. Equipo de impulsión de fluidos

Los aparatos que se utilizan para comunicar al fluido la energía necesaria para su desplazamiento reciben diferentes nombres dependiendo del estado físico del mismo. Si se trata de un líquido el equipo de impulsión recibe el nombre de *bomba*, mientras que en el caso de gases se denomina *ventilador*, *soplante* o *compresor* en función del incremento de presión que produce sobre el fluido. Como excepción a esta clasificación cabe citar los equipos que se utilizan para hacer vacío en instalaciones mediante la expulsión del gas que contienen, ya que se conocen con el nombre de *bombas de vacío*.

A) Bombas

Aunque se dispone de bombas que funcionan de acuerdo con principios muy diferentes, existen básicamente dos tipos según la forma de comunicar la energía al fluido: bombas de desplazamiento volumétrico y bombas centrífugas.

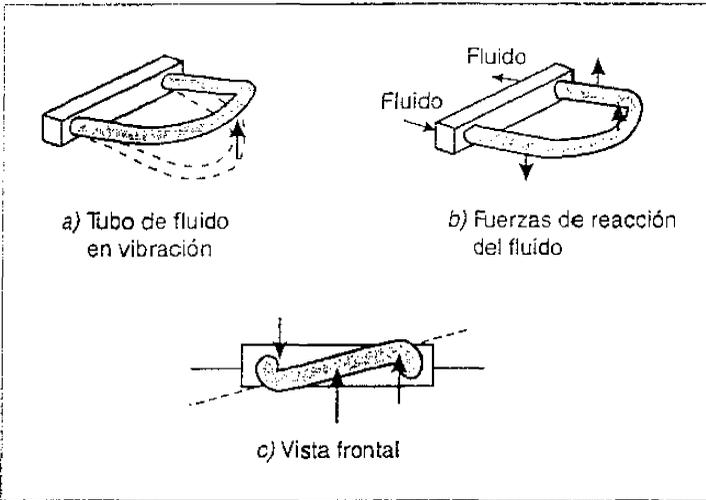


FIGURA 4.19. Caudalímetro de Coriolis.

— *Bombas de desplazamiento volumétrico.* La energía mecánica se transmite al provocar el desplazamiento de un determinado volumen de fluido, confinado en espacios internos de la bomba. Como consecuencia, el caudal que proporcionan es oscilante en intervalos cortos de tiempo. Las bombas de

este tipo pueden ser alternativas o rotatorias dependiendo de si el desplazamiento de las partes móviles de la bomba es rectilíneo o circular, respectivamente.

En la figura 4.20a se esquematiza el funcionamiento de una *bomba alternativa*. Consta de un émbolo que comprime el líquido

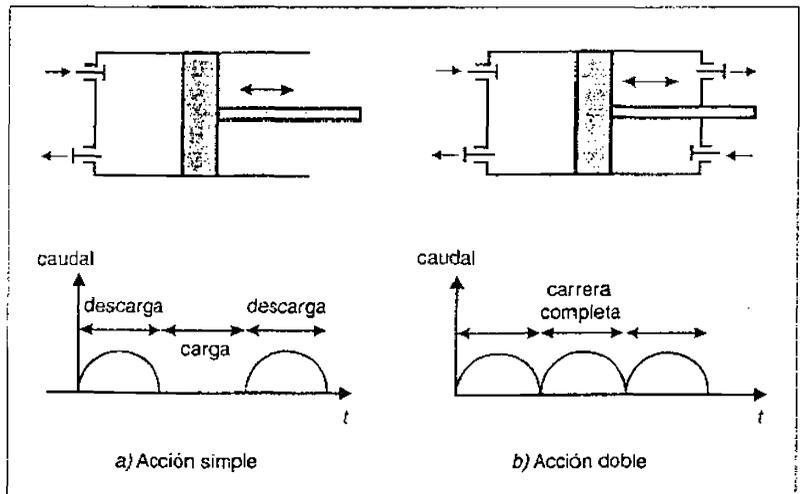


FIGURA 4.20. Bomba alternativa de émbolo: a) acción simple, b) acción doble.

do en el interior de un cilindro y de dos válvulas que regulan la admisión y la descarga del fluido. El caudal que se obtiene es fluctuante en intervalos cortos de tiempo al existir períodos de carga durante los cuales no sale líquido de la bomba. Para atenuar estas oscilaciones, es frecuente utilizar bombas de doble acción (figura 4.20b), en las que el émbolo actúa y comprime alternativamente el fluido contenido en dos cilindros adyacentes. Cuando uno de ellos se encuentra en la etapa de admisión, el otro está descargando líquido, consiguiéndose que el caudal de fluido presente menos fluctuaciones.

Otro tipo de bomba alternativa es la denominada *bomba de diafragma*, en la que la parte móvil es una membrana flexible accionada de forma mecánica o neumática (figura 4.21). No es necesaria la existencia de empaquetaduras para ajustar las partes

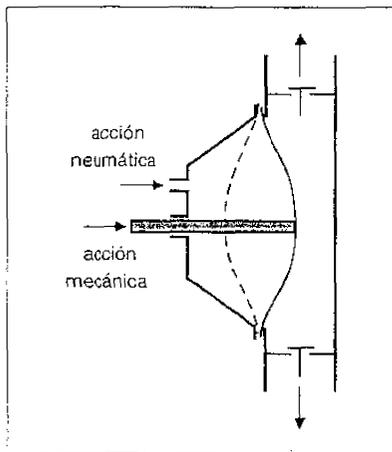


FIGURA 4.21. Bomba de diafragma.

fijas y móviles de la bomba, por lo que este tipo de bombas resulta especialmente útil para impulsar líquidos tóxicos o medios que requieran un elevado grado de esterilización, como sucede con muchos de los líqui-

dos que se manejan en la Industria Alimentaria. Como principal inconveniente, cabe citar la vida limitada de la membrana.

En las *bombas rotatorias* (figura 4.22), el desplazamiento del líquido se produce por rotación de una serie de piezas móviles situadas en el interior de una carcasa. El líquido al entrar en la bomba queda alo-

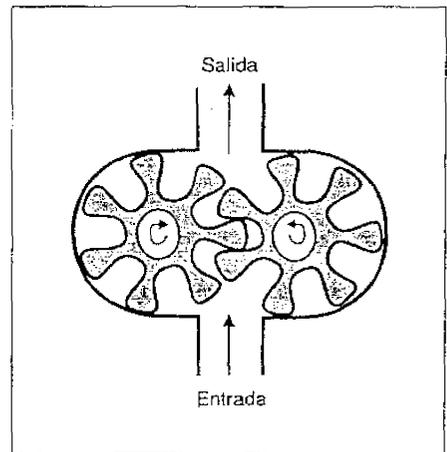


FIGURA 4.22. Bomba rotatoria.

jado en las cavidades que definen las partes móviles, siendo desplazado por las mismas desde la entrada hasta la salida de la bomba. La velocidad de giro es del orden de 500 rpm y, en este caso, no existen válvulas que controlen la entrada o salida del líquido. Las bombas rotatorias se utilizan en la impulsión de líquidos que no contengan sólidos abrasivos, estando especialmente indicadas cuando se trabaja con fluidos viscosos.

— *Bombas centrífugas*. El líquido recibe la energía mecánica mediante la acción de la fuerza centrífuga al entrar en contacto con el rodete de la bomba que gira a elevada velocidad (1500-3000 rpm). Tal y como se indica en la figura 4.23, el líquido entra en la bomba a través del rodete (1) y a conti-

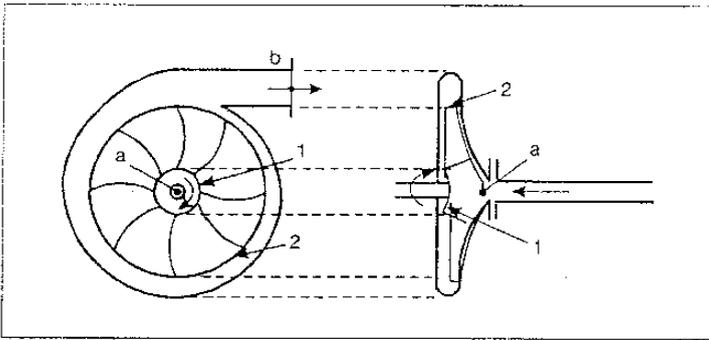


FIGURA 4.23. Bomba centrífuga: rodete (1), álabes (2).

nuación se desplaza por el espacio comprendido entre los álabes (2). El incremento en la sección de paso que así se produce conlleva la transformación de la energía cinética inicialmente adquirida por el fluido en energía asociada a la presión. Las bombas centrífugas son las más utilizadas en la actualidad y entre sus ventajas cabe citar su gran versatilidad, bajo coste, fácil diseño, operación y mantenimiento. No existen válvulas en el cuerpo de la bomba y se pueden acoplar directamente a un motor eléctrico. Asimismo, es de destacar que las bombas centrífugas pueden manejar líquidos con elevados contenidos de sólidos en suspensión, aunque en el caso de medios muy viscosos trabajan con bajos rendimientos.

B) Ventiladores, soplantes y compresores

Respecto de la impulsión de gases las diferencias más significativas entre ventiladores, soplantes y compresores radican en el incremento de presión que proporcionan y el caudal de gas que suministran. En ese sentido el salto de presión que se consigue es cada vez mayor pero disminuye el caudal de gas que se impulsa. La mayor parte del equipo de impulsión de gases tiene un fundamento similar al de las bombas, pudiendo distinguirse básicamente dos tipos de

funcionamiento: por desplazamiento volumétrico o mediante la acción de la fuerza centrífuga. La diferencia más significativa respecto de la impulsión de líquidos radica en la variación de densidad que experimentan los gases al comprimirlos. Además, el incremento de la presión suele ir acompañado de un aumento de la temperatura, fenómeno que ha de tenerse en cuenta al diseñar el equipo de impulsión de gases.

Los ventiladores se utilizan en la impulsión de grandes caudales de gas con incrementos muy pequeños de la presión. De hecho, apenas comprimen el gas, limitándose a hacerlo circular. Las soplantes provocan incrementos de presión del orden de 2-4 atm. Para saltos de presión superiores han de utilizarse compresores, que pueden ser de una o varias etapas.

En la figura 4.24 se muestran algunos de los tipos más característicos de ventiladores, soplantes y compresores.

Resumen

1. El transporte de fluidos es una operación común en la práctica totalidad de las plantas de procesamiento de alimentos. Un factor esencial a la hora de diseñar instalaciones de flujo de fluidos para la Industria Alimentaria es evitar el posible daño de los alimentos durante su desplazamiento por el interior de conducciones o a través de los diferentes equipos. Para ello, ha de evitarse la posi-

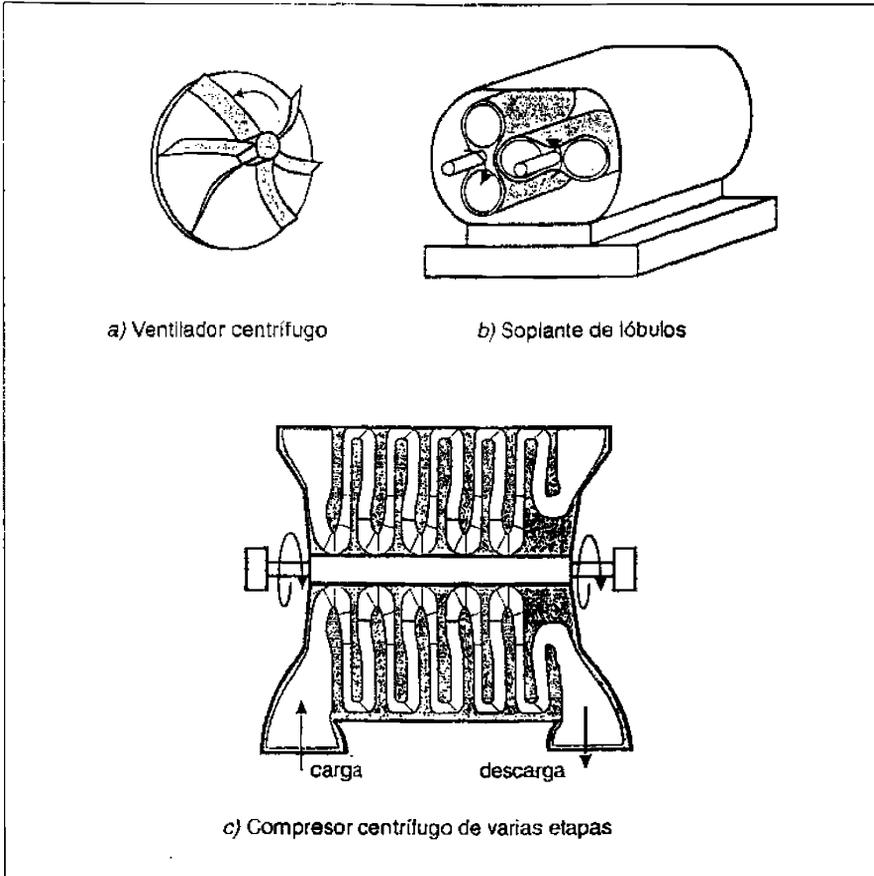


FIGURA 4.24. Equipo de impulsión de gases.

bilidad de que se produzcan contaminaciones externas mediante el diseño de instalaciones perfectamente estancas. Asimismo, el autodrenaje de los sistemas de flujo resulta fundamental para que no aparezcan zonas muertas o con elevados tiempos de residencia.

2. Los flujos de fluidos pueden ser compresibles o incompresibles, dependiendo de si la densidad del fluido varía o no a lo largo del desplazamiento. Todos los flujos de líquidos son incompresibles, mientras que en el caso de gases se pueden dar ambas situaciones.
3. Asimismo, los flujos de fluidos se clasifican en internos o externos. El primer tipo se da cuan-

do el fluido se desplaza por el interior de una conducción, mientras que el flujo externo implica la circulación del fluido alrededor de una superficie sólida.

4. Dependiendo del valor del número adimensional de Reynolds, los flujos de fluidos presentan diferentes regímenes de circulación: régimen laminar, turbulento y de transición. En el primer caso, el fluido se desplaza longitudinalmente sin que exista mezcla transversal. Por el contrario, en régimen turbulento se produce la formación de un gran número de remolinos, lo que provoca el desplazamiento de grupos de moléculas en direcciones per-

pendiculares respecto del desplazamiento longitudinal.

5. Se denomina perfil de velocidad de un flujo interno de un fluido a la curva que describe la variación de la velocidad local del fluido de un punto a otro de la sección transversal de la tubería. La forma de esta curva depende tanto del régimen de circulación como de las propiedades reológicas del fluido.
6. El cálculo y diseño de las instalaciones de flujo de fluidos se basa en la aplicación de las ecuaciones de conservación de materia y energía mecánica entre diferentes puntos de la red de flujo. Dichas expresiones permiten la determinación de diferentes variables: caudal de fluido en circulación, presión o velocidad existentes en un punto determinado, diferencia de altura entre dos secciones, energía de impulsión que hay que comunicar al fluido, etc. La resolución de la ecuación de conservación de energía mecánica implica el cálculo previo de las pérdidas de energía por rozamiento que experimenta el fluido durante su desplazamiento. La magnitud de este rozamiento depende de numerosos factores entre los que se encuentran el valor del número de Reynolds, la rugosidad y diámetro de la tubería, las propiedades reológicas del fluido, existencia de diferentes accidentes (codos, válvulas, reducciones, etc.) en la instalación, y otros.
7. Existen numerosos aparatos que permiten determinar y medir el caudal de fluido que circula por una determinada instalación. Los medidores fluidodinámicos se basan en variar la sección de paso del fluido, lo que conlleva una modificación de su presión. Dicha variación de presión está directamente relacionada con el caudal en circulación. Otros tipos de medidores son los mecánicos, térmicos, electromagnéticos, ultrasónicos, de Coriolis, etc.
8. Los aparatos que se utilizan para impulsar líquidos se denominan bombas, existiendo dos tipos fundamentales: bombas de desplazamiento volumétrico y bombas centrifugas. La impulsión de gases se puede llevar a cabo mediante diferentes equipos: ventiladores, soplantes y compresores. En ese sentido se incrementa el salto de presión que comunican al gas, aunque disminuye el caudal impulsado.

Problemas propuestos

1. Un aceite de semillas se hace circular a 20 °C por una tubería cilíndrica de 2 cm de diámetro interno. Sabiendo que el caudal de aceite que se desplaza es de 1,6 m³ h⁻¹, determinar y representar gráficamente el perfil de velocidad del fluido en la sección transversal de la conducción.

Datos

- Propiedades físicas del aceite: $\rho = 840 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,0704 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
2. Un puré de albaricoque se desplaza por el interior de una conducción horizontal de 3 cm de diámetro interno. Mediante tomas de presión situadas en dos puntos de la instalación separados 5 m se obtiene una pérdida de presión de 0,25 atm. Calcular:

- a) Perfil de velocidad en la sección transversal.
- b) Caudal de circulación del fluido.

Datos

- Propiedades físicas del puré de albaricoque: $\rho = 1150 \text{ kg m}^{-3}$, $k = 7,2 \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-n}$, $n = 0,41$.
3. Se dispone de una tubería lisa de geometría cilíndrica con una longitud de 50 m y un diámetro interno de 2,54 cm. Determinar y comparar las pérdidas de energía por rozamiento que se producirían en la misma al circular 1 kg s⁻¹ de los siguientes fluidos:
 - a) Agua líquida ($\rho = 1.000 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,001 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$).
 - b) Leche entera ($\rho = 1.020 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,02 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$).
 - c) Puré de plátano ($\rho = 1.045 \text{ kg m}^{-3}$, $k = 6,5 \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-n}$, $n = 0,38$).
 4. Se desea transportar un caudal de agua de 9 m³ h⁻¹ desde un depósito abierto hasta un tanque cerrado con una presión de 10 atm, situado de forma que el nivel de líquido en este último se encuentra 2 m por encima respecto del nivel en el primer depósito. La tubería que los

conecta posee una longitud de 200 m, un diámetro interno de 3,25 cm y una rugosidad absoluta de 0,003 m. Determinar la potencia de la bomba que ha de instalarse entre ambos depósitos. ¿Cuál será la presión existente en la sección de entrada a la bomba si ésta se sitúa a una distancia de 30 m respecto del primer depósito?

Datos

- Propiedades físicas del agua: $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,001 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
 - Rendimiento total de la bomba: $\eta_{\text{total}} = 79\%$.
5. Un depósito abierto ha de alimentarse con un caudal de agua de 5 l s^{-1} mediante una tubería de acero comercial de 5 cm de diámetro interno. Se pretende extraer el agua desde un lago situado a una distancia de 1 km respecto del depósito. Dado que desde el lago hasta el depósito existe un desnivel de 40 m, se plantea la posibilidad de transportar el agua simplemente por gravedad. Determinar si es necesario utilizar una bomba para obtener el caudal necesario. En caso afirmativo, calcular la potencia que debe suministrar la bomba. Téngase en cuenta que en la conducción existirán 5 codos de 90° , 2 codos de 45° y una válvula de compuerta. En relación con esta última, compare el resultado que se obtiene considerando que la válvula está totalmente abierta respecto de cuando se encuentra $1/4$ abierta.

Datos

- Propiedades físicas del agua: $\rho = 1.000 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,001 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
6. Se desea alimentar aceite de oliva a un tanque de almacenamiento desde un depósito elevado mediante una conducción de acero comercial de 3 cm de diámetro interno. El desnivel entre ambos depósitos es de 15 m y la longitud de tubería de 70 m. Determinar el caudal de aceite que se consigue alimentar cuando se trabaja

a una temperatura de 20°C . ¿En qué proporción variaría el caudal de aceite suministrado si su temperatura se incrementa hasta 60°C ?

Datos

- Propiedades físicas del aceite: $\rho_{20^\circ\text{C}} = 900 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_{60^\circ\text{C}} = 835 \text{ kg m}^{-3}$.
 - $\mu_{20^\circ\text{C}} = 0,1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $\mu_{60^\circ\text{C}} = 0,02 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
7. El caudal de un zumo de manzana que circula por una conducción de 2 cm de diámetro se mide mediante un venturímetro instalado en la misma. La garganta del venturímetro posee un diámetro de 5 mm. Sabiendo que la lectura de un manómetro de mercurio, cuyas dos tomas de presión están conectadas antes de dicho aparato y en la garganta del mismo, respectivamente, es de 155 mm Hg, determinar el caudal máxico de zumo en circulación.

Datos

- Propiedades físicas del zumo de manzana: $\rho = 1.050 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,025 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
 - Densidad del mercurio: $\rho_{\text{Hg}} = 13.600 \text{ kg m}^{-3}$.
8. Se piensa en utilizar un diafragma, con un orificio de 1,5 cm, para determinar el caudal de agua que se desplaza por una tubería de 3 cm de diámetro interior. Determinar la diferencia de altura que se observaría en un manómetro conectado antes ($1 D$) y después del estrechamiento ($1/3 D$) para un caudal de $1,5 \text{ kg s}^{-1}$ en los casos siguientes:

- a) Se utiliza mercurio como líquido manométrico.
- b) Se utiliza un aceite como líquido manométrico.

Datos:

- Agua: $\rho = 1.000 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 0,001 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
- Mercurio: $\rho_{\text{Hg}} = 13.600 \text{ kg m}^{-3}$.
- Aceite: $\rho_{\text{aceite}} = 870 \text{ kg m}^{-3}$.

TRANSMISIÓN DE CALOR

- 5.1. Introducción
- 5.2. Mecanismos de transmisión de calor
- 5.3. Conducción en sólidos
- 5.4. Transmisión de calor sólido-fluido:
cambiadores de calor
- 5.5. Vapor de agua en la Industria Alimentaria

La transmisión de calor es uno de los pilares fundamentales en el área de Tecnología de Alimentos puesto que muchas de las operaciones unitarias implicadas en la conservación y preparación de alimentos se basan en ella. En este capítulo se presentan los fundamentos de transmisión de calor necesarios para el estudio de dichas operaciones, tales como la esterilización, pasteurización o congelación. En primer lugar, se describen los mecanismos de transmisión de calor: conducción, convección y radia-

ción, indicando la velocidad con la cual se transmite el calor mediante cada uno de ellos. A continuación, se estudian dos casos de importancia relevante como son la transmisión de calor a través de sólidos mediante conducción y entre fluidos y sólidos mediante convección, con aplicación inmediata en los cambiadores de calor. Finalmente, se comentan algunos aspectos importantes del vapor de agua, fluido ampliamente utilizado como agente de calefacción con distintos fines en la Industria Alimentaria.

NOMENCLATURA

A	Área de transmisión de calor (m^2)	I_T	Flujo de radiación transmitida a través de un sistema ($J m^{-2} s^{-1} sr^{-1}$)
Bi	Número adimensional de Biot	k	Conductividad térmica ($J m^{-1} s^{-1} K^{-1}$)
C_i	Constante de integración ($i = 1, N$)	k_0	Conductividad térmica a una temperatura de referencia T_0 ($J m^{-1} s^{-1} K^{-1}$)
c_p	Capacidad calorífica ($J kg^{-1} K^{-1}$)	L	Longitud característica (m)
D	Diámetro de un tubo cilíndrico (m)	l	Espesor de un sistema en la dirección de transmisión de calor (m)
D_e	Diámetro equivalente (m)	m	Caudal másico ($kg s^{-1}$)
dq_k	Flujo diferencial de calor por conducción ($J m^{-2} s^{-1}$)	P	Presión (Pa)
dl	Elemento diferencial de longitud	q_c	Flujo de calor por convección ($J m^{-2} s^{-1}$)
dQ	Caudal diferencial de calor ($J s^{-1}$)	q_k	Flujo de calor por conducción ($J m^{-2} s^{-1}$)
dT	Variación diferencial de temperatura (K)	q_r	Flujo de calor por radiación ($J m^{-2} s^{-1}$)
dx	Variación diferencial de longitud (m)	Q	Caudal de calor ($J s^{-1}$)
$ Fo$	Número adimensional de Fourier	Q_0	Caudal de calor total intercambiado en un cambiador de calor ($J s^{-1}$)
FI	Fuerza impulsora	Q_{Ref}	Caudal de calor de referencia ($J s^{-1}$)
F_T	Factor de corrección de cambiadores respecto a un cambiador de tubos concéntricos	r	Coordenada radial en los sistema de coordenadas cilíndrico y esférico
$F_{A,B}$	Factor de visión entre dos superficies 1 y 2	R	Resistencia a la transmisión de calor ($K s J^{-1}$)
G	Generación de calor en el interior de un sistema ($J s^{-1} m^{-3}$)	R_c	Resistencia a la transmisión de calor por convección ($K s J^{-1}$)
h	Entalpía específica ($J kg^{-1}$)	R_k	Resistencia a la transmisión de calor por conducción ($K s J^{-1}$)
h_c	Coefficiente individual de transmisión de calor por convección ($J m^{-2} s^{-1} K^{-1}$)	R_r	Resistencia a la transmisión de calor por radiación ($K s J^{-1}$)
h_r	Coefficiente individual de transmisión de calor por radiación ($J m^{-2} s^{-1} K^{-1}$)	R_0	Radio externo de una esfera (m)
I_A	Flujo de radiación absorbida por un sistema ($J m^{-2} s^{-1} sr^{-1}$)	R_A	Radio de la pared interna de un cilindro hueco o una esfera hueca (m)
I_I	Flujo de radiación incidente en un sistema ($J m^{-2} s^{-1} sr^{-1}$)	R_B	Radio de la pared externa de un cilindro hueco o una esfera hueca (m)
I_R	Flujo de radiación reflejada por un sistema ($J m^{-2} s^{-1} sr^{-1}$)		

s	Entropía específica ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
t	Tiempo (s)
T	Temperatura (K)
T_p	Temperatura en la pared de un sólido en contacto con un fluido (K)
T_A, T_B	Temperaturas de dos cuerpos A y B cualesquiera o en dos puntos diferentes de un mismo sistema (K)
T_C	Temperatura del fluido caliente en el punto de mayor temperatura (K)
T_f	Temperatura del fluido frío en el punto de menor temperatura (K)
T_w	Temperatura media constante del fluido calefactor (K)
T_0	Temperatura inicial (K)
ΔT	Diferencia de temperaturas entre el fluido caliente y la pared del tubo en contacto con el mismo (K)
ΔT_p	Diferencia de temperaturas entre los extremos de un sólido en contacto con un fluido caliente y frío por cada lado (K)
U	Coefficiente global de transmisión de calor ($J\ m^{-2}\ s^{-1}\ K^{-1}$)
u	Energía interna específica ($J\ kg^{-1}$)
V	Volumen de un sistema (m^3)
v	Volumen específico ($m^3\ kg^{-1}$)
W	Trabajo mecánico comunicado o cedido por un sistema por unidad de tiempo ($J\ s^{-1}$)
x	Título o calidad de un vapor húmedo ($kg\ vapor / kg\ mezcla$)
z	Relación entre las capacidades caloríficas por unidad de tiempo de los fluidos frío y caliente de un cambiador.
α	Difusividad calorífica ($m^2\ s^{-1}$)
β_k	Coefficiente de variación de la conductividad térmica con la temperatura (K^{-1})

δ_f	Espesor de la capa límite fluidodinámica (m)
δ_t	Espesor de la capa límite térmica (m)
ε	Emisividad de una superficie
η_c	Eficacia de un cambiador
λ	Calor latente de vaporización ($J\ kg^{-1}$)
θ	Temperatura adimensional
θ_0	Temperatura adimensional en el centro del sólido
ρ	Densidad ($kg\ m^{-3}$)
σ	Constante de Boltzmann ($5,67\ 10^{-8}\ J\ s^{-1}\ m^{-2}\ K^{-4}$)
ξ	Distancia adimensional

Superíndices y subíndices:

'	Referido a cualquier propiedad del fluido caliente
''	Referido a cualquier propiedad del fluido frío
h	Referido a cualquier propiedad de un vapor húmedo
h	Referido a cualquier propiedad de un líquido saturado
vs	Referido a cualquier propiedad de un vapor saturado
mt	Media logarítmica de una propiedad o variable
mg	Media geométrica de una propiedad o variable
mtc	Media logarítmica cruzada del producto de dos variables
$mtcc$	Media logarítmica supuesto que los fluidos circulan en contracorriente
LH	Referido a cada una de las secciones de un cambiador (derecha o izquierda)
1,2	Referido a la secciones de entrada y salida de un sistema, respectivamente

GLOSARIO

calor latente: Energía desprendida o absorbida por un sistema como consecuencia de un cambio de estado de agregación del mismo tal como fusión, condensación o vaporización.

conducción: Mecanismo molecular de transmisión de calor, sin que exista un desplazamiento neto de la materia del sistema.

convección: Mecanismo de transmisión de calor debido a la existencia de un desplazamiento de la materia.

equilibrio térmico: Estado de un sistema que se caracteriza por la igualdad de temperaturas entre todos los puntos del mismo.

radiación: Mecanismo de transmisión de energía en forma de ondas electromagnéticas que se propagan a través del espacio.

sistema abierto: Región del espacio cuyas paredes limítrofes permiten intercambiar con el exterior tanto materia como energía.

sistema cerrado: Región del espacio cuyas paredes limítrofes permiten intercambiar energía con el exterior, pero nunca materia.

5.1. Introducción

La energía de un cuerpo material puede expresarse como suma de las energías externa e interna. La primera de ellas tiene en cuenta las dos formas de energía asociadas a la materia, energías potencial y cinética, y es función de la posición y velocidad del cuerpo. Por otro lado, la energía interna se refiere a la suma de la energía cinética y potencial de todas las moléculas, átomos y partículas subatómicas que constituyen la materia. Siempre que exista un gradiente de temperaturas en el interior de un sistema, o cuando dos sistemas a diferentes temperaturas se ponen en contacto, se produce un transporte de energía interna desde la zona de mayor temperatura a la de menor temperatura. El proceso mediante el cual se lleva a cabo se conoce como *transmisión de calor*. Así pues, el calor es una forma de energía en tránsito, que se produce debido a una diferencia de temperaturas.

Prácticamente todos los procesos físicos y químicos que se desarrollan en las diferentes operaciones utilizadas en las plantas industriales químicas en general, y en las de producción de alimentos en particular, transcurren con generación, absorción y/o transmisión de calor. Así, por ejemplo, en cualquier reacción química se produce o requiere una cantidad determinada de energía, según la reacción sea endotérmica o exotérmica, y que normalmente se libera o aporta en forma de calor. Además la velocidad de reac-

ción, el rendimiento y la selectividad dependen de forma importante de la temperatura a la cual se lleva a cabo, de tal forma que unas veces será necesario calentar y otras enfriar, tanto las materias primas como los productos obtenidos. En muchas otras operaciones que no implican reacción química también se requiere aportar o eliminar una determinada cantidad de energía, así como controlar la temperatura del proceso, y en ambos casos se realizan mediante transmisión de calor. Los procesos que se realizan a temperaturas muy elevadas o reducidas sólo resultan viables económicamente si se recupera el calor o frío aportado, evitando las pérdidas de energía. Además, en determinados procesos de la industria alimentaria, la transmisión de calor adquiere una importancia relevante en procesos tales como los diferentes tratamientos para la destrucción de microorganismos (esterilización, pasteurización, escaldado, etc.) y conservación de alimentos mediante el frío (congelación, etc.). Especialmente importante puede ser el efecto de la temperatura sobre las propiedades de los alimentos (color, olor, textura y valor nutritivo). Todos estos ejemplos ponen de manifiesto la necesidad de que los tecnólogos de alimentos conozcan bien las leyes y mecanismos que rigen la transmisión de calor.

La termodinámica es una disciplina que aborda el estudio de las distintas formas de la energía y sus transformaciones. Por ejemplo, el primer principio de la termodinámica establece que

el calor cedido por un sistema es igual al absorbido por otro, mientras que el segundo principio establece que el flujo de calor lleva el sentido de mayor temperatura a menor temperatura. Sin embargo, la termodinámica se limita a los estados finales o de equilibrio de las transformaciones energéticas, proporcionando información de la cantidad de energía a aportar o eliminar, pero no sobre la velocidad con que se produce.

Desde un punto de vista ingenieril, el objetivo principal es determinar la velocidad de transmisión de calor, o flujo de calor, para una diferencia o gradiente de temperaturas determinado. Análogamente a como se ha visto en el tema anterior dedicado al flujo de fluidos, donde se buscaba determinar el perfil de velocidades y presiones en cualquier punto del flujo, ahora el objetivo es obtener el perfil de temperaturas en cualquier punto del sistema. Una vez conocido, se pueden establecer los flujos de calor y, en consecuencia, se podrá dimensionar el equipo: área de contacto requerida en los cambiadores de calor, el tiempo de esterilización de un alimento o el espesor de un aislante para evitar pérdidas de calor, etc.

En este capítulo se abordará en primer lugar el estudio de los mecanismos fundamentales de transmisión de calor. A continuación se estudiará en más detalle y de forma general la transmisión de calor a través de sólidos y entre fluidos y sólidos (cambiadores de calor). Finalmente, se estudiará el vapor de agua como agente de calefacción, debido a su extensa aplicación en la industria alimentaria.

5.2. Mecanismos de transmisión de calor

Se distinguen tres tipos o mecanismos distintos, aunque normalmente en las aplicaciones prácticas se encuentran implicados al menos dos y a veces los tres de forma simultánea. Estos mecanismos son: *conducción*, *convección* y *radiación*, de los cuales sólo el primero y el último son realmente mecanismos puros. El segundo es consecuencia de la combinación de los otros dos en

el seno de fluidos en movimiento, implicando por esta razón el transporte de materia además del de energía.

5.2.1. Conducción

El mecanismo de conducción transcurre a nivel molecular entre dos partes de un cuerpo o dos cuerpos distintos a diferente temperatura. Se produce mediante intercambio de energía cinética entre moléculas por contacto directo entre ellas al chocar o a través de electrones libres, en el caso de metales conductores.

En los fluidos las moléculas tienen posibilidad de movimiento por traslación, giro y vibración determinando la energía interna del fluido. Ésta, a su vez, está relacionada directamente con la temperatura, de tal forma que cuanto mayor sea la temperatura del sistema, mayor es su energía. Así pues, cuando en un fluido existe un gradiente de temperaturas, el flujo de calor transcurre por cesión de energía de las moléculas con mayor energía, mayor movimiento, a las de menor energía, por choques entre ellas. En los sólidos, el flujo de calor también se debe a la actividad molecular y se propaga en este caso mediante las ondas reticulares provocadas en la estructura cristalina, relacionada con las diferentes energías de vibración de los átomos en función de su temperatura. En los sólidos conductores, además, la energía también se transmite de forma similar a los fluidos mediante los electrones libres que existen en la red cristalina y que tienen movilidad traslacional.

En la práctica la transmisión de calor por conducción sólo se produce pura en sólidos y fluidos estáticos, sin desplazamiento apreciable de sus partes constituyentes, o a través de flujos de fluidos que circulan en régimen laminar, cuando el flujo de calor se efectúa en dirección perpendicular al movimiento del fluido.

La velocidad de transmisión de calor mediante el mecanismo de conducción obedece a la denominada *Ley de Fourier*, que establece que el flujo de calor (caudal de calor por unidad de

área perpendicular a la dirección de transmisión) es directamente proporcional al gradiente de temperatura. Considérese la transmisión de calor unidimensional a través de una pared plana de un sólido cuyas caras se encuentran a distinta temperatura (figura 5.1). La ecuación de velocidad para un elemento diferencial de longitud, dx , se expresa como:

$$dq_k = -k \frac{dT}{dx} \quad [5.1]$$

donde dq_k es el flujo diferencial de calor a través de la dirección x ($J m^{-2}s^{-1}$); dT/dx es el gradiente de temperaturas en la dirección x ($K m^{-1}$), y k es la constante de proporcionalidad ($Wm^{-1}K^{-1}$). Esta última es una propiedad de transporte denominada *conductividad térmica* y es característica de cada material. El signo menos es consecuencia de que el calor se transfiere en la dirección en la que la temperatura disminuye, con lo cual el gradiente de temperatura, dT/dx , es intrínsecamente negativo, resultando valores positivos para el flujo.

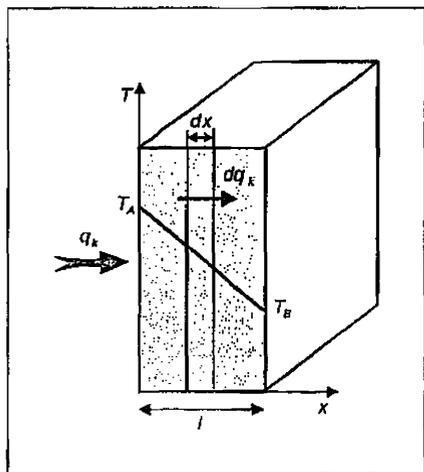


FIGURA 5.1. Transmisión de calor unidimensional por conducción a través de una pared plana de longitud infinita.

Integrando la ecuación [5.1] a lo largo del espesor de pared sólida, l , suponiendo que la conductividad térmica no varía apreciablemente en la dirección x , se obtiene la ecuación:

$$q_k = k \frac{T_A - T_B}{l} = k \frac{\Delta T}{l} \quad [5.2]$$

que indica que el flujo de calor es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas y a la conductividad térmica del material e inversamente proporcional al espesor de la pared a través del cual se transmite.

La conductividad térmica, según la ecuación de Fourier [5.1], expresa la cantidad de calor transmitido por unidad de tiempo y a través de una unidad de área para un gradiente de temperatura igual a la unidad. En otras palabras, representa la capacidad de un material para transmitir calor a su través. El cuadro 5.1 muestra los valores de la conductividad térmica de algunos materiales. Se observa que los mejores conductores son los metales y los peores los gases y aislantes.

La variación de la conductividad térmica con la temperatura depende del tipo de material considerado. En general, aumenta con la temperatura en el caso de los gases, disminuye para los líquidos, aunque la variación es mucho menor, y puede aumentar o disminuir en el caso de los sólidos. En la mayoría de los alimentos el efecto de la temperatura es pequeño y suele despreciarse tomando un valor medio de la conductividad entre las temperaturas extremas. En ocasiones puede considerarse una variación lineal con la temperatura según:

$$k(T) = k_0(1 + \beta_k T) \quad [5.3]$$

donde β_k (K^{-1}) es una constante empírica y k_0 el valor de la conductividad a una temperatura de referencia.

La conductividad térmica de los alimentos puede depender de otros factores tales como el contenido en agua y la presión (alimentos liofil-

CUADRO 5.1
Conductividades térmicas de distintos materiales

Material (sólidos)	k ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)	Material (líquidos y gases)	k ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)
Metales y aleaciones		Líquidos	
cobre	386	agua ⁽¹⁾	0,597
aluminio	200	freón-12 ⁽¹⁾	0,073
acero	43	amoníaco ⁽¹⁾	0,521
hierro	73	aceite usado	0,145
Aislantes y materiales de construcción		aceite de oliva	0,170
ladrillo	0,38-0,52	benceno	0,159
vidrio	0,81	cloroformo	0,129
plásticos	0,2-0,3	mercurio	8,690
corcho	0,036-0,043	etilenglicol	0,285
madera	0,17-0,21	acetona	0,180
Otros		etanol	0,180
hielo	2,00	Gases	
hidrato de carbono	0,58	aire seco	0,025
proteína	0,20	dióxido de carbono	0,015
grasa	0,18	monóxido de carbono	0,025
manzana (75% agua)	0,51	hidrógeno	0,182
banana (75% agua)	0,48	nitrógeno	0,025
carne de pollo	0,49	oxígeno	0,026
carne de vacuno	0,46	agua vapor	0,024
carne de cerdo	0,44-1,3	metano	0,033
maíz	0,16	amoníaco	0,024
patata	0,55		

(1): calculadas en condiciones de líquido saturado.

zados). Existen numerosas ecuaciones publicadas que relacionan la conductividad de un alimento con su contenido en agua. Así por ejemplo, una de las más utilizadas para pescados es: $k(W\ m^{-1}\ K^{-1}) = 0,0324 + 0,3294 x_a$ (fracción másica de agua). Finalmente, algunos materiales biológicos y alimentos preparados tienen una conductividad diferente según la dirección de propagación. La carne y el pescado son ejemplos típicos de estos materiales para los cuales el calor se transmite mejor en la dirección longitudinal de sus fibras que perpendicularmente a las mismas.

5.2.2. Convección

El término de convección se aplica al mecanismo de transmisión de calor que se produce en

un fluido debido al desplazamiento en su seno de porciones o grupos de moléculas que se mezclan con otras porciones del mismo a diferente temperatura. Como se ha comentado anteriormente, la convección no es un mecanismo puro de transmisión de calor, ya que ésta es consecuencia de dos efectos que se producen simultáneamente. El primero es la transmisión de calor propiamente dicha a nivel molecular entre las moléculas del fluido a distinta temperatura, mediante los mecanismos de conducción y/o radiación. En segundo lugar, y de forma simultánea, se produce el desplazamiento y mezcla de grupos de moléculas en el seno del fluido. Este desplazamiento, en presencia de un gradiente de temperaturas, provoca un transporte de calor a nivel macroscópico, aun cuando realmente la transmisión de calor entre las moléculas del flui-

do se realiza por los otros dos mecanismos indicados.

Dependiendo de la causa que provoca el movimiento del fluido se distingue a su vez entre *convección forzada*, cuando el movimiento del fluido está provocado por fuerzas externas (agitadores, bombas y compresores) y *convección natural*, cuando el movimiento se debe a diferencias de densidad del fluido provocadas por diferencias de temperatura en su seno. La circulación de agua en un vaso calentado por su parte inferior constituye un claro ejemplo de convección natural. El agua de la parte inferior se encuentra a mayor temperatura y en consecuencia su densidad es menor y tiende a ascender hacia la parte superior, desplazando al agua más fría, y por tanto más densa, que tiende a bajar hacia la zona más caliente.

El fenómeno de convección natural motiva que, en fluidos en movimiento por el interior de conducciones, no se manifieste exclusivamente el mecanismo de conducción pura aun cuando éste circule en régimen laminar. En el momento en que se establezca una diferencia de temperaturas en el fluido aparecen corrientes de convección como resultado de diferencias de densidad. En consecuencia, se superponen los mecanismos de

transmisión de calor por conducción y convección. Este efecto es especialmente importante en la industria alimentaria debido a que la elevada viscosidad de muchos de los fluidos empleados determina que éstos circulen en muchos casos en régimen laminar.

Un caso particular de gran interés es la transmisión de calor entre un sólido y un fluido que circula paralelo a la superficie del mismo y que se encuentran a distinta temperatura. Esta situación es típica en los cambiadores de calor, donde dos fluidos a diferente temperatura en contacto, están separados por una pared sólida para evitar la mezcla de ambos. Con objeto de ilustrar cómo se produce la transmisión de calor en esta situación, considérese para mayor sencillez una placa plana a una temperatura T_A , sobre la cual circula un fluido que se encuentra a menor temperatura (figura 5.2). Debido a las fuerzas de rozamiento la velocidad del fluido es nula en la interfase con el sólido y aumenta con la distancia a la placa hasta alcanzar una velocidad constante. La zona del fluido donde la velocidad varía con la distancia al sólido se denomina *capa límite fluidodinámica*, cuyo espesor viene representado por δ_f . De forma análoga, existe un gradiente de temperaturas en el seno del fluido, y

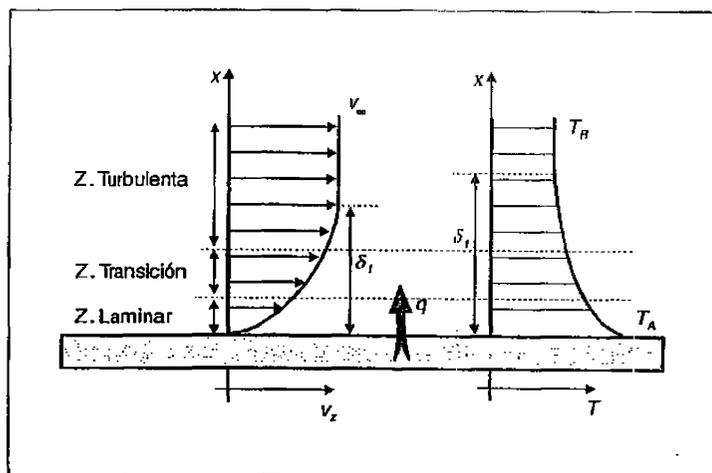


FIGURA 5.2. Transmisión de calor entre un sólido y un fluido que circula paralelo a su superficie.

una capa límite térmica, cuyo espesor, δ_t , no tiene por qué coincidir con el de la capa límite fluidodinámica. En la región más próxima al sólido, donde la velocidad del fluido es menor, el calor se transmite por el mecanismo de conducción y radiación debido a que el régimen de circulación es laminar y en consecuencia no hay mezcla del fluido en la dirección del flujo de calor (x). A distancias más alejadas del sólido aparecen los regímenes de transición y turbulento, con lo que se produce mezcla de fluido y en consecuencia el mecanismo de convección se suma a los dos anteriores. Dependiendo de cada situación particular uno o varios mecanismos prevalecerán sobre los demás, siendo la convección el mecanismo predominante en la mayoría de los casos.

Para determinar el flujo de calor por convección en el seno de un fluido en movimiento, independientemente de que se trate de convección forzada o natural, se utiliza una expresión empírica, que expresa el flujo de calor de forma proporcional a la diferencia de temperaturas entre el sólido y el fluido en un punto determinado (normalmente a distancia suficientemente alejada del sólido):

$$q_c = h_c(T_A - T_B) \quad [5.4]$$

donde q_c es el flujo de calor por convección en la dirección x ($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$); T_A y T_B las temperaturas del sólido y fluido (K), respectivamente, y h_c la

constante de proporcionalidad denominada coeficiente individual de transmisión de calor ($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{K}^{-1}$). Este coeficiente expresa la mayor o menor capacidad del fluido para transmitir calor por convección y depende del tipo de fluido, temperatura y de las condiciones de flujo. En el cuadro 5.2 se muestran los intervalos de este coeficiente para agua y aire en diferentes condiciones.

El establecimiento de ecuaciones que relacionen el coeficiente individual de transmisión de calor con las variables de las que depende se realiza normalmente aplicando en primer lugar la técnica de análisis dimensional. Como se ha descrito en el capítulo 2, esta técnica permite establecer los números adimensionales que engloban todas las variables implicadas en un fenómeno y la ecuación para correlacionar los mismos. Finalmente se calculan las constantes de las correlaciones por ajuste de los valores de los coeficientes determinados experimentalmente y los predichos por las correlaciones. En la bibliografía se puede encontrar un elevado número de correlaciones para distintos tipos de sistemas y en distintas condiciones. En el cuadro 5.3 se muestran algunas de las más utilizadas para calcular coeficientes individuales de transmisión de calor por convección en fluidos que circulan por el interior de conducciones cilíndricas. Las correlaciones se expresan en función de los números adimensionales de Nusselt (Nu), Reynolds (Re) y Prandtl (Pr).

CUADRO 5.2
Coeficientes individuales de transmisión de calor por convección

Fluido	Tipo convección	h ($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{K}^{-1}$)
aire	natural	5-30
aire	forzada	10-500
aire (congelación)	natural	5-10
agua líquida	natural	500-1.000
agua líquida	forzada	500-6.000
agua ebullición	forzada	3.000-60.000
agua condensación	forzada	6.000-120.000
vapor de agua sobrecalentado	forzada	30-300

CUADRO 5.3
Correlaciones para calcular coeficientes individuales de transmisión de calor por convección en conducciones cilíndricas

Sistemas	Correlación
Fluidos newtonianos ($Nu = hD/k$; $Re = VD\rho/\mu$; $Pr = c_p\mu/k$)	
Régimen turbulento	
Dittus-Boelter ($0,7 < Pr < 100$)	$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n$ [1]
Colburn ($0,7 < Pr < 160$)	$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3}$
Sieder y Tate ($0,7 < Pr < 16.700$)	$Nu = 0,027 Re^{0,8} Pr^{1/3} (\mu/\mu_0)^{0,14}$ [2]
Régimen de transición semiteórica	
	$Nu = 1,86 [D/L]^{1/3} (\mu/\mu_0)^{0,14} Pr^{1/3} Re^{1/3}$ [2,3]
Fluidos no newtonianos, Ley de la Potencia ($Nu = hD/k$; $Re = VD\rho/C$; $Pr = c_p C/k$ [4])	
Régimen turbulento ($3.000 < Re < 90.000$)	$Nu = 0,0152 Re^{0,845} Pr^{0,34}$

[1]: $n = 0,3$ si el fluido se enfría y $n = 0,4$ si se calienta.

[2]: μ y μ_0 , viscosidad a la temperatura másica del fluido y temperatura media de la pared y la capa laminar, respectivamente.

[3]: D/L : relación entre el diámetro y la longitud de la conducción.

[4]: $C = k \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \left(\frac{8V}{D} \right)^{n-1}$, donde n y k son los parámetros reológicos definidos en el capítulo 3.

5.2.3. Radiación

El mecanismo de transmisión de calor por radiación se basa en la propiedad que tienen los cuerpos de emitir ondas electromagnéticas desde su superficie en un amplio intervalo de longitudes de onda. Todos los sólidos, líquidos y gases por encima de 0 K, emiten radiación electromagnética que se propaga linealmente en todas direcciones a la velocidad de la luz. Existen diferentes tipos de radiación electromagnética (por ejemplo, rayos X, gamma y ultravioleta), aunque aquí sólo interesa la radiación térmica, es decir, la que transporta energía en forma de calor y que comprende la radiación con longitudes de onda entre 0,1 y 100 micras (figura 5.3).

Al incidir un determinado flujo de radiación (I_1) sobre un cuerpo, parte puede ser reflejado (I_R), parte transmitido a su través (I_T) y el resto

absorbido por el cuerpo (I_A) y convertido en energía interna aumentando su temperatura (T_A) (figura 5.4). Es importante destacar que la absorción de energía radiante se lleva a cabo en las capas más superficiales del cuerpo receptor (aproximadamente 10^{-3} mm en materiales conductores y 1 mm en no conductores). En el interior, el calor se transmite hacia la zona de menor temperatura (T_B) por conducción, si es un sólido, y por conducción o convección en el caso de fluidos y dependiendo de las condiciones de flujo.

A diferencia de los mecanismos anteriores de conducción y convección, que necesitan un medio material a través del cual transmitir el calor, en el mecanismo de radiación éste no es necesario, e incluso la transmisión de calor por radiación alcanza su valor óptimo en el vacío. El ejemplo más evidente es el calor transmitido desde el Sol a la Tierra a través tanto del vacío como de las atmósferas solar y terrestre.

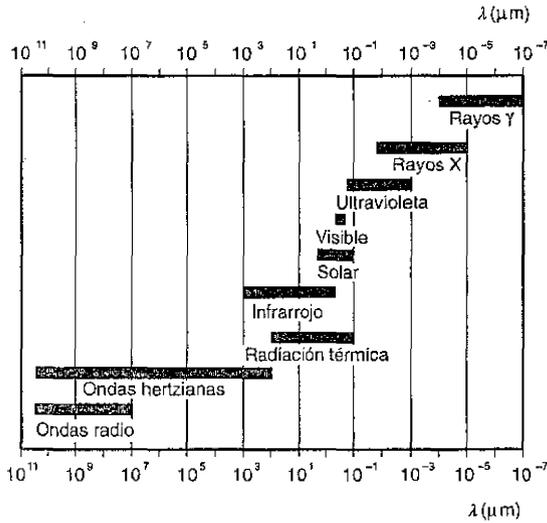


FIGURA 5.3. Espectro de la radiación electromagnética.

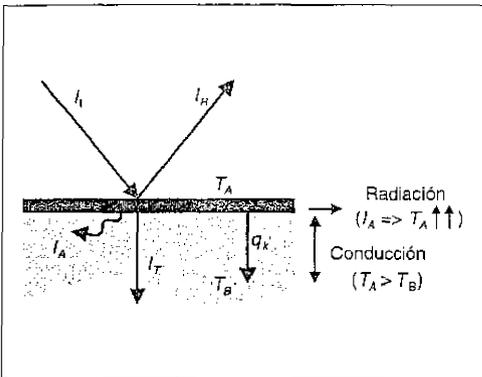


FIGURA 5.4. Absorción de energía radiante por una superficie sólida.

Si dos cuerpos situados en una cámara cerrada están a distinta temperatura se produce un intercambio de calor entre ellos por radiación. El cuerpo más caliente emite más energía que absorbe, con lo cual se enfría, mientras que el

frío absorbe más energía que emite, con lo cual se calienta. Cuando las temperaturas de ambos cuerpos se igualan se dice que se alcanza el equilibrio térmico, anulándose el flujo de calor neto intercambiado entre ambos.

La cantidad de energía emitida por una superficie en forma de calor de radiación es función de la temperatura absoluta del cuerpo emisor y de la naturaleza de la superficie. Se denomina *cuerpo negro* a un material ideal que se comporta como un emisor perfecto y que emite un flujo de calor de acuerdo con la *ley de Stefan-Boltzmann*. Esta ley establece que un cuerpo negro irradia calor proporcionalmente a la cuarta potencia de la temperatura absoluta del mismo:

$$q_r = \frac{Q_r}{A} = \sigma T^4 \quad [5.5]$$

donde q_r y Q_r son el flujo ($J m^{-2}s^{-1}$) y caudal ($J s^{-1}$) de calor emitido por el cuerpo negro; T la

temperatura absoluta del mismo (K); σ , la constante de proporcionalidad denominada constante de Boltzmann ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4}$), y A (m^2), el área externa del cuerpo emisor.

La mayoría de los cuerpos reales no se comportan como cuerpos negros y emiten una cantidad de energía radiante inferior a la que emitirían a la misma temperatura si fueran negros. Estos cuerpos se denominan *cuerpos grises* y el flujo emitido se calcula según:

$$q_r = \frac{Q_r}{A} = \varepsilon \sigma T^4 \quad [5.6]$$

donde ε es un parámetro denominado emisividad, propiedad característica de cada material y de valor siempre inferior a la unidad. Fácilmente se deduce que la emisividad no es más que el cociente entre los flujos de radiación emitidos por un cuerpo gris y por un cuerpo negro, ambos a la misma temperatura. Así pues, cuanto más cercana a la unidad sea la emisividad de un cuerpo gris, tanto más se acerca al comportamiento del cuerpo negro. En el cuadro 5.4 se muestran algunos valores típicos de emisividad.

CUADRO 5.4
Emisividades de distintos materiales

Material	Emisividad
Papel blanco	0,9
Superficies pulidas	0,05
Agua	0,955
Hielo	0,97
Carne magra	0,74
Carne grasa	0,78
Papel aluminio	0,09
Acero inoxidable	0,44

El cálculo del caudal de calor neto (diferencia entre energía absorbida y emitida) intercambiado entre diferentes superficies radiantes es un problema complejo pues intervienen factores de carácter geométrico además de las temperaturas

y propiedades emisoras de los cuerpos. En el caso más simple, intercambio de calor entre dos superficies negras a temperaturas diferentes (T_A y T_B), la ecuación que permite calcular el caudal de calor (J s^{-1}) neto intercambiado por radiación es la siguiente:

$$Q_r = q_r A_A = \sigma A_A F_{A-B} (T_A^4 - T_B^4) \quad [5.7]$$

ecuación donde aparece un nuevo parámetro, F_{A-B} denominado *factor de visión*, que tiene en cuenta la geometría de los dos cuerpos emisores, y en la que A_A representa la superficie del cuerpo A. La definición y metodología de cálculo de dichos factores de visión excede el objetivo de este capítulo donde se pretende únicamente exponer los fundamentos de la transmisión de calor. En el caso de un cuerpo gris (temperatura, T_A) completamente rodeado por una superficie (temperatura, T_B) cuya área es lo suficientemente elevada comparada con el área del cuerpo gris, el caudal neto de calor intercambiado por radiación entre el cuerpo gris y la superficie se puede calcular como:

$$Q_r = q_r A_A = \sigma \varepsilon A_A (T_A^4 - T_B^4) \quad [5.8]$$

En muchas ocasiones resulta más conveniente expresar los caudales y flujos netos intercambiados por radiación en la forma:

$$Q_r = q_r A = h_r A (T_A - T_B) \quad [5.9]$$

ecuación que expresa el caudal o flujo de calor de forma proporcional a la diferencia de temperaturas, introduciendo un nuevo parámetro, h_r , que por analogía con el mecanismo de convección se denomina coeficiente individual de transmisión de calor por radiación. En definitiva, la transformación no es más que una linealización de la ecuación de radiación y por comparación de las ecuaciones [5.9] y [5.7] se puede determinar la expresión de este coeficiente:

$$h_r = F_{AB} \sigma \frac{(T_A^4 - T_B^4)}{(T_A - T_B)} \quad [5.10]$$

Es preciso destacar, no obstante, que este coeficiente tiene una fuerte dependencia con la temperatura, mientras que en el caso del coeficiente de transmisión de calor por convección esta dependencia es generalmente mucho menor.

La utilidad de la expresión [5.10] se debe a que, en muchas situaciones, en las que dos superficies sólidas intercambian calor por radiación, se superpone también el transporte de calor por convección a través del fluido que separa dichas superficies. El flujo de calor intercambiado se puede determinar entonces como la suma de los flujos debidos a cada mecanismo:

$$q = q_c + q_r = (h_c + h_r)(T_A - T_B) \quad [5.11]$$

indicando el valor de h_c y h_r , la contribución relativa de cada mecanismo al transporte de calor.

Finalmente, es importante incidir de nuevo en las dos diferencias fundamentales entre el mecanismo de radiación y los de conducción y convección. La primera, que ha sido previamente comentada, radica en que en el mecanismo de radiación no se requiere un medio material para la transmisión de calor, mientras que en los otros dos sí es necesario (sólido o fluido, para conducción, y fluido, para convección). Así pues, el mecanismo de radiación se puede dar entre cualquier combinación de sólido, líquido y gas. La segunda diferencia se encuentra en la dependencia del flujo de calor, con la diferencia de temperaturas. En los dos primeros mecanismos, dicha dependencia es lineal, lo que se traduce en que una diferencia, por ejemplo, de 10 K, tiene el mismo efecto en el flujo de calor independientemente si se establece entre 300 y 310 K o 200 y 210 K. Sin embargo, en el mecanismo de radiación el flujo es proporcional a la diferencia de temperaturas elevadas a la cuarta potencia. Así pues, en una diferencia de 10 K entre 300 y 310 K y entre 200 y 210, equivale a unas diferencias de temperaturas a la cuarta potencia de: $1,13510^9$ y $3,44810^8$, respectivamente, lo que conduce a un flujo de calor algo mayor de 3 veces en el primer caso respecto al segundo. Por este motivo, cuando la radiación

se produce simultáneamente con otro mecanismo, sólo suele ser significativa a temperaturas elevadas.

5.2.4. Mecanismos combinados de transmisión de calor

Aunque resulta posible y conveniente separar los mecanismos de conducción, convección y radiación para su estudio, en las aplicaciones industriales es muy habitual que la transmisión de calor se realice en etapas a través de cierto número de secciones distintas conectadas unas con otras en serie y/o paralelo y frecuentemente mediante la superposición de dos o incluso los tres mecanismos de transmisión de calor actuando simultáneamente en paralelo. Por ejemplo, en los procesos de esterilización de alimentos envasados, el procedimiento habitual consiste en introducir los alimentos envasados en un autoclave y alimentar una determinada cantidad de vapor de agua a presión como agente calefactor. La transmisión de calor desde el vapor de agua hasta el alimento se produce a través de tres etapas en serie: a) transmisión de calor a través del vapor que rodea al envase: en esta etapa y dado que normalmente la temperatura del vapor empleado es elevada, el calor se transferirá conjuntamente y en paralelo por los mecanismos de convección y radiación desde el vapor a la pared del envase; b) transmisión de calor a través de la pared sólida del envase: en este caso, el único mecanismo posible es el de conducción; y c) transmisión de calor en el seno del alimento envasado: dependiendo de si el alimento es sólido o líquido, el calor se transmitirá por conducción en el primer caso y por conducción o convección natural si es un fluido, dependiendo de la variación de densidad producida como consecuencia de la diferencia de temperaturas.

En la resolución de problemas de transmisión de calor a través de varias etapas y mediante varios mecanismos superpuestos, es conveniente expresar el caudal de calor transferido mediante la siguiente ecuación general:

$$Q = qA = \frac{FI}{R} \quad [5.12]$$

que expresa el caudal de calor, Q (igual al flujo, q , por el área de transmisión, A) como el cociente entre una fuerza impulsora total, FI , y la resistencia total que ofrece el sistema a la transmisión de calor, R . Conceptualmente, esta ecuación es similar a la ley de Ohm para circuitos eléctricos, que establece que la intensidad de corriente que circula por un circuito (flujo de carga, coulombios/s) es igual a la diferencia de potencial aplicada (Fuerza Impulsora) dividido por la resistencia eléctrica del circuito. En transmisión de calor la fuerza impulsora no es más que la diferencia de temperaturas. La resistencia que opone el sistema depende del mecanismo mediante el cual se propague el calor y su expresión se deduce comparando la ecuación [5.12] con las correspondientes leyes de velocidad según cada mecanismo [5.2, 5.4 y 5.9], resultando:

$$R_k = \frac{l}{kA} \quad \therefore R_c = \frac{1}{h_c A} \quad \therefore R_r = \frac{1}{h_r A} \quad [5.13]$$

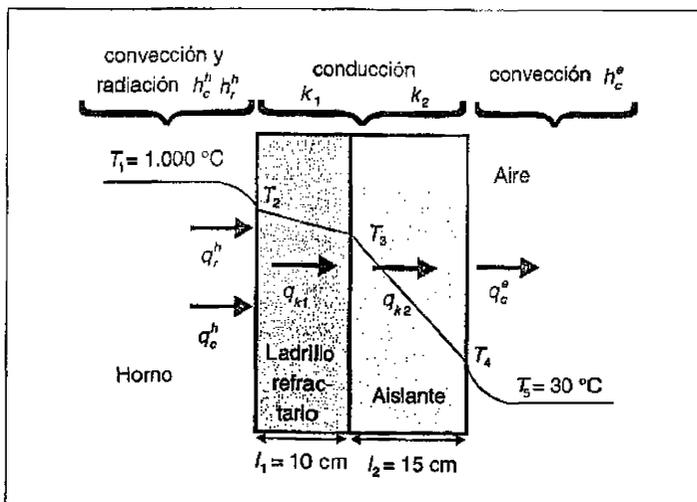
donde R_k , R_c y R_r son las resistencias a la transmisión de calor según los mecanismos de conducción, convección y radiación, respectivamente, y el resto de variables las definidas previamente.

Ejemplo 5.1. Aplicación de las ecuaciones de transmisión de calor a un sistema mediante la combinación de diferentes mecanismos de transmisión de calor.

La temperatura en el interior de un horno industrial es de 1.000 °C. Como se esquematiza en la figura de abajo, el horno está construido por una pared interna de ladrillo refractario ($k_1 = 0,5 \text{ Jm}^{-1}\text{s}^{-1}\text{K}^{-1}$) de 10 cm de espesor y otra externa de un aislante ($k_2 = 0,2 \text{ Jm}^{-1}\text{s}^{-1}\text{K}^{-1}$) de 15 cm de espesor. Teniendo en cuenta que la temperatura exterior del ambiente es de 30 °C, calcular el caudal de calor perdido a través de una de las paredes del horno ($A = 6 \text{ m}^2$) y las temperaturas en las paredes interior, exterior y entre ambas paredes sólidas.

Datos

- Aire del horno: $h_r^h = 9 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $h_c^h = 15 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- Aire exterior: $h_c^e = 10 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$.



Pérdidas de calor en un horno.

Solución

Debido a la diferencia de temperaturas entre el interior del horno, T_1 , y el aire exterior que lo rodea, T_5 , se produce transmisión de calor desde el interior del horno al exterior a través de cuatro resistencias en serie: a) la atmósfera gaseosa en el interior del horno, b) la pared interna del horno, constituida por ladrillo refractario, c) la pared externa del horno, constituida por un aislante y, por último, d) el aire exterior. En la primera de las etapas, el calor se transmite mediante dos mecanismos simultáneos: convección a través de la atmósfera interna del horno y radiación entre el gas y las paredes del horno, debido a las altas temperaturas reinantes en el interior. En la segunda y tercera etapas, el único mecanismo viable es el de conducción debido a que ambas paredes son sólidas, y en la última etapa el calor se transmite por convección a través del aire exterior al horno. Se ha despreciado la contribución del mecanismo de radiación en esta etapa debido a que normalmente la temperatura de la pared externa y del medio ambiente, T_4 y T_5 , son relativamente bajas y la contribución de este mecanismo puede ignorarse.

El caudal de calor implicado en cada una de las etapas es:

- Etapa 1, gas del interior del horno (convección + radiación):

$$Q^h = (q_r^h + q_c^h)A = h_r^h A(T_1 - T_2) + h_c^h A(T_1 - T_2) = (h_r^h + h_c^h)A(T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{(h_r^h + h_c^h)A}} \quad (1)$$

- Etapa 2, ladrillo refractario (conducción):

$$Q_1 = q_{k1}A = k_1 A \frac{T_2 - T_3}{l_1} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{l_1}{k_1 A}} \quad (2)$$

- Etapa 3, pared aislante (conducción):

$$Q_2 = q_{k2}A = k_2 A \frac{T_3 - T_4}{l_2} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{l_2}{k_2 A}} \quad (3)$$

- Etapa 4, aire exterior (convección):

$$Q^e = q_c^e A = h_c^e A(T_4 - T_5) = \frac{T_4 - T_5}{\frac{1}{h_c^e A}} \quad (4)$$

En estado estacionario el caudal de calor que atraviesa cada etapa debe ser constante e igual para todas ellas, con lo cual:

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{(h_r^h + h_c^h)A}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{l_1}{k_1 A}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{l_2}{k_2 A}} = \frac{T_4 - T_5}{\frac{1}{h_c^e A}} \quad (5)$$

ecuación que permite calcular las pérdidas de calor del horno, Q , en función de la diferencia de temperaturas (fuerzas impulsoras) y resistencia en cada etapa.

El inconveniente práctico de esta ecuación es que requiere el conocimiento de la temperatura en alguna de las interfases sólido-gas o sólido-sólido (T_2 , T_3 o T_4) y que no son conocidas. Para eliminar este problema, si se suman los numeradores y denominadores de la anterior igualdad se obtiene:

$$Q = \frac{T_1 - T_5}{\frac{1}{(h_r^h + h_c^h)A} + \frac{l_1}{k_1 A} + \frac{l_2}{k_2 A} + \frac{1}{h_c^e A}} = \frac{\Delta T_{Total}}{R_{Total}} \quad (6)$$

que expresa el caudal de calor como una fuerza impulsora total dividido por la resistencia total que opone el sistema a la transmisión de calor. Sustituyendo valores en esta ecuación:

$$Q = \frac{1.000 - 30}{6,944 \cdot 10^{-3} + 0,333 \cdot 10^{-2} + 0,125 + 1,666 \cdot 10^{-2}} = \frac{970}{0,1519} = 6.384,3 \text{ J s}^{-1}$$

Como puede observarse la mayor de todas las resistencias es la que opone la pared de aislante.

Una vez conocido el caudal de calor, las temperaturas de cada interfase pueden calcularse des-

pejando de las ecuaciones (1) a (3). Así, de la ecuación (1):

$$6.384,3 = \frac{1.000 - T_2}{6,944 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow T_2 = 955,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

de la ecuación (2):

$$6.384,3 = \frac{955,7 - T_3}{0,333 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow T_3 = 934,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

y de la ecuación (3):

$$6.384,3 = \frac{955,7 - T_4}{0,125} \Rightarrow T_4 = 136,3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Como la resistencia del aislante es la mayor de todas, la caída de temperatura a través de este material es también la mayor (de 934,4 a 136,3 °C).

interior de sólidos, el único mecanismo posible de transmisión en éstos es el de conducción. Por ello, en este apartado se considerará al medio conductor de calor como un sólido, aunque los principios que se desarrollan se pueden aplicar también a un fluido.

5.3.1. Ecuación general de conducción en sólidos

La ecuación general de conducción no es más que la expresión matemática de la ecuación de conservación de energía particularizada para un sólido. Su resolución, para unas condiciones iniciales y de contorno especificadas, permitirá la obtención del perfil de temperaturas en el sólido. Finalmente, una vez conocido dicho perfil, se podrá determinar la cantidad de calor transferido por unidad de tiempo mediante la aplicación de la Ley Fourier.

En el caso que nos ocupa de transmisión de calor a través de un sólido, éste se considera como un sistema cerrado ya que no hay posibilidad de entrada o salida de materia del mismo. Además, normalmente en los sólidos el término de trabajo mecánico también es nulo, con lo cual la ecuación de conservación de energía se simplifica a:

$$-\nabla q_k = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad [5.14]$$

donde el primer término expresa el flujo de calor neto a través del sólido y el segundo la acumulación de energía en el sistema, expresado en forma de entalpía. Conviene quizá recordar el significado del operador matemático nabra, ∇ , sobre una variable o función que dependa de las tres coordenadas espaciales, como un vector cuyos tres componentes son las derivadas de la función respecto a cada coordenada. En el sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z), se expresa como:

$$\nabla f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k} \quad [5.15]$$

5.3. Conducción en sólidos

En teoría, el mecanismo de conducción se puede manifestar en sólidos, líquidos y gases. Sin embargo, en el caso de fluidos, y aun suponiendo que las temperaturas sean reducidas y se pueda ignorar la radiación, el mecanismo de conducción se manifiesta simultáneamente con el de convección. La convección en fluidos se manifiesta bien porque el fluido esté en movimiento (convección forzada) o bien porque la existencia de un gradiente de temperaturas provoca la aparición de corrientes de convección (convección natural). Teniendo en cuenta que el mecanismo de convección es mucho más rápido que el de conducción, suele despreciarse la contribución de conducción en la mayoría de los casos.

Por otro lado, teniendo en cuenta que la radiación emitida o absorbida por los sólidos se reduce a una pequeña capa superficial (como máximo 1 mm en materiales no conductores), y que no hay posibilidad de movimiento y mezcla en el

Teniendo en cuenta que el único mecanismo de transmisión de calor en sólidos es la conducción, aplicando la ley de Fourier, pero teniendo en cuenta que la conducción es tridimensional y no unidimensional como se ha expresado en la ecuación [5.1], la ecuación 5.14 se transforma en:

$$-\nabla(-k\nabla T) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad [5.16]$$

que constituye la denominada *ecuación de conducción* y cuya resolución con las condiciones iniciales y de contorno específicas según el sistema en estudio permite determinar el perfil de temperaturas en el sólido.

Se pueden realizar varias simplificaciones sobre dicha ecuación. La primera consiste en considerar que la conductividad térmica del sólido no varía con la temperatura o que dicha variación es pequeña, con lo que se puede utilizar un valor medio entre las temperaturas máxima y mínima. En estas condiciones la ecuación se transforma en:

$$k\nabla^2 T = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad [5.17]$$

donde el operador matemático, ∇^2 , denominado *operador de Laplace*, es una magnitud escalar cuya expresión en coordenadas cartesianas es:

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad [5.18]$$

Por último, en el caso de operación en régimen estacionario se obtiene la denominada ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 T = 0 \quad [5.19]$$

Durante bastante tiempo la resolución de la ecuación de transmisión de calor ha sido ampliamente estudiada en el campo de la matemática

aplicada y en la actualidad sólo puede ser resuelta de forma analítica y rigurosa en sistemas de geometría sencilla. En concreto, en los procesos de conducción estacionaria uni- y bidimensional y de conducción en régimen no estacionario unidimensional. Sin embargo, en muchos sistemas de interés industrial resulta difícil o imposible la resolución analítica de la ecuación para obtener el perfil de temperaturas. Por ello, se han desarrollado soluciones aproximadas mediante métodos de incrementos finitos, gráficos, analíticos aproximados y analógicos.

En este capítulo se abordará únicamente el estudio de conducción unidimensional en ambos regímenes, estacionario y no estacionario, sin considerar la generación de calor en el interior del sólido. Aparte de la simplicidad de dichos sistemas, estos modelos pueden utilizarse para representar de forma bastante exacta el comportamiento de diversos procesos industriales. La resolución de sistemas más complicados no introduce ningún concepto básico adicional, pero sin embargo requiere un tratamiento matemático más avanzado, que excede los objetivos de este libro, y que se pueden encontrar en la numerosa bibliografía existente a este respecto.

5.3.2. Conducción unidimensional en régimen estacionario

Al tratarse de régimen estacionario, será aplicable la ecuación [5.19], considerando un valor medio constante de la conductividad térmica. Para resolver esta ecuación se considerarán tres casos sencillos y frecuentes: conducción a través de sólidos de geometría rectangular, cilíndrica y esférica.

A) Geometría rectangular

Considérese un sólido de sección transversal de paso rectangular, con una altura y anchura mucho mayores que su espesor, l , y cuyas caras se encuentran a distinta temperatura (figura 5.5).

En estas condiciones se producirá transmisión de calor unidimensional a través de la coordenada x . Expresando la ecuación [5.19] en coordenadas cartesianas se obtiene:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad [5.20]$$

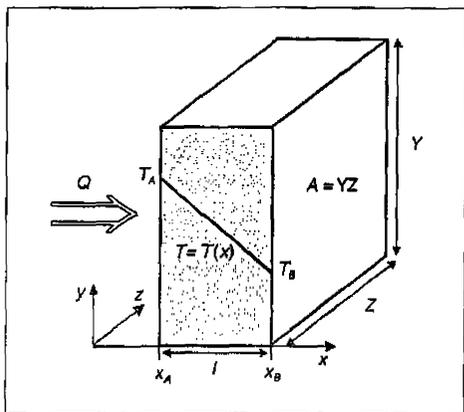


FIGURA 5.5. Conducción unidimensional en un sólido de sección transversal cuadrada.

Esta ecuación requiere dos condiciones límite para su resolución debido a que implica dos derivadas con respecto a la coordenada x . Dichas condiciones se pueden establecer a partir de las temperaturas conocidas en los extremos del sistema:

$$\begin{aligned} x = x_A & : T = T_A \\ x = x_B & : T = T_B \end{aligned} \quad [5.21]$$

La ecuación [5.20] junto con las condiciones límite, ecuación [5.21], constituyen el modelo matemático del sistema estudiado. Integrando la ecuación [5.20] respecto a la coordenada espacial x , se obtiene el perfil de temperaturas en función de dicha coordenada:

$$T(x) = C_1x + C_2 \quad [5.22]$$

ecuación que indica que el perfil de temperaturas es lineal con la coordenada x . El valor de las constantes de integración, C_1 y C_2 , puede determinarse a partir de las condiciones límite. Finalmente, sustituyendo los valores de dichas constantes se obtiene la siguiente ecuación representativa del perfil de temperaturas a lo ancho de la placa:

$$T(x) = T_A + \frac{T_A - T_B}{x_A - x_B} (x - x_A) \quad [5.23]$$

Una vez conocido el perfil de temperaturas se puede determinar el flujo de calor aplicando la Ley de Fourier:

$$q = -k \frac{dT}{dx} = k \frac{T_A - T_B}{x_B - x_A} = k \frac{T_A - T_B}{l} \quad [5.24]$$

que indica que el flujo de calor es constante en todo el espesor del sólido (no depende de x). Finalmente el caudal de calor se obtiene multiplicando este flujo por el área a través de la cual se transmite, A :

$$Q = qA = kA \frac{T_A - T_B}{l} = \frac{T_A - T_B}{\frac{l}{kA}} \quad [5.25]$$

B) Geometría cilíndrica

Considérese un sistema constituido por un cilindro hueco en el cual existe una diferencia de temperaturas entre la sección interna, $r = R_A$, y externa, $r = R_B$ (figura 5.6). Este tipo de sistema, fácil de resolver matemáticamente, es de gran importancia en ingeniería pues representa a las conducciones o tuberías para la circulación de fluidos y a través de las cuales interesa determi-

nar el flujo de calor entre el interior del tubo y el exterior. Considerando que la longitud del cilindro, L , es muy superior al radio del mismo, el problema se reduce a conducción unidimensional en la dirección del radio del cilindro.

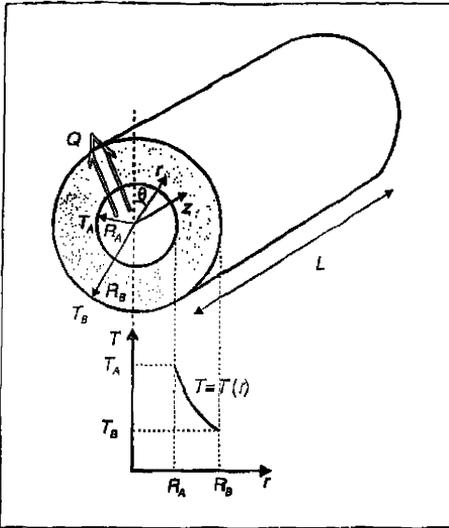


FIGURA 5.6. Conducción unidimensional en un sólido de sección transversal cilíndrica.

Expresando la ecuación [5.19] en coordenadas cilíndricas y utilizando como condiciones límite las temperaturas conocidas para los radios interno y externo que delimitan el espesor del cilindro, el modelo matemático queda representado por las ecuaciones:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad [5.26]$$

$$\begin{aligned} r = R_A &: T = T_A \\ r = R_B &: T = T_B \end{aligned} \quad [5.27]$$

De forma similar a como se resolvió el sistema anterior, integrando dos veces la ecuación diferencial [5.26] se obtiene la siguiente ecuación representativa del perfil de temperaturas a lo largo del espesor del cilindro:

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \quad [5.28]$$

que en este caso indica una variación logarítmica de la temperatura con el radio. Igualmente, evaluando las constantes de integración mediante las condiciones límite, se obtiene:

$$T(r) = T_A + \frac{T_A - T_B}{\ln \frac{R_A}{R_B}} \ln \frac{r}{R_A} \quad [5.29]$$

El flujo de calor se calcula aplicando la Ley de Fourier:

$$q(r) = -k \frac{dT}{dr} = k \frac{T_A - T_B}{\ln \frac{R_A}{R_B}} \frac{1}{r} \quad [5.30]$$

obteniéndose en este caso una ecuación en la cual el flujo depende del radio del cilindro, a diferencia del resultado obtenido para el sólido de sección rectangular en el cual el flujo no depende de la coordenada x , a través de la cual se produce la transmisión de calor. Este resultado es consecuencia directa de que el área de transmisión de calor varía también con el radio ($A = 2\pi rL$), aumentando aquella cuanto mayor es éste, a diferencia del caso considerado anteriormente. Así pues, el flujo de calor a través del cilindro tiene distinto valor dependiendo de la sección donde se calcule.

Sin embargo, en estado estacionario el caudal de calor que atraviesa cada sección debe ser el mismo independientemente del radio considerado. Teniendo en cuenta que el área varía proporcionalmente a r , y el flujo varía inversamente proporcional al mismo ($1/r$), fácilmente se entiende que el caudal de calor, producto de ambos, ha de resultar constante:

$$Q = (qA)_{r=R_A} = (qA)_{r=R_B} = k(2\pi L) \frac{T_A - T_B}{\ln \frac{R_B}{R_A}} \quad [5.31]$$

Si esta ecuación se multiplica y divide por la diferencia de radios en los extremos, y en el cociente del logaritmo se multiplica y divide por $2\pi L$, se obtiene la expresión más habitual del caudal de calor a través del espesor de un cilindro:

$$\begin{aligned} Q &= k \frac{2\pi L(R_B - R_A)}{(R_B - R_A)} \frac{T_A - T_B}{\ln \frac{2\pi L R_B}{2\pi L R_A}} = \quad [5.32] \\ &= k \frac{A_B - A_A}{\ln \frac{A_B}{A_A}} \frac{T_A - T_B}{R_B - R_A} = k A_{ml} \frac{T_A - T_B}{R_B - R_A} = \\ &= \frac{T_A - T_B}{\frac{l}{k A_{ml}}} \end{aligned}$$

donde l es el espesor del cilindro y A_{ml} el área media logarítmica entre la superficie interna y externa del cilindro. Comparando esta expresión

con la obtenida en el caso de geometría rectangular, ecuación [5.25], se observa que ambas expresiones son similares, a diferencia de la variación del área con el radio en este caso, que motiva el empleo de un valor medio logarítmico.

C) Geometría esférica.

Consideremos una esfera hueca que presenta una diferencia de temperaturas entre sus caras interna y externa, con lo cual se producirá un flujo de calor en la dirección radial de la esfera (figura 5.7).

El modelo matemático está representado por la ecuación general [5.19], expresada en coordenadas esféricas, y las dos condiciones límite de temperatura conocida en los extremos interior y exterior de la esfera:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad [5.33]$$

$$\begin{aligned} r = R_A & : T = T_A \\ r = R_B & : T = T_B \end{aligned} \quad [5.34]$$

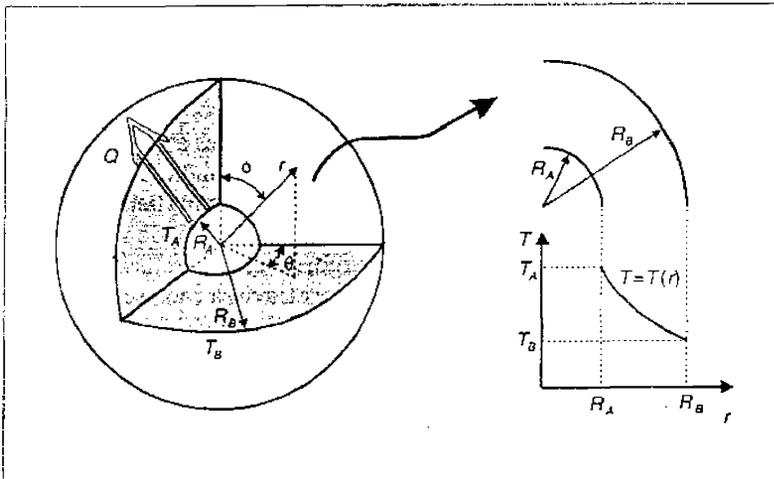


FIGURA 5.7. Conducción unidimensional en un sólido de sección transversal esférica.

Siguiendo el mismo procedimiento que en los dos casos anteriores estudiados, se obtiene la siguiente ecuación representativa del perfil de temperaturas en la esfera:

$$T(r) = T_A + \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A}} \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{r} \right) \quad [5.35]$$

y que en este caso indica una variación de la temperatura inversamente proporcional al radio de la esfera. Aplicando la Ley de Fourier, se obtiene un flujo inversamente proporcional al cuadrado del radio de la esfera:

$$q(r) = -k \frac{dT}{dr} = k \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}} \frac{1}{r^2} \quad [5.36]$$

la razón de esta dependencia es la misma que en el sistema de geometría cilíndrica, ya comentado. Análogamente, como la variación del área con el radio (r^2) y del flujo ($1/r^2$) son opuestas, el caudal de calor resulta independiente del mismo:

$$Q = (qA)_{r=R_A} = (qA)_{r=R_B} = k(4\pi) \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}} \quad [5.37]$$

ecuación que se puede transformar, multiplicando y dividiendo por R_A y R_B , en:

$$\begin{aligned} Q &= k4\pi R_A R_B \frac{T_A - T_B}{R_B - R_A} = k\sqrt{A_A A_B} \frac{T_A - T_B}{R_B - R_A} = \\ &= kA_{mg} \frac{T_A - T_B}{R_B - R_A} = \frac{T_A - T_B}{\frac{l}{kA_{mg}}} \end{aligned} \quad [5.38]$$

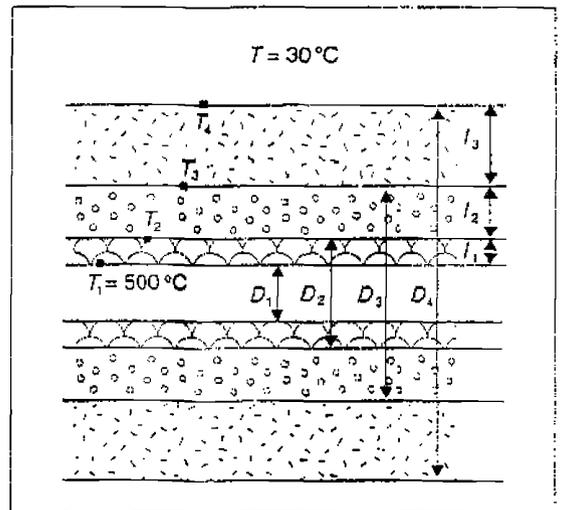
donde l es la diferencia de los radios en las superficie exterior e interior, y A_{mg} la media geomé-

trica del área para dichos radios. De nuevo, se observa la similitud entre esta ecuación y las ecuaciones [5.25] y [5.32], para geometría plana y cilíndrica, respectivamente.

Ejemplo 5.2. Transmisión de calor a través de sólidos en serie.

Un fluido caliente circula por una conducción cilíndrica ($k_1 = 0,23 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) de 5,3 cm de diámetro interno y 6 cm de diámetro externo ($l_1 = 0,35 \text{ cm}$). El tubo se encuentra rodeado por una primera capa de aislante ($k_2 = 0,0006 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) de alta temperatura de 3 cm de espesor ($l_2 = 3 \text{ cm}$) y ésta a su vez, de otra segunda capa de aislante ($k_3 = 0,0004 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) de 7 cm de espesor ($l_3 = 7 \text{ cm}$). En un punto determinado de la conducción, la temperatura de la pared interna del tubo es de $500 \text{ }^\circ\text{C}$, y la del aire exterior que rodea la misma es de $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Calcular:

- a) las temperaturas en las superficies de separación del tubo y el primer aislante, entre ambos aislantes y entre el segundo aislante y el aire exterior,
- b) la pérdida de calor por metro lineal de tubo,
- c) la ecuación representativa del perfil de temperatura en el segundo aislante.



Pérdidas de calor en una conducción aislada.

Datos

– Coeficiente individual de transmisión de calor en el aire: $h_c = 50 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Solución

Calcularemos en primer lugar los diámetros de cada superficie de separación entre materiales:

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,053 \text{ m} \\ D_2 &= D_1 + 2l_1 = 0,06 \text{ m} \\ D_3 &= D_2 + 2l_2 = 0,12 \text{ m} \\ D_4 &= D_3 + 2l_3 = 0,26 \text{ m} \end{aligned}$$

El caudal de calor se puede calcular aplicando la ecuación de transmisión de calor a cada material a través del cual se transmite. Teniendo en cuenta que a través de los tres sólidos el calor se transmite por conducción, y a través del último aislante y el aire exterior por convección, el caudal de calor se puede expresar como:

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{k_1 A_{ml,1}}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{l_2}{k_2 A_{ml,2}}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{l_3}{k_3 A_{ml,3}}} = \frac{T_4 - T_5}{\frac{1}{h_c A_4}}$$

y sumando los numeradores y denominadores de todas las igualdades:

$$Q = \frac{T_1 - T_5}{\frac{l_1}{k_1 A_{ml,1}} + \frac{l_2}{k_2 A_{ml,2}} + \frac{l_3}{k_3 A_{ml,3}} + \frac{1}{h_c A_4}} \quad (1)$$

El área de transmisión a través de cada sólido es el área media entre las superficies que los delimitan. Teniendo en cuenta que la geometría es cilíndrica, dichas áreas medias se calculan como la media logarítmica. Por ello, por cada metro lineal de tubo se tiene:

$$\begin{aligned} A_{ml,1} &= \frac{A_2 - A_1}{\ln \frac{A_2}{A_1}} = \pi L \frac{D_2 - D_1}{\ln \frac{D_2}{D_1}} = \pi \cdot 1 \frac{0,06 - 0,053}{\ln \frac{0,06}{0,053}} = \\ &= 0,177 \text{ m}^2 \text{ (por cada metro lineal)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{ml,2} &= \pi L \frac{D_3 - D_2}{\ln \frac{D_3}{D_2}} = \\ &= 0,272 \text{ m}^2 \text{ (por cada metro lineal)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{ml,3} &= \pi L \frac{D_4 - D_3}{\ln \frac{D_4}{D_3}} = \\ &= 0,569 \text{ m}^2 \text{ (por cada metro lineal)} \end{aligned}$$

Finalmente, la superficie A_4 será la correspondiente a la superficie exterior del segundo aislante:

$$A_4 = \pi D_4 l = 0,817 \text{ m}^2 \text{ (por cada metro lineal)}$$

Sustituyendo valores en la ecuación (1):

$$\begin{aligned} Q &= \frac{500 - 30}{\frac{0,0035}{0,23 \cdot 0,177} + \frac{0,03}{0,0006 \cdot 0,272} + \frac{0,07}{0,0004 \cdot 0,569} + \frac{1}{50 \cdot 0,817}} = \\ &= \frac{470}{0,086 + 183,8 + 307,55 + 0,024} = \\ &= 0,956 \text{ J s}^{-1} \text{ (por cada metro lineal)} \end{aligned}$$

Como puede observarse, las resistencias que oponen los dos aislantes son mucho mayores que las que oponen el tubo de la conducción y el aire que rodea a la misma.

Para calcular las temperaturas en cada una de las superficies, conocido el caudal de calor, se aplicará la ecuación correspondiente a cada sistema individual:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{k_1 A_{ml,1}}} \Rightarrow T_2 = T_1 - Q \frac{e_1}{k_1 A_{ml,1}} = \\ &= 500 - 0,956 \cdot 0,086 = 499,9 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$T_3 = T_2 - Q \frac{e_2}{k_2 A_{ml,2}} = 499,9 - 0,956 \cdot 183,8 = 324,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_4 = T_3 - Q \frac{e_3}{k_3 A_{ml,3}} = 324,2 - 0,956 \cdot 307,55 = 30,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

Como era de esperar, las mayores caídas de temperatura se producen en los materiales que presentan mayor resistencia a la transmisión de calor, los aislantes, mientras que en el tubo de la conducción y entre el aislante y el aire exterior, el descenso de temperatura se puede considerar despreciable.

Finalmente, para obtener la ecuación representativa del perfil de temperaturas en el segundo aislante, aplicando la ecuación para geometría cilíndrica [5.29], se tiene:

$$T = T_3 + \frac{T_3 - T_4}{\ln \frac{R_3}{R_4}} \cdot \ln \frac{r}{R_3} = 324,2 - 380,26 \cdot \ln \frac{r}{0,06}$$

radial a través del sólido, variando las temperaturas de ambos medios. Si la masa del fluido es suficiente elevada, respecto a la del sólido, se puede considerar que la temperatura en el seno del mismo, exceptuando la capa límite térmica que rodea al sólido, permanece constante.

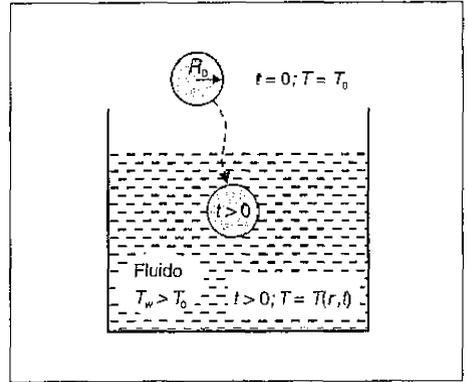


FIGURA 5.8. Calentamiento de un sólido por inmersión en un fluido caliente.

5.3.3. Conducción unidimensional en régimen no estacionario

En la industria alimentaria hay procesos en los cuales se somete a un sólido a cambios de temperatura en régimen no estacionario. Operaciones como la esterilización, enfriamiento y congelación o escaldado de alimentos, envasados o libres, son ejemplos típicos de procesos que se realizan en discontinuo (régimen no estacionario). A diferencia del análisis realizado en el apartado anterior, en este caso se debe tener en cuenta que la temperatura del sólido varía no sólo con la posición, sino también con el tiempo. Este hecho motiva que las ecuaciones representativas de los diferentes modelos sean más complejas y en consecuencia más difíciles de resolver.

Considérese a modo de ejemplo el proceso de calentamiento de un sólido por inmersión en un fluido caliente (figura 5.8). Para simplificar el análisis se ha supuesto que el sólido es esférico con un radio externo, \$R_0\$, y que inicialmente tiene una temperatura \$T_0\$, inferior a la del fluido caliente, \$T_w\$. A partir del momento en que el sólido se sumerge en el fluido caliente se produce transmisión de calor desde el fluido en dirección

El flujo de calor tiene que vencer dos resistencias en serie: la que presenta el propio fluido (resistencia externa), donde el mecanismo de transmisión de calor es la convección, y la que ofrece el sólido (resistencia interna), donde el mecanismo de transmisión de calor es la conducción. Para la cuantificación de la importancia relativa de cada una de estas resistencias se utiliza el número adimensional de Biot, definido como el cociente entre la resistencia interna y externa:

$$Bi = \frac{R_{interna}}{R_{externa}} = \frac{L/kA}{1/h_c A} = \frac{Lh_c}{k} \quad [5.39]$$

donde \$h_c\$ es el coeficiente de transmisión de calor individual por convección del fluido, \$k\$ la conductividad térmica del sólido, \$A\$ el área de contacto entre ambos y \$L\$ una longitud característica del sólido. En la bibliografía se proponen distintas formas de definir esta longitud caracte-

rística, por lo que debe prestarse atención a la definición de la misma cuando se consulten diferentes fuentes bibliográficas. De forma general, esta longitud suele tomarse como la relación entre el volumen y el área del sólido.

En la figura 5.9 se muestra la variación del perfil de temperatura en el sistema en estudio en función del número de Biot. Para valores bajos del mismo, la resistencia que opone el fluido a la transmisión de calor es muy elevada respecto a la que ofrece el sólido. Por ello, el gradiente de temperaturas en el sólido es pequeño y puede considerarse que la temperatura es constante para cualquier radio, variando únicamente con el tiempo. Sin embargo, en el fluido sí se observa una variación de la temperatura con la distancia hasta alcanzar el valor constante T_w correspondiente al seno del mismo. Cuando el número de Biot es igual a la unidad, ambas resistencias son similares y las temperaturas en el sólido y el fluido varían con el tiempo y la posición. Por último, para números de Biot elevados el gradiente de temperaturas en el fluido es prácticamente nulo, alcanzando el sólido en su superficie exterior la temperatura del seno del fluido, mientras que en el interior del sólido la temperatura varía con la posición y el tiempo.

El análisis de este tipo de sistemas se simplifica mucho en el caso de considerar que la temperatura del sólido no depende de la posición. En general se considera que si la resistencia interna que ofrece el sólido es menor del 10% de la resistencia externa, $Bi < 0,1$, se comete un error inferior al 5% con esta aproximación. En el siguiente apartado se analiza esta situación en primer lugar, y a continuación se presentará el método general para números de Biot mayores.

A) Sistemas con resistencia interna despreciable ($Bi < 0,1$)

En esta situación se considera que la temperatura en el interior del sólido es independiente del radio del mismo, variando exclusivamente con el tiempo (figura 5.9). Aplicando la ecuación de conservación de energía a la superficie externa, se tiene que el calor aportado por el fluido se emplea en aumentar la energía del sólido:

$$h_c A (T_w - T) = V \rho c_p \frac{dT}{dt} \quad [5.40]$$

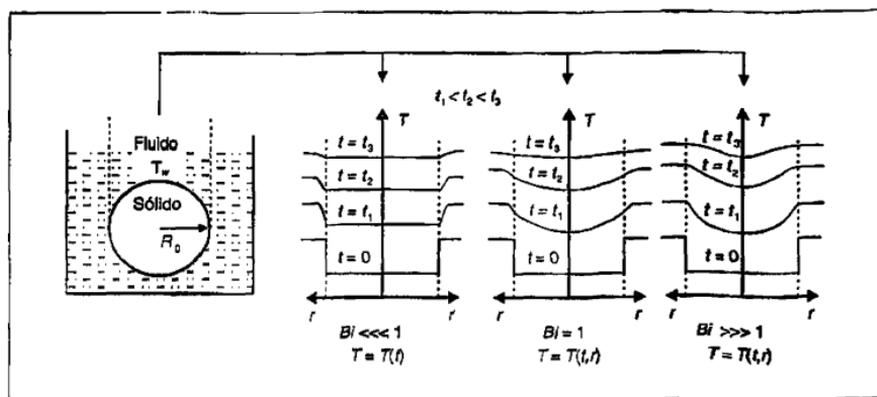


FIGURA 5.9. Perfil de temperaturas entre un sólido y un fluido a diferente temperatura para diferentes tiempos y valores del número de Biot pequeño, medio y grande.

donde T , V , ρ y c_p son la temperatura, volumen, densidad y capacidad calorífica del sólido, respectivamente, y el resto de variables las previamente definidas. Despejando la derivada de la ecuación [5.40], se tiene:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{hA}{V\rho c_p}(T_w - T) = \frac{h}{L\rho c_p}(T_w - T) \quad [5.41]$$

e integrando con la condición inicial de que a tiempo cero, la temperatura del sólido es T_0 , se obtiene:

$$\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \exp\left(-\frac{ht}{L\rho c_p}\right) \quad [5.42]$$

donde θ es una temperatura adimensional que representa la diferencia de temperaturas entre el fluido, T_w , y el sólido en cualquier instante, T , respecto a esa misma diferencia a tiempo cero. El exponente de esta ecuación también se puede adimensionalizar introduciendo el número de Fourier, F_o , que se define como:

$$F_o = \frac{\alpha t}{L^2} = \left(\frac{k}{\rho c_p}\right) \frac{t}{L^2} \quad [5.43]$$

donde α es la difusividad calorífica. El número de Fourier da una idea del tiempo que tarda el sólido en modificar su temperatura. Operando con las variables del exponente de la ecuación [5.42], finalmente se llega a:

$$\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \exp(-BiFo) \quad [5.44]$$

Es importante mencionar que esta ecuación es válida para cualquier geometría sin más que establecer la longitud característica del número de Biot y la coordenada a través de la cual se produce la transmisión de calor. Por ejemplo para una esfera:

$$L = \frac{V}{A} = \frac{4/3\pi R_0^3}{4\pi R_0^2} = \frac{R_0}{3} \quad [5.45]$$

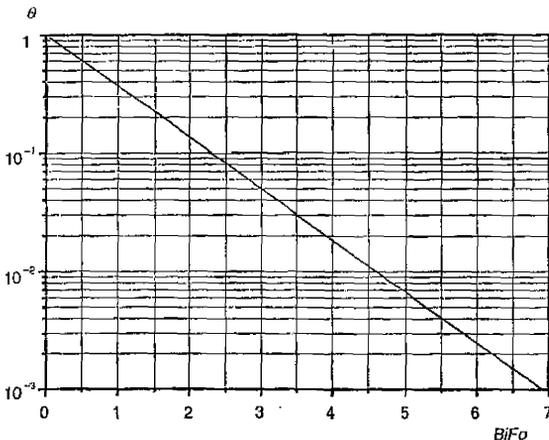


FIGURA 5.10. Representación gráfica de la ecuación 5.44.

En el caso de una placa plana y de un cilindro, las longitudes características resultan ser la mitad del espesor de la placa y la mitad del radio del cilindro, respectivamente.

En la figura 5.10 se representa gráficamente la temperatura adimensional frente al producto de ambos números adimensionales.

Ejemplo 5.3. Transmisión de calor en régimen no estacionario para números de Biot bajos.

Calcúlese el tiempo de cocción de una judía verde por inmersión en agua caliente a 110 °C. Considérese que el proceso finaliza cuando la temperatura en el centro de la judía alcanza 95 °C. Supóngase que la judía tiene forma paralelepípedica con un espesor de 2 mm, que inicialmente está a 0 °C, y que el resto de las dimensiones son suficientemente grandes para que pueda considerarse transmisión de calor unidimensional.

Datos

- Judía: $k = 0,5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $\rho = 1.300 \text{ kg m}^{-3}$; $c_p = 4.500 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- Agua: $T_w = 120 \text{ °C}$; $h_c = 50 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Solución

Se calcula en primer lugar el número de Biot:

$$Bi = \frac{Lh_c}{k} = \frac{0,002/2 \cdot 50}{0,5} = 0,1$$

Teniendo en cuenta que la temperatura inicial de la judía es de 0 °C, la temperatura adimensional resulta ser:

$$\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \frac{110 - 95}{110 - 0} = 0,136$$

y despejando de la ecuación [5.44] el número de Fourier:

$$Bi Fo = -\ln \theta \Rightarrow Fo = \frac{-\ln 0,136}{0,1} = 19,95$$

Finalmente, de la definición del número de Fourier se puede calcular el tiempo necesario para la cocción de la judía:

$$Fo = \frac{\alpha}{L^2} \therefore t = \frac{L^2 Fo}{\alpha} = \frac{(0,002/2)^2 \cdot 19,95}{1.300 \cdot 4.500} = 233,41 \text{ s} < > 3,9 \text{ minutos}$$

B) Sistemas con resistencia interna significativa ($Bi > 0,1$)

En estos sistemas, la temperatura del sólido será función del tiempo y de la posición $T = f(r, t)$. La ecuación general de conducción [5.16] considerando conductividad constante con la temperatura se simplifica a la ecuación [5.17]:

$$k \nabla^2 T = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Esta ecuación ha sido resuelta de forma analítica para ciertas geometrías sencillas como: rectangular, cilíndrica y esférica. Considérese el mismo ejemplo del apartado anterior, sólido de geometría esférica que se sumerge en un fluido a mayor temperatura. Expresando la ecuación anterior en coordenadas esféricas y teniendo en cuenta que la transmisión de calor se realiza exclusivamente en la dirección radial:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [5.46]$$

donde se ha introducido nuevamente la difusividad calorífica, α . Para resolver esta ecuación se requiere de una condición inicial y dos condiciones límite ya que hay que resolver una derivada respecto al tiempo y dos respecto al radio. La condición inicial que se utiliza es la de temperatura del

sólido conocida a tiempo inicial. Como condición límite se establece que para cualquier tiempo la derivada de la temperatura en el centro del sólido es cero (condición de simetría) y que en la superficie externa los flujos de calor por convección desde el fluido exterior y por conducción a través del sólidos han de ser iguales. Matemáticamente estas condiciones se expresan como:

$$t = 0 : R_0 \geq r \geq 0 : T = T_0 \quad [5.47]$$

$$t > 0 : r = 0 : \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad [5.48]$$

$$t > 0 : r = R_0 : -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R_0} = h_c (T_w - T_{r=R_0})$$

ecuaciones que constituyen el modelo matemático representativo del sistema en estudio. De forma análoga se plantean las ecuaciones para

CUADRO 5.5
Soluciones rigurosa y aproximada para conducción unidimensional en régimen no estacionario

Geometría	Solución analítica rigurosa	Solución aproximada ($ Fo > 0,2$)
Pared plana (dirección: x) espesor = $2x_1$ $\xi = x/x_1$ $Bi = \frac{hx_1}{k}$ $Fo = \frac{\alpha t}{x_1^2}$	$\theta = \sum_{N=1}^{\infty} C_N \exp(-\lambda_N^2 Fo) \cos(\lambda_N \xi) \quad [11]$ $C_N = \frac{4 \operatorname{sen}(\lambda_N)}{2\lambda_N + \operatorname{sen}(2\lambda_N)}$ $\lambda_N \operatorname{tg}(\lambda_N) = Bi$	$\theta = C_1 \exp(-\lambda_1^2 Fo) \cos(\lambda_1 \xi)$ $\text{o, } \theta = \theta_0 \cos(\lambda_1 \xi) \quad [2]$ $\frac{Q}{Q_{\text{ref}}} = 1 - \frac{\operatorname{sen}(\lambda_1)}{\lambda_1} \theta_0 \quad [3]$
Cilindro (dirección: r) radio cilindro = R_0 $\xi = r/R_0$ $Bi = \frac{hR_0}{k}$ $Fo = \frac{\alpha t}{R_0^2}$	$\theta = \sum_{N=1}^{\infty} C_N \exp(-\lambda_N^2 Fo) J_0(\lambda_N \xi)$ $C_N = \frac{2}{\lambda_N} \frac{J_1(\lambda_N)}{J_0^2(\lambda_N) + J_1^2(\lambda_N)} \quad [4]$ $\lambda_N \frac{J_1(\lambda_N)}{J_0(\lambda_N)} = Bi \quad [4]$	$\theta = C_1 \exp(-\lambda_1^2 Fo) J_0(\lambda_1 \xi)$ $\text{o, } \theta = \theta_0 J_0(\lambda_1 \xi) \quad [2]$ $\frac{Q}{Q_{\text{ref}}} = 1 - \frac{2\theta_0}{\lambda_1} J_1(\lambda_1) \quad [3,4]$
Esfera (dirección: r) radio esfera = R_0 $\xi = r/R_0$ $Bi = \frac{hR_0}{k}$ $Fo = \frac{\alpha t}{R_0^2}$	$\theta = \sum_{N=1}^{\infty} C_N \exp(-\lambda_N^2 Fo) \frac{1}{\lambda_N \xi} \operatorname{sen}(\lambda_N \xi)$ $C_N = \frac{4[\operatorname{sen}(\lambda_N) - \lambda_N \cos(\lambda_N)]}{2\lambda_N + \operatorname{sen}(2\lambda_N)}$ $1 - \lambda_N \cot(\lambda_N) = Bi$	$\theta = C_1 \exp(-\lambda_1^2 Fo) \frac{1}{\lambda_1 \xi} \operatorname{sen}(\lambda_1 \xi)$ $\text{o, } \theta = \theta_0 \frac{1}{\lambda_1 \xi} \operatorname{sen}(\lambda_1 \xi) \quad [2]$ $\frac{Q}{Q_{\text{ref}}} = 1 - \frac{3\theta_0}{\lambda_1^2} [\operatorname{sen}(\lambda_1) - \lambda_1 \cos(\lambda_1)] \quad [2]$

[1]: Temperatura adimensional: $\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_0}$

[2]: Temperatura adimensional en el centro del sólido: $\theta_0 = C_1 \exp(-\lambda_1^2 Fo)$.

[3]: Calor de referencia: $Q_{\text{ref}} = \rho c_p V (T_w - T_0)$.

[4]: Funciones de Bessel.

otras geometrías sin más que cambiar el sistema de coordenadas elegido.

Las soluciones del modelo para las tres geometrías básicas se expresan en función de temperaturas (θ) y distancias (ξ) adimensionales y de los números adimensionales de Biot y Fourier. Éstas adoptan la forma de series, por lo que son incómodas de utilizar. Por ello, también se han desarrollado soluciones aproximadas de fácil manejo y que consisten en tomar como solución el valor que proporciona únicamente el primer término de la serie. En el cuadro 5.5 se indican las soluciones aproximadas y rigurosas para tres geometrías diferentes con indicación de los parámetros y constantes que contienen. Hay que destacar que la definición del número de Biot es diferente en este caso, respecto al utilizado en el apartado anterior, debido a que las longitudes características de la geo-

metría plana, cilíndrica y esférica se definen como la mitad del espesor de la pared, y los radios del cilindro y esfera, respectivamente.

Los parámetros λ_N se denominan *autovalores* y toman valores distintos para cada término de la serie, calculándose según su ecuación de definición. En el cuadro 5.6 se resumen los valores del primer autovalor, λ_1 , y coeficiente, C_1 , con los cuales se pueden utilizar las soluciones aproximadas.

Estas soluciones proporcionan resultados aceptables para valores del número de Fourier superiores a 0,2, situación muy habitual. Así pues, la ecuación que define θ_0 (cuadro 5.5) permite obtener la temperatura en el centro del sólido utilizando los valores de las constantes C_1 y λ_1 del cuadro 5.6, en función del número de Biot y el tipo de geometría. A modo de ejemplo, en las

CUADRO 5.6

Coefficientes utilizados en las soluciones aproximadas para conducción unidimensional en régimen no estacionario

Biot ⁽¹⁾	Pared plana		Cilindro		Esfera	
	λ_1 (rad)	C_1	λ_1 (rad)	C_1	λ_1 (rad)	C_1
0,01	0,0998	1,0017	0,1412	1,0025	0,1730	1,0030
0,02	0,1410	1,0033	0,1995	1,0050	0,2445	1,0060
0,03	0,1732	1,0049	0,2439	1,0075	0,2989	1,0090
0,05	0,2217	1,0082	0,3142	1,0124	0,3852	1,0149
0,08	0,2791	1,0130	0,3960	1,0197	0,4860	1,0239
0,10	0,3111	1,0160	0,4417	1,0246	0,5423	1,0298
0,20	0,4328	1,0311	0,6170	1,0483	0,7593	1,0592
0,30	0,5218	1,0450	0,7465	1,0712	0,9208	1,0880
0,40	0,5932	1,0580	0,8516	1,0932	1,0528	1,1164
0,50	0,6533	1,0701	0,9408	1,1143	1,1656	1,1441
0,80	0,7910	1,1016	1,1490	1,1725	1,4320	1,2236
1,0	0,8603	1,1191	1,2558	1,2071	1,5708	1,2732
2,0	1,0769	1,1795	1,5995	1,3384	2,0288	1,4793
3,0	1,1925	1,2102	1,7887	1,4191	2,2889	1,6227
4,0	1,2646	1,2287	1,9081	1,4698	2,4556	1,7201
5,0	1,3138	1,2402	1,9898	1,5029	2,5704	1,7870
8,0	1,3978	1,2570	2,1286	1,5526	2,7654	1,8921
10,0	1,4289	1,2620	2,1795	1,5677	2,8363	1,9249
20,0	1,4961	1,2699	2,2881	1,5919	2,9857	1,9781
30,0	1,5202	1,2717	2,3261	1,5973	3,0372	1,9898
40,0	1,5325	1,2723	2,3455	1,5993	3,0632	1,9942
50,0	1,5400	1,2727	2,3572	1,6002	3,0788	1,9962
100,0	1,5552	1,2731	2,3809	1,6015	3,1102	1,9990

⁽¹⁾: $Bi = hx_p/k$ para pared plana y $Bi = hr_0/k$ para esferas y cilindros.

figuras 5.11 a 5.13 se muestran los diagramas de Heisler que representan la variación de la temperatura en el centro del sólido, θ_0 , en función de los números de Fourier y Biot, en los tres casos considerados.

Ejemplo 5.4. Transmisión de calor en régimen no estacionario para números de Biot elevados.

Calcúlese el tiempo de cocción de una patata por inmersión de la misma en agua caliente a 120 °C. Considérese que el proceso finaliza cuando la temperatura en el centro de la patata de 85 °C. Supóngase que la patata tiene forma esférica con un radio de 4 cm y que antes de introducirla en el agua se encuentra a 20 °C.

Datos

- Patata: $k = 0,6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $\rho = 1.100 \text{ kg m}^{-3}$; $c_p = 3,5 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- Agua: $T_w = 120 \text{ °C}$; $h_c = 1.500 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Solución

El número de Biot en este caso es:

$$Bi = \frac{Lh_c}{k} = \frac{0,04 \cdot 1.500}{0,6} = 100$$

y la temperatura adimensional en el centro de la patata:

$$\theta_0 = \frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \frac{120 - 85}{120 - 20} = 0,35$$

Conocido el Bi y la temperatura adimensional, se puede obtener el número de Fourier despejando de la solución para partículas esféricas (cuadro 5.5):

$$Fo = \frac{\ln \frac{\theta_0}{C_1}}{-\lambda_1^2} = \frac{\ln \frac{0,35}{1,999}}{-(3,1102)^2} = 0,1801$$

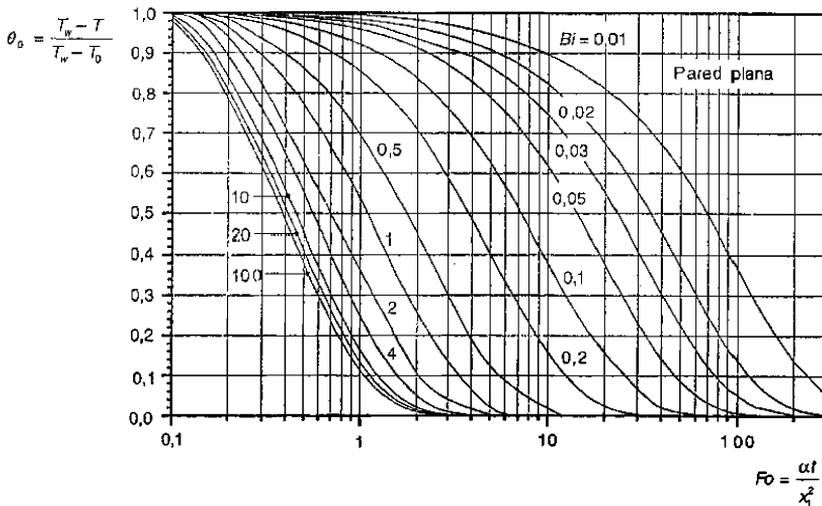


FIGURA 5.11. Evolución de la temperatura en el centro de una pared plana de espesor $2x_1$ en función del número de Fourier (Fo) para diferentes relaciones de resistencia interna/externa (Bi).

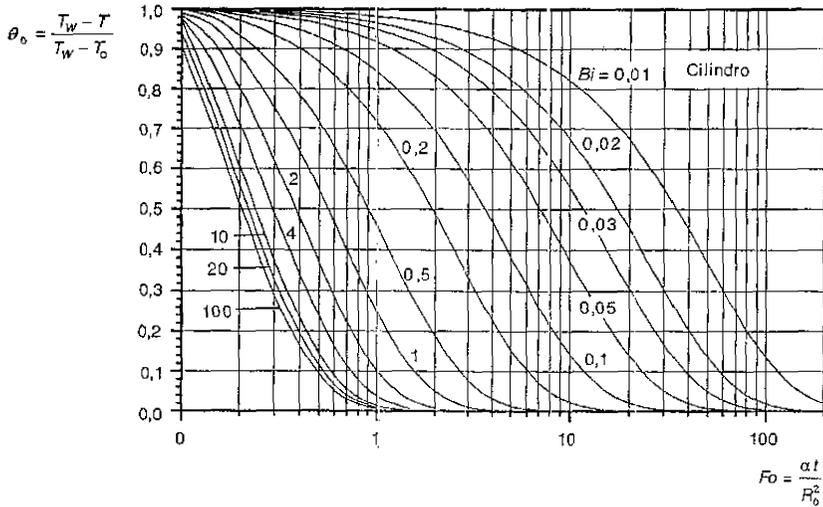


FIGURA 5.12. Evolución de la temperatura en el centro de un cilindro de radio R_0 en función del número de Fourier $[Fo]$ para diferentes relaciones de resistencia interna/externa $[Bi]$.

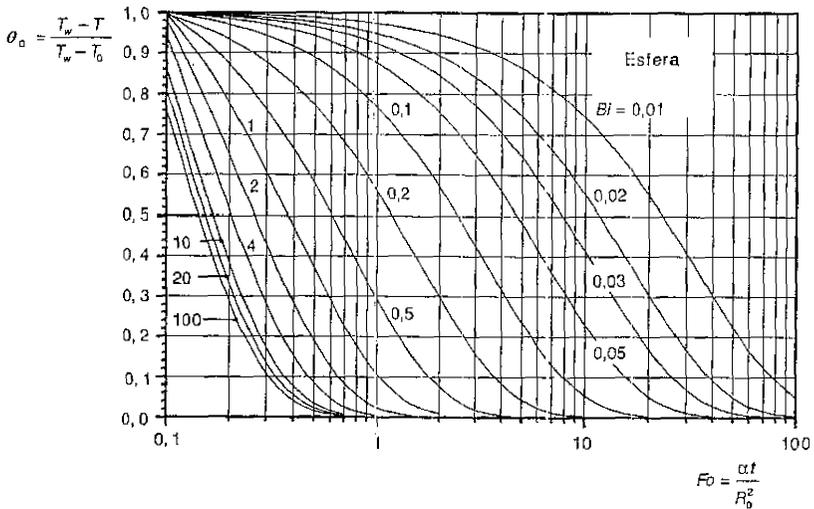


FIGURA 5.13. Evolución de la temperatura en el centro de una esfera de radio R_0 en función del número de Fourier $[Fo]$ para diferentes relaciones de resistencia interna/externa $[Bi]$.

donde los parámetros C_1 y λ_1 se han obtenido del cuadro 5.6. Finalmente, de la definición del número de Fourier se puede calcular el tiempo necesario para la cocción de la patata:

$$t = \frac{L^2 Fo}{k} = \frac{0,04^2 \cdot 0,1801}{0,6} = 1.849 s \approx 30 \text{ minutos}$$

$$\frac{\rho c_p}{1.100 \cdot 3.500}$$

Finalmente, y de forma similar al análisis realizado en régimen estacionario, una vez conocida la distribución de temperaturas en función de la posición y del tiempo se puede determinar el caudal de calor total transferido en cada instante de tiempo. El principio de conservación de energía, aplicado a un intervalo diferencial de tiempo comprendido entre el instante inicial ($t = 0$) y un tiempo diferencial (dt), conducirá al valor del calor intercambiado entre el sólido y el fluido, en dicho intervalo diferencial.

Por integración, utilizando los perfiles de temperatura de las soluciones aproximadas, se obtienen los valores de Q , que se resumen en el cuadro 5.5, y que representan el calor total suministrado al sólido en cada instante de tiempo. Este calor se expresa de forma normalizada en función de un calor de referencia, Q_{Ref} definido como:

$$Q_{Ref} = \rho c_p V (T_w - T_0) \quad [5.49]$$

que expresa la cantidad de calor intercambiada por el sólido y el fluido para un tiempo finito para el cual la totalidad del sólido se encuentra a T_w .

5.4. Transmisión de calor sólido-fluido: cambiadores de calor

En la mayoría de los procesos industriales es necesario calentar o enfriar una corriente fluida poniéndola en contacto con otra corriente fluida a mayor o menor temperatura, respectivamente, en aparatos que se denominan *cambiadores de calor*.

Habitualmente se emplean tres tipos de cambiadores: a) regeneradores, b) cambiadores abiertos y c) cambiadores cerrados. En el primer tipo, los fluidos caliente y frío circulan a través del regenerador alternativamente. Cuando circula el fluido caliente, éste se enfría en su paso a través del regenerador, acumulándose la energía en el último. A continuación circula el fluido frío que aumenta su temperatura recuperando la energía almacenada previamente en el regenerador. En los otros dos tipos de cambiadores ambos fluidos circulan simultáneamente por el cambiador intercambiando calor. La diferencia estriba en que en los abiertos los dos fluidos están en contacto directo, mientras que en los cerrados el contacto se realiza a través de una pared sólida que evita la mezcla de ambos fluidos.

En este apartado nos centraremos exclusivamente en los cambiadores cerrados, describiendo los principios necesarios para realizar el diseño de estos cambiadores.

5.4.1. Coeficientes globales de transmisión de calor

Considérese un sistema constituido por dos fluidos (caliente y frío) que se ponen en contacto para intercambiar calor a través de una pared sólida, en régimen estacionario. Existen diferentes tipos de cambiadores de calor, pero como en la mayoría de ellos los fluidos circulan a través de tubos cilíndricos se considerará geometría cilíndrica, circulando el fluido frío por el interior del tubo y el caliente por el exterior. En la figura 5.14 se muestra el perfil radial de temperaturas en un elemento diferencial de longitud, dl , para ambos fluidos. Lógicamente, la temperatura más elevada del fluido caliente, T_c , será ligeramente superior a la temperatura media o másica del mismo, T' , y la temperatura más baja del fluido frío, T_f , algo inferior a su temperatura media, T'' .

Debido a la diferencia de temperaturas se transmitirá un caudal de calor, dQ , desde el fluido caliente al frío, a través de tres etapas en serie.

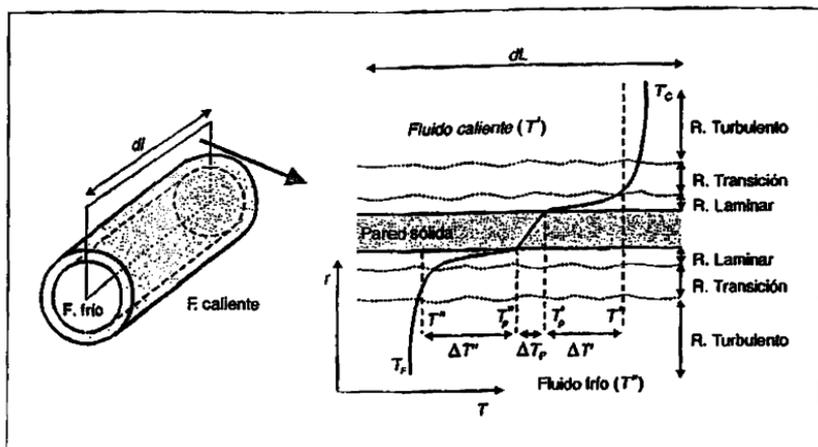


FIGURA 5.14. Perfil radial de temperaturas en un elemento diferencial de longitud de un cambiador de calor.

La primera y última corresponden a los fluidos caliente y frío, respectivamente, donde el calor se transmite por los mecanismos de conducción y convección, predominando claramente el segundo, y con fuerzas impulsoras: $\Delta T'' = T' - T_p'$ y $\Delta T' = T_p'' - T''$, respectivamente. La segunda implica la transmisión a través de la pared sólida, mediante conducción debido a la diferencia de temperaturas a ambos lados de la misma, $\Delta T_p = T_p' - T_p''$. En los cambiadores de calor esta última resistencia es mucho más pequeña que las que oponen ambos fluidos debido a que se utilizan materiales con elevada conductividad térmica y un espesor de tubo suficientemente pequeño para que el caudal de calor sea el máximo posible.

Teniendo en cuenta que los cambiadores de calor operan normalmente en régimen estacionario, el caudal de calor transferido en el elemento diferencial de longitud será constante e igual al caudal que atraviesa las tres resistencias en serie. Recordando la expresión de caudal de calor como cociente entre la fuerza impulsora y la resistencia [5.12] y las resistencias correspondientes a los mecanismos de conducción y con-

vección [5.13], el caudal de calor intercambiado en una longitud diferencial de cambiador puede expresarse como:

$$dQ = \frac{T' - T_p'}{\frac{1}{h_c' dA'}} = \frac{T_p' - T_p''}{\frac{dl}{k dA_m}} = \frac{T_p'' - T''}{\frac{1}{h_c'' dA''}} = [5.50]$$

$$= \frac{T' - T''}{\frac{1}{h_c' dA'} + \frac{dl}{k dA_m} + \frac{1}{h_c'' dA''}}$$

donde h_c' y h_c'' representan los coeficientes de transmisión de calor individuales de los fluidos caliente y frío, respectivamente; k y dl la conductividad térmica y el elemento diferencial de longitud de tubo; dA' y dA'' las áreas de transmisión de calor referidas al fluido caliente y frío (pared exterior e interior del tubo), respectivamente, y dA_m el área media logarítmica de las dos anteriores. La última de las igualdades de la ecuación [5.50] expresa el caudal de calor como la fuerza impulsora total dividida por la resistencia total que opone el sistema. Normalmen-

te, dicha resistencia se expresa en función de un nuevo coeficiente, de la forma:

$$dQ = \frac{T'' - T''}{\frac{1}{UdA}} \quad [5.51]$$

donde U es el coeficiente de transmisión de calor global y que tiene en cuenta las tres resistencias conjuntamente. El área, dA , que aparece en esta ecuación puede ser cualquiera de las tres áreas mencionadas anteriormente, denominándose los coeficientes globales como referidos al área externa, media logarítmica o interna, según cuál de ellas se utilice. En cualquier caso, el producto de cada coeficiente global por el área correspondiente siempre debe tener el mismo valor, pudiendo utilizarse de forma independiente cualquier combinación de ambos:

$$UdA = U'dA' = U_m dA_m = U''dA'' \quad [5.52]$$

Comparando las ecuaciones [5.50] y [5.51], fácilmente puede deducirse la relación entre el coeficiente global y los individuales:

$$\begin{aligned} \frac{1}{UdA} &= \frac{1}{h'_c dA'} + \frac{l}{kdA_m} + \frac{1}{h''_c dA''} \quad [5.53] \\ \therefore \frac{1}{U} &= \frac{1}{h'_c \frac{dA'}{dA}} + \frac{l}{k \frac{dA_m}{dA}} + \frac{1}{h''_c \frac{dA''}{dA}} \\ \therefore \frac{1}{U} &= \frac{1}{h'_c \frac{D'}{D}} + \frac{l}{k \frac{D_m}{D}} + \frac{1}{h''_c \frac{D''}{D}} \end{aligned}$$

ecuación que permite calcular el coeficiente global a partir de los individuales y los parámetros geométricos del sistema.

Si el espesor de la pared del tubo es reducido, las relaciones entre las áreas, y en consecuencia entre los diámetros, son próximas a la unidad, con lo que la ecuación anterior se simplifica a:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h'_c} + \frac{l}{k} + \frac{1}{h''_c} \quad [5.54]$$

en cuyo caso también se cumpliría la igualdad de coeficientes globales: $U = U' = U'' = U_m$.

5.4.2. Diseño de cambiadores de calor

El diseño de un cambiador de calor consiste fundamentalmente en elegir el tipo de cambiador de calor y calcular el área necesaria de contacto para conseguir transferir un caudal de calor determinado. Normalmente se conocen las temperaturas de entrada al cambiador de ambos fluidos y la temperatura de salida de uno de ellos, dependiendo de si se pretende calentar o enfriar a una temperatura determinada el fluido frío o caliente, respectivamente. Así pues, un simple balance entálpico en el cambiador permite determinar el caudal de calor necesario para enfriar o calentar dicho fluido y la temperatura desconocida del otro fluido:

$$Q_0 = m' c'_p (T'_1 - T'_2) = m'' c''_p (T''_2 - T''_1) \quad [5.55]$$

donde Q_0 es el caudal de calor total transferido en el cambiador y T , m y c_p la temperatura, el caudal másico y la capacidad calorífica de los fluidos, refiriéndose los superíndices ' y '' al fluido caliente y frío, respectivamente, y los subíndices 1 y 2 a la entrada y salida del cambiador, respectivamente. La aplicación de la ecuación anterior al fluido del cual se conocen las temperaturas de entrada y salida permite determinar el caudal de calor total, y una vez conocido éste, con la otra igualdad se obtiene la temperatura de salida del segundo.

Los cambiadores de calor operan normalmente en régimen estacionario, con lo cual las temperaturas de ambos fluidos en una sección determinada permanecen constantes con el tiempo. No obstante, dichas temperaturas varían con la posición de ambos fluidos en el cambiador. Por

tanto, para calcular el área del cambiador de calor es necesario integrar la ecuación diferencial fundamental [5.51] a lo largo de toda la longitud, L_{cp} , del cambiador. Separando variables, dicha ecuación se convierte en:

$$\int_0^{Q_p} \frac{dQ}{U(T' - T'')} = \int_0^A dA = A \quad [5.56]$$

la integración del primer miembro para cada tipo de cambiador permite determinar el área del mismo.

A) Cambiador de tubos concéntricos

El cambiador de tubos concéntricos es el más sencillo de todos los cambiadores cerrados. Básicamente consiste en dos tubos cilíndricos coaxiales. Uno de los fluidos circula por el interior del tubo pequeño, mientras que el otro circula por el espacio anular que queda comprendido entre ambos. Según el sentido relativo de circula-

ción de los fluidos se distinguen entre: a) flujo en paralelo, si ambos fluidos circulan en el mismo sentido, y b) flujo en contracorriente, cuando circulan en sentidos opuestos.

En la figura 5.15 se muestran esquemáticamente ambas disposiciones así como la variación de temperatura de los fluidos frío y caliente. En la sección de entrada del cambiador en paralelo se ponen en contacto el fluido caliente a su temperatura más elevada con el frío a su temperatura menor. Este hecho provoca que como la fuerza impulsora, diferencia de temperaturas, es la máxima posible el caudal intercambiado sea muy elevado. Según se desplazan ambos fluidos y como el caudal de calor intercambiado es alto, la temperatura de los mismos cambia rápidamente y se aproximan de forma asintótica. Las temperaturas se igualarían para hipotética longitud infinita. Debido a esto, la diferencia de temperaturas entre ambos fluidos disminuye rápidamente, y en consecuencia el calor transferido. Por otro lado, en el cambiador en contracorriente se ponen en contacto ambos fluidos a sus mayores temperaturas posibles en el cambiador. Esto

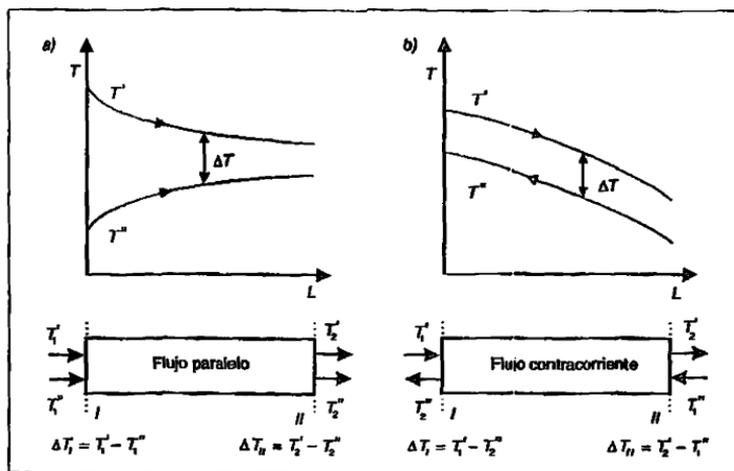


FIGURA 5.15. Cambiador de calor de tubos concéntricos: a) flujo en paralelo; b) flujo en contracorriente.

hace que la fuerza impulsora en esta sección sea menor que en paralelo, pero, sin embargo, la variación de la diferencia de temperaturas es mucho menor y permite la posibilidad de calentar el fluido frío a una temperatura superior a la de salida del caliente. En general, la disposición de los fluidos en contracorriente proporciona mayores caudales de calor intercambiados que en paralelo.

Si en un cambiador de tubos concéntricos las variaciones de temperatura y presión a lo largo del mismo son moderadas, se puede suponer sin gran error que las propiedades físicas de ambos varían relativamente poco. En estas condiciones se pueden utilizar valores medios y constantes de los coeficientes de transmisión de calor, calculados a las temperaturas extremas de ambos fluidos. La integración de la ecuación general [5.56] resulta entonces sencilla, pues al no variar el coeficiente global, puede salir fuera de la integral resultando:

$$A = \frac{1}{U} \int_0^{Q_0} \frac{dQ}{T' - T''} = \frac{1}{U} \int_0^{Q_0} \frac{dQ}{\Delta T} \quad [5.57]$$

En los cambiadores de tubos concéntricos, en paralelo y contracorriente, se puede demostrar fácilmente que la diferencia de temperaturas entre ambos fluidos varía linealmente con el caudal de calor intercambiado según la ecuación:

$$\frac{d\Delta T}{dQ} = \frac{\Delta T_{II} - \Delta T_I}{Q_0} \quad [5.58]$$

donde las diferencias de temperaturas en las secciones I y II tienen expresiones diferentes para el cambiador en paralelo y en contracorriente (figura 5.15). Despejando de esta ecuación dQ , sustituyendo la expresión resultante en la ecuación [5.57] e integrando para la nueva variable de integración ($d\Delta T$) entre los límites ΔT_I y ΔT_{II} , se obtiene la siguiente expresión para el cálculo del área del cambiador:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{U} \frac{Q_0}{\Delta T_{II} - \Delta T_I} \int_{\Delta T_I}^{\Delta T_{II}} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = \quad [5.59] \\ &= \frac{1}{U} \frac{Q_0}{\Delta T_{II} - \Delta T_I} [\ln \Delta T]_{\Delta T_I}^{\Delta T_{II}} = \\ &= \frac{Q_0}{U \Delta T_{ml}} \therefore Q_0 = U A \Delta T_{ml} \end{aligned}$$

que constituye la ecuación de diseño básica de un cambiador de tubos concéntricos, supuesto que el coeficiente de transmisión de calor global permanece constante. Si dicho coeficiente no es constante pero su variación es pequeña, en primera aproximación puede utilizarse la ecuación anterior con un valor medio del mismo.

Cuando la variación del coeficiente global es apreciable pero no muy elevada, puede realizarse la integración de la ecuación general dividiendo el cambiador en una serie de elementos de menor longitud, de tal forma que en cada uno de ellos se pueda considerar un coeficiente global constante. Aplicando la ecuación anterior a cada elemento se calcula el área de cada una de estas secciones y el área total del cambiador como suma de todas ellas.

Otra forma de realizar la integración es considerar que el coeficiente global varía de forma lineal con la diferencia de temperaturas de ambos fluidos, según una ecuación del tipo:

$$U = a + b\Delta T \quad [5.60]$$

En estas condiciones, sustituyendo el valor del coeficiente global por la relación anterior e integrando la ecuación general [5.56] de forma similar al caso de U constante, se obtiene así siguiente ecuación:

$$Q_0 = A(U\Delta T)_{mlc} \quad [5.61]$$

donde $U\Delta T_{mlc}$ se denomina la media logarítmica cruzada de ambas variables y se define como:

$$(U\Delta T)_{mlc} = \frac{\Delta T_{II} U_I - \Delta T_I U_{II}}{\ln \frac{\Delta T_{II} U_I}{\Delta T_I U_{II}}} \quad [5.62]$$

donde U_I y U_{II} son los valores de los coeficientes globales calculados en las condiciones de las secciones I y II, respectivamente.

En el caso de que la variación del coeficiente global con la diferencia de temperaturas no sea lineal, se puede realizar la aproximación de dividir el cambiador en elementos en cada uno de los cuales dicha variación sea aproximadamente lineal. La aplicación de la ecuación [5.61] permite calcular el área total del cambiador como suma de las áreas de cada elemento.

Como se indicó anteriormente, el coeficiente global se puede obtener mediante la ecuación [5.53] a partir de los coeficientes individuales de cada fluido y la conductividad térmica del tubo que los separa. Dichos coeficientes individuales se pueden calcular mediante correlaciones obtenidas para cada tipo de sistemas específico. En el cuadro 5.3 se resumieron algunas de las más utilizadas para fluidos que circulan por conducciones cilíndricas.

B) Cambiador de carcasa y tubos

Los cambiadores de carcasa y tubos se utilizan cuando se requiere un área de calefacción elevada, pues tienen un volumen más reducido para igual superficie que los correspondientes de tubos concéntricos, y por ello son ampliamente utilizados en la industria. Básicamente consisten en una carcasa estanca en el interior de la cual se introduce un haz de tubos cilíndricos en paralelo situados horizontal o verticalmente. Uno de los fluidos circula por el interior de los tubos mientras que el otro lo hace por el espacio libre entre la carcasa y el exterior de aquéllos (figura 5.16). Normalmente se utilizan pantallas o tabiques de distintas formas geométricas situadas entre los tubos con objeto de aumentar el coeficiente de transmisión de calor en el fluido externo. Este hecho se debe a que por un lado se disminuye la sección de paso del fluido, lo que conduce a una mayor velocidad y en consecuen-

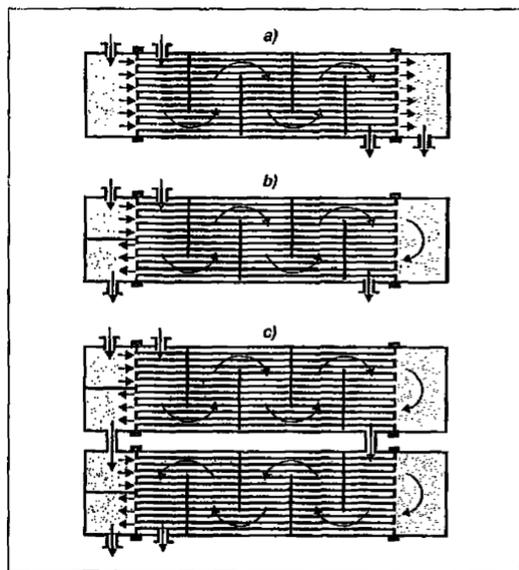


FIGURA 5.16. Cambiadores de calor de carcasa y tubos de flujo revertido: a) flujo simple (1-1), b) flujo múltiple (1-2) y c) flujo múltiple (2-4).

cia mayor turbulencia, y además en algunas secciones del cambiador se produce un flujo cruzado entre ambos fluidos que proporciona mayores coeficientes que cuando el flujo es paralelo. En otros cambiadores el flujo entre ambos fluidos es siempre en dirección perpendicular, denominándose cambiadores *de flujo cruzado*, mientras que los primeros se denominan *de flujo revertido*.

Por otro lado, el flujo de ambos fluidos a través del cambiador puede ser simple o múltiple. En este último caso, uno o ambos fluidos circulan a través del cambiador varias veces, cambiando de dirección cuando recorre toda la longitud del mismo. Los cambiadores se denominan por dos números separados por un guión, $n-n'$, significando el primero el número de pasos del fluido externo y el segundo el número de pasos del fluido interno. A modo de ejemplo, en la figura 5.16 se muestra el esquema de un cambiador de flujo revertido simple: 1-1, y dos de flujo revertido múltiples: 1-2, un paso por carcasa y dos por los tubos; y 2-4, dos pasos por carcasa y cuatro por los tubos.

En estos cambiadores, la integración de la ecuación de diseño básica [5.56] resulta extremadamente difícil debido a la variación del tipo de flujo de ambos fluidos en distintas secciones del cambiador (paralelo, contracorriente y cruzado). Desde un punto de vista práctico resulta aconsejable estimar un coeficiente global medio para todo el cambiador, mediante la ecuación [5.53], eligiendo adecuadamente las correlaciones para el cálculo de los coeficientes individuales, y calcular el área del cambiador con una ecuación similar a la del cambiador de tubos concéntricos, modificada con un factor corrector, F_T :

$$Q_0 = UAF_T \Delta T_{mc} \quad [5.63]$$

donde ΔT_{mc} es la media logarítmica de la diferencia de temperaturas de ambos fluidos entre las secciones de entrada y salida, suponiendo que el cambiador es de tubos concéntricos con flujo en contracorriente. Teniendo en cuenta que en

estos cambiadores el flujo no es en contracorriente, este factor tiene el significado de la relación entre la temperatura media real del cambiador y la diferencia de temperatura media logarítmica en contracorriente:

$$F_T = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{mc}} = \frac{\Delta T_m}{(T_1' - T_2'') - (T_2' - T_1'')} \quad [5.64]$$

$$\ln \frac{(T_1' - T_2'')}{(T_2' - T_1'')}$$

Se han desarrollado expresiones algebraicas para el cálculo de este factor en diferentes cambiadores de carcasa y tubos que normalmente se encuentran representadas de forma gráfica en función de dos parámetros adimensionales Z y η_c . El primero se define como la relación entre las capacidades caloríficas por unidad de tiempo (mc_p) de ambos fluidos, y teniendo en cuenta el balance entálpico [5.55] se puede expresar como:

$$Z = \frac{m'' c_p''}{m' c_p'} = \frac{T_1' - T_2'}{T_3'' - T_1''} \quad [5.65]$$

= $\frac{\text{Descenso de temperatura del fluido caliente}}{\text{Ascenso de temperatura del fluido frío}}$

El segundo se denomina *eficacia del cambiador*, o *rendimiento de calefacción* si $Z < 1$, y se define como la relación entre el caudal de calor realmente transmitido al fluido frío y el máximo transmisible con superficie de calefacción infinita:

$$\eta_c = \frac{m'' c_p'' (T_2'' - T_1'')}{m'' c_p'' (T_1'' - T_1'')} = \frac{(T_2'' - T_1'')}{(T_1'' - T_1'')} \quad [5.66]$$

En la figura 5.17 se muestran a modo de ejemplo los factores de corrección para algunos cambiadores carcasa y tubos en función de dichos parámetros.

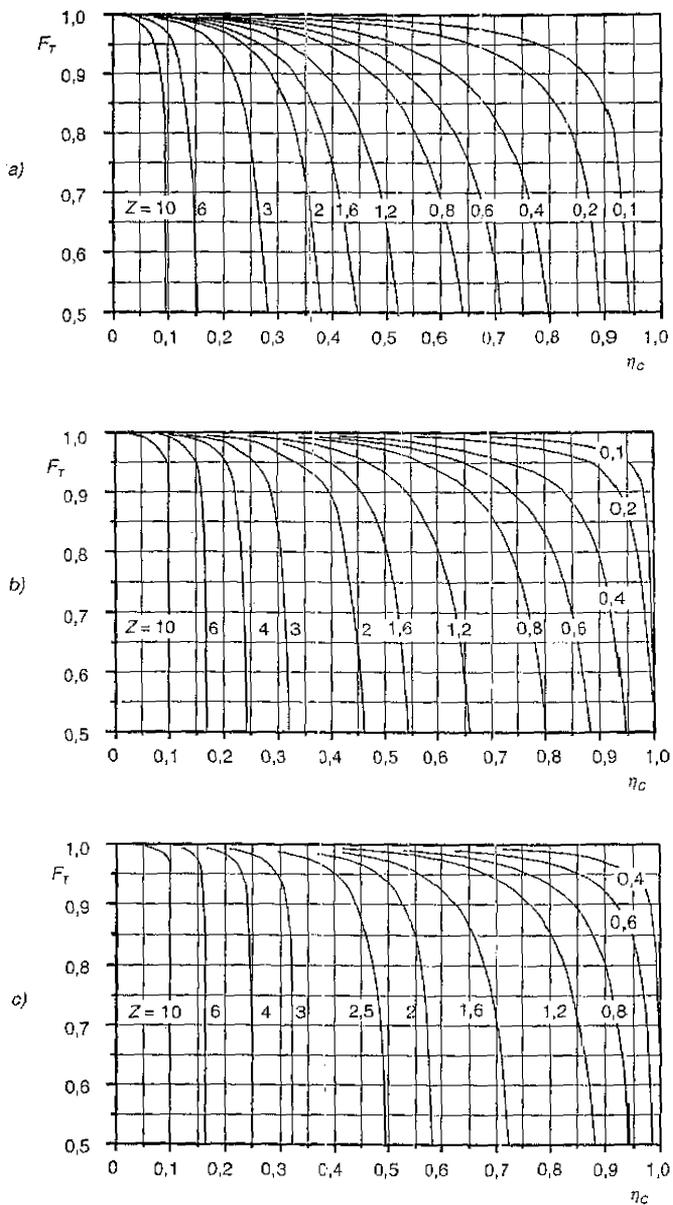


FIGURA 5.17. Factores de corrección F_T para cambiadores de carcasa y tubos y flujo revertido: a) Cambiador 1-2, 1-4, 1-6,...; b) Cambiador 2-4, 2-8, 2-12,... y c) Cambiador 3-6, 3-12, 3-18,...

Ejemplo 5.5. Diseño de un cambiador de calor de tubos concéntricos y uno multitubular.

Se desea calentar una corriente de un fluido con un caudal de 4.000 kg h^{-1} desde una temperatura de 30°C hasta 70°C , utilizando agua líquida caliente a 100°C . Teniendo en cuenta que el agua a la salida del cambiador se utiliza en otro proceso, por lo que su temperatura no debe ser inferior a 80°C , calcular el mínimo caudal de agua caliente necesario y el área del cambiador en los siguientes casos:

- cambiador de tubos concéntricos con flujo de los fluidos en contracorriente,
- cambiador multitubular de flujo revertido 2-4.

Datos

- Capacidad calorífica de los fluidos ($\text{kcal kg}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$): $c_p' = 1$, $c_p'' = 0,8$.
- Coefficiente global de transmisión de calor constante e igual en ambos cambiadores: $U = 850 \text{ kcal h}^{-1} \text{ m}^{-2}^\circ\text{C}^{-1}$.

Solución

En ambos cambiadores, el caudal de calor necesario para calentar el fluido frío es:

$$Q_0 = m'' c_p'' (T_2'' - T_1'') = (4.000)(0,8)(70 - 30) = 128.000 \text{ kcal h}^{-1}$$

Este calor debe ser aportado por el fluido caliente. Por ello:

$$Q_0 = m' c_p' (T_1' - T_2')$$

El mínimo caudal de agua necesario corresponde con una temperatura final de agua igual a la mínima permitida $T_2' = 80^\circ\text{C}$. Así pues, el caudal de agua necesaria será:

$$m' = \frac{Q_0}{c_p' (T_1' - T_2')} = \frac{128.000}{1(100 - 80)} = 6.400 \text{ kg h}^{-1}$$

caudal que es el mismo independientemente del tipo de cambiador utilizado. Sin embargo, el área necesaria sí depende del tipo de cambiador.

- Cambiador de tubos concéntricos.* La ecuación de diseño de este tipo de cambiadores es:

$$Q_0 = U A \Delta T_{mcc}$$

donde la diferencia de temperatura media logarítmica en contracorriente se calcula (figura 5.15):

$$\begin{aligned} \Delta T_{mcc} &= \frac{\Delta T_I - \Delta T_{II}}{\ln \frac{\Delta T_I}{\Delta T_{II}}} = \frac{(T_1' - T_2'') - (T_2' - T_1'')}{\ln \frac{(T_1' - T_2'')}{(T_2' - T_1'')}} \\ &= \frac{(100 - 70) - (80 - 30)}{\ln \frac{100 - 70}{80 - 30}} = 39,1^\circ\text{C} \end{aligned}$$

y despejando de la ecuación de diseño, el área del cambiador será:

$$A = \frac{Q_0}{U \Delta T_{mcc}} = \frac{128.000}{850 \cdot 39,1} = 4,09 \text{ m}^2$$

- Cambiador multitubular de flujo revertido 2-4.* En este caso la ecuación de diseño es:

$$Q_0 = U A F_T \Delta T_{mcc}$$

El caudal de calor, coeficiente global y la diferencia de temperatura son iguales que en el caso anterior. Para calcular el factor F_T , es necesario determinar previamente la eficacia del cambiador y la relación de capacidades caloríficas horaria, definidas como:

$$\eta_c = \frac{T_2'' - T_1''}{T_1' - T_1''} = \frac{70 - 30}{100 - 30} = 0,571$$

$$Z = \frac{T_1' - T_2'}{T_2'' - T_1''} = \frac{100 - 80}{70 - 30} = 0,5$$

y de la figura 5.17b se obtiene $F_r = 0,97$. En consecuencia, despejando el área de la ecuación de diseño:

$$A = \frac{Q_o}{U\Delta T_{\text{mía}} F_r} = \frac{128.000}{(800)(39,1)(0,97)} = 4,21 \text{ m}^2$$

Esta área resulta ser ligeramente superior (3%) a la necesaria con un cambiador de tubos concéntricos, por lo que se justifica la utilización de un cambiador multitubular, el cual tiene un tamaño mucho menor.

C) Cambiador de placas

Los cambiadores de placas planas consisten básicamente en un bastidor y un conjunto de placas. El bastidor está formado por una placa fija y

otra móvil, con conductos para entrada y salida de los fluidos, así como un sistema para ajustar la presión de las placas. Por otro lado, las placas están provistas de juntas para dirigir el flujo de los fluidos en un sentido u otro y son presionadas por el bastidor, de manera que forman un paquete compacto e independiente de canales para la circulación de los fluidos frío y caliente (figura 5.18).

La superficie de las placas es acanalada y los fluidos circulan de forma alternativa entre cada dos placas por los canales que quedan entre ambas (figura 5.18). Las placas tienen espesores reducidos, entre 0,5 y 3 mm, con una distancia entre ellas que varía entre 1,5 y 5 mm y áreas de placa comprendidas entre 0,03-1,5 m². Su superficie acanalada permite obtener flujo turbulento de los fluidos para números de Reynolds superiores a 10 - 500, dependiendo del diseño de las mismas, límite bastante inferior al correspondiente al flujo de fluidos en conducciones cilíndricas ($Re > 2.100$).

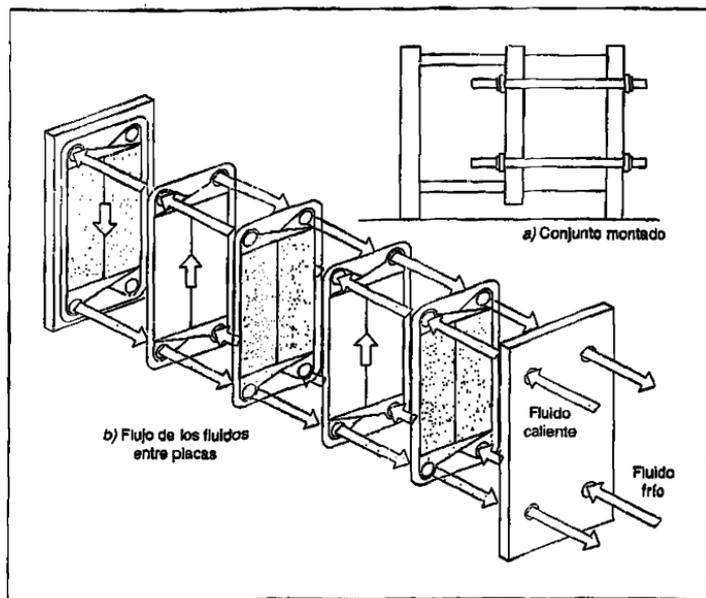


FIGURA 5.18. Cambiador de placas planas: a) Conjunto montado, b) Circulación de los fluidos en un cambiador de flujo paralelo.

Como consecuencia, se obtiene fácilmente flujo turbulento para fluidos muy viscosos, habituales en la industria alimentaria, y que normalmente circulan en régimen laminar en conducciones cilíndricas. Por ello los coeficientes de transmisión de calor resultan considerablemente superiores a los de cambiadores de carcasa y tubos. Además, aunque se reduce el problema del ensuciamiento debido a que la alta turbulencia dificulta que se acumulen depósitos sólidos sobre la superficie de las placas, estos cambiadores de placas son muy versátiles, pues el área total se puede modificar sin más que cambiar el número de placas, y por ello son fácilmente adaptables a cambios en las condiciones del proceso. El área total en estos cambiadores puede alcanzar incluso 1.500 m² por cambiador. Por todo ello, los cambiadores de placas son muy habituales en la industria alimentaria, sobre todo en aquellos procesos que se requiere calentar o enfriar rápidamente y mantener la tem-

peratura alcanzada durante un corto espacio de tiempo (procesos HTST).

Existen diferentes alternativas para el flujo de los fluidos en su interior, como combinación de dos tipos básicos de flujo y diferente número de pasos de los fluidos por el cambiador. Los tipos básicos son: a) flujo en serie: el fluido circula alternativamente entre placas, cambiando de dirección después de cada recorrido vertical, y b) paralelo: el caudal total se divide en partes iguales, circulando entre las placas y finalmente éstos convergen en una corriente única. Por combinación de estos dos flujos básicos para cada fluido y cambiando el número de pasos surgen múltiples posibilidades, representándose en la figura 5.19 algunas de ellas.

El diseño de los cambiadores de placas se realiza de forma análoga a los cambiadores de carcasa y tubos, mediante la ecuación de cambiador de tubos concéntricos modificada con el mencionado factor de corrección, F_T , ecuación [5.63]:

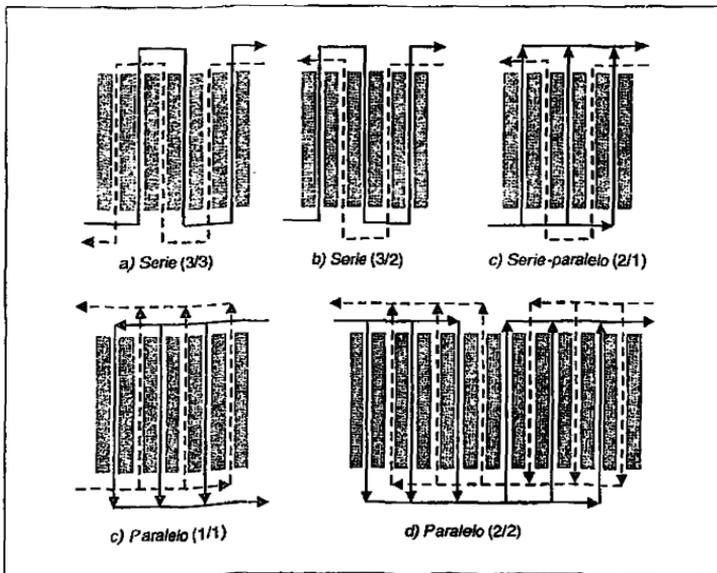


FIGURA 5.19. Ejemplos de flujo en cambiadores de placas planas.

$$Q_0 = UAF_T \Delta T_{mc}$$

Los valores de dicho factor de corrección dependen del tipo de flujo de los fluidos y del número de pasos por el cambiador, representándose en forma de gráficas análogas a las comentadas para cambiadores de carcasa y tubos. En el caso particular y más habitual de flujo paralelo y un único paso de los fluidos por el cambiador, dicho factor es muy próximo a la unidad. Como puede apreciarse en la figura 5.19d, el flujo relativo entre ambos fluidos es en contracorriente en todas las secciones del cambiador. Por ello, la diferencia de temperaturas real entre las secciones de entrada y salida prácticamente coincide con la media logarítmica, de forma similar al cambiador de tubos concéntricos en contracorriente, y según la ecuación de definición del factor de corrección [5.64] éste vale la unidad. Esquemas de flujo diferentes y más de un paso de los fluidos por el cambiador se utilizan cuando la relación de caudales de ambos fluidos es superior a 1,5 o inferior a 0,66. En este caso, en la bibliografía se puede encontrar información en forma de gráficas para determinar los factores de corrección, para cada tipo de cambiador.

El cálculo de los coeficientes globales se realiza a partir de los coeficientes individuales y la resistencia por conducción de la placa (ecuación 5.53]. Como ya se ha visto anteriormente, en el caso de placas planas el área de transmisión de calor no varía con la distancia entre los fluidos, a diferencia de las geometrías cilíndrica y esférica, con lo cual el área de transmisión de calor referida al fluido frío y caliente coinciden, con lo que la ecuación general [5.53] se simplifica a la [5.54].

Los coeficientes individuales se estiman a partir de correlaciones específicas para flujo de fluidos entre placas planas, presentándose a continuación las más utilizadas en función de los números adimensionales de Reynolds (Re) y Prandtl (Pr):

$$Re > 400 \quad h_c = 0,2536 \frac{k}{D_c} Re^{0,65} Pr^{0,4} \quad [5.67]$$

para régimen turbulento, donde D_c es el diámetro equivalente, que se define como cuatro veces el cociente entre la sección de paso del fluido y el perímetro de mojado:

$$D_c = 4 \frac{\text{Sección de paso}}{\text{Perímetro de mojado}} = 4 \frac{ab}{2a+2b} = 2b \quad [5.68]$$

donde a es la anchura de la placa plana y b es la distancia entre placas. Como esta última es muy pequeña respecto a la primera, se puede aproximar el diámetro equivalente a dos veces la distancia entre placas. Para régimen laminar, se puede utilizar la correlación:

$$Re < 400 \quad h_c = 0,742c_p G Re^{-0,62} Pr^{-0,667} \frac{\mu}{\mu_0} \quad [5.69]$$

donde G , es la velocidad másica ($G = V\rho$) y μ y μ_0 la viscosidad del fluido evaluada a la temperatura media y a la temperatura de la pared de la placa.

5.4.3. Ensuciamiento de cambiadores

Durante el funcionamiento de un cambiador de calor se produce ensuciamiento de las superficies en contacto con los fluidos debido a la deposición de sales y microorganismos, generalmente bacterias, que crecen sobre las paredes del cambiador. Estos depósitos generalmente tienen una conductividad térmica baja y ofrecen una resistencia adicional a la transmisión de calor. En consecuencia, el calor transferido en el cambiador disminuye, y las temperaturas de ambos fluidos a la salida del mismo se modifican respecto a los valores originales. Además, la formación de estos depósitos aumenta con el tiempo de funcionamiento del cambiador, por lo que cada cierto tiempo es necesario proceder a su limpieza.

La transmisión de calor a través de los depósitos se realiza mediante el mecanismo de conducción y la resistencia depende de su naturaleza, del tiempo en servicio y temperaturas de trabajo, entre otros factores. Sin embargo, como el área y espesor de los depósitos no son conocidos y varían con el tiempo de utilización, esta resistencia es difícil de predecir teóricamente. Por ello, la resistencia de los depósitos se determina experimentalmente a partir de los coeficientes globales del cambiador en uso, U_s , y del limpio, U_L , mediante la expresión:

$$\frac{1}{U_s A} = \frac{1}{U_L A} + \frac{1}{R' A'} + \frac{1}{R'' A''} \quad [5.70]$$

donde R' y R'' , son los denominados factores de ensuciamiento del lado de los fluidos caliente y frío, respectivamente, y A' y A'' las áreas de la pared en contacto con ambos fluidos. En el cuadro 5.7 se resumen valores experimentales de dichos factores de ensuciamiento para distintos fluidos.

5.5. Vapor de agua en la Industria Alimentaria

El agua, generalmente en estado vapor, es uno de los fluidos más empleados como agente de

calefacción en la industria alimentaria. Ello se debe a su bajo coste, facilidad de obtención y a excelentes propiedades, entre las que se pueden destacar: su elevado calor latente (permite liberar una gran cantidad de energía durante la condensación), los altos valores de los coeficientes de transmisión que se consiguen, así como la posibilidad de ser utilizado en un amplio intervalo de temperaturas (20-250 °C) sin más que modificar la presión.

En la figura 5.20 se muestra el diagrama temperatura-entropía específica ($T-s$) del agua, donde también se han representado algunas líneas de presión constante (isobaras). En este diagrama se distinguen claramente cuatro regiones que representan diferentes estados físicos del agua. Estas zonas están delimitadas por tres líneas características: a) la línea AB, denominada *curva límite inferior* y que representa las propiedades del líquido saturado (agua líquida a su temperatura de ebullición); b) la línea BC, denominada *curva límite superior* y que representa las propiedades del vapor saturado seco (vapor de agua a la temperatura de condensación), y c) línea DBE, denominada *isoterma crítica* y que se define como la isoterma que pasa por el punto crítico (B), cuyas condiciones para el agua son: $T_c = 374,14$ °C, $P_c = 220,9$ bar y $s_c = 4,43$ kJ/kg K. A la vista del diagrama podemos distinguir los siguientes cuatro estados para el agua:

CUADRO 5.7
Factores de ensuciamiento experimentales

Fluido	Factor de ensuciamiento (W/m ² K ⁻¹)
Agua de río	3.000-12.000
Agua de mar	1.000-3.000
Agua urbana (blanda)	3.000-5.000
Agua urbana (dura)	1.000-2.000
Condensado de vapor de agua	1.500-5.000
Vapor	2.000-10.000
Aire y gases industriales	5.000-10.000
Gases de combustión	2.000-5.000
Vapores y líquidos orgánicos	5.000
Productos orgánicos hirviendo	2.500
Condensado de productos orgánicos	5.000
Disoluciones salinas acuosas	3.000-5.000

- Agua en estado líquido: región definida por el área bajo la isoterma crítica y por encima de la curva límite inferior.
- Mezcla bifásica líquido-vapor: área bajo las curvas límite inferior y superior, denominada también zona de vapor húmedo.
- Agua en estado vapor: región definida por el área bajo la isoterma crítica y por encima de la curva límite superior. También se conoce como zona de vapor recalentado.
- Agua en estado gas: región por encima de la isoterma crítica (DBE).

En la zona de vapor húmedo, el agua coexiste en los estados líquido y vapor en equilibrio térmico. Un punto situado sobre la línea AB (punto a, figura 5.20) representa agua en estado líquido a su temperatura de ebullición sin cantidad alguna de vapor (líquido saturado), otro situado sobre la línea BC y a la misma temperatura que el anterior (punto b, figura 5.20) representa agua vapor a su temperatura de condensación sin nada de agua líquida (vapor saturado seco). La línea recta que une ambos puntos constituye el lugar geométrico de las mezclas de agua

líquida y vapor en equilibrio, es decir a la misma temperatura y presión.

En el diagrama comentado resulta sencillo distinguir la diferencia entre el estado gas y vapor. Considérese un vapor recalentado representado por el punto c (presión: 1 bar) y que se somete a una compresión isoterma. El vapor aumenta su presión hasta llegar al punto b (presión: 10 bar), donde se encuentra en condiciones de saturación, pero todavía en estado vapor (vapor saturado seco). Si se continúa comprimiendo, inicialmente no se produce aumento de presión, empleándose todo el trabajo en condensar el vapor hasta alcanzar el punto a, correspondiente al agua en estado de líquido saturado (presión: 10 bar), y a partir de este punto, el agua líquida continuaría aumentando su presión. El mismo camino puede recorrerse en sentido inverso para pasar de un líquido a un vapor recalentado mediante expansión isoterma. Sin embargo, si la compresión isoterma se realiza desde un punto situado en la zona del gas (punto c'), el gas se comprime pero nunca se produce la condensación al estado líquido, pues no existe posibilidad de que cruce las curvas límite superior e inferior. De esta

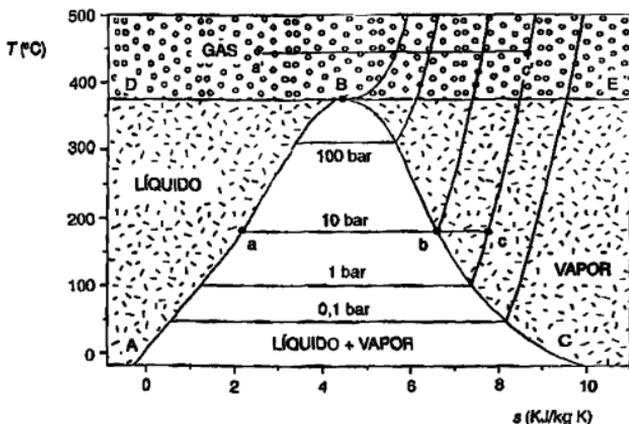


FIGURA 5.20. Diagrama temperatura-entropía del agua.

forma, la diferencia entre un vapor y un gas es que el primero es un fluido que puede pasar de estado gaseoso a estado líquido o viceversa mediante una compresión o expansión isoterma, mientras que en un gas dichas transformaciones no son posibles.

De todo lo anterior, se deduce que el agua en estado vapor puede encontrarse como vapor seco, vapor húmedo y vapor sobrecalentado o recalentado. A continuación se comentan brevemente las características y usos fundamentales de los diferentes tipos de vapor y cómo calcular las propiedades de los mismos en unas condiciones determinadas, mediante el uso de las denominadas *tablas del vapor de agua*.

5.5.1. Vapor saturado seco

Se entiende por vapor saturado seco un vapor de agua saturado a su temperatura de ebullición y sin nada de agua en estado líquido. Como consecuencia de las condiciones de saturación, existe una relación fija entre la presión y la temperatura, aumentando esta última cuanto mayor sea la primera. Como se observa en la figura 5.21

esta relación es exponencial, de tal forma que el aumento de presión necesario para producir un mismo incremento de temperatura es mucho mayor cuanto mayor es esta última. Así por ejemplo, para aumentar la temperatura de un vapor saturado seco 20 °C se necesita aumentar la presión de 1 a 2 bar, si el vapor estaba inicialmente a 100 °C, y de 15 a 23 bar si el vapor estaba inicialmente a 200 °C. Este hecho limita la utilización del vapor saturado seco en aplicaciones que requieran altas temperaturas ya que el aumento de presión necesario eleva considerablemente los costes de la instalación necesaria. Así pues, el vapor saturado seco se utiliza hasta temperaturas de 250 °C (40 bar) y para temperaturas superiores se sustituye por aceites minerales.

Otro aspecto práctico importante a considerar es la presencia de aire en el vapor, pues éste disminuye la temperatura del mismo a una presión determinada. Por ejemplo, considerar la mezcla de vapor saturado y aire a una presión de 5 bar conteniendo un 10% en volumen de aire. La presión parcial de agua será: $0,9 \times 5 = 4,5$ bar y la del aire: $0,1 \times 5 = 0,5$ bar. En consecuencia, la presencia de aire reduce la presión parcial del agua de 5 bar ($T_s = 151,9$ °C) a 4,5 bar ($T_s = 147,9$ °C)

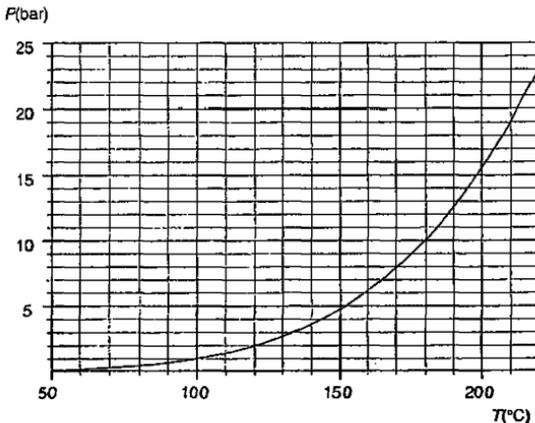


FIGURA 5.21. Relación presión-temperatura en condiciones de saturación para vapor de agua.

y en consecuencia la temperatura del vapor en 4 °C. Este descenso es importante en la industria alimentaria pues incluso una pequeña reducción en la temperatura del vapor puede dar como resultado una considerable disminución del tratamiento térmico de productos enlatados y embotellados. Además, la presencia de aire también reduce el caudal de calor transferido debido a las propiedades aislantes del aire.

El cálculo de las propiedades del vapor: entalpía, volumen, entropía y presión o temperatura de saturación, para una temperatura o presión determinadas se realiza con ayuda de las denominadas tablas del vapor saturado (Apéndice). Para la generación de dichas tablas se requiere fijar un estado base o de referencia que en este caso es que la entropía y entalpía del líquido saturado a una temperatura de 0 °C son iguales a 0.

Las dos primeras columnas de las tablas dan la relación entre la temperatura y la presión del vapor saturado, y las siguientes los valores del volumen, energía interna, entalpía y entropía específicas del agua como líquido y vapor saturados. También es muy común dar la diferencia entre la entalpía en ambos estados, pues representa el calor latente de vaporización del agua en dichas condiciones.

La información que proporcionan las dos primeras columnas (presión y temperatura de ebullición) son útiles para determinar la temperatura de ebullición del agua y disoluciones diluidas a diferentes presiones o la presión necesaria para obtener un vapor saturado seco a una temperatura determinada. Muchos procesos de evaporación se realizan a presiones inferiores a la atmosférica para reducir el punto de ebullición, lo cual reduce significativamente las pérdidas de calor, incrementa el caudal de transferencia de calor y puede mejorar la calidad del producto. En otros procesos, como por ejemplo los tratamientos UHT, se requieren temperaturas del vapor superiores a 150 °C y es muy importante realizar un control de la presión muy preciso para impedir la ebullición de la leche o los zumos de frutas. Las tablas del vapor son útiles para predecir la presión mínima que se requiere para evitar este fenómeno.

Ejemplo 5.6. Cálculo de propiedades de un vapor de agua saturado y seco.

Calcular la temperatura de ebullición de un vapor saturado y seco a 15 bar. ¿Qué cantidad de calor puede ceder como máximo dicho vapor cuando condensa a esa temperatura?

Solución

Leyendo en la Tabla A-1, para una presión de saturación de $P_1 = 15$ bar, la temperatura de saturación del vapor es: $T_1 = 198,3$ °C, y la entalpía de vaporización: $\lambda = 1.947,3$ kJ kg⁻¹.

Como es un vapor saturado y seco, según intercambia calor parte del vapor condensa a líquido, cediendo el calor latente, pero manteniéndose la presión y la temperatura constantes. Este proceso continúa hasta que alcanza las condiciones de un líquido saturado. A partir de este momento, si continúa la cesión de calor, el líquido se enfriaría. Por ello, la máxima cantidad de calor que podría ceder a esta temperatura sería la correspondiente para condensar todo el vapor:

$$Q_{\max} = h_1 - h_2 = h_{vg}(15 \text{ bar}) - h_{vg}(15 \text{ bar}) = \lambda = 1.947,3 \text{ kJ kg}^{-1}$$

5.5.2. Vapor húmedo

El vapor húmedo es una mezcla bifásica de agua líquida y vapor en equilibrio térmico en las condiciones de saturación. Desde un punto de vista práctico no es más que un vapor saturado acompañado de una mayor o menor cantidad de agua líquida en forma de gotas a la misma temperatura y presión que el vapor. Para caracterizar la cantidad de agua en estado vapor de un vapor húmedo se utiliza un parámetro denominado *calidad* o *título del vapor*, x , que se define como:

$$x = \frac{\text{masa de vapor saturado}}{\text{masa total (vapor más líquido)}} \quad [5.71]$$

Fácilmente se entiende que este parámetro varía entre 0 para un líquido saturado y 1 para un vapor saturado seco. Así, por ejemplo, un vapor húmedo con un título de 0,6 consiste en una mezcla del 60% de vapor y 40% de líquido.

Las propiedades de los vapores húmedos se determinan mediante las siguientes ecuaciones y los valores de las tablas del vapor saturado:

$$v_h = v_{vs}x + (1-x)v_l \quad [5.72]$$

$$u_h = u_{vs}x + (1-x)u_l \quad [5.73]$$

$$h_h = h_{vs}x + (1-x)h_l \quad [5.74]$$

$$s_h = s_{vs}x + (1-x)s_l \quad [5.75]$$

donde v , u , h y s son el volumen, energía interna, entalpía y entropía específicas, respectivamente, y los subíndices h , vs y l se refieren a vapor húmedo, vapor saturado y líquido saturado, respectivamente.

A partir de la ecuación [5.74], y teniendo en cuenta que la entalpía del vapor es mucho más elevada que la del líquido, puede deducirse que el calor liberado por unidad de masa de vapor húmedo depende del título o calidad. Así pues, cuanto más húmedo es el vapor (menor título) la cantidad de calor cedido es menor. Por ello, normalmente se tiende a utilizar vapor saturado seco con fines de calentamiento, obteniéndose como resultado un vapor húmedo o agua líquida dependiendo de la cantidad de calor liberado en el proceso en cuestión. Por ejemplo, en el tratamiento de la leche por el método UHT, el vapor se inyecta en la misma, precalentada previamente a 75 °C, con lo que se consigue un calentamiento rápido hasta la temperatura de esterilización (140-150 °C). El contacto entre ambos se realiza durante un período reducido de tiempo (1-10 s), transcurrido el cual se elimina el exceso de vapor no condensado mediante un enfriamiento súbito. Dicho enfriamiento se produce por expansión de la mezcla de agua y leche en una cámara mantenida a presión reducida.

Ejemplo 5.7. Cálculo de propiedades de un vapor de agua húmedo.

Calcular el título de un vapor húmedo que se encuentra a 50 bar y cuya energía interna es 2.300 kJ kg⁻¹. ¿Qué cantidad de calor habría que aportar para obtener un vapor saturado seco?

Solución

La energía interna de un vapor húmedo se calcula mediante la ecuación:

$$u_h = u_g(1-x) + u_{fg}x$$

Así pues, conocida u_h , y calculando de la Tabla A-1, u_g y u_{fg} para un vapor a 50 bar:

$$x = \frac{u_h - u_g}{u_{fg} - u_g} = \frac{2.300 - 1.147,8}{2.597,1 - 1.147,8} = 0,795$$

La cantidad de calor necesaria para transformarle en un vapor saturado y seco, será:

$$\begin{aligned} Q &= h_{vg} - h_h = h_{vg} - (h_g(1-x) + H_{fg}x) \\ &= (h_{vg} - h_g)(1-x) = \lambda(1-x) = 1.640,1 \cdot (1-0,795) = \\ &= 336,22 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned}$$

5.5.3. Vapor sobrecalentado

Un vapor sobrecalentado es un vapor que se encuentra a una temperatura superior a la correspondiente de saturación a la presión del mismo. La diferencia entre ambas temperaturas se conoce comúnmente como *grado de sobrecalentamiento* o simplemente *sobrecalentamiento*. Así, un vapor a 200 °C y 10 bar (temperatura de saturación: 180 °C) tiene un sobrecalentamiento de 20 °C.

Cuando un vapor sobrecalentado se pone en contacto con un fluido o sólido a menor temperatura, le cede energía en forma de calor sensible, y, en consecuencia, disminuye su tempera-

tura. El calor cedido se puede calcular a partir de la variación de entalpías del vapor, según:

$$Q = m(h_{v1} - h_{v2}) = mc_p(T_{v1} - T_{v2}) \quad [5.76]$$

donde los subíndices 1 y 2 hacen referencia al vapor antes y después de la cesión de calor, respectivamente (figura 5.22).

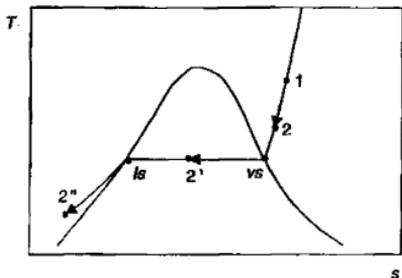


FIGURA 5.22. Enfriamiento de un vapor recalentado.

Sin embargo, un vapor saturado seco no disminuye su temperatura en el proceso de transferencia de calor, pues la energía liberada en forma de calor proviene de la condensación del mismo (calor latente), fenómeno que se produce a presión y temperatura constantes. Además, teniendo en cuenta que el calor latente del agua es muy elevado, la cantidad de energía cedida durante el cambio de estado es grande. Así, para la transformación VS-2' de la figura 5.22:

$$Q = m(h_{v1} - h_{v2}) = m(1 - x_2)\lambda \quad [5.77]$$

donde x_2 es la calidad del vapor después de la cesión de calor y λ el calor latente del agua. Si el requerimiento de calor excede al disponible para condensar totalmente el vapor, dicho exceso se cede como calor sensible del líquido condensado y en consecuencia la temperatura de este último si disminuye (punto 2''). En este caso el calor cedido se calcula como:

$$\begin{aligned} Q &= m(1-0)\lambda + m(h_b - h_{2''}) = \\ &= m[\lambda + c_p(T_b - T_{2''})] \end{aligned} \quad [5.78]$$

donde el primer sumando representa el calor cedido durante la condensación del vapor y el segundo el calor sensible cedido durante el enfriamiento del líquido condensado.

Las propiedades termodinámicas de los vapores sobrecalentados suelen presentarse también en forma de tablas. Estas tablas presentan las propiedades del vapor para diferentes presiones y, para cada una de éstas, diferentes temperaturas a partir de la de saturación correspondiente a dicha presión. El valor de la propiedad deseada se obtiene para unas condiciones de presión determinadas localizando el valor de la propiedad que intercepta la columna de temperatura deseada. Si el requerimiento de calor para un vapor sobrecalentado es muy elevado, puede ocurrir que el calor sensible del vapor no sea suficiente para proporcionar toda la energía necesaria. En este caso, el vapor cede calor en forma de calor sensible (ecuación [5.76]), disminuyendo su temperatura hasta alcanzar las condiciones de saturación. En dicho punto se convierte en un vapor saturado seco y la cesión de calor se produce como se ha comentado anteriormente según las ecuaciones [5.77] o [5.78], dependiendo del estado final: vapor húmedo o líquido subenfriado.

Ejemplo 5.8. Cálculo de propiedades de vapor de agua recalentado.

Un vapor recalentado a 10 bar y 200 °C se utiliza para esterilizar unos envases de vidrio. Sabiendo que el vapor debe ceder 100 kJ kg⁻¹ de vapor, ¿cuál será estado final del vapor una vez realizado dicho intercambio de calor?

Solución

Las cesiones de calor con vapores recalentados transcurren con disminución de su temperatura hasta alcanzar el estado de saturación (vapor saturado y seco). A partir de ese punto, si continúa la cesión de calor, ésta se realiza a temperatura constante,

transformándose en un vapor húmedo, con mayor o menor proporción de líquido.

De las tablas del vapor saturado podemos obtener la temperatura de saturación de un vapor a 200 °C y la entalpía del vapor y líquido saturado:

$$P_1 = 10 \text{ bar} \xrightarrow{\text{Tabla A-1}} T_1 = 179,9 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\therefore h_g = 762,81 \text{ kJ kg}^{-1} \quad \therefore h_f = 2.778,1 \text{ kJ kg}^{-1}$$

luego el vapor tiene un recalentamiento de 200 – 179,9 = 20,1 °C. La entalpía de dicho vapor, según las tablas del vapor recalentado, es:

$$P_1 = 10 \text{ bar}$$

$$\therefore T_1 = 200 \text{ }^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{Tabla A-3}} h_1 = 2.827,9 \text{ kJ kg}^{-1}$$

y en consecuencia el calor que cedería dicho vapor hasta las condiciones de saturación es:

$$Q_1 = h_1 - h_g = 2.827,9 - 762,81 = 2.065,1 \text{ kJ kg}^{-1}$$

cantidad que es inferior a 100 kJ kg⁻¹, con lo cual el vapor se convertirá en un vapor húmedo, cuya

entalpía específica sería: 2.827,9 – 100 = 2.727,9 J/kg. Su título se obtiene a partir de esta entalpía, con ayuda de los valores de h_{1g} y h_{1f} para una presión de 10 bar: $Q_2 = 100 - 49,8 = 50,2 \text{ kJ kg}^{-1}$.

$$2.727,9 = h_g x + h_f (1-x)$$

$$\therefore 2.727,9 = 2.778,1x + 762,81(1-x)$$

$$x_2 = 0,975$$

El título de dicho vapor húmedo será pues: 0,975.

En las instalaciones industriales normalmente el vapor está disponible como un servicio general, como el agua de refrigeración, gas, etc. El vapor se genera en una caldera y se hace circular a través de conducciones formando un anillo por toda la extensión de la instalación y con puntos de consumo ubicados en las localizaciones deseadas (figura 5.23). Las conducciones del

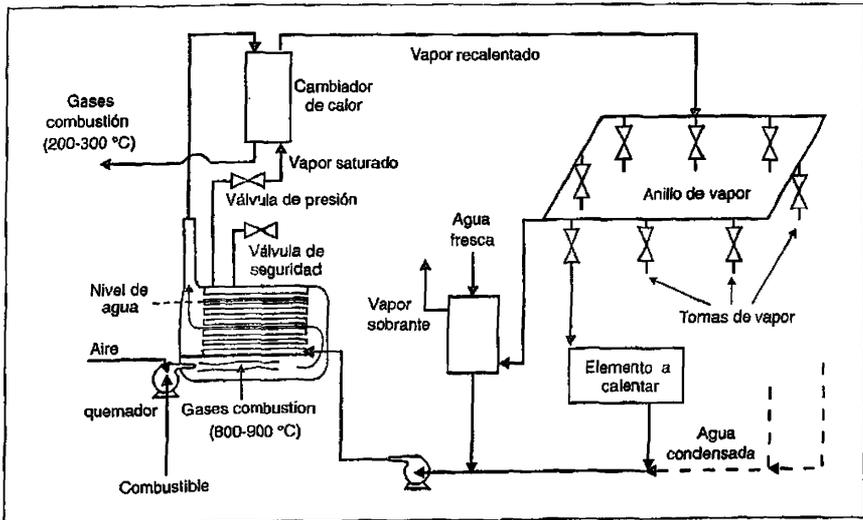


FIGURA 5.23. Esquema de flujo de calefacción industrial con vapor de agua.

vapor están aisladas térmicamente para minimizar las pérdidas de calor con el exterior, lo que además de perjudicar la economía del proceso produce la condensación de parte del vapor en las tuberías. Debido a esto, el vapor que abandona la caldera (vapor saturado y seco) se sobrecalienta en un cambiador de calor, y en consecuencia el calor perdido en las conducciones se produce a expensas del calor sensible del vapor sobrecalentado (disminuye su temperatura) y se evita la condensación del vapor.

Resumen

1. El calor es una forma de energía en tránsito como consecuencia de la existencia de una diferencia de temperaturas entre dos puntos de un sistema.
2. Existen tres mecanismos diferentes de transmisión de calor: conducción, convección y radiación. El primero se basa en el transporte de energía a nivel molecular y se presenta en sólido y fluidos estáticos. El segundo, que se presenta en sistemas fluidos se lleva a cabo por mezcla de porciones del sistema con distinta temperatura, debido al movimiento del fluido. Finalmente, el mecanismo de radiación se produce mediante ondas electromagnéticas emitidas por la superficie de los cuerpos, no necesitando un medio material para su propagación.
3. De forma general el caudal de calor puede expresarse como el cociente entre una fuerza impulsora y una resistencia. La fuerza impulsora es la diferencia de temperaturas, mientras que la resistencia que opone el sistema depende del mecanismo a través del cual se realice la transmisión de calor. Esta forma de expresar el caudal de calor es muy útil cuando se estudian sistemas complejos en los cuales la transmisión de calor se produce a través de diferentes medios materiales dispuestos en serie uno detrás de otros. En este caso, el caudal de calor puede calcularse como la fuerza impulsora total, diferencia de temperaturas entre los extremos del sistema, y la resistencia total, suma de las resistencias individuales de cada medio material.
4. La conductividad térmica es una característica representativa de la facilidad de un cuerpo para la transmisión de calor por conducción a su través. Cuanto mayor es la conductividad térmica de un cuerpo, menor es la resistencia que ofrece a la transmisión de calor por conducción.
5. Los coeficientes individuales de transmisión de calor cuantifican la facilidad de un sistema fluido para transmitir calor por convección a su través. La resistencia ofrecida por dicho sistema es inversamente proporcional al producto del coeficiente individual de transmisión de calor y el área de transmisión.
6. El diseño de un cambiador de calor implica el conocimiento de los coeficientes globales de transmisión de calor, que representan la mayor o menor facilidad que ofrece a la transmisión de calor el conjunto de los dos fluidos y la pared que los separa. Los valores de los coeficientes globales se calculan a partir de los correspondientes coeficientes individuales y de las características conductoras de la pared.
7. Los cambiadores de calor multitubulares y de placas planas tienen un volumen mucho menor que el de tubos concéntricos, para un mismo caudal de calor transferido. Por ello, se utilizan preferentemente cuando se requieren caudales de calor muy elevados.
8. El agua en estado vapor es uno de los fluidos más ampliamente utilizados en la industria como agente de calefacción, en un amplio intervalo de temperaturas: 50-250 °C. Desde un punto de vista práctico, se distinguen tres tipos de vapores: húmedo (mezcla bifásica de agua líquida y vapor a la temperatura de saturación), saturado y seco (vapor a la temperatura de saturación sin cantidad alguna de líquido) y sobrecalentado (vapor a temperatura superior a la de saturación).
9. Los vapores húmedo y saturado seco ceden calor a otro sistema, manteniendo su temperatura constante, puesto que la cesión de energía proviene de la condensación del vapor a estado líquido (calor latente), proceso que se realiza en condiciones de presión y temperatura constante. Sin embargo, el vapor recalentado disminuye su temperatura durante el proceso de cesión de calor hasta alcanzar la temperatura de saturación (calor sensible), momento a partir del cual se convierte en un vapor saturado seco.

Problemas propuestos

1. Se desea calentar 1.200 kg h^{-1} de un jarabe de 20 a $60 \text{ }^\circ\text{C}$ en un cambiador de calor, para lo cual se utiliza vapor de agua saturado a una temperatura de $120 \text{ }^\circ\text{C}$. El vapor se obtiene en una caldera de vapor conectada con el cambiador mediante una tubería de acero de 6 cm de diámetro interno ($0,8 \text{ cm}$ de espesor) y 75 m de longitud. La conducción está recubierta con una capa de lana de vidrio de 3 cm de espesor que actúa como aislante. Suponiendo que la temperatura en la superficie externa del aislante es de $18 \text{ }^\circ\text{C}$, calcular:

- a) Pérdidas de calor en la tubería que conecta la caldera con el cambiador.
- b) Caudal de calor necesario para compensar las pérdidas de la tubería y calentar el jarabe.

Datos

- Capacidad calorífica del jarabe: $c_p = 1,3 \text{ kcal kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- Calor latente de condensación del vapor: $\lambda = 530 \text{ kcal kg}^{-1}$.
- Conductividad térmica del acero: $k_1 = 40 \text{ kcal h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- Conductividad térmica de la lana de vidrio: $k_2 = 0,07 \text{ kcal h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

2. Un tubo de 5 cm de diámetro está recubierto con un aislante de $7,5 \text{ cm}$ de espesor. En un experimento se determinó que las pérdidas de calor eran de $23,8 \text{ kJ h}^{-1}$ por cada metro de tubo, y las temperaturas en el interior del tubo y exterior del aislante 200 y $35 \text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente. Se desea aislar un tubo de mayor diámetro, 20 cm , con una capa del mismo aislante de 30 cm de espesor, siendo las temperaturas en el interior del tubo y en exterior del aislante las mismas que en el caso anterior. Suponiendo que la resistencia que ofrece la pared del tubo es despreciable, calcular:

- a) Conductividad térmica del aislante.
- b) Pérdida de calor por metro de tubo en la conducción de 20 cm de diámetro.

3. Por una conducción de acero ($k_a = 45,28 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) de 14 y 15 cm de diámetro interno y externo, respectivamente, circula vapor de agua a $120 \text{ }^\circ\text{C}$. La conducción se encuentra aislada con fibra de vidrio de 3 cm de espesor ($k_v = 0,0418 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$). Suponiendo que la temperatura del aire exterior que rodea a la tubería es de $18 \text{ }^\circ\text{C}$, calcular:

- a) La distribución de temperaturas en la conducción y en el revestimiento de fibra de vidrio.
- b) Flujo de calor desde el tubo de acero a la fibra de vidrio.
- c) Pérdidas de calor por metro de tubería.

Datos

- Coeficiente de transmisión de calor desde el aislante al aire exterior: $h_c = 61,54 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

4. Un bloque paralelepípedo de mantequilla de 5 cm de espesor se encuentra inicialmente a una temperatura de $4 \text{ }^\circ\text{C}$. En un momento dado se saca del refrigerador y se sitúa a temperatura ambiente, $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Considerando que los lados laterales del bloque se encuentran aislados calcular:

- a) Temperatura en el centro del bloque de mantequilla después de 1 hora.
- b) Temperatura en el borde exterior para ese mismo tiempo.
- c) Si la misma operación se hubiera realizado con una temperatura exterior de $30 \text{ }^\circ\text{C}$, calcular el tiempo necesario para que en la superficie exterior de la mantequilla alcance $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Datos

- Coeficiente de transmisión de calor desde el aire exterior: $h_c = 8 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- Mantequilla: $k = 0,2 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $\rho = 990 \text{ kg m}^{-3}$; $c_p = 2,3 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

5. En un proceso de caldeo de guisantes, éstos se introducen en agua a $100 \text{ }^\circ\text{C}$. El diámetro de los guisantes suponiendo que tienen forma

esférica es de 0,4 cm y se encuentran a una temperatura inicial de 20 °C. Calcular:

- Tiempo necesario para que la temperatura en el interior sea de 80 °C.
- Repetir el apartado anterior pero suponiendo que los guisantes son más grandes: $D = 0,6$ cm.
- Temperatura en el centro de los guisantes de mayor tamaño para el tiempo calculado en el apartado a).

Datos

- Guisantes: $k = 0,333 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $c_p = 3.200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $\rho = 920 \text{ kg m}^{-3}$.
- Coeficiente de transmisión de calor del agua: $h_c = 500 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

6. En un cambiador de tubos concéntricos, el fluido caliente circula por el interior de un tubo de 2 cm de diámetro y el frío por el exterior del tubo, cuyo espesor es de 0,1 cm y conductividad $43 \text{ W m}^{-1} \text{ °C}^{-1}$. Calcular:

- Resistencia opuesta por ambos fluidos y la pared de acero del tubo por metro lineal de tubo.
- Coeficiente global de transmisión de calor referido al área interna del tubo.

Datos

- Suponer que los coeficientes individuales de transmisión de calor son constantes e iguales: $h_c' = 1.000 \text{ W m}^{-2} \text{ °C}^{-1}$, $h_c'' = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ °C}^{-1}$.

7. Se desea calentar un fluido frío con un caudal de 10 kg s^{-1} y que está a 25 °C con un fluido caliente de 15 kg s^{-1} y que se encuentra a 150 °C. Calcular:

- Temperatura máxima a la que se puede calentar el fluido frío mediante un cambiador de tubos concéntricos con flujo paralelo de ambos fluidos.
- Áreas de transmisión de calor para calentar el fluido frío hasta 75 °C mediante un cambiador de tubos concéntricos en contracorriente y en paralelo.

Datos

- Fluido frío: $c_p'' = 1 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$; $h_c'' = 1.341 \text{ kJ h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ °C}^{-1}$.
- Fluido caliente: $c_p' = 2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$; $h_c' = 2.000 \text{ kJ h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ °C}^{-1}$.
- Suponer despreciable la resistencia que ofrece la pared de los tubos y que el área en contacto con ambos fluidos es la misma.

8. Se desean condensar 500 kg h^{-1} de vapor de agua sobrecalentado a 140 °C y 1 bar (temperatura de condensación: 100 °C), utilizando un cambiador de tubos concéntricos por el que circula en contracorriente un caudal de 5.000 kg h^{-1} de agua a una temperatura inicial de 15 °C. El cambiador se puede considerar dividido en dos zonas: una primera zona (a) para enfriar el vapor desde 140 °C hasta la temperatura de condensación y una segunda zona (b) para condensar el vapor a líquido a temperatura constante, 100 °C, y a la cual abandona el cambiador. Considerando despreciable el espesor de la pared y la resistencia opuesta por ésta, calcular:

- Caudales de calor transferidos en cada zona.
- Coeficiente global de transmisión de calor en cada zona.
- Áreas de transmisión de calor en cada zona.

Datos

- Vapor de agua: $c_p' = 1,92 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$; $h'(\text{zona a}) = 100 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$; $h'(\text{zona b}) = 5.000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.
- Agua líquida: $c_p'' = 4,0 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$; $h'' = 1.000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

9. Se desea condensar un vapor saturado y seco a 100 °C en un cambiador de carcasa y tubos de flujo revertido 1-1 ($F_T = 0,96$). Como fluido frío se utiliza agua que entra al cambiador a 27 °C y sale a 52 °C con un caudal de 12.500 kg h^{-1} . Los tubos son de acero ($k = 90 \text{ kcal h}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ °C}^{-1}$) con un diámetro interno de 0,0232 m y un espesor de 0,125 cm. El vapor de agua condensa en el exterior de los tubos y el agua de refrigeración circula por el interior de éstos. Calcular:

- a) Caudal de vapor condensado.
- b) Coeficiente global de transmisión de calor referido al área exterior de los tubos.
- c) Área del cambiador (interior de los tubos).

Datos

- Calor latente de condensación: $\lambda = 525 \text{ kcal kg}^{-1}$.
- Coeficiente individual ($\text{kcal h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$): $h_c' = 9.720$; $h_c'' = 7.000$.
- Factor de ensuciamiento ($\text{kcal h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$): $h_d' = h_d'' = 9.000$.
- Capacidades caloríficas ($\text{kcal kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$): $c_p' = 0,46$; $c_p'' = 1$

10. Determinar el estado del agua como líquido subenfriado, líquido saturado, vapor húmedo, vapor saturado seco o vapor recalentado en las siguientes condiciones:
- a) $T = 200 \text{ }^\circ\text{C}$, $P = 100 \text{ bar}$.
 - b) $T = 200 \text{ }^\circ\text{C}$, $s = 6,4323 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
 - c) $T = 200 \text{ }^\circ\text{C}$, $u = 1.200 \text{ kJ kg}^{-1}$.
 - d) $P = 0,10 \text{ bar}$, $h = 90 \text{ kJ kg}^{-1}$.

11. Calcular la entalpía del agua en los siguientes estados:

- a) $P = 10 \text{ bar}$, $u = 2.300 \text{ kJ kg}^{-1}$.
- b) $P = 30 \text{ bar}$, $T = 360 \text{ }^\circ\text{C}$.
- c) $T = 80 \text{ }^\circ\text{C}$; $s = 8 \text{ kJ kg}^{-1}$.
- d) $T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$; $x = 0,9$.

12. Se introducen 20 kg de agua en una caldera cerrada de 6 m^3 de volumen útil y todo el conjunto se calienta hasta una temperatura de $160 \text{ }^\circ\text{C}$. Se desea calcular:

- a) Volumen específico del líquido y vapor saturado.
- b) Título del vapor y masas de líquido y vapor presentes.
- c) Presión reinante en la caldera.
- d) Entalpía del sistema.
- e) ¿Que temperatura se debería haber alcanzado para tener únicamente vapor saturado y seco?
- f) ¿A qué temperatura habría que recalentar el vapor para que la válvula de seguridad de que va provista la caldera, tarada a 10 kg cm^{-2} , se abriese?

6

TRANSFERENCIA DE MATERIA

- 6.1. Introducción
- 6.2. Mecanismos de la transferencia de materia
- 6.3. Difusión
- 6.4. Convección
- 6.5. Coeficientes volumétricos de transferencia de materia

En el presente capítulo se aborda, de forma sencilla, el estudio de los dos mecanismos responsables de la transferencia de materia entre fases inmiscibles, es decir la difusión y la convección. Tras una introducción a ambos mecanismos, se plantean ejemplos simples de difusión, en los que se introducen los conceptos de coeficiente de

difusión molecular y de coeficiente de difusión efectivo. Para el transporte por convección, se introducen los conceptos de coeficientes individuales y globales de transferencia de materia, que se particularizan para sistemas gas-líquido. Finalmente se establecen los coeficientes volumétricos de transferencia de materia.

NOMENCLATURA

a	Superficie específica (m^{-2})	$k_{L,a}$	Coficiente volumétrico individual de transferencia de materia en la fase líquida (s^{-1})
A	Superficie transversal (m^2)	k_1	Coficiente individual de transferencia de materia en la fase 1
c_A	Concentración de componente A ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	k_2	Coficiente individual de transferencia de materia en la fase 2
c_i	Concentración de componente A en la interfase ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	k_r	Coficiente de reparto
$c_{L,i}$	Concentración de componente A en el seno de la fase líquida ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	K_1	Coficiente global de transferencia de materia referido a fuerzas impulsoras de la fase 1
$c_{1,i}$	Concentración de componente A en el seno de la fase 1 ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	K_2	Coficiente global de transferencia de materia referido a fuerzas impulsoras de la fase 2
$c_{2,i}$	Concentración de componente A en el seno de la fase 2 ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	K_G	Coficiente global de transferencia de materia referido a fuerzas impulsoras de la fase gas ($mol\ m^{-2}\ s^{-1}\ bar^{-1}$)
$c_{1,i}^*$	Concentración de equilibrio del componente A en la fase 1 ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	K_L	Coficiente global de transferencia de materia referido a fuerzas impulsoras de la fase líquida ($m\ s^{-1}$)
$c_{2,i}^*$	Concentración de equilibrio del componente A en la fase 2 ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	$K_{G,a}$	Coficiente volumétrico global de transferencia de materia referido a fuerzas impulsoras de la fase gas ($mol\ m^{-3}\ s^{-1}\ bar^{-1}$)
$c_{1,i,d}$	Concentración de componente A en la interfase, del lado de la fase 1 ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	$K_{L,a}$	Coficiente volumétrico global de transferencia de materia referido a fuerzas impulsoras de la fase líquida (s^{-1})
$c_{2,i,d}$	Concentración de componente A en la interfase, del lado de la fase 2 ($mol\ m^{-3}$; $kg\ m^{-3}$)	L	Longitud (m)
D	Dimensión característica (m)	N_A	Caudal molar de componente A ($mol\ s^{-1}$)
D_A	Coficiente de difusión molecular del componente A ($m^2\ s^{-1}$)	p_G	Presión parcial del componente A en el seno de la fase gas (bar)
$(D_A)_e$	Coficiente de difusión efectivo del componente A ($m^2\ s^{-1}$)	p_i	Presión parcial del componente A en la interfase gas-líquido (bar)
g	Aceleración de la gravedad ($m\ s^{-2}$)	Re	Número adimensional de Reynolds
Gr	Número adimensional de Grashof	Sc	Número adimensional de Schmidt
H	Constante de Henry ($bar\ m^3\ mol^{-1}$)	Sh	Número adimensional de Sherwood
J_A	Flujo de componente A ($mol\ m^{-2}\ s^{-1}$)	V	Velocidad ($m\ s^{-1}$); volumen (m^3)
k_G	Coficiente individual de transferencia de materia en la fase gas ($mol\ m^{-2}\ s^{-1}\ bar^{-1}$)	ρ	Densidad ($kg\ m^{-3}$)
$k_{G,a}$	Coficiente volumétrico individual de transferencia de materia en la fase gas ($mol\ m^{-3}\ s^{-1}\ bar^{-1}$)	μ	Viscosidad ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$)
k_L	Coficiente individual de transferencia de materia en la fase líquida ($m\ s^{-1}$)		

GLOSARIO

difusión molecular: Transporte de un determinado componente a través de un sistema debido al movimiento de las moléculas individuales, sin existir desplazamiento neto de la masa de fluido.

convección: Transporte de un determinado componente a través de un fluido debido al desplazamiento de la masa fluida.

convección natural: Transporte convectivo de materia cuando el movimiento del fluido se debe a una diferencia de densidades entre diferentes partes del sistema.

convección forzada: Transporte convectivo de materia cuando el movimiento del fluido es causado por medios externos como un agitador, bomba, etc.

coeficiente individual de transferencia de materia:

Coefficiente relacionado con la dificultad para el transporte de un determinado componente a través de una única fase. La inversa de su producto por la superficie representa la resistencia que ofrece dicha fase al transporte del componente considerado.

coeficiente global de transferencia de materia: Coeficiente relacionado con la dificultad para el

transporte de un determinado componente entre dos fases inmiscibles. La inversa de su producto por la superficie representa la resistencia total que ofrecen ambas fases al transporte del componente considerado.

6.1. Introducción

En numerosas operaciones básicas de procesamiento y conservación de los alimentos se producen fenómenos de transferencia de materia entre fases no miscibles, es decir, existe un transporte de determinados componentes desde una a otra fase, debido a una diferencia entre las concentraciones de dichos componentes en ambas fases y las correspondientes concentraciones de equilibrio. A modo de ejemplo se pueden citar, entre otros: la extracción de aceites de semillas mediante disolventes; la liofilización de alimentos sólidos, en la que el componente que cambia de fase es el agua y la obtención de bebidas alcohólicas por destilación.

Los fenómenos de transferencia de materia se encuentran asociados muy frecuentemente a los de transmisión de calor. Así, durante el secado de alimentos por contacto con una corriente de aire, el calor latente de vaporización, que es necesario aportar para vaporizar el agua, ha de ser cedido

por el aire que rodea al sólido húmedo, por lo que la velocidad de desecación estará, en muchos casos, limitada por el caudal de calor recibido por el sólido. También es habitual que la transferencia de materia se acople a fenómenos de reacción química, como es el caso del enranciamiento de aceites causado por reacciones de oxidación debidas al oxígeno que se transfiere desde el aire, si éste está en contacto con el aceite. En este tipo de operaciones en las que existen varias etapas en serie, la velocidad del proceso global (secado o enranciamiento) viene determinada por la etapa más lenta del conjunto, denominada *etapa controlante*. Así, para el diseño de determinadas operaciones de los procesos alimentarios, resulta indispensable el conocimiento de los mecanismos y leyes que rigen la transferencia de materia entre fases, con miras a poder actuar sobre dichas etapas, favoreciéndolas o impidiéndolas, según convenga en cada caso concreto.

Las leyes que rigen la transferencia de materia entre fases resultan similares, como poste-

riormente se verá, a las de la transmisión de calor estudiadas en el capítulo anterior, si bien las primeras resultan más complejas de aplicar debido a la mayor dificultad en el establecimiento de las condiciones de equilibrio. En el caso de transmisión de calor, la condición de equilibrio corresponde a la igualdad de temperaturas entre ambas fases. Por el contrario, el establecimiento de las condiciones de equilibrio desde el punto de vista de la transferencia de materia no resulta tan evidente, pues generalmente no implica la igualdad de concentraciones de los diferentes componentes en ambas fases. Es bien conocido que, cuando se pone en contacto una disolución acuosa de yodo con una determinada cantidad de cloroformo, se agita el conjunto y se deja decantar, se obtienen dos fases en equilibrio, siendo la concentración de yodo en la fase orgánica alrededor de cincuenta veces superior a la correspondiente en la fase acuosa. Lo mismo ocurre en un proceso de destilación, si se hace hervir un líquido constituido por dos componentes A y B, siendo el primero más volátil que el segundo, el vapor en equilibrio que se obtiene será más rico en el componente A que la fase líquida de partida.

De esta forma, el equilibrio de concentraciones suele cuantificarse mediante una constante de equilibrio o coeficiente de reparto, k_r , definida como:

$$k_r = \frac{c_2}{c_1} \quad [6.1]$$

donde c_1 y c_2 representan las concentraciones del componente que se transfiere entre ambas fases, una vez alcanzado el equilibrio. El coeficiente de reparto suele variar con la temperatura y con las concentraciones de los diferentes componentes, si bien para intervalos limitados de dichas variables puede considerarse un valor medio constante.

A continuación se clasifican las operaciones básicas, de mayor aplicación en la industria alimentaria, en las que interviene la transferencia de materia, utilizando como criterio la naturaleza de fases implicadas en ellas.

a) Operaciones gas-líquido

- *Evaporación.* Eliminación del disolvente de una disolución líquida por paso a una fase vapor obtenida por ebullición de la disolución. Por ejemplo, la concentración de zumos de frutas por eliminación de parte del agua.
- *Destilación.* Separación de los componentes más volátiles de una mezcla líquida por ebullición de la misma. Se obtiene así una fase vapor más rica en los componentes volátiles que la fase líquida original, que posteriormente se condensa. Éste es el caso de la obtención de bebidas de alta graduación alcohólica.

b) Operaciones líquido-líquido

- *Extracción.* Separación de los componentes de una mezcla líquida mediante un disolvente específico de alguno de ellos, que sea inmiscible con la mezcla a separar.

c) Operaciones sólido-líquido

- *Lixiviación.* Separación de los componentes de una mezcla sólida mediante un disolvente específico de alguno de los mismos. Se conoce también con el nombre de extracción sólido-líquido. Por ejemplo, el agotamiento final de los aceites de semillas mediante disolventes orgánicos.
- *Adsorción.* Separación de los componentes de una mezcla líquida mediante un sólido adsorbente que retiene algunos componentes de la misma. Por ejemplo, la decoloración de aceites y vinos mediante bentonitas.
- *Cristalización.* Separación de un componente de una disolución generando una fase sólida cristalina por evaporación parcial del disolvente o por disminución de la temperatura hasta alcan-

zar la saturación. Por ejemplo, la separación de cristales de sal en las salinas.

d) Operaciones gas-sólido

- **Adsorción.** Separación de los componentes de una mezcla gaseosa mediante un sólido adsorbente que retiene algunos componentes de la misma. Por ejemplo, la eliminación de contaminantes en corrientes gaseosas por tratamiento con carbón activo.
- **Secado.** Eliminación del líquido (generalmente agua) que humedece un alimento sólido, mediante una corriente de gas (generalmente aire caliente).
- **Liofilización.** Separación del líquido que impregna un sólido mediante congelación del mismo y posterior sublimación a vacío. Se trata de una técnica de secado ampliamente utilizada en la industria alimentaria para la preparación de sopas, café en polvo, cacao, extractos de carne, etc.

6.2. Mecanismos de la transferencia de materia

Para que un determinado componente de una fase pase a otra, es necesario que se desplace a lo largo de la fase que originalmente le contiene, atraviese la interfase entre ambas y finalmente alcance el seno de la segunda fase. Así pues, en cada una de las fases deberá existir una fuerza impulsora, es decir una diferencia de concentraciones del componente que se transfiere, responsable del transporte de dicho componente hacia o desde la interfase.

El transporte de materia en el seno de una fase fluida puede ser debido al movimiento individual de las moléculas de los diferentes componentes, sin que exista un movimiento neto de la masa de fluido. Este mecanismo, conocido con el nombre de *difusión molecular*, es el equivalente al de *conducción* en transmisión de calor y

sólo se produce puro en fluidos estáticos o perpendicularmente a las líneas de corriente en un flujo laminar.

Un ejemplo de difusión molecular se esquematiza en la figura 6.1. En ella se presenta un recipiente dividido en dos partes iguales, separadas por una pared, a cada uno de cuyos lados existen inicialmente dos gases puros A y B.

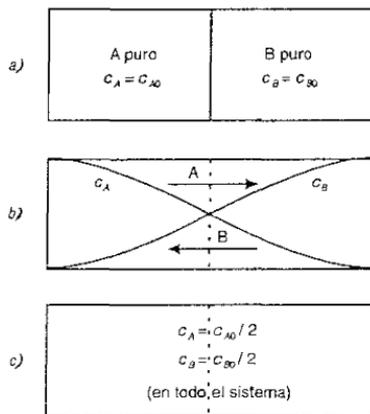


FIGURA 6.1. Ejemplo de difusión molecular a través de un gas a) estado inicial; b) transporte de los componentes A y B; c) estado final de equilibrio.

Si en un momento determinado se retira la pared que separa ambos gases, las moléculas de A comenzarán a desplazarse hacia la derecha y las de B hacia la izquierda, es decir en el sentido decreciente de sus concentraciones hasta alcanzar la condición de equilibrio, es decir hasta que las concentraciones de ambos componentes sean homogéneas en todo el sistema. Generalmente el transporte por difusión es un fenómeno lento, cuya velocidad disminuye al aumentar el tamaño molecular y la viscosidad del medio fluido.

El segundo mecanismo de transferencia de materia es la *convección*, es decir el transporte

de componentes debido a un desplazamiento global de la masa de fluido.

Análogamente al caso de la transmisión de calor, cuando el movimiento del fluido se debe a una diferencia de densidades, la convección se denomina *natural*, mientras que si se provoca por la acción de fuerzas externas, por ejemplo mediante un agitador, la convección se denomina *forzada*. Si en el ejemplo de la figura 6.1 la pared separadora se situara paralelamente a la base y el recipiente se calentase por su parte inferior, se produciría un movimiento ascendente de la masa inferior de gas, cuya densidad sería menor que la de la parte superior (a menor temperatura), provocando un transporte del componente A por convección natural. La convección forzada se produciría si en el recipiente anterior se introdujese un ventilador que provocara un desplazamiento del fluido.

Por último, y a diferencia con la transmisión de calor, en el caso de la transferencia de materia no existe un mecanismo equivalente a la radiación.

6.3. Difusión

Como se ha comentado anteriormente, la transferencia de materia por difusión es un mecanismo similar a la transmisión de calor por conducción. Por ello, en un sistema en el que exista un gradiente de concentraciones de un componente A, el flujo de dicho componente puede expresarse mediante la ley de Fick de la difusión:

$$J_A = -D_A \frac{dc_A}{dz} \quad [6.2]$$

similar a la ley de Fourier para transmisión de calor, en la que z representa la dirección del transporte y D_A la *difusividad o coeficiente de difusión molecular* del componente A, cuyas dimensiones son L^2t^{-1} . La difusividad es función tanto de las características del componente que se difunde como de las del medio en el que se produce la difusión. En la bibliografía se ofrecen métodos

para la estimación de los coeficientes de difusión, que caen fuera del alcance de esta obra. Los valores de la difusividad tienen un orden de magnitud de $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ para sistemas gaseosos y de $10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ para sistemas líquidos.

Consideremos a continuación dos tipos de sistemas de difusión, que habitualmente se encuentran en procesos relacionados con la industria alimentaria.

6.3.1. Difusión a través de una fase fluida

La aplicación de la ley de Fick a la difusión de un componente A en el seno de una fase fluida, constituida por una mezcla de dicho componente con otro B, conduce a diferentes expresiones, dependiendo de cuál sea el movimiento relativo de las moléculas del componente B, respecto de las de A. Distinguiremos dos casos:

A) Contradifusión equimolecular

La difusión del componente A en la mezcla está equilibrada por un flujo molar del componente B de igual valor y de sentido contrario, no existiendo un desplazamiento neto de la masa de fluido. Ejemplos de contradifusión equimolecular son: el sistema presentado en la figura 6.1, y la operación de destilación, en la que se intercambian componentes entre las fases líquidas y vapor.

En estas condiciones, el flujo de componente A puede expresarse de la siguiente forma:

$$J_A = \frac{D_A}{L} (c_1 - c_2) \quad [6.3]$$

donde L representa el espesor de la capa fluida y c_1, c_2 las concentraciones extremas del componente A en los extremos del sistema.

El caudal de componente A transportado (N_A), se obtendrá como producto del flujo por la superficie transversal (A), es decir:

$$N_A = \frac{D_A A}{L} (c_1 - c_2) \quad [6.4]$$

B) *Difusión de un componente a través de otro estacionario*

En este caso la difusión del componente A se produce a través de un segundo componente (B), que permanece estacionario, es decir no se difunde en sentido contrario.

Considérese el sistema representado en la figura 6.2, constituido por una probeta, que en su parte inferior contiene una cantidad de un líquido volátil (A), mientras que por su parte superior fluye lentamente, para no provocar efectos de convección, una corriente de nitrógeno (B).

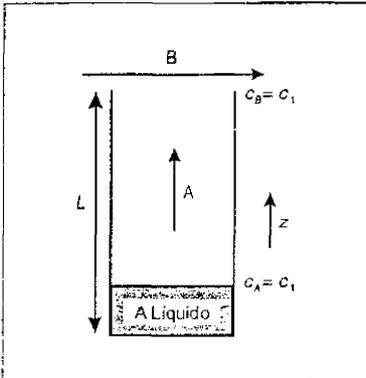


FIGURA 6.2. Difusión de un componente A a través de una fase fluida estacionario.

Existirá un gradiente decreciente de concentraciones del componente A, a lo alto de la probeta, así en la interfase gas-líquido la concentración de A, c_1 , será igual a la de saturación en el gas, mientras que en el punto más alto de la probeta su concentración será c_2 , próxima a cero, dada su dilución en el aire.

Una vez alcanzado el régimen estacionario, es decir que las concentraciones c_1 y c_2 permanecen

invariables con el tiempo, el flujo ascendente de componente A, constante a lo alto de la probeta, puede expresarse de la siguiente forma:

$$J_A = \frac{D_A}{L} \frac{c_1 - c_2}{\frac{c_{B,1} - c_{B,2}}{c_{B,1} \ln \frac{c_{B,1}}{c_{B,2}}}} = \frac{D_A}{L} \frac{c_1 - c_2}{(c_B)_{ml}} \quad [6.5]$$

donde $(c_B)_{ml}$ representa la media logarítmica de las concentraciones del componente B en los extremos del sistema.

El caudal de componente A evaporado (N_A), se obtendrá, análogamente al caso anterior, como producto del flujo por la superficie transversal de la probeta (A), es decir:

$$N_A = J_A A = \frac{D_A A}{L} \frac{c_1 - c_2}{(c_B)_{ml}} \quad [6.6]$$

6.3.2. *Difusión a través de una fase sólida permeable*

Supóngase una película de un material sólido poroso, de espesor L, que separa dos fases fluidas 1 y 2, y que permite el paso a su través de un componente A, que se transfiere desde la fase 1 hasta la 2, tal como se muestra en la figura 6.3.

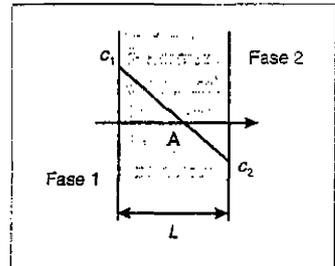


FIGURA 6.3. Transporte de un componente A a través de un sólido permeable.

Si las concentraciones de componente A a ambos lados de la pared sólida son c_1 y c_2 , respectivamente, la aplicación de la ley de Fick a este sistema conduce a:

$$N_A = \frac{(D_A)_e A}{L} (c_1 - c_2) \quad [6.7]$$

donde $(D_A)_e$ representa la *difusividad efectiva* o *coeficiente de difusión efectivo* del componente A a través de la película sólida.

En el caso de que la película sea esférica, por ejemplo la simulación de la piel de un guisante, o la membrana exterior de un microorganismo, la ecuación anterior se transforma en:

$$N_A = 4\pi \frac{(D_A)_e}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} (c_1 - c_2) \quad [6.7a]$$

donde R_1 y R_2 son los radios interior y exterior de la membrana.

Los coeficientes de difusión efectivos en películas porosas son significativamente inferiores a los coeficientes de difusión molecular en un fluido libre. Esta diferencia es consecuencia tanto de la resistencia adicional que ocasiona la tortuosidad del camino que han de recorrer las moléculas del componente que se transfiere, como de interacciones entre las moléculas del componente A con las paredes de los poros, cuya importancia es mayor cuanto mayor sea el tamaño de las moléculas que se transportan y cuanto menor sea el diámetro de los poros. Ejemplos de transferencia de materia por difusión a través de películas sólidas son la difusión de sustratos y metabolitos a través de las paredes celulares en procesos fermentativos, o la difusión de componentes gaseosos a través de los envases que los contienen. En este último caso, en ocasiones la difusión se debe a una solubilidad de determinados gases en la pared sólida, como ocurre con los envases de plástico, que no son porosos.

Ejemplo 6.1. Difusión de un gas a través de una película sólida.

Se utiliza una película de polietileno, de 0,15 mm de espesor, para envasar un alimento troceado en forma de cubos, de 10 cm de arista. La presión parcial de oxígeno en el aire que rodea a la película es de 21.280 N/m², mientras que dicha presión parcial en el interior del envase es de 1.000 N/m². Calcule el caudal molar de oxígeno que atraviesa la película suponiendo que se mantienen constantes los anteriores valores de las presiones parciales.

Datos

Suponga que la temperatura a ambos lados de la película permanece constante e igual a 30 °C.

Coefficiente de difusión efectivo del oxígeno en polietileno, a 30 °C, $4,62 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Solución

Se aplica la ecuación [6.7], ley de Fick, entre los extremos de la película de polietileno:

$$N_{O_2} = \frac{(D_{O_2})_e A}{L} (c_1 - c_2) \quad (1)$$

Suponiendo comportamiento ideal para el aire, se calculan las concentraciones de oxígeno, c_1 y c_2 , a partir de los valores de las presiones parciales:

– Aire exterior:

$$c_1 = \frac{p_1}{RT} = \frac{21.280}{(8.314)(30+273)} = 8,45 \cdot 10^{-3} \text{ Kmol/m}^3$$

– Aire interior:

$$c_2 = \frac{p_2}{RT} = \frac{1.000}{(8.314)(30+273)} = 3,97 \cdot 10^{-3} \text{ Kmol/m}^3$$

El área de transferencia es:

$$A = 6(0,1)^2 = 0,06 \text{ m}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación (1), se obtiene:

$$N_{A2} = \frac{(4.62 \cdot 10^{-13})(0.06)}{0.00015} (8.45 \cdot 10^3 - 3.97 \cdot 10^4) = 1.49 \cdot 10^{-12} \text{ kmol/s}$$

6.4. Convección

El estudio de la transferencia de materia por convección entre dos fases se aborda, de forma similar a la transferencia de calor, mediante la utilización de los conceptos de coeficientes individuales y globales de transferencia de materia, relacionados respectivamente con las resistencias ofrecidas por cada fase independiente y con la resistencia total ofrecida por ambas fases a la transferencia de materia

6.4.1. Coeficientes individuales de transferencia de materia

En la figura 6.4 se esquematizan dos fases fluidas 1 y 2, circulando en régimen turbulento, separadas por una interfase, a través de la cual se transfiere un componente A desde la primera en la que su concentración es c_1 hasta la segunda en la que dicha concentración es c_2 .

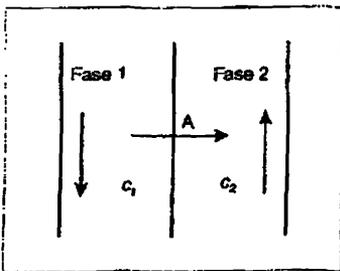


FIGURA 6.4. Transporte de un componente A entre dos fases 1 y 2 por convección.

Para analizar la resistencia ofrecida por una de las fases, por ejemplo la fase 1, al transporte del componente A, en la figura 6.5 se presenta el perfil de concentraciones de dicho componente. Lógicamente la concentración de A es máxima en el seno de dicha fase, c_1 , y mínima en la interfase de separación con la fase 2, $c_{1,i}$.

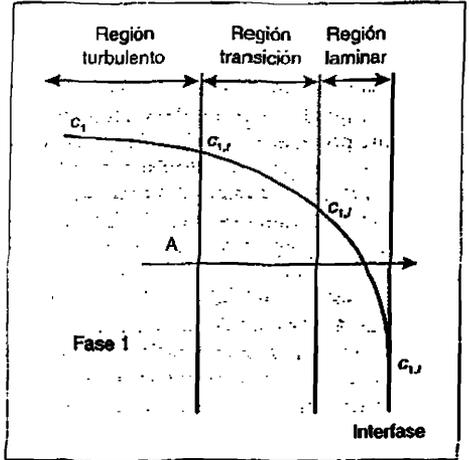


FIGURA 6.5. Perfil de concentraciones del componente A en la fase 1.

Así pues, el componente A se transfiere en el sentido de las concentraciones decrecientes, encontrando tres resistencias en serie al atravesar la fase 1, que son las correspondientes a la *región laminar* inmediata a la interfase, a la *región de transición* y a la *región turbulenta*. La primera de ellas suele ser especialmente importante, ya que en la zona laminar no existe componente turbulento del transporte, por lo que la fuerza impulsora que ha de vencer esta resistencia ($c_{1,i} - c_{1,i}$) ha de ser sensiblemente superior a las fuerzas impulsoras responsables del transporte a través de las regiones turbulenta y de transición, $(c_1 - c_{1,i})$ y $(c_{1,i} - c_{1,i})$, respectivamente.

El caudal de componente A que abandona la fase 1 a través de la superficie interfacial se expresa como cociente entre fuerza impulsora total en dicha fase ($c_1 - c_{1i}$) y la resistencia que ofrece dicha fase al transporte del componente A:

$$N_A = \frac{c_1 - c_{1i}}{\frac{1}{k_1 A}} \quad [6.8]$$

donde k_1 representa el coeficiente individual de transferencia de materia en la fase 1. Puede observarse que la inversa del producto de este coeficiente por el área interfacial representa la resistencia total que ofrece dicha fase a que el componente A se transfiera a través de ella, suma de las resistencias parciales correspondientes a las tres regiones anteriormente comentadas.

Los coeficientes individuales de transferencia de materia (k) son función tanto de la naturaleza del componente que se transfiere como de las propiedades de la fase a través de la cual se transporta. Concretamente depende de las siguientes variables:

- ρ : densidad del fluido
- μ : viscosidad del fluido
- D_A : difusividad molecular del componente A en el fluido
- V : velocidad relativa del fluido respecto de la interfase
- D : dimensión característica del sistema de flujo (diámetro de la conducción por la que circula el fluido, si el flujo es interno; diámetro de la partícula sólida en flujo externo sólido-líquido o diámetro de la burbuja de gas, en flujo externo gas-líquido).

El análisis dimensional conduce a expresiones entre números adimensionales, de la forma:

$$Nu = aRe^b Sc^c \quad [6.9]$$

siendo:

$Sh = \frac{kD}{D_A}$: el número adimensional de Sherwood, en el que se incluye el coeficiente individual de transferencia de materia,

$Re = \frac{VD\rho}{\mu}$: el número adimensional de Reynolds, y

$Sc = \frac{\mu}{\rho D_A}$: el número adimensional de Schmidt.

En la bibliografía puede encontrarse abundante información sobre correlaciones del tipo de la ecuación [6.9] aplicadas a sistemas muy variados, obtenidas tanto mediante experimentación como a partir de las analogías entre los fenómenos de transporte.

En aquellos casos en los que la transferencia de materia por convección natural sea importante, es decir cuando el movimiento del fluido se debe a una diferencia de densidades, en el segundo miembro de la ecuación [6.9] aparecerá, en lugar del número de Reynolds, el número de Grashof (Gr), cuya expresión es la siguiente:

$$Gr = \frac{\rho \Delta \rho g D^3}{\mu^2}$$

en la que $\Delta \rho$ representa la diferencia entre los valores de la densidad de la fase fluida en el seno de la misma y en la interfase, mientras que ρ representa un valor medio de la densidad para la totalidad de la fase.

Ejemplo 6.2. Aplicación del concepto de coeficiente individual de transferencia de materia.

Calcular la velocidad de disolución de un cristal de azúcar cuya forma puede considerarse esférica, de 3 mm de diámetro, cuando se encuentra sumergido en el seno de una corriente de agua cuya velocidad es de 1 cm/s.

Datos

Estímese el coeficiente individual de transferencia de materia mediante la siguiente correlación propuesta para partículas sólidas individuales:

$$Sh = 2 + 0,6 Re^{1/2} Sc^{1/3}$$

- Concentración de azúcar en la interfase sólido-agua: 660 kg/m³.
- Densidad del agua: 1.000 kg/m³.
- Viscosidad del agua: 10⁻³ kg/ms.
- Coeficiente de difusión molecular del azúcar en agua: 5 · 10⁻¹⁰ m²/s.

Solución

El caudal de disolución del azúcar vendrá expresado por la ecuación [6.8] modificada, teniendo en cuenta que, en este caso, el azúcar se incorpora a la fase acuosa, es decir:

$$N_A = \frac{c_{1i} - c_i}{\frac{1}{k_1 A}} = k_1 A (c_{1i} - c_i) \quad (1)$$

La concentración de azúcar en la interfase es: $c_{1,i} = 660 \text{ kg/m}^3$, mientras que en el seno de la fase líquida puede considerarse despreciable ($c_{1,i} = 0$).

El área de transferencia de materia será:

$$A = \pi D^2 = \pi (0,003)^2 = 2,83 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

Los valores de los números adimensionales son los siguientes:

$$Sh = \frac{k_1 D}{D_A} = \frac{k_1 (0,003)}{5 \cdot 10^{-10}} = 6 \cdot 10^{-5} k_1$$

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{(0,01)(0,003)(1,000)}{1 \cdot 10^{-3}} = 30$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_A} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{(1,000)(5 \cdot 10^{-5})} = 2.000$$

Utilizando la ecuación propuesta:

$$6 \cdot 10^{-5} k_1 = 2 + 0,6(30)^{1/2} (2.000)^{1/3} = 43,3$$

se obtiene: $k_1 = 7,22 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$.

Sustituyendo en la ecuación (1) se deduce el valor del caudal de disolución del azúcar:

$$N_A = (7,22 \cdot 10^{-6})(2,83 \cdot 10^{-5})(660 - 0) = 1,35 \cdot 10^{-7} \text{ kg/s}$$

6.4.2. Coeficientes globales de transferencia de materia

En el apartado anterior se ha abordado el estudio de la transferencia de un componente A a través de una única fase, estableciéndose el concepto de coeficiente individual de transferencia de materia y las principales variables de las que depende.

Supóngase ahora el sistema constituido por dos fases fluidas 1 y 2 inmiscibles entre sí, y en contacto, entre las que existe el transporte de un componente A, que pasa por convección de la primera a la segunda, tal como se representa en la figura 6.6.

En dicha figura se representan los perfiles de concentración de dicho componente a lo largo de las dos fases, pudiéndose apreciar en cada una de ellas las tres regiones laminar, de transición y turbulenta, así como las concentraciones de componente A en cada una de las superficies interfaciales.

Si se considera alcanzado el régimen estacionario, el caudal de componente A que abandona la fase 1 ha de ser igual al que recibe la fase 2, pues en caso contrario se produciría una acumulación a lo largo del tiempo de dicho componente en la interfase, entre ambos fluidos. Asimismo, se considerará que en la interfase 1-2 se alcanza instantáneamente el equilibrio, es decir, dicha interfase no ofrece ninguna resistencia al transporte del componente A. Por lo tanto, en cualquier momento, el cociente entre las concentraciones de A a ambos lados de la interfase será igual al coeficiente de reparto k , entre ambas fases, ecuación [6.1]

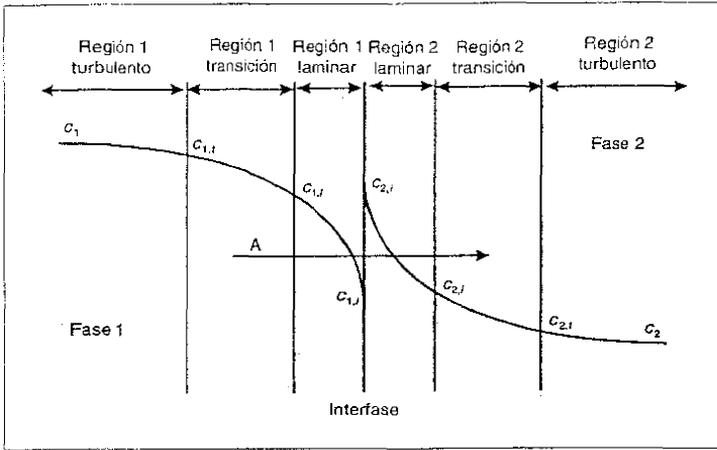


FIGURA 6.6. Transporte de componente A por convección entre dos fases inmiscibles 1 y 2.

$$k_r = \frac{c_{2,i}}{c_{1,i}} \quad [6.10]$$

Dicho caudal de componente A podrá expresarse en función de la fuerza impulsora y de la resistencia correspondientes a la fase 1. Es decir, de acuerdo con la ecuación [6.8] e introduciendo el coeficiente individual de transporte correspondiente a dicha fase, se tendrá:

$$N_A = \frac{c_1 - c_{1,i}}{\frac{1}{k_1 A}} \quad [6.11]$$

Análogamente, el caudal de componente A también podrá expresarse en función de la fuerza impulsora y del coeficiente individual correspondientes a la fase 2. Por tanto,

$$N_A = \frac{c_{2,i} - c_2}{\frac{1}{k_2 A}} \quad [6.12]$$

La utilización de cualesquiera las dos ecuaciones anteriores, para el cálculo del caudal de componente A transferido entre ambas fases, presentaría el inconveniente de la necesidad de establecer las concentraciones de dicho componente a ambos lados de la interfase ($c_{1,i}$ y $c_{2,i}$), lo que experimentalmente resulta inviable. Por ello, en la práctica, el caudal de componente A se establece utilizando la fuerza impulsora global entre ambas fases, utilizando las concentraciones correspondientes al seno de cada una de ellas, que pueden ser fácilmente establecidas mediante toma de muestras y posterior análisis. Por tanto, la fuerza impulsora a utilizar deberá de ser la suma de las correspondientes a ambas fases.

En el caso general de que el coeficiente de reparto, k_r , sea distinto de la unidad, es decir en el caso de que el equilibrio se alcance para valores distintos de las concentraciones del componente A en ambas fases, la fuerza impulsora global deberá expresarse de alguna de las dos siguientes formas:

$$F_{imp} = c_1 - c_1^* \quad [6.13]$$

donde c_1^* representa la concentración de componente A que tendría que existir en la fase 1 para que estuviera en equilibrio con la fase 2, cuyo valor sería:

$$c_1^* = \frac{c_2}{k_r} \quad [6.14]$$

o bien:

$$F_{imp} = c_2^* - c_2 \quad [6.15]$$

en cuyo caso, c_2^* , representa la concentración de componente A que tendría que existir en la fase 2, para que estuviese en equilibrio con la fase 1, cuyo valor vendría dado por:

$$c_2^* = k_r c_1 \quad [6.16]$$

Con la introducción de los *equivalentes de equilibrio* c_1^* y c_2^* se está refiriendo la fuerza impulsora global, suma de las correspondientes a ambas fases, a unidades de concentración correspondientes a una única fase, las de la fase 1, si se utiliza la ecuación [6.13], o las de la fase 2, si se emplea la ecuación [6.15].

Así pues, el caudal de componente A transferido puede expresarse, utilizando ambas formas de establecer la fuerza impulsora global, de la siguiente manera:

$$N_A = \frac{c_1 - c_2}{\frac{1}{k_r}} = \frac{k_r c_1 - c_2}{\frac{1}{K_1 A}} \quad [6.17]$$

donde K_1 y K_2 representan los coeficientes globales de transferencia de materia referidos a concentraciones del componente que se transfiere, correspondientes a las fases 1 y 2, respectivamente. Es importante resaltar que, tanto K_1 como K_2 son coeficientes globales y como tales, cualesquiera de ellos, multiplicados por el área interfacial, representan la inversa de la suma de las resistencias ofrecidas por ambas fases a la trans-

ferencia del componente A. Por lo tanto deberán utilizarse uno u otro, dependiendo de las concentraciones que se empleen para expresar la fuerza impulsora global.

6.4.3. Relación entre los coeficientes individuales y globales de transferencia de materia

Los coeficientes globales de transferencia de materia, anteriormente definidos, dependen de las variables correspondientes a cada una de las fases, así como de la velocidad relativa entre ellas. Para su estimación, resulta conveniente establecer la relación entre ellos y los correspondientes coeficientes individuales que, al depender exclusivamente de las propiedades de una de las fases, son más fácilmente calculables mediante correlaciones existentes en la bibliografía.

Para ello, si se igualan las expresiones del caudal de componente A transferido entre ambas fases, ecuaciones [6.11], [6.12] y [6.17], se tendrá:

$$N_A = \frac{c_1 - c_{1,i}}{\frac{1}{k_1 A}} = \frac{c_{2,i} - c_2}{\frac{1}{k_2 A}} = \frac{c_1 - c_2}{\frac{1}{K_1 A}} = \frac{k_r c_1 - c_2}{\frac{1}{K_2 A}} \quad [6.18]$$

Además, al considerar que en la interfase se alcanza instantáneamente el equilibrio, deberá cumplirse la relación:

$$c_{2,i} = k_r c_{1,i} \quad [6.19]$$

Sustituyendo la ecuación [6.19] en la tercera igualdad de la ecuación [6.18] y dividiendo numerador y denominador de la quinta igualdad por k_r , se obtiene:

$$\frac{c_1 - c_{1,i}}{\frac{1}{k_1 A}} = \frac{k_r c_{1,i} - c_2}{\frac{1}{k_2 A}} = \frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{\frac{1}{K_1 A}} = \frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{\frac{1}{K_2 A k_r}} \quad [6.20]$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{c_1 - c_{1,i}}{k_1} = \frac{c_{1,i} - \frac{c_2}{k_r}}{k_2 k_r} = \frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{K_1} = \frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{K_2 k_r} \quad [6.21]$$

Si se suman los numeradores y denominadores de las dos primeras igualdades de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 k_r}} = \frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{\frac{1}{K_1}} = \frac{c_1 - \frac{c_2}{k_r}}{\frac{1}{k_2 k_r}} \quad [6.22]$$

expresión de la que se obtiene la siguiente relación entre los coeficientes individuales y globales de transferencia de materia:

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 k_r} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{K_2 k_r} \quad [6.23]$$

Así pues, para el cálculo del caudal del componente que se transfiere entre ambas fases se utilizará la ecuación [6.17], empleando los valores de los coeficientes globales de transferencia de materia K_1 o K_2 , estimados a partir de los valores de los coeficientes individuales y del coeficiente de reparto mediante la ecuación [6.23].

En el caso particular de que el coeficiente de reparto, entre ambas fases, del componente que se transfiere, k_r , fuese igual a la unidad, la ecuación [6.23] se simplifica a la siguiente:

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{K_2} \quad [6.24]$$

donde se pone de manifiesto la coincidencia de los valores de los coeficientes globales, independientemente de la fase a que se refieran, es decir:

$$K_1 = K_2 = K \quad [6.25]$$

La expresión [6.24] resulta similar a la obtenida en el capítulo 5 para relacionar los coeficientes individuales y el global de transmisión de calor. La única diferencia radica en que, cuando de transmisión de calor se trataba, aparecía la resistencia correspondiente a la pared sólida que separaba a ambas fases fluidas. En transferencia de materia la única separación entre ambas fases es la superficie interfacial, cuya resistencia se ha considerado nula en el planteamiento del presente estudio.

De la ecuación [6.23] puede deducirse la importancia relativa de las resistencias ofrecidas por ambas fases al transporte del componente A. Si el valor del coeficiente individual k_1 resulta muy superior al producto $k_2 k_r$, el coeficiente global K_2 resulta prácticamente coincidente con el individual k_2 , es decir, la resistencia total correspondiente a las dos fases resulta muy semejante a la debida exclusivamente a la fase 2. Así pues, en esta situación, la resistencia opuesta por la fase 1 resulta despreciable, por lo que la velocidad con que se desarrolla el transporte se encuentra controlada por la fase 2.

Por el contrario, si el valor del coeficiente individual k_1 resulta ser muy inferior a del producto $k_2 k_r$, el valor del coeficiente individual de la fase 1 prácticamente coincide con el coeficiente global K_1 , es decir la mayor parte de la resistencia al transporte del componente A se encuentra concentrada en la fase 1, resultando despreciable la resistencia opuesta por la fase 2. Se trataría, por lo tanto, de un sistema controlado por la resistencia de la fase 1. Lógicamente, en aquellas situaciones en las que la resistencia opuesta por una de las fases sea la controlante, si se desea incrementar el caudal de componente a transportar habrá que actuar para reducir la resistencia de dicha fase controlante, por ejemplo aumentando su velocidad de circulación. No se conseguiría un efecto apreciable de mejora si las actuaciones se realizaran con miras a disminuir la resistencia de la fase no controlante.

La utilización de sistemas controlados por la resistencia de una de las fases suele ser la técnica

habitual para la determinación experimental de los coeficientes individuales de transferencia de materia y su posterior correlación con las variables de las que dependen con miras a la obtención de ecuaciones empíricas del tipo de la ecuación [6.9]. Para ello, elegido un sistema de contacto en el que se conozca con exactitud el valor del área interfacial de contacto (A), se realizan experimentos en los que se miden las concentraciones c_1 y c_2 del componente que se transfiere, en ambas fases, y se calculan los caudales (N_A) de dicho componente, generalmente por aplicación de balances de dicho componente en el sistema. A partir de estos valores y del correspondiente al coeficiente de reparto, por aplicación de la ecuación [6.17], se obtienen, para cada uno de los experimentos, los valores de los coeficientes globales de transferencia de materia K_1 o K_2 , según cuál de las dos fases sea la controlante, que a su vez coincidirán con los correspondientes coeficientes individuales k_1 o k_2 .

Ejemplo 6.3. Aplicación de los coeficientes de transferencia de materia a sistemas sólido-fluido.

Se extrae un aceite poniendo en contacto semillas, cuya concentración inicial de aceite es de 12 g/l, con un disolvente adecuado. Las semillas pueden considerarse esféricas, de 2 cm de diámetro.

En las condiciones de trabajo los valores de los coeficientes individuales de transferencia de materia en las semillas y en el disolvente son $2,5 \cdot 10^{-7}$ m/s y $2 \cdot 10^{-6}$ m/s, respectivamente. El coeficiente de reparto del aceite entre el disolvente y las semillas tiene un valor de 25.

Calcular:

- Los coeficientes globales de transferencia de materia, referidos tanto a la semilla como al disolvente.
- El caudal inicial de aceite extraído por cada semilla.
- La concentración de aceite que resta en las semillas al cabo de una hora de extracción.

Nota: Supóngase que, por utilizar un elevado volumen de disolvente, la concentración de acei-

te en la fase externa puede considerarse despreciable en todo momento.

Solución

Denominaremos fase 1 a la semilla y fase 2 al disolvente.

- a) El coeficiente global referido a la fase 1 se calcula a partir de la ecuación [6.23]:

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 k_r} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{K_2 k_r} \quad (1)$$

De la primera igualdad de esta ecuación:

$$\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-7}} + \frac{1}{(2 \cdot 10^{-6})(25)} = \frac{1}{K_1} \therefore K_1 = 2,49 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$$

De la segunda igualdad de (1):

$$\frac{1}{2,49 \cdot 10^{-7}} = \frac{1}{K_2(25)} \therefore K_2 = 9,96 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}$$

- b) El caudal de aceite extraído de cada semilla puede expresarse como:

$$N_A = \frac{k_1 c_1 - c_2}{\frac{1}{K_2 A}} = K_2 A (k_1 c_1 - c_2) \quad (2)$$

donde:

$$A = \pi D^2 = \pi (0,02)^2 = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

En el momento inicial:

$$c_1 = 12 \text{ g/l} = 12 \text{ kg/m}^3 \\ c_2 = 0$$

Sustituyendo los valores anteriormente calculados en la ecuación (2), se obtiene:

$$N_A = (9,96 \cdot 10^{-9})(1,26 \cdot 10^{-3})[(25)(12) - 0] = 3,76 \cdot 10^{-9} \text{ kg/s}$$

- c) La concentración de aceite en el interior de las semillas disminuirá a lo largo del tiempo. Por tanto, también disminuirá el caudal instantáneo extraído. En un momento determinado, la disminución de la masa de aceite contenida en una semilla será igual al caudal de aceite extraído, es decir:

$$V_s \left(\frac{dc_1}{dt} \right) = -K_2 A (k_1 c_1 - 0) \quad (3)$$

donde V_s representa el volumen de una semilla, cuyo valor es:

$$V_s = \frac{\pi}{6} (0,02)^3 = 4,19 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Sustituyendo valores en la ecuación (3), se obtiene:

$$\frac{dc_1}{dt} = -7,49 \cdot 10^{-5} c_1$$

La integración de esta ecuación, con la condición límite:

$$t = 0: \quad c_1 = 12 \text{ kg/m}^3$$

conduce a la siguiente expresión de la variación de la concentración de aceite, en el interior de la semilla, con el tiempo:

$$c_1 = 12 \exp(-7,49 \cdot 10^{-4} t)$$

Ecuación que, particularizada para $t = 1 \text{ h}$ (3.600 s), conduce a:

$$c_1 = 12 \exp[(-7,49 \cdot 10^{-5})(3.600)] = 9,164 \text{ kg/m}^3$$

sa por contacto con una fase líquida a la que se transfiere. A modo de ejemplo se pueden citar: el aporte de oxígeno en fermentadores haciendo pasar a través del medio de fermentación una corriente de burbujas de aire o la eliminación de compuestos contaminantes de los gases de combustión de las calderas (CO_2 , SH_2 , etc.) mediante absorción en disoluciones alcalinas.

Una de las peculiaridades de los sistemas gas-líquido radica en el hecho de que las unidades que se utilizan para expresar las concentraciones en las dos fases son diferentes. Así, en la fase líquida se emplean concentraciones molares (mol/L) o máxicas (g/L), mientras que en la fase gaseosa suelen utilizarse presiones parciales (bar, atm, etc.).

Supóngase una fase gas (G) en contacto con otra fase líquida (L), de forma que un componente A pasa de la primera a la segunda. Los perfiles de presiones parciales y de concentraciones de dicho componente se presentan en la figura 6.7, una vez se ha alcanzado el estado estacionario.

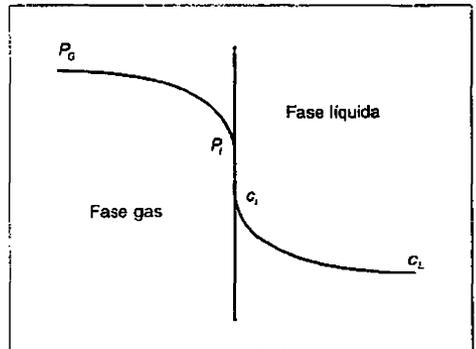


FIGURA 6.7. Transporte de un componente A desde una fase gas (G) a una fase líquida (L).

6.4.4. Sistemas gas-líquido

Ejemplos importantes de transferencia de materia entre dos fases inmiscibles y muy habituales en la industria alimentaria, se basan en la absorción de un componente de una fase gaso-

El caudal de componente A transportado a través de un elemento de superficie interfacial A, podrá expresarse en función de los coeficientes individuales de transporte correspondientes a ambas fases y de sus correspondientes fuerzas impulsoras, es decir:

$$N_A = \frac{p_G - p_i}{1} = \frac{c_i - c_L}{k_L A} \quad [6.26]$$

donde p_G representa la presión parcial del componente A en el seno de la fase gas; p_i , la presión parcial de dicho componente en la interfase gas-líquido; c_i , la concentración de A en la interfase y c_L , la concentración de A en el seno de la fase líquida.

A la hora de expresar el caudal de componente A transportado entre ambas fases en función de coeficientes globales de transferencia de materia, se presenta la dificultad de expresar la fuerza impulsora global, ya que no puede establecerse como simple diferencia entre p_G y c_L , que en este caso no tienen siquiera unidades coherentes. Sería pues necesario definir los correspondientes equivalentes de equilibrio, tal como se hizo en el apartado anterior.

En el caso de sistemas gas-líquido, siempre que no existan variaciones importantes en las concentraciones de la fase líquida, el equilibrio puede representarse mediante la ley de Henry, por lo que en la interfase se cumpliría:

$$p_i = Hc_i \quad [6.27]$$

donde H representa la constante de Henry, cuyo valor es función de la solubilidad en la fase líquida del componente que se transfiere, disminuyendo al aumentar dicha solubilidad. Así para la absorción del oxígeno en agua el valor de H es del orden de $2,1 \cdot 10^{-3}$ atm/mg L.

Si se compara la ley de Henry con la definición de coeficiente de reparto, ecuación [6.1], puede observarse que éste es el cociente entre la concentración del componente que se transfiere en el seno de la fase a la que llega y la concentración de dicho componente en la fase de la que sale, una vez alcanzado el equilibrio. Por el contrario, la constante de Henry se define como cociente entre la presión parcial en la fase gas (de la que sale el componente que se transfiere) y la concentración en la fase líquida (a la que llega dicho componente), también al

alcanzarse el equilibrio. De esta forma, si se aplica el concepto de coeficiente de reparto a sistemas gas-líquido, se tendrá:

$$k_r = \frac{c_i}{p_i} = \frac{1}{H} \quad [6.28]$$

es decir, el coeficiente de reparto representa la inversa de la constante de Henry para sistemas gas-líquido.

De esta forma, en sistemas de absorción de gases en líquidos, muy habituales en la industria alimentaria, serán aplicables cualesquiera de las dos versiones de la ecuación [6.17], para cálculo del caudal de componente A transferido entre ambas fases, sin más que sustituir el valor del coeficiente de reparto por la inversa de la constante de Henry. Por lo tanto, se tendrá:

$$N_A = \frac{p_G - Hc_L}{1} = \frac{H}{1} \frac{p_G - c_L}{K_L A} \quad [6.29]$$

donde K_G y K_L representan los coeficientes globales de transferencia de materia referidos a fuerzas impulsoras globales expresadas en unidades correspondientes a la fase gas (presiones parciales) y a la fase líquida (concentraciones molares o másicas), respectivamente.

Los valores de estos coeficientes globales se pueden obtener a partir de la ecuación [6.23], en la que: $k_1 = k_G$; $k_2 = k_L$ y $k_r = 1/H$, es decir:

$$\frac{1}{k_G} + \frac{H}{k_L} = \frac{1}{K_G} = \frac{H}{K_L} \quad [6.30]$$

La ecuación [6.30] permite, asimismo, obtener información sobre la importancia relativa de las resistencias individuales al transporte del componente A correspondientes a las fases gas y líquida. En aquellos casos en que el componente que se transfiere sea muy soluble en la fase líquida, es decir cuando se alcanzan en el equilibrio con-

centraciones elevadas de componente A en la fase líquida para presiones parciales bajas de dicho componente en la fase gas (valores pequeños de la constante de Henry, de acuerdo con la ecuación [6.28]), la ecuación [6.30] se reduce a la siguiente:

$$\frac{1}{k_G} = \frac{1}{K_G} \quad : \quad k_G = K_G \quad [6.31]$$

que pone de manifiesto la práctica coincidencia entre la resistencia total ofrecida por ambas fases y la resistencia correspondiente a la fase gas. Se trataría por lo tanto de sistemas controlados por la velocidad de transporte del componente A a través de la fase gas, como es el caso de la absorción de dióxido de carbono en sistemas acuosos.

Por el contrario, cuando el componente que se transfiere sea poco soluble en la fase líquida, es decir, valores elevados de la constante de Henry, la ecuación [6.30] se reduce a:

$$\frac{H}{k_L} = \frac{H}{K_L} \quad : \quad k_L = K_L \quad [6.32]$$

Se trata pues de sistemas controlados por la resistencia ofrecida por la fase líquida, como es el caso de la absorción de oxígeno en sistemas acuosos, dada la baja solubilidad de dicho gas en agua, cuyo valor es de alrededor de 10^{-3} g/L a presión y temperatura ambientales.

Ejemplo 6.4. Aplicación de los coeficientes individuales y globales de transferencia de materia a un sistema gas-líquido.

Un gas posee una sustancia tóxica contaminante cuya presión parcial es 0,08 atm. Para eliminarla se pone en contacto con agua a 25 °C. Sabiendo que la constante de Henry tiene un valor de 0,005 at m³ mol⁻¹ y que los coeficientes individuales de transferencia de materia son respectivamente:

$$k_G = 38 \text{ mol h}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ atm}$$

$$k_L = 1 \text{ m h}^{-1}$$

Calcular:

- Los coeficientes globales de transferencia de materia, referidos tanto a la fase líquida como a la fase gas.
- El caudal de sustancia contaminante transferido al agua por metro cuadrado de superficie interfacial.

Nota: Supóngase régimen estacionario.

Solución

- El coeficiente global referido a la fase gas se calcula a partir de la ecuación [6.30]:

$$\frac{1}{k_G} + \frac{H}{k_L} = \frac{1}{K_G} = \frac{H}{K_L} \quad (1)$$

De la primera igualdad de esta ecuación:

$$\frac{1}{38} + \frac{0,005}{1} = \frac{1}{K_G} \quad \therefore K_G = 33,76 \text{ mol h m}^{-2} \text{ atm}$$

De la segunda igualdad, se obtiene el coeficiente global referido a la fase líquida:

$$\frac{1}{38} + \frac{0,005}{1} = \frac{0,005}{K_L} \quad \therefore K_L = 0,28 \text{ m h}$$

- El caudal de contaminante transferido se calcula utilizando la ecuación [6.29], teniendo en cuenta que su concentración en la fase líquida es nula:

$$N_A = \frac{0,08}{\frac{1}{(33,76)(1)}} = 2,7 \text{ mol h m}^{-2}$$

6.5. Coeficientes volumétricos de transferencia de materia

En gran parte de los equipos en los que se llevan a cabo operaciones de transferencia de mate-

ria gas-líquido resulta difícil establecer el valor del área interfacial de contacto. Así ocurre en columnas de relleno o en tanques agitados con burbujeo de una corriente gaseosa en el seno del líquido.

En tales casos, en las expresiones para el cálculo del caudal de componente que se transfiere, ecuaciones [6.26] y [6.29], se sustituye el valor del área A por el producto aV , donde V representa el volumen de la instalación (torre de relleno, tanque agitado, etc.) y a la superficie interfacial específica, es decir el área interfacial por unidad de volumen del sistema. Con ello el caudal de componente A puede expresarse de cualquiera de las siguientes formas:

$$N_A = \frac{p_G - p_i}{\frac{1}{k_G a V}} = \frac{c_i - c_L}{\frac{1}{k_L a V}} = \frac{p_G - H c_i}{\frac{1}{K_G a V}} = \frac{p_G - c_L}{\frac{1}{K_L a V}} \quad [6.33]$$

A los valores de los productos de los coeficientes individuales por las áreas interfaciales específicas se les denomina *coeficientes volumétricos de transferencia de materia* (ka). Al igual que ocurre con los coeficientes de transferencia de materia, existirán coeficientes individuales volumétricos en la fase gas ($k_G a$) o en la fase líquida ($k_L a$), así como coeficientes globales volumétricos referidos a la fase gas ($K_G a$) o referidos a la fase líquida ($K_L a$), que se utilizan en diseño como si fueran un único elemento.

Lógicamente los coeficientes volumétricos de transferencia de materia dependen tanto de las variables que afectan al coeficiente de transferencia de materia como de aquellas que afectan al valor del área interfacial específica. Un tratamiento similar al realizado en el apartado anterior permite establecer las relaciones entre los coeficientes volumétricos individuales y globales, que puedan resumirse en la siguiente expresión:

$$\frac{1}{k_G a} + \frac{H}{k_L a} = \frac{1}{K_G a} = \frac{H}{K_L a} \quad [6.34]$$

Resumen

1. Se entiende por transferencia de materia el transporte de determinados componentes entre dos fases inmiscibles que no se encuentran en equilibrio.
2. La transferencia de materia entre fases inmiscibles determina la velocidad con que transcurren muchas de las operaciones de procesado y conservación de alimentos. En ocasiones, los fenómenos de transferencia de materia se encuentran asociados a los de transmisión de calor y a reacciones químicas, pudiendo constituir la etapa controlante de la velocidad global del proceso.
3. Existen dos mecanismos para la transferencia de materia: *difusión*, cuando el transporte se debe al movimiento individual de las moléculas, sin existir un movimiento neto de la masa de fluido, y *convección*, cuando existe movimiento del fluido. Cuando el movimiento del fluido es consecuencia de la existencia de diferencias de densidad en su seno, la convección se denomina *natural*, mientras que si se produce por la aplicación de fuerzas externas, la convección se denomina *forzada*.
4. El flujo de un determinado componente por difusión es proporcional al gradiente de concentraciones de dicho componente. La constante de proporcionalidad se denomina difusividad o coeficiente de difusión molecular.
5. El flujo de un determinado componente, que se transfiere por convección entre dos fases inmiscibles, se expresa como cociente entre la fuerza impulsora (diferencia de concentraciones de dicho componente en ambas fases) y la resistencia total del sistema. Esta última viene representada por la inversa del producto de un coeficiente global de transferencia de materia por el área interfacial de contacto.
6. Los coeficientes globales de transferencia de materia se calculan a partir de los valores de los coeficientes individuales, que, al estar relacionados con las resistencias correspondien-

tes a cada una de las fases, son más fáciles de estimar.

- En aquellos sistemas en los que resulta difícil establecer el valor del área interfacial de contacto entre ambas fases, se utilizan los coeficientes de transferencia de materia volumétricos, definidos como productos de los coeficientes de transferencia de materia, individuales o globales, por la superficie interfacial específica.

Problemas propuestos

- Dos depósitos, cuya presión total es de 101 kPa, contienen sendas mezclas de CO_2 y N_2 , con presiones parciales de CO_2 de 450 y 70 mmHg, respectivamente. Ambos depósitos se encuentran conectados mediante un tubo de 20 cm de longitud y 1 cm de diámetro, encontrándose todo el conjunto a una temperatura de 298 K. Suponiendo régimen estacionario y contradifusión equimolecular, calcular el caudal molar de difusión del CO_2 a través del tubo.

Datos

- La difusividad molecular del CO_2 en N_2 tiene un valor de $1,67 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

- Repetir el ejercicio anterior, suponiendo que en la entrada del depósito con menor contenido en N_2 existe una membrana impermeable a este componente pero que permite pasar el CO_2 . De esta forma el CO_2 se difunde a través de nitrógeno estacionario.
- Se utiliza papel de celofán, de espesor 0,1 mm, para mantener la humedad de un alimento cuya temperatura es de 30 °C. Calcúlese el caudal de vapor de agua que se pierde a través de una envoltura de 0,1 m² de superficie, sabiendo que la presión parcial de vapor de agua en el interior es de 12 mmHg y que en el aire exterior, que se encuentra también a 30 °C, la presión parcial de vapor de agua es de 4 mm Hg.

Datos

- Considérese que el aire se comporta como gas ideal.
 - Difusividad efectiva del vapor de agua en el celofán: $1,5 \cdot 10^{-14} \text{ m/s}$.
- Un tubo de pequeño diámetro y de 5 cm de longitud contiene un gel estacionario. Dicho tubo une dos depósitos que contienen sendas disoluciones acuosas de glucosa, una de concentración 0,5 mol/L y la otra de concentración 0,2 mol/L. Suponiendo que las concentraciones de glucosa se mantienen constantes en ambos depósitos y que el coeficiente de difusión de la glucosa en el gel es de $0,8 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}$, calcular el flujo de glucosa en el tubo.

- Una mezcla gaseosa constituida por 2,5% de amoníaco y 97,5% de aire, se pone en contacto con agua líquida, en la que se desea absorber el amoníaco.

Los coeficientes individuales volumétricos de transferencia de materia tienen los siguientes valores:

$$k_{La} = 38 \text{ h}^{-1}$$

$$k_{Ga} = 55 \text{ kmol NH}_3 \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^3 \text{ atm}^{-1}$$

Calcule los valores de los coeficientes globales K_{Ga} y K_{La} , sabiendo que la constante de Henry para el sistema amoníaco-agua, tiene un valor de 0,018 atm · m³ kmol NH₃⁻¹.

- Un alimento líquido contiene una concentración de 20 mg/L de un compuesto volátil que la comunica mal olor. Para reducir su concentración a un nivel aceptable (0,01 mg/L) se sitúa el líquido en el interior de un tanque y se hace burbujear una corriente de aire a su través. En las condiciones de operación, la resistencia opuesta por la fase gaseosa puede considerarse despreciable.

Calcule el tiempo de burbujeo necesario para alcanzar la concentración de la sustancia volátil desada, suponiendo que el coeficiente individual volumétrico de transferencia de materia en la fase líquida tiene un valor de 0,04 s⁻¹.

INGENIERÍA DE LAS REACCIONES QUÍMICAS

- 7.1. Generalidades de la reacción química
- 7.2. Clasificación de las reacciones químicas
- 7.3. Termodinámica: calor de reacción y equilibrio
- 7.4. Velocidad de reacción y cinética química
- 7.5. Reacciones múltiples
- 7.6. Reacciones heterogéneas

Entre los procesos de fabricación donde se producen transformaciones de tipo químico se encuentran numerosos procedimientos de la industria alimentaria, como son fermentaciones por microorganismos, reacciones enzimáticas, esterilización, desarrollo de sabores y olores, etc. Para llevar a cabo estas transformaciones de forma económica y segura es primordial conocer aquellos aspectos relativos a las reacciones químicas que se producen y a los equipos —reactores químicos— donde éstos tienen lugar.

En general, los equipos donde tiene lugar la reacción química —reactores químicos— están situados entre otras etapas del proceso en las que se producen transformaciones de tipo físico para el acondicionamiento de reactivos y productos. Los reactivos son llevados a unas ciertas condiciones antes de su alimentación al reactor, para que la reacción se pro-

duzca en las condiciones de temperatura, presión, fase, etc., más adecuada. La corriente de salida del reactor, o la mezcla que hay en el reactor a un cierto tiempo de reacción —si el reactor funciona por cargas—, se somete a un proceso de separación y purificación de los productos, con una posible recuperación y reutilización de los reactivos parcialmente convertidos. Este proceso productivo se esquematiza, de acuerdo a lo propuesto por Levenspiel (1972), en la figura 7.1.

En este capítulo se aborda el análisis de las reacciones químicas y en el siguiente el estudio de los reactores químicos. Hay que tener en cuenta que en muchos procesos de la industria alimentaria las reacciones que tienen lugar son complejas y no se conocen en profundidad, lo que obliga, a menudo, a recurrir a importantes simplificaciones en su descripción.

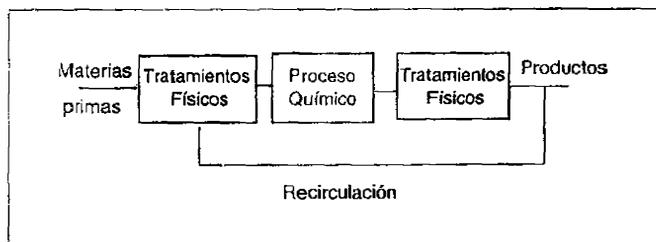


FIGURA 7.1. Esquema general de un proceso químico.

NOMENCLATURA

a	Actividad, coeficiente geométrico o área interfacial en reacciones heterogéneas ($\text{m}^2 \text{m}^{-3}$)	H	Entalpía (J/mol), constante de Henry ($\text{Pa m}^3 \text{mol}^{-1}$)
a_m	Relación superficie externa/volumen de partícula ($\text{m}^2 \text{m}^{-3}$)	k	Constante cinética
C	Concentración (mol m^{-3} o g L^{-1})	K	Parámetro cinético
C_p	Calor específico molar ($\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$)	Ka	Coefficiente global volumétrico de transporte
C_p	Calor específico másico ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	K_e	Constante de equilibrio
E_a	Energía de activación (J mol^{-1})	k_p, k_H	Coefficientes individuales de transporte entre fases
ΔG_R	Energía libre de Gibbs de la Reacción (J mol^{-1})	K_m	Constante de Michaelis (mol m^{-3})
ΔH_R	Entalpía de Reacción (J mol^{-1})	K_V	Constante del modelo cinético de Monod (g L^{-1})

k_0	Factor preexponencial de la constante cinética	μ	Potencial químico
L	Longitud característica de la partícula (m)	ν	Coefficiente estequiométrico
M_j	Cociente de concentraciones iniciales del compuesto j y el reactivo A (C_{j0}/C_{A0})	ρ_p	Densidad de partícula (kg m^{-3})
n_1, n_2	Ordenes de reacción en las reacciones 1 o 2, respectivamente	Γ	Distribución final de productos en reacciones múltiples
n_A, n_j	Número de moles de A o j	ω	Orden de reacción

P	Presión (Pa)
R	Velocidad de producción ($\text{mol m}^{-3} \text{s}^{-1}$)
r	Velocidad de reacción ($\text{mol m}^{-3} \text{s}^{-1}$)
R_v	Velocidad de producción referida a volumen de partícula ($\text{mol m}^{-3} \text{cat s}^{-1}$)
ΔS_R	Entropía de reacción ($\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$)
T	Temperatura ($^{\circ}\text{C}$, K)
t	Tiempo (s)
V	Volumen (m^3)
V_p	Volumen de partícula
X_A	Conversión fraccional del reactivo A
Y	Rendimiento a biomasa (g Biomasa generada / g Nutriente consumido)

Letras griegas

α	Orden de reacción
β	Orden de reacción
ϵ_A	Factor de expansión
ϵ_L	Porosidad de lecho (m^3 vacío m^{-3} de reactor)
ϕ	Rendimiento fraccional instantáneo, módulo de Thiele
Φ	Rendimiento fraccional global
η	Factor de efectividad interno
η_G	Factor de efectividad global
φ	Extensión de reacción
λ	Calor latente de fusión o de vaporización (J mol^{-1}) o velocidad relativa de formación de productos en reacciones múltiples

Subíndices

A, B, C, D, R, S	Relativo a las especies A, B, C, D, R y S , respectivamente
B	Relativo a la biomasa
E	Relativo a la enzima
I	Relativo a la fase I
i	Relativo a la reacción i (o la interfase en reacciones heterogéneas)
II	Relativo a la fase II
j	Relativo al compuesto j
N	Relativo al nutriente limitante
0	Relativo al valor inicial
obs	Relativo al valor observado
p	Relativo a los productos
P	Relativo al producto
q	Relativo al valor de la etapa química
r	Relativo a los reactivos
S	Relativo al sustrato
ν	Relativo al volumen de partícula
w	Relativo a la masa de catalizador

Superíndices

f	Relativo al seno del fluido
i	relativo al interior de la partícula
0	Relativo al valor estándar
s	Relativo a la superficie externa de la partícula

GLOSARIO

reacción química: Es la reordenación de los enlaces de las moléculas de reactivos para formar otros enlaces que den lugar a las moléculas de productos. Una reacción química puede representarse

por una ecuación estequiométrica, que relaciona el cambio de reactivos a productos manteniendo constante el número de átomos de los distintos elementos.

reacción simple: En este caso para predecir el cambio de composición de un sistema sólo es necesario emplear una ecuación estequiométrica y una ecuación cinética.

reacción múltiple: La reacción es múltiple cuando para representar los cambios observados en el sistema se necesita más de una ecuación estequiométrica y para predecir sus variaciones de composición son necesarias varias ecuaciones cinéticas.

reacción homogénea: Una reacción es *homogénea* si se efectúa en una fase y *heterogénea* si para su transcurso requiere al menos la presencia de dos fases.

extensión de reacción: La extensión de la reacción i es el cambio en el número de moles del componente j debido a la reacción i dividido por el coeficiente estequiométrico de j en esa reacción i . Es, por tanto, un valor único y no depende de qué compuesto j , de los que aparecen en la ecuación estequiométrica de la reacción i , se emplee.

velocidad de reacción: Es el cambio de la extensión de reacción con el tiempo, referido a una varia-

ble extensiva, que suele ser el volumen en reacciones homogéneas.

velocidad de producción: La velocidad de producción de un compuesto j es el cambio del número de moles de ese compuesto j con el tiempo debido a todas las reacciones en las que j participa y referido ese cambio a una magnitud extensiva (por ejemplo, el volumen de la fase en reacciones homogéneas).

ecuación cinética: Es la ecuación algebraica que permite predecir de forma satisfactoria la velocidad de reacción, en función de las variables que modifican dicha velocidad. Estas variables son la temperatura y las concentraciones de reactivos, productos y catalizador.

parámetros cinéticos: Estos parámetros aparecen en la ecuación cinética para cuantificar el efecto de las variables en la velocidad de reacción. Son la constante cinética y los órdenes de reacción de los reactivos y los productos. En general, estos parámetros no se pueden estimar a priori y deben obtenerse de modo empírico por ajuste de datos experimentales.

7.1. Generalidades de la reacción química

Las reacciones químicas suponen la reordenación de los enlaces de las moléculas de reactivos formando nuevos enlaces que dan lugar a las moléculas de productos. En este proceso hay que considerar los aspectos termodinámico y cinético.

La termodinámica determina los valores del equilibrio, tanto físico como químico, que se pueden alcanzar a partir de unas condiciones iniciales, es decir, permite calcular el límite del sistema. Por ejemplo, en el caso del equilibrio químico la termodinámica predice la máxima conversión que puede obtenerse fijados una composición inicial, una temperatura y una presión. También informa del calor de reacción, cuyo valor es necesario cono-

cer para diseñar un sistema de intercambio de calor en el reactor químico que permita controlar la temperatura de forma adecuada.

La cinética informa de la velocidad con la que el sistema evoluciona hacia el equilibrio. Cuando el sistema de reacción es heterogéneo, es decir, cuando interviene más de una fase, la cinética debe considerar no sólo la velocidad de la etapa de reacción química sino también la velocidad de los procesos físicos: transporte de materia —reactivos y productos— y de calor entre las fases presentes en el sistema.

Para abordar el estudio de las reacciones químicas desde un punto de vista ingenieril se realiza primero una clasificación de estas reacciones, atendiendo a diversos criterios. A continuación, se tratan los aspectos de la termodinámica más

relevantes en el proceso químico y este análisis se realiza de forma breve ya que un estudio termodinámico más profundo queda fuera del alcance y objetivo de este libro. Posteriormente, se estudian aquellos aspectos relativos a la cinética de la etapa química, denominada también *cinética intrínseca*, y por último se comentan de forma simplificada y bastante descriptiva los sistemas de reacción heterogéneos, en los que son varias las fases involucradas.

7.2. Clasificación de las reacciones químicas

Las transformaciones químicas se clasifican de acuerdo a diversos criterios, como son:

A) Fenomenología

Las reacciones químicas pueden producirse en sistemas monofásicos –reacciones homogéneas– o multifásicos –reacciones heterogéneas–. Cuando el sistema es homogéneo basta conocer el equilibrio químico y la cinética química. Por el contrario, en sistemas heterogéneos hay que acoplar los fenómenos físicos de transporte entre fases y los fenómenos químicos y, para ello, es necesario tener en cuenta si la reacción se produce en una o más de una fase.

Los sistemas monofásicos son los gaseosos o los constituidos por líquidos miscibles. Los sistemas heterogéneos pueden estar constituidos por dos fases: gas-líquido, gas-sólido, líquido-sólido, líquidos inmiscibles; o por tres o más fases, como por ejemplo, gas-líquido-sólido.

B) Características de la reacción química

Las reacciones químicas se clasifican a su vez atendiendo a sus características:

— *Térmicas*. Las reacciones pueden ser exotérmicas o endotérmicas, según que al pro-

ducirse desprendan o absorban calor, respectivamente. El signo y el valor del calor de reacción deben tenerse en cuenta para diseñar el equipo de intercambio de calor más conveniente en el reactor donde la reacción se lleva a cabo. La reacción puede producirse en el reactor de forma isoterma (temperatura constante), adiabática (sin intercambio de calor con el exterior), o con un cierto intercambio de calor.

— *Constante de equilibrio*. Si la constante de equilibrio es elevada la reacción es irreversible y se produce prácticamente en el sentido directo (reactivos a productos). Por el contrario, si su valor es bajo, la reacción es reversible y debe considerarse también la reacción en el sentido inverso (productos a reactivos).

— *Presencia o no de catalizador*. El paso de reactivos a productos puede producirse en presencia de una sustancia que acelera este proceso, que no se modifica de forma permanente, y que al final de la reacción se recupera en su estado original. Estas sustancias se denominan catalizadores y pueden estar en la misma fase que los reactivos y productos (catálisis homogénea) o en otra fase, generalmente sólida (catálisis heterogénea). Cuando el propio producto de la reacción actúa como catalizador la reacción se denomina autocatalítica. El catalizador influye sobre la velocidad de la reacción pero no modifica el equilibrio ni los parámetros termodinámicos: calor de reacción, etc.

$A \rightarrow R$ reacción no catalizada

$A \xrightarrow{\text{catalizador}} R$ reacción catalizada

$A + R \rightarrow R + R$ reacción autocatalizada

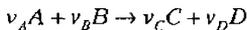
— *Esquema de Reacción*. Conjunto de reacciones o relaciones estequiométricas que permiten vincular las especies químicas que aparecen y desaparecen en el sistema. De estas relaciones hay que distinguir aquellas

que son independientes y aquellas que resultan como una combinación lineal de las primeras. Se habla de reacciones simples cuando sólo hay una ecuación estequiométrica independiente, y de reacciones múltiples cuando las reacciones independientes son varias. Las reacciones múltiples son un caso bastante habitual en la industria alimentaria, bien porque la reacción se produce en varias etapas o cuando además de la reacción deseable existen reacciones laterales a ésta.

Estas reacciones secundarias se producen de forma independiente a la reacción principal o de forma competitiva. En este último caso, cuando las reacciones secundarias se producen a partir del reactivo se denominan *en paralelo* y cuando se obtienen a partir del producto *en serie*.

7.3. Termodinámica: calor de reacción y equilibrio

Para una reacción genérica



donde *A* y *B* son los reactivos y *C* y *D* los productos de reacción, el calor de reacción se define como el calor absorbido por el sistema cuando la reacción se produce de forma completa, en la dirección que indica la flecha, a temperatura y presión constantes. Es decir, el calor de reacción se calcula como el cambio de entalpía, a las condiciones de temperatura y presión (*T* y *P*) especificadas, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$(\Delta H_R)_T^P = (\nu_C H_C + \nu_D H_D) - (\nu_A H_A + \nu_B H_B) = \sum_{\text{productos}} \nu_p H_p - \sum_{\text{reactivos}} \nu_r H_r \quad [7.1]$$

a su vez las entalpías de los reactivos y de los productos, H_r y H_p , respectivamente, a los valores de *T* y *P*, se calculan a partir de las entalpías de for-

mación estándar, $(\Delta H^0)_{T_r}$, correspondientes a los compuestos en su estado normal (1 atm) y para una temperatura de referencia, T_r , por ejemplo 298 K, y de los calores específicos molares de cada compuesto *j*, C_{p_j} , mediante la siguiente expresión:

$$H_{jr} = \Delta H_{j_{298}}^0 + \int_{298}^T C_{p_j} dT \approx \Delta H_{j_{298}}^0 + \bar{C}_{p_j}(T - 298) \quad [7.2]$$

La ecuación [7.2] es válida cuando no existen cambios de fase en el intervalo de temperatura considerado y no tiene en cuenta el efecto de una presión distinta de la atmosférica. La influencia de la presión, salvo a valores muy elevados de ésta, no suele ser importante, por lo que el error cometido al emplear la ecuación [7.2] es pequeño. Si se producen cambios de fase, hay que introducir los sumandos correspondientes al calor de fusión o/y vaporización, λ , y considerar por tramos el término del calor específico, un tramo para cada fase:

$$H_{jr} = \Delta H_{j_{298}}^0 + \bar{C}_{p_a}(T_a - 298) + \lambda_j + \bar{C}_{p_b}(T - T_a) \quad [7.3]$$

siendo T_a la temperatura a la que se produce el cambio de fase. Teniendo en cuenta las ecuaciones [7.1] y [7.2], y en el caso más simple de que no haya cambio de fase, el calor de reacción se expresa como:

$$\Delta H_{R_T}^P = \Delta H_{R_{298}}^0 + \overline{\Delta C}_p(T - 298) \quad [7.4]$$

siendo $\overline{\Delta C}_p$ la diferencia de capacidades caloríficas, que se calcula como:

$$\overline{\Delta C}_p = \sum_{\text{productos}} \nu_p \bar{C}_{p_p} - \sum_{\text{reactivos}} \nu_r \bar{C}_{p_r} \quad [7.5]$$

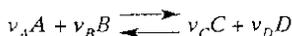
aunque el calor específico es función de la temperatura, su variación con ésta suele ser pequeña, lo que justifica el empleo de los calores espe-

cíficos promedios que aparecen en las ecuaciones anteriores.

El cuanto al signo del calor de reacción, se adopta el siguiente criterio:

- $\Delta H_R > 0$ si la reacción es endotérmica (absorbe calor del exterior).
- $\Delta H_R < 0$ si la reacción es exotérmica (desprende calor al exterior).

Se dice que un sistema ha alcanzado el *equilibrio* cuando la temperatura y la presión permanecen constantes en el sistema y la variación de energía libre es nula. El estado de un sistema en equilibrio es tal que no puede experimentar cambios espontáneos. En el caso de una reacción química reversible:



el equilibrio se produce cuando las velocidades del sentido directo e inverso son iguales, y las concentraciones de las especies no cambian con el tiempo.

La propiedad termodinámica que indica la tendencia de una sustancia *j* al cambio químico se denomina potencial químico, μ , y se define como:

$$\mu_j = \mu_j^0 + RT \ln a_j \quad [7.6]$$

siendo *a* la actividad del compuesto. Según se trate de un gas o un líquido, *a* corresponde a la fugacidad (o presión) o a la fracción molar de ese compuesto, respectivamente. El potencial químico μ_j^0 es el que corresponde a las condiciones estándar o normales: $a = 1$ y a la temperatura *T*. Aunque la elección de las condiciones estándar es relativamente arbitraria, lo habitual es considerar el estado estándar para un compuesto gaseoso cuando tiene una presión parcial de 1 atm, mientras que el estado estándar para líquidos y sólidos corresponde a los compuestos puros y a 1 atm de presión.

La energía libre de Gibbs de la reacción, ΔG_R^T , a la temperatura *T*, se calcula como:

$$\begin{aligned} \Delta G_R^T &= (v_C \mu_C + v_D \mu_D) - (v_A \mu_A + v_B \mu_B) = \\ &= \Delta G_R^0 + RT \ln \frac{a_C^{v_C} a_D^{v_D}}{a_A^{v_A} a_B^{v_B}} \end{aligned} \quad [7.7]$$

y la energía libre de Gibbs estándar a la temperatura *T*, ΔG_R^0 , viene expresada por:

$$\begin{aligned} \Delta G_R^0 &= (v_C \mu_C^0 + v_D \mu_D^0) - (v_A \mu_A^0 + v_B \mu_B^0) = \\ &= \Delta H_R^0 - T \cdot \Delta S_R^0 \end{aligned} \quad [7.8]$$

donde los valores con el superíndice 0 se refieren a condiciones estándar y deben determinarse a la temperatura *T* del sistema.

Cuando se alcanza el equilibrio ΔG_R^T debe ser cero y, por tanto, se cumple que:

$$\Delta G_R^0 = -RT \ln \left(\frac{a_C^{v_C} a_D^{v_D}}{a_A^{v_A} a_B^{v_B}} \right)_{\text{equilibrio}} = -RT \ln K_e \quad [7.9]$$

donde K_e es la constante de equilibrio de la reacción considerada.

La influencia de la temperatura en la constante de equilibrio se puede obtener, en forma diferencial, a través de la conocida ecuación de Van't Hoff:

$$\frac{d(\ln K_e)}{dT} = \frac{\Delta H_R^0}{RT^2} \quad [7.10]$$

La constante de equilibrio es, evidentemente, una función de la temperatura. De acuerdo a la ecuación [7.10], cuando la reacción es exotérmica la constante de equilibrio disminuye al aumentar la temperatura mientras que en una reacción endotérmica ocurre lo contrario, tal como se muestra en la figura 7.2.

En reacciones exotérmicas, si el calor desprendido por la reacción no se elimina del sistema, la temperatura aumenta y la constante de equilibrio disminuye, con lo que es menor la máxima conversión de reactivo que puede alcan-

zarse. En este caso será necesario diseñar un equipo de intercambio de calor adecuado, para eliminar parte del calor generado por la reacción, como se comentará en el capítulo 8.

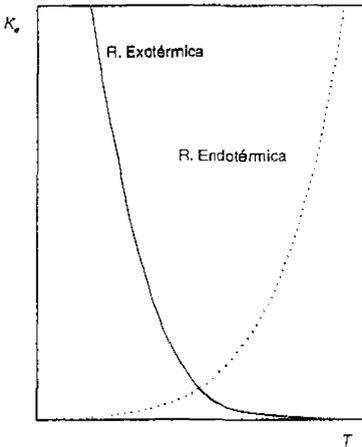


FIGURA 7.2. Variación de la constante de equilibrio con la temperatura.

En el desarrollo anterior se ha considerado que sólo se produce una reacción química. Si en el sistema se producen varias reacciones de forma simultánea habrá que aplicar la ecuación [7.9] a todas las reacciones químicas independientes (aquellas que no sean combinación lineal unas de otras). La composición de sistema en el equilibrio, dadas unas condiciones iniciales y de operación, se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta al aplicar [7.9] a todas las reacciones independientes.

Ejemplo 7.1. Determinación de la composición de equilibrio.

En un recipiente agitado se introduce una disolución de glucosa de concentración 2 mol/L y se

añade una enzima que cataliza la isomerización de glucosa a fructosa. La reacción transcurre de forma isoterma y a la temperatura utilizada la constante de equilibrio es la unidad. ¿Cuál es la composición del sistema en el equilibrio?

Solución

La reacción se puede esquematizar como: $G \rightleftharpoons F$ y la constante de equilibrio será el cociente de concentraciones de los azúcares en el equilibrio

$$K_e = \frac{C_F}{C_G} = 1$$

Las concentraciones en el equilibrio se pueden relacionar por estequiometría

	C_G (mol/L)	C_F (mol/L)
inicialmente	2	0
equilibrio	$2 - x$	x

con lo que se puede expresar K_e en función de x y calcular x

$$K_e = \frac{x}{2 - x} = 1 \quad \therefore \quad x = 1$$

con lo que la composición del equilibrio es $C_G = 2 - 1 = 1$ mol/L y $C_F = 1$ (mol/L).

7.4. Velocidad de reacción y cinética química

La velocidad de reacción indica la cantidad de reactivo formado o de reactivo desaparecido (normalmente en moles) por unidad de tiempo, y con una base de referencia que haga de la velocidad de reacción una magnitud intensiva. Esta base de referencia puede ser el volumen (V) en

sistemas homogéneos u otra variable en sistemas heterogéneos, como se comentará posteriormente.

Si se considera la reacción genérica i :



la extensión de la reacción i se define como:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{(n_{A_i} - n_{A0})_i}{-v_{A_i}} = \frac{(n_{B_i} - n_{B0})_i}{-v_{B_i}} = \frac{(n_{C_i} - n_{C0})_i}{v_{C_i}} = \\ &= \frac{(n_{D_i} - n_{D0})_i}{v_{D_i}} = \frac{(n_j - n_{j0})_i}{\pm v_{j_i}} \end{aligned} \quad [7.11]$$

siendo n_j el número de moles del compuesto j , indicando con el subíndice 0 el valor inicial, y donde el signo \pm es negativo cuando j se refiere a un reactivo y positivo cuando j se refiere a un producto. El numerador de la ecuación [7.11] indica el cambio de moles en la especie j debido a la reacción i y la velocidad de la reacción i se define como el cambio diferencial de la extensión de esa reacción:

$$r_i = \frac{d\varphi_i}{X dt} \quad [7.12]$$

La magnitud X , que se utiliza para hacer intensiva la velocidad puede ser el volumen, V , en sistemas homogéneos, la masa de catalizador, W , en sistemas heterogéneos con catalizadores sólidos, la superficie donde se produce la reacción química, S , etc.

La velocidad de producción de una especie j indica la aparición de los moles de una sustancia j por unidad de tiempo y referido a la magnitud X , y se define como

$$R_j = \frac{1}{X} \frac{dn_j}{dt} \quad [7.13]$$

donde la variación total de los moles de j , dn_j , se debe a la contribución de todas las reacciones M donde el compuesto j participe, es decir:

$$R_j = \sum_{i=1}^M \pm v_{j_i} r_i \quad [7.14]$$

aplicando el criterio establecido anteriormente para el signo de v_{j_i} .

Cuando en el sistema se produce una única reacción, cuya velocidad se denomina r , la relación entre las velocidades de producción y la velocidad de reacción se reduce a:

$$R_j = \pm v_{j_i} r \quad [7.15]$$

La velocidad de reacción, tal como está definida en la ecuación [7.12], es siempre positiva, y por tanto, cuando j es un reactivo ($v_{j_i} < 0$) su velocidad de producción es negativa mientras que si es un producto ($v_{j_i} > 0$) tendrá una velocidad de producción positiva.

La cinética química estudia, además de la velocidad, el mecanismo por el cual una especie química se transforma en otra. El mecanismo de reacción es la secuencia de sucesos químicos individuales cuyo resultado global produce la reacción observada, es decir, el mecanismo de reacción indica todos los procesos individuales colisionales o elementales en los que intervienen moléculas (o átomos radicales o iones) que se verifican simultánea o consecutivamente, produciendo la velocidad total observada.

El mecanismo es a menudo una teoría ideada para explicar los resultados finales observados en los experimentos. Conocer el mecanismo puede ser de gran utilidad para extrapolar los datos de velocidad a otras condiciones diferentes a las utilizadas para su obtención, ya que permite generalizar o sistematizar la cinética de las reacciones. Sin embargo, esta tarea es una labor tediosa y requiere un gran esfuerzo de tiempo y medios, de forma que son muy pocas las reacciones donde se conoce de forma fiable y exhaustiva el mecanismo.

Las reacciones de interés en la industria de alimentos son un caso típico de sistemas de gran complejidad química y por tanto de difícil descripción mecanística. Afortunadamente, el dise-

ño de un reactor químico para la producción requerida no requiere conocer el mecanismo: basta con disponer de una ecuación que permita predecir la velocidad de reacción, en función de las variables que modifican dicha velocidad, de forma satisfactoria. Esta expresión es lo que se denomina *ecuación cinética*, y su función y determinación experimental son los aspectos que se tratan en los siguientes puntos.

7.4.1. Ecuación cinética: variables que influyen en la velocidad de reacción

En el siguiente desarrollo se considera que se produce una reacción simple i . Como se indicó en el apartado 7.1, la velocidad a la que transcurre la reacción i engloba tanto la velocidad de la etapa química como la velocidad a la que ocurren los fenómenos de naturaleza física de transporte de materia y calor. Este transporte debe considerarse en aquellos sistemas donde en la reacción intervienen compuestos que se encuentran en distintas fases, es decir, en sistemas heterogéneos.

En este punto no se consideran los fenómenos de transporte entre fases y sólo se analiza la velocidad de la etapa química, que es, por otra parte, la única que tiene lugar en sistemas homogéneos. El acople de esta velocidad química o intrínseca con el transporte de materia y calor en sistemas heterogéneos se analizará en puntos posteriores.

La ecuación cinética permite predecir la velocidad de la etapa de reacción química —o etapa química— y se denomina también cinética intrínseca o verdadera (al no estar enmascarada por otros fenómenos) y, de modo general, se considera función de las siguientes variables:

- Temperatura.
- Presión (en el caso de gases).
- Concentraciones de las especies j que intervienen en la reacción, expresadas también como fracciones molares, presiones parciales, etc.

— Concentración de sustancias que actúen como catalizadores o inhibidores, si es el caso.

Según sea la función de la composición y temperatura, las ecuaciones cinéticas se clasifican en dos tipos, que se analizan a continuación:

— De variables separables:

$$r = f_1(T)f_2(C) \quad [7.16]$$

— De variables no separables:

$$r = f_3(T, C) \quad [7.17]$$

A) Ecuaciones cinéticas de variables separables

La función f_2 de la ecuación [7.16] sigue un modelo potencial, y es el tipo de cinética más frecuente en reacciones homogéneas y no catalizadas. Para una reacción irreversible, la función f_2 se expresa como:

$$f_2 = C_A^{\alpha_A} C_B^{\alpha_B} \dots = \Pi C_i^{\alpha_i} \quad [7.18]$$

es decir, f_2 es el producto de la concentración de los reactivos j elevadas a unos ciertos órdenes de reacción α_j . El orden global será la suma de dichos órdenes parciales. Los exponentes α_j son empíricos, y sólo serán idénticos a los coeficientes estequiométricos ν_j si la ecuación estequiométrica representa el mecanismo verdadero por el que transcurre la reacción. En el primer caso, los exponentes indican el orden y en el segundo la molecularidad de la reacción.

En reacciones reversibles en la función f_2 aparece un término restando, que es función de las concentraciones de los productos y de la constante de equilibrio, K_e .

$$f_2 = \Pi C_{j,r}^{\alpha_j} - \Pi C_{j,p}^{\alpha_j} / K_e \quad [7.19]$$

donde con el subíndice r se hace referencia a los reactivos y con p a los productos.

La función de la temperatura, $f_1(T)$, corresponde a la constante cinética, k . Para describir la influencia de la temperatura en esta constante se utilizan dos tipos de expresiones:

- Ecuaciones con fundamento teórico, como las obtenidas a partir de la teoría de colisión o del complejo activado, que expresan k como:

$$k = k_0 T^z \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad [7.20]$$

siendo k_0 es el factor preexponencial, E_a la energía de activación y R la constante de los gases. El orden z varía entre $1/2$ y 1 , según se aplique la teoría de colisión o del complejo activado, respectivamente.

- Ecuaciones de tipo empírico, siendo la más utilizada la ecuación de Arrhenius, ya que es válida para la mayoría de las reacciones, donde la función de k es.

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad [7.21]$$

comparando las ecuaciones [7.20] y [7.21] se deduce que la ecuación de Arrhenius es una simplificación de la ecuación [7.20], donde se ha eliminado el término T^z . Esta simplificación es válida en la mayoría de los casos, ya que el término potencial tiene un peso considerablemente menor que el exponencial en la variación de k con la temperatura.

La importancia del término exponencial puede apreciarse en la figura 7.3, donde se muestra el incremento de temperatura requerido para doblar la constante cinética, con la energía de activación como parámetro. En esta figura se observa que, al aumentar la energía de activación, disminuye el incremento de temperatura necesario. Es decir, el aumento relativo de k con T es mayor

cuanto mayor sea la energía de activación. Por ejemplo, para doblar la constante cinética a una temperatura de referencia de 60°C , es necesario un aumento de unos 16 y 4°C , cuando las energías de activación son 10 y 40 Kcal/mol, respectivamente.

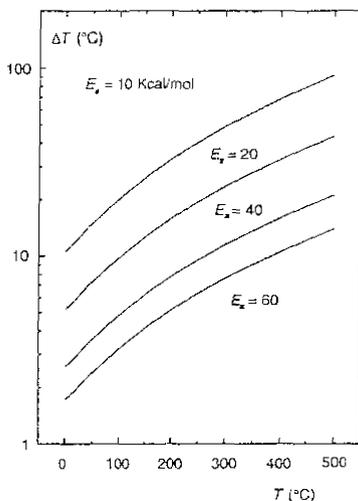


FIGURA 7.3. Aumento de temperatura requerido para doblar la constante cinética k . E_a en Kcal/mol.

De acuerdo a la teoría de colisión el término

$$\exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

representa la fracción de las colisiones bimoleculares que tienen una energía superior a E_a , que es la energía mínima requerida para que el choque sea efectivo y se formen los productos. Dicho de otro modo, la energía de activación constituye una barrera de energía que las moléculas deben superar para que se produzca la reacción.

Cuanto menor sea esa barrera más fácilmente –a menor temperatura– ocurrirá la reacción química. De hecho, el mecanismo por el que se describe la acción del catalizador es precisamente la disminución de esa barrera energética, ya que se forma un compuesto intermedio reactivo-catalizador, que posteriormente evoluciona a producto, y que tienen una energía de activación menor que la de la reacción no catalizada, como se representa en la figura 7.4, y permite que la reacción transcurra a menor temperatura. La constante cinética se ve por tanto intrínsecamente modificada por la presencia de un catalizador.

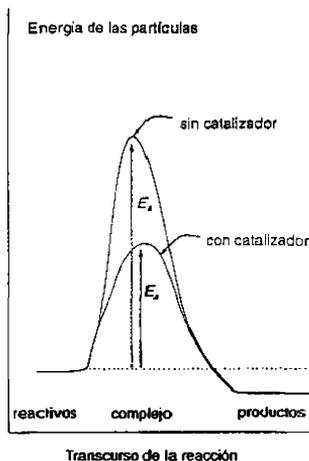


FIGURA 7.4. Energía de activación con catalizador y sin catalizador.

Ejemplo 7.2. Variación de la constante cinética con la temperatura.

La cocción de zanahorias tiene una energía de activación de 160 kJ mol^{-1} y un valor de la constante cinética a $121 \text{ }^\circ\text{C}$ de $1,64 \text{ min}^{-1}$. ¿Cuál debe ser el aumento de temperatura para que la constante cinética se doble?

Solución

Para determinar el ΔT se puede utilizar la figura 7.3 o emplear la ecuación [7.21].

En la figura 7.3 hay que buscar la curva que corresponda a una energía de activación de

$$160 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ kcal}}{4,18 \text{ kJ}} = 38,27 \text{ kcal mol}^{-1}$$

y una abscisa de $121 \text{ }^\circ\text{C}$. La ordenada que corresponde a estas condiciones es aproximadamente $5,5 \text{ }^\circ\text{C}$, que sería el ΔT necesario para doblar la constante a $121 \text{ }^\circ\text{C}$.

El valor exacto de ΔT se puede obtener a partir de la ecuación 7.21. Denominando

$$T_1 = 121 + 273 = 394 \text{ K}$$

aplicando la ecuación [7.21] a $T_1 + \Delta T$ y T_1 y mediante el cociente de constantes, se obtiene que:

$$\frac{k_{T_1+\Delta T}}{k_{T_1}} = \exp\left(-\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_1 + \Delta T} - \frac{1}{T_1}\right)\right) = 2$$

Sustituyendo los datos del problema en esta ecuación ($E_a = 160.000 \text{ J mol}^{-1}$, $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $T_1 = 394 \text{ K}$) se puede despejar $T_1 + \Delta T_1$:

$$T_1 + \Delta T = 399,6 \text{ K}$$

de donde

$$\Delta T = 399,6 - 394 = 5,6 \text{ K} = 5,6 \text{ }^\circ\text{C}$$

El valor aproximado obtenido gráficamente es bastante cercano a este valor.

B) Ecuaciones cinéticas de variables no separables

En las reacciones químicas catalizadas, tanto con el catalizador en la misma fase –catálisis homogénea– o en otra fase –catálisis heterogénea–, la ecuación cinética suele ser de este tipo. La función f_3 de la ecuación [7.17] puede expresarse como se indica:

$$f_3 = k \frac{(\prod C_{ir}^{\alpha_r} - \prod C_{ip}^{\alpha_p} / K_e)}{(1 + \sum K_i C_i^{\beta_i})^m} \quad [7.22]$$

La constante k que aparece en la ecuación [7.22] es la constante cinética, función de la temperatura mediante la ecuación [7.21]. Las constantes del denominador pueden, a su vez, ser funciones de otras constantes: cinéticas o de adsorción física, y su dependencia con la temperatura puede no seguir la ecuación de Arrhenius. En general, la dependencia de las constantes K_i , con la temperatura se expresa como:

$$K_i = K_{0i} \exp\left(-\frac{\Delta E_i}{RT}\right) \quad [7.23]$$

donde ΔE_i puede tener signo positivo o negativo según los casos.

Al igual que ocurría con la función f_2 en cinéticas de variables separables, la función f_3 se obtiene a partir de un mecanismo de reacción o de forma meramente empírica. Como ejemplo, se consideran dos reacciones químicas de gran importancia en la industria de alimentos cuya ecuación cinética es de variables no separables: una reacción catalizada por una enzima y el crecimiento de microorganismos.

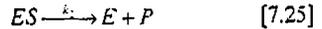
• *Cinética de una reacción enzimática*

En este caso la ecuación cinética de uso más general se obtiene a partir del mecanismo propuesto por Michaelis-Menten, que considera que la enzima (o biocatalizador), denominada E , se combina de forma reversible con el sustrato, S , para formar un complejo, ES .

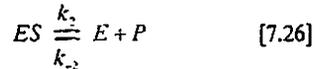


Este complejo ES se descompone posteriormente dando el producto, P , y liberando de nue-

vo la enzima al medio de reacción. La descomposición puede darse de forma irreversible, de acuerdo a:



o reversible, de acuerdo a:



En el mecanismo anterior se supone estado pseudoestacionario, siendo por tanto cero la velocidad global de formación del complejo enzima-sustrato. Con esta hipótesis, las ecuaciones cinéticas que se deducen del mecanismo representado en las ecuaciones [7.24] a [7.26], corresponden a la expresión [7.27] (para una descomposición irreversible a producto) o [7.28] (para una descomposición reversible a producto).

$$r = \frac{k_2 C_{E0} C_S}{K_m + C_S} \quad [7.27]$$

$$r = \frac{k_1 k_2 C_{E0} C_S - k_{-1} k_{-2} C_{E0} C_P}{k_{-1} + k_2 + k_1 C_S + k_{-2} C_P} \quad [7.28]$$

siendo C_{E0} la concentración total de enzima (en forma libre o formando complejo), C_S y C_P , las concentraciones de sustrato y producto, respectivamente, y k_1 , k_2 , k_{-1} , y k_{-2} las constantes cinéticas de las reacciones directas o inversas, de acuerdo al mecanismo representado en las ecuaciones [7.24] a [7.26].

La constante K_m es la constante de Michaelis que, para una descomposición irreversible a producto es función de k_1 , k_{-1} y k_2 de acuerdo a:

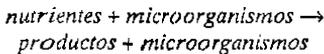
$$K_m = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1} \quad [7.29]$$

y que da idea de la estabilidad del complejo ES . A mayor valor de K_m , menos estable es este complejo enzima-sustrato.

Es evidente que, si se manipulan adecuadamente las ecuaciones [7.27] y [7.28], se llega a una expresión como la representada de forma general en la ecuación [7.22].

• Cinética de un crecimiento microbiano

El crecimiento de microorganismos mediante unas sustancias orgánicas, denominadas *nutrientes*, es un tipo de reacción autocatalizada, ya que uno de los productos de la reacción (los microorganismos o biomasa) actúa como catalizador del proceso. Se representa de la siguiente forma:



La ecuación cinética que más se utiliza para predecir la velocidad de esta reacción es una empírica propuesta por Monod, donde la velocidad de crecimiento de la biomasa se expresa:

$$R_B = \frac{\mu_m C_N}{K_N + C_N} C_B \quad [7.30]$$

siendo μ_m y K_N los parámetros cinéticos del crecimiento del microorganismo con ese sustrato N . Es habitual introducir una simplificación que consiste en asumir una relación estequiométrica constante entre la biomasa, B , y los nutrientes, N :

$$-\frac{dC_B}{dC_N} = Y \quad \therefore (-R_N) = \frac{R_B}{Y} \quad [7.31]$$

El parámetro Y es el rendimiento a biomasa, definido como la cantidad de biomasa formada por masa de nutriente consumida. Puede observarse que la ecuación [7.30] tiene un forma análoga a la de la cinética enzimática de Michaelis-Menten [7.27]. La principal diferencia entre ambas es que, mientras la concentración de enzi-

ma (que actúa como catalizador) permanece inalterable tras la reacción, la cantidad de biomasa (que también actúa como catalizador) se ve modificada durante el proceso.

En efecto, cuando en un medio con una concentración inicial de nutrientes se siembra una pequeña cantidad de microorganismos, se observa que al principio la velocidad con la que se convierten los nutrientes es muy baja (ya que la cantidad de catalizador es pequeña). Al ir aumentando el tiempo, aumenta la concentración de microorganismos, y por tanto la velocidad con que se convierten los nutrientes, hasta que llega un punto donde la concentración de nutrientes es tan baja que la velocidad prácticamente se anula y se alcanza un máximo para la biomasa. En la figura 7.5 se ha representado de forma esquemática esta diferencia en la evolución con el tiempo de un proceso enzimático y otro microbiano

En el cuadro 7.1 se ofrecen a modo de resumen algunas expresiones cinéticas de variables separables y no separables, expresadas tanto en función de la concentración como de la conversión fraccional del reactivo elegido como clave. Para un reactivo genérico A la conversión, X_A , se define como:

$$X_A = \frac{n_{A0} - n_A}{n_{A0}} \quad [7.32]$$

siendo n_{A0} y n_A los moles de A iniciales y a un cierto tiempo, respectivamente. Si el volumen V de reacción es constante, como ocurre siempre en reacciones en fase líquida, al dividir por V el numerador y denominador de la ecuación [7.32] se puede expresar la conversión de A en función del cambio de concentración mediante:

$$X_A = \frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0}} \quad [7.33]$$

Para relacionar las concentraciones del resto de los compuestos con la del reactivo A , en sis-

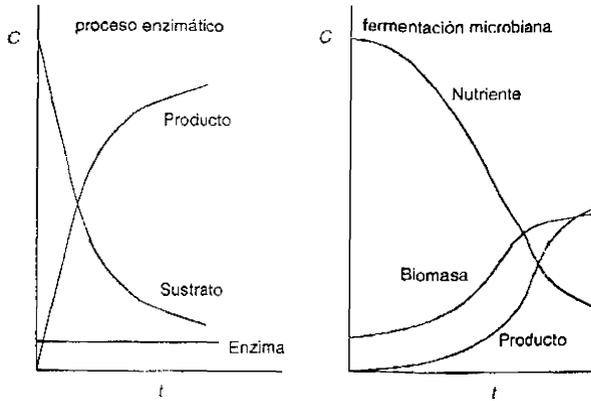


FIGURA 7.5. Diferencia entre un proceso enzimático y microbiano.

temas a volumen constante, se utiliza la siguiente expresión:

$$C_j = C_{j0} \pm \frac{v_j}{v_A} C_{A0} X_A \quad [7.34]$$

donde el signo \pm será positivo cuando j se trate de un producto y negativo cuando se trate de un reactivo. Si se introduce el parámetro M_j que representa el cociente:

$$M_j = \frac{C_{j0}}{C_{A0}} \quad [7.35]$$

la ecuación [7.34] se puede escribir de nuevo como:

$$C_j = C_{A0} \left(M_j \pm \frac{v_j}{v_A} X_A \right) \quad [7.36]$$

con el criterio de signos antes indicado para los coeficientes estequiométricos.

7.4.2. Determinación de la ecuación cinética

La determinación de la ecuación cinética de la reacción considerada supone obtener una relación o ecuación algebraica —enunciada de forma genérica en las ecuaciones [7.16] y [7.17]— que permita predecir de forma cuantitativa la velocidad de reacción en función de las variables. Por tanto, hay que determinar la forma de la ecuación cinética y calcular el valor de los parámetros cinéticos que aparecen en ella.

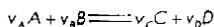
Desafortunadamente, la ecuación cinética de una reacción no se puede predecir o estimar a priori, por lo que, o bien se dispone de información bibliográfica para el mismo sistema e intervalo de las variables considerado, o bien la ecuación cinética se debe determinar de forma experimental.

El procedimiento a seguir en esta determinación experimental implica la realización de las siguientes etapas:

1. Elección del tipo de recipiente (reactor) donde llevar a cabo la reacción química. Estos equipos, que se tratarán con mayor

CUADRO 7.1

Reacciones simples. Expresión de la velocidad de reacción en función del compuesto clave



Sistemas a volumen constante

Orden 1, A	$r = k C_A$ [7.37]	$r = k C_{A0}(1 - X_A)$ [7.38]
Orden 2, A	$r = k C_A^2$ [7.39]	$r = k C_{A0}^2(1 - X_A)^2$ [7.40]
Orden 1 A y B	$r = k C_A C_B$ [7.41]	$r = k C_{A0}^2(1 - X_A) \left(M_B - \frac{v_B}{v_A} X_A \right)$ [7.42]
Elemental	$r = k C_A^{m_A} C_B^{m_B}$ [7.43]	$r = k C_{A0}^{m_A+m_B} (1 - X_A)^{m_A} \left(M_B - \frac{v_B}{v_A} X_A \right)^{m_B}$ [7.44]
Reversible Elemental	$r = k \left(C_A^{m_A} C_B^{m_B} - \frac{C_C^{m_C} C_D^{m_D}}{K_e} \right)$ [7.45]	$r = k \left(C_{A0}^{m_A+m_B} (1 - X_A)^{m_A} \left(M_B - \frac{v_B}{v_A} X_A \right)^{m_B} - \frac{C_{A0}^{m_C+m_D} \left(M_C + \frac{v_C}{v_A} X_A \right)^{m_C} \left(M_D + \frac{v_D}{v_A} X_A \right)^{m_D}}{K_e} \right)$ [7.46]
Michaelis-Menten (Irreversible)	$r = \frac{\mu_{max} C_S}{K_m + C_S}$ [7.47]	$r = \frac{\mu_{max} C_{S0}(1 - X_S)}{K_m + C_{S0}(1 - X_S)}$ [7.48]
Monod	$(-R_N) = \frac{\mu_m C_N}{(K_N + C_N) \left(\frac{C_{N0} + (C_{N0} - C_N)Y}{Y} \right)}$ [7.49]	$(-R_N) = \frac{\mu_m C_{N0}(1 - X_N)}{(K_N + C_{N0}(1 - X_N)) \left(\frac{C_{N0} + (C_{N0} - C_{N0}(1 - X_N))Y}{Y} \right)}$ [7.50]

profundidad en el capítulo 8, se pueden clasificar en dos tipos extremos:

- *Reactores discontinuos.* La reacción se efectúa por cargas, sin entrada ni salida durante el tiempo que dura la reacción. Por tanto, la composición en el reactor varía con el tiempo.
- *Reactores continuos.* Los reactivos se alimentan de forma continua al reactor y los productos y reactivos parcialmente convertidos salen, también de forma continua, del reactor tras un cierto tiempo

de permanencia en éste, τ . La composición en el reactor depende del valor de τ y de las condiciones de entrada, pero no del tiempo. Ambos equipos se representan de forma esquemática en la figura 7.6.

2. Selección de las condiciones de operación o campo de las variables. Hay que delimitar el intervalo de temperatura y de concentraciones de aquellas especies que influyen en la ecuación cinética: reactivos, productos y catalizador, si el caso. La ecuación

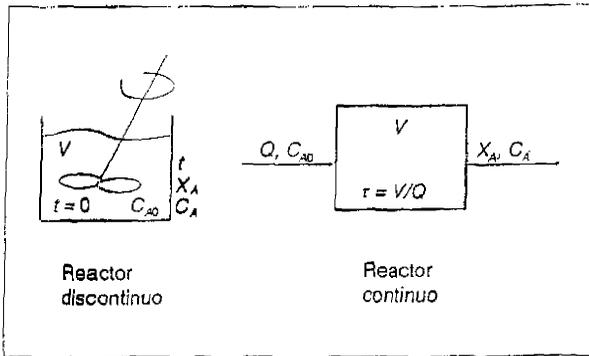


FIGURA 7.6. Equipos en continuo y discontinuo donde llevar a cabo la reacción química.

ción cinética será válida en el intervalo de variables en el que se haya obtenido y extrapolaciones fuera de este intervalo han de emplearse con precaución.

- Seguimiento del transcurso de la reacción, *analizando cómo varía la composición del reactivo clave con el tiempo de reacción o con el tiempo de residencia*—según se trate de reactores discontinuos o continuos, respectivamente—. La composición del resto de los componentes se determina por relaciones estequiométricas de acuerdo a la ecuación [7.36]. En cuanto a la temperatura, la táctica más frecuente es mantener un valor constante en el reactor durante el experimento—funcionamiento isoterma— y realizar ensayos a diversas temperaturas para analizar la influencia de esta variable.
- Interpretación de los datos experimentales. La interpretación de los datos obtenidos en el apartado anterior: datos integrales a temperatura constante (C_A frente a t o C_A frente a τ), se puede realizar por dos métodos. En el primer método los datos se interpretan a través del cálculo de la velocidad de reacción, convirtiendo estos datos integrales en datos diferenciales y aplicando el método diferencial para deter-

minar los parámetros cinéticos. En el segundo método, denominado método integral, los datos obtenidos se interpretan directamente, sin manipularlos, para obtener la velocidad de reacción.

A continuación se desarrollan ambos métodos para el caso de una experimentación en reactor discontinuo, que es, por otra parte, el equipo más utilizado en la determinación de ecuaciones cinéticas.

A) Método diferencial

Se establecen como etapas generales las siguientes:

- Cálculo de la velocidad de reacción.
- Propuesta de uno o varios modelos que proporcionen una ecuación algebraica que relacione la velocidad con las variables (concentración y temperatura).
- Cálculo de los parámetros cinéticos de los modelos propuestos por ajuste de los datos experimentales.
- Discriminación del modelo cinético más adecuado.

Las anteriores etapas se comentan, brevemente, a continuación.

1. **Cálculo de la velocidad de reacción.** La curva C_A frente a t se ha obtenido en un reactor discontinuo y a temperatura constante. La velocidad de desaparición de A en cada tiempo, $(-R_A)_t$, se calcula como la derivada de esta curva. Una vez determinada $(-R_A)_t$, la velocidad de reacción a ese tiempo, r_t , se relaciona con la de desaparición de A a través de la ecuación [7.15]. Por tanto, el valor de r al tiempo t , r_t , se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$r_t = \frac{-R_A}{\nu_A} = \frac{-1}{\nu_A} \left(\frac{dC_A}{dt} \right) \quad [7.51]$$

La derivada de la curva C_A al tiempo t es la pendiente de la recta tangente, tal como se muestra en la figura 7.7. La evaluación de los valores de r_t se realiza por un procedimiento gráfico o numérico. Dos de los métodos numéricos frecuentemente aplicados son:

- **Incrementos finitos.** En cada intervalo de tiempo $t_{i+1} - t_i$ se supone que la curva es prácticamente una recta (simplificación que es más correcta cuanto menor sea Δt) y se calcula la velocidad como la pendiente de dicha recta:

$$r_{\Delta t} = \frac{-\Delta C_A}{\nu_A \Delta t} = \frac{C_{A_i} - C_{A_{i+1}}}{\nu_A (t_{i+1} - t_i)} \quad [7.52]$$

- **Ajuste de CA a una función del tiempo y derivación analítica en cada tiempo.** Los datos experimentales de C_A frente a t están afectados siempre de un cierto error experimental que, aun siendo pequeño, puede introducir un error significativo en el cálculo de la velocidad por derivación. De hecho, ésta es la principal fuente de error en la determinación de la ecuación cinética cuando se aplica el método diferencial a los datos de un reactor discontinuo.

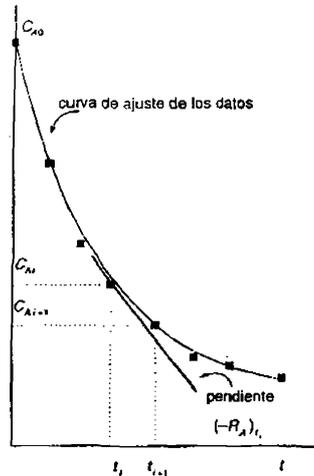


FIGURA 7.7. Procedimiento para determinar la velocidad de reacción con datos de reactores discontinuos.

2. **Propuesta del modelo cinético.** Una vez que se ha determinado la velocidad de reacción, se proponen uno o varios modelos cinéticos que relacionen la velocidad con las variables. La propuesta del modelo debe tener en cuenta las características de la reacción. Por ejemplo, si la constante de equilibrio no es elevada hay que introducir el término correspondiente a los productos, si la reacción se lleva a cabo mediante catalizadores la cinética suele ser de variables no separables, etc.

En ocasiones, para proponer los modelos cinéticos es conveniente analizar de forma cualitativa la influencia de las variables en la velocidad de reacción. Este análisis suele realizarse a partir de las velocidades iniciales, r_0 , que son las obtenidas a tiempos cortos, por tanto en el tramo inicial de la curva C_A frente a t , cuando el cambio relativo de concentración, o conversión, es pequeño y la concentración es prácticamente la inicial: C_{i0} . Por ejemplo, para la reacción genérica



se puede representar la variación de r_0 frente a C_{j0} a partir de experimentos llevados a cabo a distintas concentraciones iniciales de un compuesto j (manteniendo constante la temperatura y el resto de las concentraciones). Si la curva obtenida es como la representada en la figura 7.8a significa que hay una dependencia lineal de la velocidad con esa concentración, en la curva 7.8b la dependencia es potencial y en la curva 7.8c hiperbólica. En este último caso, la función debe ser de variables no separables, con la concentración de ese compuesto incluida en el denominador.

El uso de las velocidades iniciales puede suponer una experimentación adicional considerable, pero en ocasiones es muy útil para determinar la forma correcta del modelo cinético.

3. *Cálculo de los parámetros cinéticos de los modelos propuestos.* Ha de realizarse un ajuste de los datos experimentales a los modelos propuestos en la etapa anterior. Si se han llevado a cabo experimentos en un reactor discontinuo similares al representado en la figura 7.7, se dispone de los valores representados esquemáticamente en el cuadro 7.2. Como se observa en este cuadro, en cada experimento se obtiene un valor de velocidad inicial y diversos valores de la velocidad con el tiempo.

CUADRO 7.2
Experimentos realizados en reactor discontinuo para la determinación de ecuaciones cinéticas

T_1	C_{A0i}	t	C_{Aj}	C_{j0}	r_t
	$C_{j0i} (j = B, C, D)$	0	C_{A0}	C_{j0}	r_0
	r_{0i}	t_1	-	-	-
		t_2	-	-	-
	C_{A0K}	t	C_{Aj}	C_{j0}	r_t
	$C_{j0K} (j = B, C, D)$	0	C_{A0}	C_{j0}	r_0
		t_1	-	-	-
		t_2	-	-	-
	r_{0K}				
	$K = II, III, \text{etc.}$	t_1	-	-	-
T_j $j = 1, 2, 3$	C_{A0i}	t	C_{Aj}	C_{j0}	r_t
	$C_{j0i} (j = B, C, D)$	0	C_{A0}	C_{j0}	r_0
	r_{0i}	t_1	-	-	-
		t_2	-	-	-
	C_{A0K}	t	C_{Aj}	C_{j0}	r_t
	$C_{j0K} (j = B, C, D)$	0	C_{A0}	C_{j0}	r_0
		t_1	-	-	-
		t_2	-	-	-
	r_{0K}				
	$K = II, III, \text{etc.}$	t_1	-	-	-

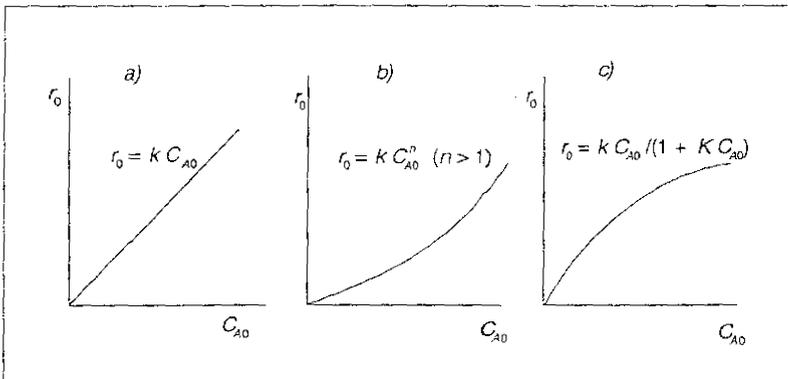


FIGURA 7.8. Influencia de la concentración en la velocidad inicial. Dependencia: a) lineal; b) potencial y c) hiperbólica.

Si se ha realizado el análisis de velocidades iniciales comentado en el punto anterior, se dispone de datos procedentes de experimentos realizados a diversas concentraciones iniciales (subíndice K). Si no se ha realizado este estudio, basta con los datos de un único experimento K a cada temperatura J .

Cuando la reacción sea irreversible y siga una cinética de tipo potencial —ecuaciones [7.16] y [7.18]— que sólo sea función de la concentración de A , la ecuación cinética viene representada por:

$$r = kC_A^{\alpha_A} \quad [7.53]$$

Los parámetros cinéticos de este modelo son el orden α_A y la constante cinética k . Si se escribe la ecuación [7.53] en forma logarítmica se obtiene:

$$\log r = \log k + \alpha_A \log C_A \quad [7.54]$$

Al representar, para cada experimento del cuadro 7.2, los valores de $\log r_i$ frente a $\log C_{A_i}$, tal como se muestra en la figura 7.9, se obtiene, mediante regresión lineal, el valor de la constante k , a partir de la ordenada en el origen, y el orden cinético α_A como el valor de la pendiente.

A partir de experimentos realizados a varias temperaturas J se obtienen grupos de valores $T_J - k_J - (\alpha_A)_J$. El orden α_A no debe variar con la temperatura. Una variación significativa de este orden con dicha variable puede deberse al error introducido en el cálculo de la velocidad, o a que el modelo de la ecuación [7.53] no sea el adecuado. En el primer caso la variación de α_A suele ser aleatoria, mientras que, en el segundo, se observa generalmente una tendencia en los valores de α_A con la temperatura.

En el caso de que α_A sea razonablemente constante con T , se pueden calcular el factor preexponencial y la energía de activación de la constante k . Si se aplica la ecuación de Arrhenius en forma logarítmica a los valores obtenidos de k_j frente a T_j resulta:

$$\ln k_j = \ln k_0 - \frac{E_a}{R} \frac{1}{T_j} \quad [7.55]$$

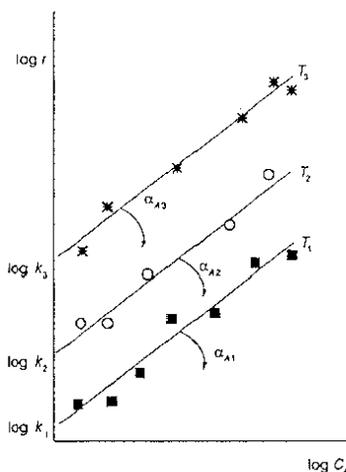


FIGURA 7.9. Cálculo de la constante cinética y el orden de reacción. Método diferencial y cinética potencial.

si el modelo considerado es correcto, al representar $\ln k_j$ frente a $1/T_j$ se debe obtener una recta, tal como se muestra en la figura 7.10, donde el factor preexponencial y la energía de activación se calculan a partir de la ordenada en el origen y de la pendiente, respectivamente.

Cuando el modelo potencial inicialmente supuesto no es válido, han de proponerse otros modelos y calcular los parámetros cinéticos que aparecen en ellos. Por ejemplo, si se puede suponer que la ecuación cinética para la reacción considerada viene expresada, de forma general, por la ecuación [7.56]:

$$r = \frac{k(C_A^{\alpha_A} C_B^{\alpha_B} - C_C^{\alpha_C} C_D^{\alpha_D} / K_r)}{(1 + K_A C_A^{\beta_A} + K_B C_B^{\beta_B} + K_C C_C^{\beta_C} + K_D C_D^{\beta_D})^{\omega}} \quad [7.56]$$

siendo k y K_A, K_B, K_C y K_D constantes que son funciones de la temperatura de acuerdo a las ecuaciones [7.21] y [7.23], respectivamente.

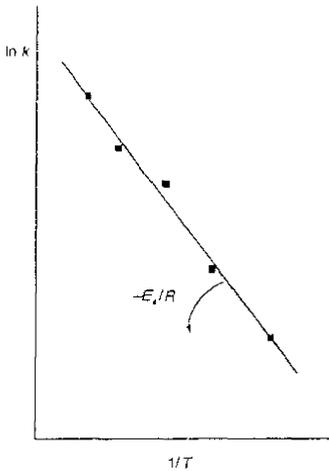


FIGURA 7.10. Dependencia de la constante cinética con la temperatura de acuerdo a la ecuación de Arrhenius.

En este caso, no es posible calcular los parámetros mediante una simple linealización, como se realizó con el modelo potencial de la ecuación [7.53], y se proponen las siguientes alternativas:

- a) Se suponen unos valores para los órdenes α_j , β_j y ω que aparecen en la ecuación [7.56]. En cada uno de los experimentos del cuadro 7.2, realizados a una temperatura T , los valores experimentales de C_j ($j = A, B, C, D$) y de r obtenidos a cada tiempo t se ajustan mediante alguna técnica de regresión: regresión no lineal si se utiliza directamente la ecuación [7.56] o regresión lineal múltiple si se manipula adecuadamente esta ecuación, y se calculan a cada temperatura los parámetros k y K_j . Este procedimiento se repite a todas las temperaturas empleadas y finalmente se determinan los correspondientes factores pre-exponenciales y energías de activación correspondientes a los parámetros k y K_j .
- b) Se suponen valores para los órdenes α_j , β_j y ω que aparecen en la ecuación [7.56], sus-

tituyendo las constantes k y K por funciones de la temperatura de acuerdo a las ecuaciones [7.21] y [7.23], respectivamente. Se ajustan los valores de C_j ($j = A, B, C, D$) y de r en cada tiempo t , analizando a la vez los resultados de todos los experimentos recogidos en el cuadro 7.2, siendo la temperatura, por tanto, una variable más. En este procedimiento la técnica de regresión es siempre no lineal. Los parámetros que se obtienen por regresión son k_0 , E_a , K_{0j} y ΔE_{aj} .

Por cualquiera de los dos métodos anteriores, y si se suponen otros valores de los órdenes α_j , β_j y ω , se calculan otros valores de los parámetros cinéticos. Es evidente que el número de combinaciones que se puede utilizar para los órdenes α_j , β_j y ω da lugar a un número muy elevado de modelos cinéticos.

Por ello, en casos de cinéticas complejas resulta conveniente utilizar algún análisis preliminar, que permita restringir los valores de estos órdenes (diseño factorial y secuencial de experimentos, análisis de velocidades iniciales en función de las variables, propuesta de un mecanismo de reacción, etc.), o bien utilizar expresiones existentes en bibliografía para reacciones del mismo tipo o similares, calculando los parámetros cinéticos por ajuste de los datos experimentales.

4. *Discriminación del modelo cinético.* Si se han considerado varios modelos cinéticos posibles y se han determinado los valores de los parámetros cinéticos para cada uno de estos modelos, la selección o discriminación del modelo más adecuado se realiza aplicando criterios de tipo estadístico y físico.

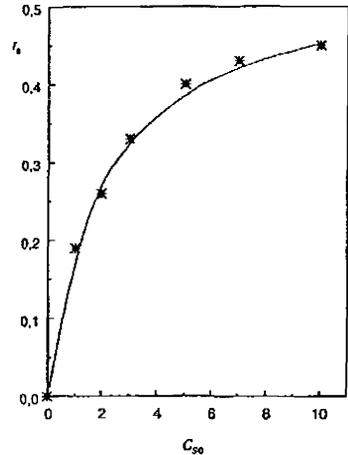
Debe obtenerse un buen ajuste del modelo a los datos experimentales y los parámetros deben tener sentido físico. El grado de ajuste se determina examinando los parámetros estadísticos propios de la regresión utilizada, que informan sobre el grado de confianza de los parámetros obtenidos, y calculando el residuo total generado. Este residuo se define como:

$$RES = \sum (y_{exp} - y_{cal})^2 \quad [7.57]$$

siendo la función a ajustar, en este caso la velocidad de reacción, y donde los subíndices *exp* y *cal* se refieren a los valores experimentales y a los valores calculados aplicando el modelo cinético a estudio, respectivamente. Los valores de los residuos ($y_{exp} - y_{cal}$) deben ser aleatorios con respecto a las variables que engloba la ecuación cinética: concentración y temperatura.

Para que los parámetros tengan sentido físico las constantes *k* y *K*, deben ser positivas y tener una variación adecuada con la temperatura. En el caso de la constante cinética *k*, su valor debe aumentar con la temperatura, mientras que para los valores de la constante *K* no existe un criterio de aplicación general.

concentración de sustrato la variación se va haciendo menos lineal.



Variación de la velocidad inicial con la concentración inicial de sustrato.

Ejemplo 7.3. Aplicación del método diferencial con datos de velocidad inicial.

La obtención de un producto *P* a partir del sustrato *S* se lleva a cabo mediante una enzima. Se han realizado experimentos en un reactor discontinuo empleando diversas concentraciones iniciales de sustrato, C_{S0} , y la misma concentración de enzima, C_{E0} . Las curvas obtenidas de C_S frente a *t* se han derivado numéricamente y los valores de la derivada obtenidos en cada experimento a tiempo cero, cambiando el signo, son los valores de velocidad inicial r_0 que aparecen en la tabla.

C_{S0}	1	2	3	5	7	10
r_0	0,19	0,26	0,33	0,4	0,43	0,45

Determinar la ecuación cinética y calcular los parámetros del modelo.

Solución

Al representar r_0 frente a C_{S0} se obtiene una curva como la representada en la figura que aparece a continuación. Se observa que al aumentar la

El orden cinético para el sustrato oscila entre 1, a bajas concentraciones, y 0, a elevadas concentraciones, lo que puede ser explicado mediante el modelo cinético de tipo Michaelis-Menten de la ecuación [7.27]. Para los valores de tiempo cero de la tabla este modelo corresponde a:

$$r_0 = \frac{k_2 C_{E0} C_{S0}}{K_m + C_{S0}}$$

Denominando $\mu_{max} = k_2 C_{E0}$ y manipulando la ecuación anterior para convertirla en una ecuación lineal se obtiene la siguiente expresión (linealización de Eadie-Foster)

$$r_0 = \mu_{max} - K_m \frac{r_0}{C_{S0}}$$

Ajustando mediante regresión lineal los valores de r_0 frente a r_0/C_{S0} de la tabla se obtienen los siguientes parámetros:

ordenada en el origen = $\mu_{max} = 0,54$
 pendiente = $-K_m = -1,917$
 correlación² = $0,97$

Con estos parámetros, y para cada valor de C_{S0} de la tabla se han reproducido los datos de r_0 . Los valores calculados se muestran en la figura en línea continua. Se observa un excelente ajuste de los datos experimentales por lo que el modelo cinético de Michaelis-Menten propuesto reproduce adecuadamente los datos experimentales.

pueden relacionarse con la concentración del reactivo clave A por estequiometría mediante las ecuaciones [7.34] a [7.36], válidas cuando el volumen del sistema de reacción sea constante. De este modo, en la ecuación [7.58] las variables se reducen a la variable dependiente C_A y a la variable independiente t , con lo que la función $f(T, C_j)$ se puede expresar como el producto de una constante cinética k por una función de $\psi(C_A)$:

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{-1}{v_A} \frac{dC_A}{f(T, C_j)} \stackrel{T, v_{est}}{=} \frac{1}{k} \int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{-1}{v_A} \frac{dC_A}{\psi(C_A)} = \int_0^t dt = t \quad [7.59]$$

B) Método integral

La diferencia entre este método y el método diferencial radica en que en el método integral los datos de C_A frente a t se analizan directamente y no a través del cálculo de la velocidad. En las etapas generales propuestas en el método diferencial, empleando un reactor discontinuo, los pasos 1 y 2 se pueden sustituir ahora por los siguientes:

1. Propuesta de un modelo cinético que proporcione una ecuación algebraica que relacione la velocidad con las variables (concentración y temperatura), sustituyendo la velocidad r_i que aparece en la ecuación [7.51] por dicha expresión, resultando:

$$\frac{-1}{v_A} \left(\frac{dC_A}{dt} \right) = f(T, C_j) \quad [7.58]$$

La función $f(T, C_j)$ de la ecuación [7.58] se puede suponer de variables separables (ecuaciones [7.16], [7.18], [7.19]) o no separables (ecuaciones [7.17] y [7.22]).

2. Integración de la ecuación [7.58], separando las variables dependientes (C, T) e independientes (t). Si la temperatura es constante durante el experimento, las únicas variables son C_j y t . A su vez, las concentraciones de todos los compuestos j

La integración de la ecuación [7.59] será más o menos compleja según sea la función propuesta para $\psi(C_A)$. Como ejemplo, y al igual que en el método diferencial, se considera una cinética potencial como la representada en la ecuación [7.53], con lo que la ecuación [7.59] se puede reemplazar por:

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{-1}{v_A} \frac{dC_A}{C_A^{\alpha_A}} = k \int_0^t dt = kt \quad [7.60]$$

ecuación que se integra en función del orden α_A obteniendo las siguientes expresiones:

$$\alpha_A = 1 \quad \frac{1}{v_A} \ln \left(\frac{C_{A0}}{C_A} \right) = kt \quad [7.61]$$

$$\alpha_A \neq 1 \quad \frac{1}{v_A (\alpha_A - 1)} \left(\frac{1}{C_A^{\alpha_A - 1}} - \frac{1}{C_{A0}^{\alpha_A - 1}} \right) = kt \quad [7.62]$$

Es evidente que en el método integral el valor del orden α_A debe ser introducido como dato. Un valor orientativo para este orden es el que se obtiene al aplicar el método diferencial (recuérdese la ecuación [7.54] y la figura 7.9).

Cuando la cinética no es potencial la integración de la ecuación [7.59] es numéricamente más compleja. En el cuadro 7.3 se muestra el resultado de la integración de algunas de las ecuaciones cinéticas propuestas en el cuadro 7.1. Esta integración se ha realizado con datos obtenidos en un reactor discontinuo, y en experimentos a temperatura y volumen constantes. Las expresiones integradas se dan en función de la conversión (y en algunos casos también de la concentración) del reactivo elegido como compuesto clave.

En cuanto a las etapas 3 y 4 son, esencialmente, las mismas que las comentadas en el método diferencial. Brevemente, se resumen en:

3. Calcular los parámetros cinéticos (constantes k y K) de los modelos cinéticos pro-

puestos. En este caso la regresión se realiza con las ecuaciones integradas y no con la velocidad de reacción. Para el ejemplo de cinética potencial irreversible de la ecuación [7.60], el valor de la constante cinética k se obtiene ajustando por regresión lineal el primer miembro de las ecuaciones [7.61] o [7.62] frente al tiempo, tal como se muestra en la figura 7.11. El orden cinético será correcto si los datos de esta representación se alinean en una recta, para todas las temperaturas consideradas. En caso contrario, deberán probarse otros modelos.

El ajuste de los datos se lleva a cabo temperatura a temperatura, o introduciendo la temperatura como variable

CUADRO 7.3
Expresiones integradas de la velocidad en un reactor discontinuo isotermo y a volumen constante.
Reacción simple y coeficiente estequiométrico $\nu_A = 1$

$\nu_A A + \nu_B B \rightleftharpoons \nu_C C + \nu_D D$		
Orden 1, A	$t = \frac{1}{k} \ln \frac{C_{A0}}{C_A}$ [7.63]	$t = \frac{1}{k} \ln \frac{1}{1-X_A}$ [7.64]
Orden 2, A	$t = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A0}} \right)$ [7.65]	$t = \frac{1}{k C_{A0}} \left(\frac{1}{1-X_A} - 1 \right)$ [7.66]
Orden n respecto a A ($n \neq 1$)	$t = \frac{1}{(n-1)k} \left(\frac{1}{C_A^{n-1}} - \frac{1}{C_{A0}^{n-1}} \right)$ [7.67]	$t = \frac{1}{(n-1)k C_{A0}^{n-1}} \left(\frac{1}{(1-X_A)^{n-1}} - 1 \right)$ [7.68]
Orden 1 respecto a A y B	$t = \frac{1}{k C_{A0} \left(M_B - \frac{\nu_B}{\nu_A} \right)} \ln \left(\frac{1}{M_B} \frac{M_B - \frac{\nu_B}{\nu_A} X_A}{1 - X_A} \right)$ [7.69]	
Cinética de Michaelis-Menten (irreversible)	$t = \frac{1}{\mu_{max}} \left(K_m \ln \frac{C_{S0}}{C_S} + (C_{S0} - C_S) \right)$ [7.70]	$t = \frac{1}{\mu_{max}} \left(K_m \ln \frac{1}{1-X_S} + C_{S0} X_S \right)$ [7.71]
Cinética de Monod	$t = \frac{1}{\mu_m (C_{S0} + Y C_{N0})} \left(Y K_N \ln \frac{C_{N0}}{C_N} + (Y K_N + Y C_{N0} + C_{S0}) \ln \left(\frac{Y(C_{N0} - C_N) + C_{S0}}{C_{S0}} \right) \right)$ [7.72]	

mediante las ecuaciones [7.21] y [7.23]. Al emplear las ecuaciones integradas, el cálculo de los parámetros cinéticos se realiza directamente a partir de los datos experimentales C frente a t . Se evita, por tanto, el cálculo de la velocidad de reacción, etapa necesaria en el método diferencial, y el error que esto puede introducir. En otras palabras, los parámetros cinéticos se obtienen con menos error en el método integral que en el diferencial, aunque el método diferencial proporciona información cualitativa y cuantitativa que puede ser útil para aplicar el método integral.

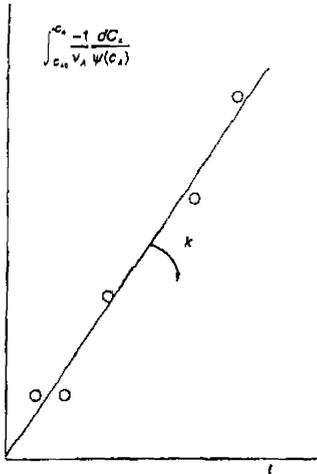


FIGURA 7.11. Determinación de una ecuación cinética por el método integral.

4. **Discriminación del modelo cinético.** Esta etapa resulta prácticamente idéntica a la comentada en el método diferencial. Varía es que la función a ajustar en la ecuación [7.57] no es la velocidad, sino la concentración o el tiempo, según se manipulen las ecuaciones integradas del cuadro 7.3.

Ejemplo 7.4. Aplicación del método integral para determinar la ecuación cinética.

La hidrólisis de un éster A con hidróxido sódico B para dar la sal sódica C y el alcohol D se ha estudiado en un reactor discontinuo isotermo. La mezcla inicial tiene la siguiente composición $C_{A0} = C_{B0} = 0,2 \text{ mol L}^{-1}$ y se ha obtenido la variación de la conversión de A con el tiempo que se muestra en la tabla:

t (min),	0	60	110	390	770
X_A	0	0,133	0,213	0,437	0,566

Determinar la ecuación cinética.

Solución

La reacción puede representarse por $A + B \rightarrow C + D$. Considerando que la ecuación cinética es de tipo potencial

$$r = kC_A^n C_B^m$$

Relacionando las concentraciones de A y B con la conversión de A mediante las ecuaciones [7.33] y [7.35-7.36], respectivamente:

$$C_A = C_{A0}(1 - X_A); \quad M_B = \frac{C_{B0}}{C_{A0}} = 1; \quad C_B = C_{A0} \left(1 - \frac{1}{1} X_A \right)$$

en este caso, para cualquier tiempo, se cumple que:

$$C_A = C_B$$

Sustituyendo en la ecuación cinética, se puede simplificar ésta a una expresión que sólo es función de C_A :

$$r = kC_A^n C_B^m = kC_A^{n+m} = kC_A^p$$

Para calcular la constante cinética k y el orden global p se utiliza el método diferencial y/o el método integral.

- Método diferencial

A partir de los datos de la tabla se calculan los valores de r en cada tiempo. Como el coeficiente estequiométrico de A es $\nu_A = 1$, la velocidad de reacción es igual a la de desaparición de A:

$$r = (-R_A) = -\frac{dC_A}{dt}$$

La derivada de la curva C_A frente a t (curva que se muestra en la figura que aparece a continuación) se calcula por diversas técnicas numéricas.

$\bar{r}_{A\Delta}$ mol L ⁻¹ min ⁻¹	4,43 · 10 ⁻⁴	3,20 · 10 ⁻⁴	1,60 · 10 ⁻⁴	0,68 · 10 ⁻⁴
$\bar{C}_{A\Delta}$ mol L ⁻¹	0,187	0,165	0,135	0,100

Tomando logaritmos a la ecuación cinética

$$\log \bar{r} = \log k + p \log \bar{C}_A$$

y ajustando mediante regresión lineal $\log \bar{r}$ vs. $\log \bar{C}_A$ se calcula la constante cinética y el orden de reacción. Se obtiene:

$$\begin{aligned} \log k &= -1,14 \quad (k = 0,071) \\ p &= 3 \\ \text{correlación}^2 &= 0,99. \end{aligned}$$

- Método integral

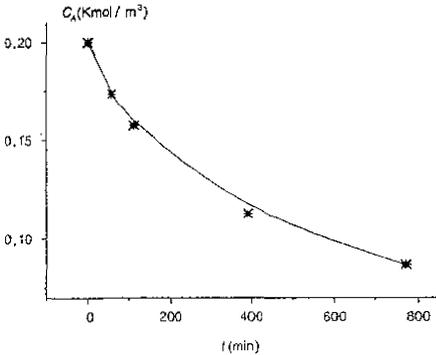
Ya que el método diferencial ha proporcionado una buena correlación en el ajuste, se puede emplear el orden calculado en el método diferencial, $p = 3$, para integrar la ecuación [7.60]. La expresión integrada es la ecuación [7.67] del cuadro 7.3 para un orden de 3.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_{A1}^2} - \frac{1}{C_{A0}^2} \right) = kt$$

representando el miembro de la izquierda frente a tiempo (como se muestra en la que aparece a continuación) se observa que los valores se alinean en una recta, lo que confirma el orden supuesto $p = 3$. Ajustando por regresión lineal el primer miembro de esta última ecuación frente al tiempo se calcula la constante cinética como la pendiente de la recta, obteniendo

$$k = 0,07 \text{ L}^3 \text{ mol}^{-2} \text{ min}^{-1}$$

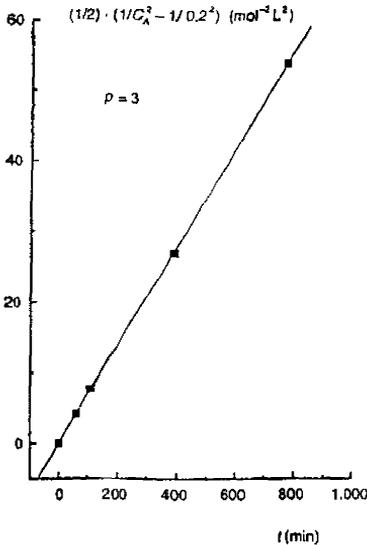
La ordenada en el origen es = 0 y la correlación² = 0,9999.



Concentración del reactivo A frente a tiempo.

Los valores obtenidos por el método de incrementos, $\bar{r}_{A\Delta}$ (ecuación 7.52) se presentan en la siguiente tabla. Estos valores se refieren a la concentración de A promedio en Δt , calculada como la media aritmética de concentraciones en este intervalo de tiempo:

$$\bar{C}_{A\Delta} = \frac{C_{A_0} + C_{A_{\Delta-1}}}{2}$$



Aplicación del método integral para un orden $p = 3$.

C) Situaciones particulares en la determinación de ecuaciones cinéticas

Para finalizar se considera cómo se modificarían los apartados anteriores si

1. En lugar de utilizar un reactor discontinuo se emplea otro tipo de reactor para obtener datos cinéticos. En esta situación, la diferencia en el método diferencial es que la velocidad de reacción no se obtendría mediante la ecuación [7.51], sino realizando el balance de materia para el reactivo A que corresponda al reactor utilizado. Estos balances se analizarán en el capítulo 8. Al aplicar el método integral, la ecuación a integrar ya no es la ecuación [7.58] sino la que corresponda al balance materia del reactor considerado.
2. Respecto a la hipótesis realizada de suponer que el volumen del medio de reacción

permanece constante durante el experimento, si este supuesto no se cumpliera y el volumen cambiase durante la reacción no podría calcularse r mediante la ecuación [7.51] y, por tanto, tampoco podría utilizarse la expresión integrada de la ecuación [7.59]. Cuando las reacciones se llevan a cabo en fase líquida el volumen del sistema se puede considerar constante. Por el contrario, en reacciones en fase gas y a presión constante, se debe considerar la variación del volumen cuando se producen cambios significativos de la temperatura o del número de moles del sistema con la conversión del reactivo. Para una reacción simple homogénea, cuando el volumen del sistema varía, la velocidad se define como:

$$r = -\frac{1}{v_A V} \frac{dn_A}{dt} \quad [7.73]$$

El cambio de volumen, en fase gas y a presión constante, se calcula como:

$$V = V_0(1 + \epsilon_A X_A) \frac{T}{T_0} \quad [7.74]$$

siendo V_0 y T_0 el volumen y la temperatura iniciales, respectivamente. La concentración de A puede expresarse en función de la conversión a través de la siguiente ecuación:

$$C_A = \frac{C_{A0}(1 - X_A) T_0}{(1 + \epsilon_A X_A) T} \quad [7.75]$$

donde ϵ_A es el denominado factor de expansión, que se calcula como:

$$\epsilon_A = \frac{\sum v_{ip} - \sum v_{ir}}{v_A} y_{A0} \quad [7.76]$$

donde el numerador corresponde a la suma de los coeficientes estequiométricos de los pro-

ductos (p) menos la suma de los coeficientes estequiométricos de los reactivos (r), siendo y_{A0} la fracción molar inicial del reactivo A .

Hay que destacar que las reacciones en fase gas raramente se llevan a cabo en reactores discontinuos, y cuando se emplean estos reactores para fase gas lo normal es trabajar a volumen constante, dejando variar la presión cuando hay cambios en la temperatura o el número de moles con la extensión de la reacción.

3. Si la reacción no es simple sino que hay que utilizar más de una ecuación estequiométrica para describir la evolución del sistema, no se puede establecer la relación entre r y $(-R_A)$ de la ecuación [7.15] y, por tanto, no se puede aplicar la ecuación [7.51]. Dado que lo que se mide experimentalmente es el cambio en la concentración de un compuesto j , el valor que se puede determinar de modo directo es la velocidad de producción de ese compuesto, R_j . En reacciones homogéneas y para sistemas de volumen constante, la ecuación [7.13] se puede escribir como:

$$R_j = \frac{dC_j}{dt} \quad [7.77]$$

El valor de r_i para cada una de las reacciones independientes i , se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones que se plantea a partir de la ecuación [7.14], una vez conocidas las velocidades de producción de los compuestos clave, R_p para las condiciones de reacción utilizadas. En el punto siguiente se aborda, brevemente, el estudio de algunos casos particulares de reacciones complejas o múltiples.

7.5. Reacciones múltiples

Cuando se producen varias reacciones independientes la reacción no es simple sino múltiple y son necesarias tantas ecuaciones cinéticas como reacciones independientes se produzcan. La clasificación

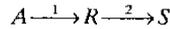
de las reacciones complejas se puede realizar, de forma simplificada, atendiendo a que las reacciones para dar productos a partir de un reactivo A se produzcan de forma simultánea o consecutiva.

En el primer caso, el esquema de reacción es en paralelo y en el segundo en serie, y ambos esquemas se representan a continuación:

– Esquema de reacción en paralelo:



– Esquema de reacción en serie:



Cuando el producto que se desea obtener es R y no S , es evidente que no sólo es necesario alcanzar una conversión del reactivo A , sino que debe procurarse que esta conversión se logre con el mayor rendimiento posible al producto deseado R .

De hecho, el criterio de obtener un rendimiento máximo suele ser el controlante para elegir el tipo de reactor y diseñar su tamaño. Este criterio prima sobre el de realizar el proceso en el mínimo tiempo de reacción o de residencia, que es el aplicado en reacciones simples. Sobre este aspecto se reincidirá en el capítulo 8, una vez analizados los distintos tipos de equipos o reactores que pueden utilizarse.

Para determinar la distribución de productos que se alcanza a un cierto valor de la conversión del reactivo A se definen dos rendimientos:

a) Rendimiento fraccional instantáneo, ϕ

$$\phi = \frac{dC_R}{-dC_A} \quad [7.78]$$

que corresponde a la cantidad de producto R formado cuando ha desaparecido una concentración diferencial de reactivo A . En un reactor discontinuo este rendimiento corresponde al cambio relativo de concentraciones producido en un diferencial de tiempo.

b) Rendimiento fraccional global, Φ

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{C_{Rf} - C_{R0}}{-\Delta C_A} = \frac{1}{-\Delta C_A} \int_{C_{R0}}^{C_{Rf}} dC_R = \\ &= \frac{1}{(C_{A0} - C_{Af})} \int_{C_{Af}}^{C_{A0}} \phi dC_A \end{aligned} \quad [7.79]$$

que corresponde a la cantidad total del producto R obtenido al tiempo final de la reacción, en el que la cantidad de A que ha reaccionado es ΔC_A .

El rendimiento que hay que optimizar es el global, Φ , pero ello supone conocer la historia de los rendimientos instantáneos, ϕ . También es conveniente analizar cuál es la velocidad relativa de formación de R respecto a S , o selectividad a R , que se puede determinar como el cociente:

$$\lambda = \frac{dC_R}{dC_S} \quad [7.80]$$

y cuál es la distribución final de productos, que se calcula como:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\Delta C_R}{\Delta C_S} = \frac{1}{\Delta C_S} \int_{C_{R0}}^{C_{Rf}} dC_R = \\ &= \frac{1}{(C_{Sf} - C_{S0})} \int_{C_{S0}}^{C_{Sf}} \lambda dC_S \end{aligned} \quad [7.81]$$

El valor de Γ debe ser el máximo posible si interesa el producto R . En los puntos siguientes se van a particularizar los rendimientos de los esquemas propuestos para paralelo y serie, utilizando cinéticas potenciales sencillas para las velocidades de las reacciones 1 y 2 que aparecen en dichos esquemas.

centraciones iniciales de los productos R y S . Para el esquema de reacción en paralelo considerado:



la evolución de los productos con el tiempo podría ser la representada en la figura 7.12.

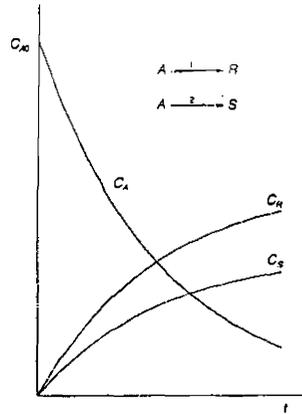


FIGURA 7.12. Curvas características para reacciones en paralelo y en reactor discontinuo.

Las velocidades de producción de A , R y S , se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} (-R_A) &= r_1 + r_2 \\ R_R &= r_1 \\ R_S &= r_2 \end{aligned} \quad [7.82]$$

donde, como es evidente, una de las velocidades de producción es linealmente dependiente de las otras dos, ya que sólo hay dos reacciones independientes.

Si se suponen cinéticas de tipo potencial e irreversible para las reacciones 1 y 2, el rendimiento fraccional se puede calcular de acuerdo a la siguiente expresión:

7.5.1. Reacciones en paralelo

Se considera el caso de un reactor discontinuo donde se introduce inicialmente una concentración de reactivo C_{A0} , siendo cero las con-

$$\phi = \frac{k_1 C_A^{n_1}}{k_1 C_A^{n_1} + k_2 C_A^{n_2}} \quad [7.83]$$

el rendimiento global será:

$$\Phi = \frac{1}{(C_{A0} - C_{Af})} \int_{C_{Af}}^{C_{A0}} \frac{1}{1 + (k_2/k_1) C_A^{n_2-n_1}} dC_A \quad [7.84]$$

la velocidad relativa de producción de *R* respecto a *S*, o selectividad a *R*, corresponde a:

$$\lambda = \frac{k_1}{k_2} C_A^{n_1-n_2} \quad [7.85]$$

Al analizar las ecuaciones [7.83] a [7.85], se extraen las siguientes conclusiones:

- a) A una temperatura determinada, según sea el valor de los órdenes n_1 y n_2 , será conveniente trabajar a concentraciones altas o bajas de *A*. Si $n_1 > n_2$ es preferible utilizar concentraciones elevadas del reactivo *A*. Por el contrario, cuando $n_1 < n_2$ será más adecuado trabajar a concentraciones bajas de *A*. En el supuesto de que $n_1 = n_2$, la concentración de reactivo no tiene influencia sobre la distribución de productos.
- b) Fijada una concentración de *A*, la influencia de la temperatura en el rendimiento a *R* depende de las energías de activación de las constantes k_1 y k_2 . Si $E_{a1} > E_{a2}$ un aumento de temperatura favorecerá la reacción 1 respecto a la 2, con lo que aumenta el cociente k_1/k_2 y, por tanto, se eleva el rendimiento al producto deseado *R*. Si $E_{a1} < E_{a2}$, el efecto es el inverso, y cuando $E_{a1} = E_{a2}$ la temperatura no influye sobre la distribución de productos.

Estas consideraciones deberán tenerse en cuenta al seleccionar el equipo de reacción o reactor más adecuado, como se comentará en el capítulo 8.

7.5.2. Reacciones en serie

Para el reactor discontinuo considerado en el que se introduce inicialmente una concentración de reactivo C_{A0} , con concentraciones iniciales nulas de los productos *R* y *S*, y cuando el esquema de reacción es en serie:



la variación con el tiempo de las concentraciones de reactivos y productos puede ser la que se muestra en la figura 7.13. Se observa que la concentración del reactivo *A* y la concentración del producto *S* siempre disminuyen y aumentan, respectivamente, al aumentar el tiempo.

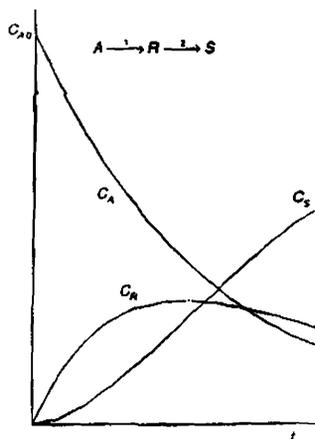


FIGURA 7.13. Curvas características para reacciones en serie y en reactor discontinuo.

Sin embargo, la concentración de *R* puede presentar un máximo, ya que, al principio, la concentración de *A* es elevada y se forma principalmente *R*, pero llega un momento que la concentración de *R* es lo suficientemente elevada y la de *A* lo suficientemente baja como para que la velocidad de desaparición de *R* sea mayor que su velocidad de

formación, y entonces aparece el máximo en la concentración de R .

En el esquema de serie propuesto, las velocidades de producción de A , R y S , suponiendo cinéticas potenciales irreversibles para las velocidades de las reacciones 1 y 2, se expresan como:

$$\begin{aligned} (-R_A) &= r_1 = k_1 C_A^{n_1} \\ R_R &= r_1 - r_2 = k_1 C_A^{n_1} - k_2 C_R^{n_2} \\ R_S &= r_2 = k_2 C_R^{n_2} \end{aligned} \quad [7.86]$$

Los rendimientos fraccionales instantáneos y globales y la velocidad relativa de formación de R y S resultan ser:

$$\phi = \frac{k_1 C_A^{n_1} - k_2 C_R^{n_2}}{k_1 C_A^{n_1}} \quad [7.87]$$

$$\Phi = \frac{1}{(C_{A0} - C_{Af})} \int_{C_{Af}}^{C_{A0}} \left(1 - \frac{k_2 C_R^{n_2}}{k_1 C_A^{n_1}}\right) dC_A \quad [7.88]$$

$$\lambda = \frac{k_1 C_A^{n_1} - k_2 C_R^{n_2}}{k_2 C_R^{n_2}} = \quad [7.89]$$

Las ecuaciones anteriores son más complejas de manipular, para obtener expresiones en función de C_A , que las ecuaciones correspondientes al esquema en paralelo ([7.83] a [7.85]).

Para determinar el máximo de C_R , hay que hacer cero la velocidad de producción de R , R_R . La solución de las condiciones del máximo en C_R si la reacción se lleva a cabo en un reactor discontinuo para n_1 y n_2 igual a la uno y cuando no hay producto R en la mezcla inicial, resulta ser:

$$C_{Rmax} = C_{A0} \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^{\frac{1}{k_2 - k_1}} \quad [7.90]$$

$$t_{max} = \frac{\ln(k_1/k_2)}{k_1 - k_2} \quad [7.91]$$

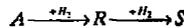
cuanto mayor sea C_{A0} mayor será la concentración de R en el máximo. En general, como se comentará en el capítulo 8, cuando la reacción se produce en serie e interesa el producto intermedio R , el equipo de contacto más adecuado es aquel donde la mezcla sea mínima, ya que es donde se obtienen los mayores rendimientos R .

Respecto a la influencia de la temperatura en el rendimiento, cuando k_1/k_2 aumenta al aumentar T (lo que supone que $Ea_1 > Ea_2$), el cociente C_{Rmax}/C_{A0} también aumenta y viceversa.

Es evidente que los esquemas y ecuaciones cinéticas utilizados en este breve estudio de reacciones complejas se caracterizan por una gran simplicidad, por lo que el análisis realizado es válido para extraer conclusiones generales y cualitativas. Un estudio más riguroso y profundo está fuera del objetivo de este libro, pero se puede encontrar en varios de los textos recomendados (Levenspiel, 1972; Smith, 1981).

Ejemplo 7.5. Reacciones en serie: hidrogenación de aceites insaturados.

En la hidrogenación de aceites insaturados para uso alimentario es necesario hidrogenar el ácido linoleico, A , que contiene tres enlaces insaturados. El proceso de hidrogenación debe ser selectivo, para obtener los aceites diinsaturados, R , y, en menor proporción, los monoinsaturados, S .



Mediante el empleo de un catalizador de Pd en carbón activo se consigue mejorar la selectividad a R . La reacción se lleva a cabo en un reactor agitado con el sólido en suspensión. El aceite se introduce en discontinuo y se alimenta en continuo una corriente de hidrógeno. La composición del aceite inicial es 75% A , 15% R y 4% S (porcentajes molares). La temperatura utilizada es de 122 °C y la presión de hidrógeno de $2,4 \cdot 10^5$ Pa. Las reacciones del esquema propuesto son de primer orden en el ácido y el hidrógeno:

$$r_1 = k_1 C_{H_2} C_A \quad r_2 = k_2 C_{H_2} C_R$$

En las condiciones de elevada velocidad de agitación empleadas, la concentración de hidrógeno disuelto es constante con el tiempo, $C_{H_2} = 6,88 \cdot 10^{-3}$ mol L⁻¹. Con el catalizador utilizado se ha obtenido un valor del cociente k_1/k_2 de 100. ¿Cuál es la selectividad a R? ¿Cuánto vale el rendimiento instantáneo y global a R? ¿Cómo cambiarían estos resultados para otros valores del cociente k_1/k_2 ?

Solución

Las velocidades de producción de A, R y S de acuerdo a la ecuación [7.86] corresponden a:

$$(-R_A) = -\frac{dC_A}{dt} = r_1 = k_1 C_{H_2} C_A$$

$$R_R = \frac{dC_R}{dt} = r_1 - r_2 = k_1 C_{H_2} C_A - k_2 C_{H_2} C_R$$

$$R_S = \frac{dC_S}{dt} = r_2 = k_2 C_{H_2} C_R$$

y la selectividad a R se puede calcular de acuerdo a la ecuación [7.80] como

$$\lambda = \frac{dC_R}{dC_S} = \frac{k_1 C_A}{k_2 C_R} - 1$$

El rendimiento instantáneo o diferencial a R viene dado por la ecuación [7.78], que en este caso corresponde a:

$$\phi = \frac{dC_R}{-dC_A} = 1 - \frac{k_2 C_R}{k_1 C_A}$$

El rendimiento global se calcula, de acuerdo a la ecuación [7.79], como:

$$\Phi = \frac{C_{Rf} - C_{R0}}{C_{A0} - C_{Af}} = \frac{C_{Rf} - C_{R0}}{C_{A0} X_A}$$

Para calcular cómo varían λ , ϕ y Φ con la conversión de A hay que obtener la variación de C_R en función de C_A , lo que se realiza resolviendo la ecuación

$$\frac{dC_R}{dC_A} - \frac{k_2 C_R}{k_1 C_A} = -1$$

integrando (mediante factor de integración o en el dominio de Laplace) entre C_{R0} y C_R y C_{A0} y C_A se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{C_R}{C_{A0}} = \frac{C_{R0}}{C_{A0}} \left[\frac{C_A}{C_{A0}} \right]^K + \frac{1}{1-K} \left[\left(\frac{C_A}{C_{A0}} \right)^K - \frac{C_A}{C_{A0}} \right]$$

siendo

$$K = \frac{k_2}{k_1}$$

y el rendimiento global será, por tanto:

$$\Phi = \frac{C_R - C_{R0}}{C_{A0} X_A} = \frac{\left[\frac{C_{R0}}{C_{A0}} \left(\frac{C_A}{C_{A0}} \right)^K - 1 \right] + \frac{1}{1-K} \left[\left(\frac{C_A}{C_{A0}} \right)^K - \frac{C_A}{C_{A0}} \right]}{X_A}$$

sustituyendo los datos del problema

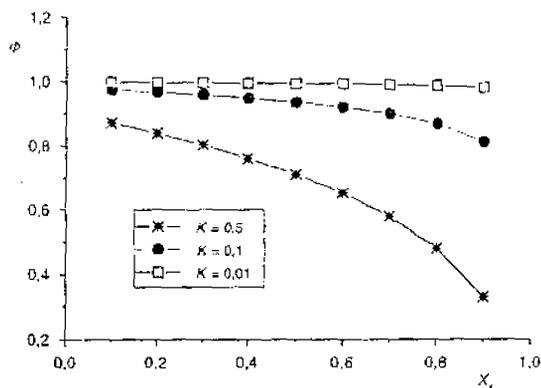
$$K \text{ (con el catalizador de Pd/C)} = 100^{-1} = 0,01$$

$$C_{R0}/C_{A0} = 15/75 = 0,2$$

y expresando C_A/C_{A0} en función de X_A

$$\frac{C_A}{C_{A0}} = 1 - X_A$$

se puede calcular la variación del rendimiento global a R con la conversión de A, cuyos resultados se muestran en la figura que aparece a continuación. En esta figura se han representado también los valores de Φ para otros valores del cociente K. Como puede observarse cuanto más bajo sea K (lo que corresponde a un aumento de la constante de la reacción 1 respecto a la de la reacción 2) mayor es el rendimiento obtenido en R. El empleo de un catalizador adecuado permite lograr este efecto. En ausencia del catalizador de Pd/C activo el valor de K aumenta y disminuye el rendimiento a R del reactivo A convertido.



Variación del rendimiento global α con la conversión del reactivo A para varios valores de $K = k_2/k_1$.

7.6. Reacciones heterogéneas

En un sistema homogéneo los reactivos, productos y catalizador, si es el caso, se encuentran en la misma fase. En consecuencia, la velocidad a la que ocurre el proceso es la de la etapa química, descrita mediante la ecuación cinética analizada en el punto 7.4.

En sistemas heterogéneos, no todos los reactivos o productos se encuentran disponibles en una única fase. Por ejemplo, considerando el caso de una reacción entre dos reactivos A y B que ocurre en una fase II, cuando el reactivo A se

encuentra en la fase I, la reacción en la fase II no tendrá lugar hasta que el reactivo A se transfiera de la fase I a la fase II y allí reaccione con B.

Es evidente que la velocidad a la que se produce el transporte de A de la fase I a la fase II puede modificar la conversión de reactivo B observada en la fase II. Si la velocidad de la etapa química en la fase II es muy rápida comparada con la velocidad de transporte entre las fases, la concentración de A en la fase II será siempre muy pequeña, y la velocidad observada de reacción estará controlada por los fenómenos de transporte entre fases. Si, por el contrario, la velocidad de reacción química es muy lenta comparada con la del transporte, la concentración de A en la fase II será la que corresponda al equilibrio entre las fases, y la reacción estará controlada por la velocidad de la etapa química.

Por tanto, en sistemas de reacción heterogéneos es necesario encontrar expresiones que proporcionen la velocidad de reacción global u observada, función no sólo de la velocidad de la etapa química (dada por la ecuación cinética del punto 7.4) sino también de la velocidad del transporte entre fases. Algunas de las ecuaciones que describen este transporte se han analizado en el capítulo 6.

La expresión de la velocidad global se va a desarrollar para algunos de los sistemas heterogéneos de mayor importancia. Estos sistemas se pueden clasificar, atendiendo al número de fases, como se muestra en el cuadro 7.4.

CUADRO 7.4
Clasificación de los sistemas de reacción heterogéneos

Sistemas bifásicos		Sistemas trifásicos
Fluido-Fluido	Gas-Líquido	Gas-Líquido-Sólido
	Líquido-Líquido (Inmiscibles)	(Sólido catalizador o no)
Fluido-Sólido	Fluido-Sólido No Catalíticas Gas-Sólido o Líquido-Sólido	Líquido-Líquido-Sólido
	Fluido-Sólido Catalíticas Gas-Sólido o Líquido-Sólido	(Sólido catalizador o no)

6.1. Reacciones fluido-fluido

Este es el caso de las reacciones gas-líquido y líquido-líquido (inmiscibles), como por ejemplo fermentaciones llevadas a cabo con microorganismos, la hidrogenación de grasas, etc. Sea la reacción $A_{(I)} + B_{(II)} \rightarrow \text{Productos}$, donde se supone que la reacción sólo se produce en la fase II. La secuencia de etapas en la conversión de reactivos a productos son:

- Transporte de A desde la fase I a la interfase.
- Transporte de A desde la interfase hasta la fase II.
- Reacción en la fase II.

Para describir la velocidad con la que ocurren estos fenómenos se plantean las correspondientes ecuaciones de transporte o cinéticas, según el caso. Considerando estado estacionario y que las etapas anteriores ocurren en serie, la velocidad observada será igual a la de cualquiera de las etapas, y a su vez este valor vendrá determinado por la de la etapa más lenta (o controlante). Es decir:

$$(-R_A)_{obs} = (-R_A)_{I-i} = (-R_A)_{i-II} = (-R_A)_{II} \quad [7.92]$$

siendo $(-R_A)_{obs}$ la cantidad de A que se observa que desaparece de la fase I por unidad de tiempo y volumen $(-R_A)_{I-i}$ la cantidad de A que se transporta desde la fase I a la interfase *i* por unidad de tiempo y volumen $(-R_A)_{i-II}$ la cantidad de A que se transporta desde la interfase a la fase II por unidad de tiempo y volumen, y $(-R_A)_{II}$ la cantidad de A que desaparece de la fase II por reacción química con B por unidad de tiempo y volumen de reactor.

Para describir cada una de estas velocidades se puede utilizar el modelo de la doble película, esquematizado en la figura 7.14. Se considera que en las fases I y II existe una concentración uniforme de A: P_{Ai} y C_{AII} , respectivamente, y que en la interfase *i* la concentración de A es P_{Ai} o C_{Ai} (relacionadas entre sí por la correspondiente constante de equilibrio entre fases).

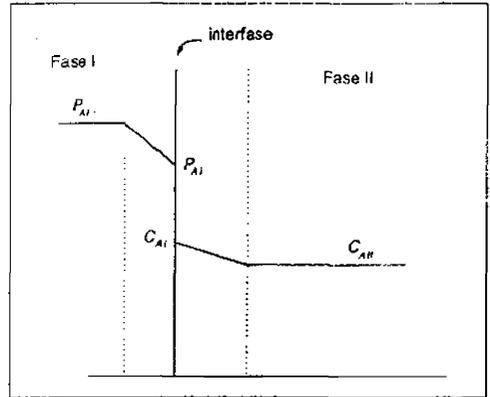


FIGURA 7.14. Modelo de la doble película en reacciones fluido-fluido.

Los gradientes $(P_{Ai} - P_{Ai})$ y $(C_{Ai} - C_{AII})$ se producen en dos películas de espesor muy pequeño, que se encuentran a cada lado de la interfase, tal como se muestra en la figura 7.14. Según este modelo, y suponiendo una ecuación cinética de primer orden respecto a A, la ecuación [7.92] se puede escribir como:

$$(-R_A)_{obs} = k_I a (P_{Ai} - P_{Ai}) = k_{II} a (C_{Ai} - C_{AII}) = k_q C_{AII} \quad [7.93]$$

siendo k_I y k_{II} los coeficientes de transporte individuales, en las fases I y II, respectivamente, y donde a es el área interfacial por unidad de volumen y k_q es la constante cinética o de la etapa química (referida también a unidad de volumen de reactor).

El problema para predecir cuál será la velocidad observada es que se conoce P_{Ai} , pero es desconocida la concentración de A en la interfase y en la fase II. Hay que escribir la ecuación [7.93] en función de variables conocidas. Para ello, primero se relacionan C_{Ai} y P_{Ai} mediante la constante de equilibrio entre fases —constante de Henry—, H , de acuerdo a la expresión:

$$P_{Ai} = H C_{Ai} \quad [7.94]$$

con lo que a partir de las ecuaciones [7.92] y [7.94] se deduce que:

$$(-R_A)_{obs} = (Ka)(P_{At} / H - C_{At}) = k_q C_{At} = \frac{P_{At} / H}{1/(Ka) + 1/k_q} \quad [7.95]$$

donde (Ka) es el coeficiente global volumétrico de transporte, definido en función de los individuales como:

$$\frac{1}{(Ka)} = \frac{1}{H k_{f,a}} + \frac{1}{k_{r,a}} \quad [7.96]$$

Si la ecuación cinética no es de orden 1 respecto a A , la ecuación [7.95] tiene una expresión más compleja.

7.6.2. Reacciones fluido-sólido

En estas reacciones el sólido puede ser un reactivo o un producto de la reacción, o bien intervenir como catalizador, sin modificarse irreversiblemente durante el proceso. En el presente análisis sólo se considera este último caso, es decir las reacciones fluido-sólido catalíticas. El análisis será breve, y para estudios de mayor profundidad se recomiendan algunos de los textos propuestos en bibliografía (Smith, 1986; Levenspiel, 1981). Como ejemplo de estas reacciones se puede citar el empleo de enzimas inmovilizadas en un soporte poroso, y por tanto distribuidas en toda la masa del soporte.

Para la reacción, $A \xrightarrow{\text{cat.sólido}} R$, el reactivo A se encuentra en la fase fluida y debe reaccionar en la fase sólida para dar el producto R y éste debe alcanzar de nuevo la fase fluida.

Las etapas que se suceden en este proceso se han representado en la figura 7.15 y se resumen como:

- Transporte de A desde el seno del fluido hasta la superficie externa del catalizador o interfase fluido-sólido. Para describir este transporte se supone que la caída de con-

centración de A se produce sólo en la película de fluido que rodea la partícula. En esta película no hay reacción química y, por tanto, el transporte se describe mediante un modelo de gradiente máximo.

- Transporte de A desde la superficie externa hasta el interior de la partícula. Esta etapa se produce en simultáneo con la reacción química. El reactivo reacciona mientras se difunde.
- Reacción en la superficie del catalizador para dar los productos. A su vez, esta etapa puede descomponerse en varios eventos (adsorción de los reactivos, reacción en superficie y desorción de los productos).
- Transporte de R desde el interior de la partícula hasta la superficie externa.
- Transporte de R desde la superficie externa hasta el seno del fluido.

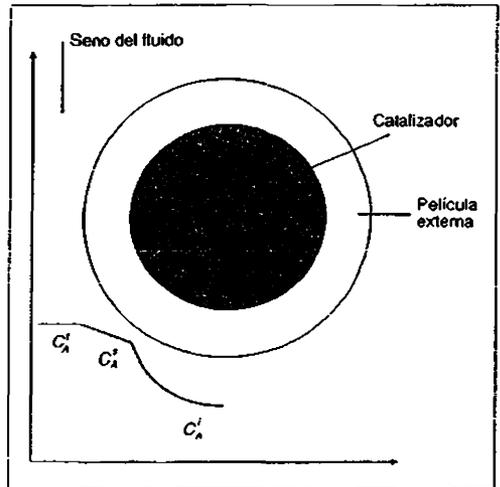


FIGURA 7.15. Etapas por las que transcurre una reacción catalizada por sólidos.

En estado estacionario, la cantidad de A que desaparece del fluido por unidad de tiempo y volumen de partículas de catalizador, $(-R_A)_{obs}$, es igual a la cantidad de A que se transporta a

través de la película externa (segundo término de la ecuación [7.97]) e igual también a lo que reacciona dentro de la partícula de catalizador (tercer término de la ecuación [7.97]):

$$(-R_A)_{v,obs} = k_f a_m (C_A^f - C_A^s) = \eta (-R_A)_v^s \quad [7.97]$$

donde k_f es el coeficiente individual de transporte en la película externa, y a_m un coeficiente geométrico, cociente entre la superficie externa y el volumen de la partícula. La velocidad $(-R_A)_v^s$, referida también a volumen de partículas de catalizador, es la velocidad química que se obtendría en las condiciones de concentración y temperatura de la superficie externa, C_A^s y T^s . El término η es el factor de efectividad en el interior de la partícula, que se define como el cociente:

$$\eta = \frac{(-R_A)_{v,obs}}{(-R_A)_v^s} \quad [7.98]$$

Como se deduce de la ecuación [7.98], el valor de η da idea de si existen limitaciones importantes al transporte interno del reactivo. En partículas isotermas η toma valores entre 0 y 1. Cuando existen gradientes importantes de concentración de reactivo en el interior de la partícula, es decir cuando $C_A^i \ll C_A^s$, la velocidad de reacción en el interior de la partícula es mucho menor que la que se produciría en condiciones de superficie, y, por tanto, el valor de η disminuye. Si se considera como ejemplo una ecuación cinética de primer orden, la velocidad en condiciones de superficie vendrá expresada como:

$$(-R_A)_v^s = k_w \rho_p C_A^s \quad [7.99]$$

donde k_w es la constante cinética referida a peso de catalizador y ρ_p la densidad de la partícula sólida.

Siguiendo con esta cinética de primer orden, la velocidad observada se puede escribir en función de las concentraciones de A en la fase fluida, C_A^f , mediante un factor de efectividad global, η_G :

$$(-R_A)_{v,obs} = \eta_G k_w \rho_p C_A^f \quad [7.100]$$

Este coeficiente de efectividad global tiene en cuenta las resistencias tanto externas como internas al transporte de A . A partir de las ecuaciones [7.97], [7.99] y [7.100], para una cinética de primer orden, η_G puede calcularse como:

$$\frac{1}{\eta_G} = \frac{k_w \rho_p}{k_f a_m} + 1 \quad [7.101]$$

Si la ecuación cinética no fuese de primer orden, la relación [7.101] sería más compleja, y en la mayoría de los casos sin solución analítica.

Para calcular el factor de efectividad interno (definido en la ecuación [7.98]) hay que determinar la velocidad en condiciones de superficie y calcular la velocidad global u observada $(-R_A)_{v,obs}$. Esta última puede obtenerse como una estimación ponderada de las velocidades que se producen en el interior de la partícula. Por ejemplo, para la cinética de primer orden utilizada hasta el momento, la velocidad $(-R_A)_{v,obs}$ se calcula como:

$$(-R_A)_{v,obs} = \frac{1}{V_p} \int_0^{V_p} k_w \rho_p C_A^i dV_p \quad [7.102]$$

siendo C_A^i la concentración en cada punto del interior de la partícula y V_p el volumen de partícula.

Para predecir el valor de $(-R_A)_{v,obs}$ hay que calcular el perfil de concentración y de temperatura en el interior de la partícula. El cálculo de los perfiles de C_A^i y T^i es numéricamente complejo: hay que resolver el balance de materia de A (y el balance de calor si la partícula es no isoterma) en el interior de la partícula de catalizador.

Estos balances resultan ser ecuaciones diferenciales de segundo orden en las que aparecen los términos de reacción y difusión. Sólo tienen solución analítica en casos particulares y la mayoría de las soluciones se obtienen de forma numérica y se representan en gráficas, para varios tipos de ecuaciones cinéticas. En estas gráficas se presentan los valores del factor de efectividad η (en ordenadas) frente a el módulo de Thiele ϕ (en abscisas).

El módulo de Thiele es un parámetro que resulta al escribir en forma adimensional el balance de

materia de A en el interior de la partícula, y que en el caso de cinéticas potenciales corresponde a:

$$\phi = \frac{L}{a} \sqrt{\frac{k_w \rho_p (C_A^i)^{n-1}}{D_e} \cdot \frac{(n+1)}{2}} \quad [7.103]$$

donde L es la longitud característica de la partícula (espesor en placas o radio de partícula en cilindros y esferas) a es un coeficiente geométrico que vale 1, 2 o 3 para placas, cilindros o esferas, respectivamente; n es el orden de reacción y D_e es el coeficiente de difusión efectivo de A en el interior de la partícula.

El módulo de Thiele da idea de cómo es la velocidad de la etapa química respecto a la de etapa física de difusión interna. Así, valores altos de φ indican que la reacción es muy rápida respecto a la difusión y, por tanto, esta última será la etapa controlante (al ser la más lenta) y aparecerán importantes gradientes en la intrafase (η < 1). Por el contrario, valores bajos del módulo de Thiele indican que controla la etapa química y apenas existirán gradientes internos de concentración (η ≈ 1).

En el caso de partículas isoterma la temperatura no varía con la posición y, por tanto, la constante cinética k_w es la misma para cualquier posición en la partícula. Para cinéticas potenciales de primer orden y cuando la partícula es isoterma existe solución analítica para el perfil de C_Aⁱ y, por tanto, también para el valor de η, para el que resulta la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{\tanh \phi}{\phi} \quad [7.104]$$

Ejemplo 7.6. Resistencia a la difusión interna de un sustrato en una reacción con enzimas inmovilizadas.

La isomerización de glucosa (A) a fructosa (R) se lleva a cabo de forma industrial mediante una enzima inmovilizada en un soporte esférico de densidad 900 kg m⁻³. La ecuación cinética puede aproximarse a una de primer orden

$$r_w = \frac{k_2}{K_m} C_{E_w} C_A = k_w C_A \text{ mol kg}_{\text{soporte}}^{-1} \text{ h}^{-1}$$

siendo C_{E_w} la cantidad de enzima inmovilizada por masa de soporte.

Se conoce el valor de

$$k_w = \frac{k_2}{K_m} C_{E_w} = 0,461 \text{ m}^3 \text{ kg}_{\text{soporte}}^{-1} \text{ h}^{-1}$$

¿Cuánto vale el factor de efectividad en las partículas de soporte cuando el radio de partículas de soporte, R_p, es de

- a) 1 · 10⁻⁴ m
- b) 2 · 10⁻⁴ m
- c) 3 · 10⁻⁴ m?

Dato: Coeficiente de difusión efectivo de la glucosa: D_e = 1,5 · 10⁻⁷ m² h⁻¹.

Solución

Para reacciones de primer orden, el factor de efectividad puede calcularse en función del módulo de Thiele, φ, mediante la ecuación [7.104]. El valor de φ se calcula mediante la ecuación [7.103]. Para orden 1 y geometría esférica, y para los valores del problema:

$$\phi = \frac{R_p}{3} \sqrt{\frac{k_w \rho_p}{D_e}} = \frac{R_p \text{ (m)}}{3} \sqrt{\frac{0,461 \frac{\text{m}^3}{\text{kg h}} \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1,5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{h}}}} = 17,531 R_p$$

para los valores del radio del problema se obtienen los siguientes valores del módulo de Thiele y del factor de efectividad:

R _p (m)	φ	η ec. [7.104]
1 · 10 ⁻⁴	1,75	0,53
2 · 10 ⁻⁴	3,5	0,28
3 · 10 ⁻⁴	5,25	0,19

Se observa que el factor de efectividad disminuye al aumentar el tamaño de partícula. La velocidad real u observada es el producto de η por la velocidad química para el valor de la concentración de sustrato que hay en la superficie de la partícula. Al disminuir η , y por tanto la velocidad real u observada, se obtiene -para la misma cantidad de enzima- una cantidad menor de producto.

6.3. Reacciones gas-líquido-sólido

Se considera el caso más habitual en el que el sólido es un catalizador. Un ejemplo es la hidrogenación de grasas mediante catalizadores sólidos, etc. Este sistema se puede describir de forma análoga al desarrollo realizado para las reacciones fluido-fluido, pero considerando que la reacción no se produce en la segunda fase fluida sino en interior del catalizador.

Hay que considerar las resistencias al transporte descritas en las reacciones fluido-fluido y fluido-sólido catalíticas, tal como se muestra en la figura 7.16. En el caso de que el reactivo B se encuentre en exceso y A sea el reactivo limitante, las etapas por las que transcurre la reacción se pueden ahora resumir como:

- Transporte de A desde la fase I (gas) a la interfase i (gas-líquido).
- Transporte de A desde la interfase i al seno de la fase II (líquido).
- El reactivo A debe llegar desde el seno de la fase II a la superficie externa de las partículas catalíticas.
- Difusión de A hacia el interior de la partícula.
- Reacción de A en el interior del catalizador con el reactante B del líquido.

Para los productos, se puede suponer que se producen las etapas anteriores (al menos hasta llegar al seno de la fase II) pero en orden inverso.

Cada una de las etapas anteriores se puede describir mediante las ecuaciones correspondientes, ya indicadas en las reacciones F-F y F-S.

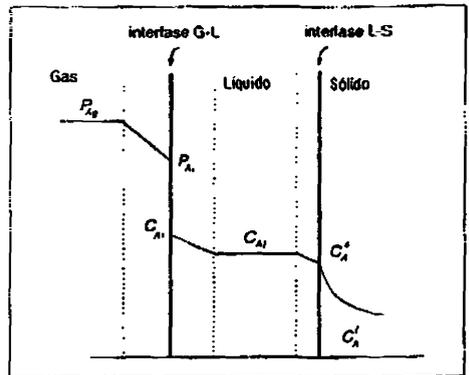


FIGURA 7.16. Perfil de concentración de A en sistemas catalíticos trifásicos.

Para relacionar la velocidad observada referida a volumen de partículas de catalizador, $(-R_A)_{v, obs}$ con la velocidad observada referida a volumen de reactor, $(-R_A)_{obs}$, se emplea la porosidad de lecho, ϵ_L , que se define como la fracción del volumen del reactor que ocupan las fases gas y líquido, por lo que la fracción ocupada por las partículas será $(1 - \epsilon_L)$, de lo que resulta que:

$$(-R_A)_{obs} = (-R_A)_{v, obs}(1 - \epsilon_L) \quad [7.105]$$

De nuevo, la velocidad observada será igual a la velocidad de cualquiera de las etapas antes citadas (como es evidente, referidas todas las velocidades a la misma magnitud, por ejemplo, volumen de reactor).

Resumen

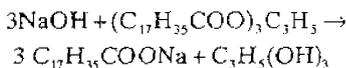
1. Las transformaciones químicas se producen a una cierta velocidad. Esta velocidad depende de las condiciones en que se lleva a cabo la reacción y su valor es nulo cuando el sistema se encuentra en equilibrio.
2. Para predecir la velocidad de reacción es necesario disponer de una ecuación cinética que proporcione una relación cuantitativa entre la velocidad y las variables que la afectan. La determinación de la forma de esta expresión y

el cálculo de los parámetros que en ella aparecen se lleva a cabo mediante el ajuste de los datos experimentales obtenidos en un equipo de reacción. Uno de los equipos más utilizados para obtener datos cinéticos es el reactor discontinuo y los dos métodos habitualmente aplicados para analizar estos datos son el método integral y el método diferencial. El método diferencial puede introducir un error numérico considerable en el cálculo de la velocidad, lo que supone obtener parámetros cinéticos menos fiables.

3. Cuando para describir los cambios de composición del sistema es necesario emplear más de una relación estequiométrica, la reacción se denomina múltiple y hay que determinar las ecuaciones cinéticas de todas las reacciones independientes que se den en el sistema. Aunque las reacciones múltiples pueden ser muy complejas, se consideran dos esquemas simplificados: reacciones en paralelo (cuando las reacciones se producen a partir del mismo reactivo), o reacciones en serie (cuando el producto de una reacción evoluciona para dar otros compuestos). La elección de las condiciones de reacción se hará teniendo en cuenta cómo influyen las variables concentración y temperatura en el rendimiento al producto deseado, que es el parámetro cuyo valor se desea maximizar.
4. Cuando son necesarias dos o más fases para que transcurra la reacción, para predecir la velocidad global u observada hay que acoplar la cinética de transporte entre fases y la cinética de la etapa química.

Problemas propuestos

1. El jabón consiste en sales sódicas y potásicas de varios ácidos grasos: oleico, esteárico, palmítico, láurico y mistérico. La reacción de saponificación para formar jabón a partir de una disolución acuosa de sosa y un triglicérido del ácido esteárico es:



Si la mezcla inicial contiene 400 g L⁻¹ de hidróxido sódico y 1.780 g L⁻¹ del triglicérido del ácido esteárico. ¿Cuál es la concentración

de glicerina cuando la conversión de hidróxido sódico es del 20 y del 90%?

2. La destrucción del *C. sporogenes* sigue una cinética de primer orden. A 121 °C y en ocho minutos se ha logrado reducir 4 órdenes la concentración inicial de este microorganismo.
 - a) ¿Qué tiempo será necesario para logra una reducción de 6 órdenes de magnitud a la temperatura de 121 °C?
 - b) Si se mantiene el tiempo de esterilización de 8 minutos ¿Cuánto habría que aumentar la temperatura para reducir la concentración inicial en 6 órdenes de magnitud? La energía de activación es de 230 kJ mol⁻¹.
3. La velocidad de la reacción de hidrólisis de lactosa por β-galactosidasa se puede describir de acuerdo a la ecuación de Michaelis-Menten. En la siguiente tabla se recoge la variación de los parámetros de dicha ecuación con la temperatura (μ_m, K_m).
 - a) Analizar la dependencia de estos parámetros con la temperatura.
 - b) ¿Cuál será la velocidad de reacción a una temperatura de 42 °C?

Temperatura (°C)	μ _{max} · 10 ⁵ (m mol min ⁻¹ L ⁻¹)	K _m (m mol L ⁻¹)
27	2,21	10,45
32	2,74	12,84
37	3,36	15,66
47	4,97	22,88
52	6,01	27,41

4. En la conversión, por medio de una enzima, de un sustrato S a 37 °C y pH = 6,5 se han obtenido los valores de velocidad frente a concentración de la tabla. Determinar los parámetros cinéticos.

C _s (mM)	r (mM min ⁻¹)	C _s (mM)	r (mM min ⁻¹)
5	19,2	80	11,2
10	18,2	100	10,0
20	16,7	200	6,7
40	14,3	500	3,3
60	12,5	1.000	1,8

5. El reactivo líquido *A* se descompone siguiendo una cinética de primer orden. En un reactor discontinuo isoterma la conversión que se obtiene a los 5 minutos es del 50%.
- a) ¿Qué tiempo es necesario para alcanzar una conversión del 75? ¿Y si la concentración inicial de reactivo se duplica?
- b) Repítase el apartado segundo cuando la cinética es de segundo orden.
6. La hidrólisis de un compuesto *A* se ha estudiado en discontinuo y a temperatura constante. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla. La reacción es irreversible y sigue una cinética potencial. Comprobar si la reacción es de primer o segundo orden.

<i>t</i> (s)	<i>C_A</i> (M)
0	0,05
100	0,035
200	0,027
300	0,025
400	0,018
500	0,016
600	0,015
700	0,014

7. La hidrólisis de sacarosa, *S*, es catalizada por una enzima. En un experimento realizado en discontinuo se han obtenido los datos de *C_s* frente a *t* de la tabla. Comprobar si los datos se ajustan aceptablemente a una ecuación del tipo Michaelis-Menten.

<i>t</i> (min)	<i>C_s</i> (M)	<i>t</i> (min)	<i>C_s</i> (M)
0	1	6	0,15
1	0,84	7	0,09
2	0,68	8	0,04
3	0,53	9	0,018
4	0,38	10	0,006
5	0,27	11	0,0025

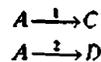
8. En un biorreactor tipo tanque agitado trabajando en continuo se ha llevado a cabo una fermentación. Para diversos valores del tiempo de residencia en el reactor ($\tau = \text{Volumen reactor/Caudal de entrada}$) se han obtenido los valores de concentración de sustrato a la salida del reactor, *C_N*, que aparecen en la tabla. Determinar los parámetros cinéticos considerando que el modelo cinético propuesto por Monod es válido para describir el crecimiento del microorganismo.

τ (h)	7,7	5,3	4,3	2,8	1,5	1,4
<i>C_N</i> (g L ⁻¹)	11	14	18	38	85	513

Nota: En un tanque continuo, para esta cinética y cuando la concentración de microorganismo a la entrada es despreciable, la ecuación de conservación del sustrato *N* es

$$\tau = \frac{K_N + C_N}{\mu_m + C_N}$$

9. El reactivo *A* puede evolucionar a los isómeros *C* y *D* de acuerdo al siguiente esquema



En un experimento realizado en un reactor discontinuo, partiendo de 1 mol/L de *A* y a una temperatura 70 °C, se ha obtenido que la mitad de *A* desaparece en 20 minutos siendo la relación de isómeros *C* y *D* del 93 y 7%, respectivamente. Cuando la temperatura aumenta 10 °C la concentración de *A* es la mitad de la inicial a los 10 minutos y la proporción de los isómeros *C* y *D* a ese tiempo es 60 y 40%, respectivamente. Suponiendo que ambas reacciones siguen una cinética de primer orden en *A*, determinar las constantes de velocidad a las temperaturas indicadas y analizar la influencia de esta variable en la selectividad.

REACTORES QUÍMICOS

- 8.1. Clasificación de los reactores químicos
- 8.2. Reactores homogéneos discontinuos
- 8.3. Reactores homogéneos continuos
- 8.4. Reactores heterogéneos

Los reactores químicos son los recipientes donde se lleva a cabo aquella etapa del proceso en que se producen las transformaciones químicas. Para diseñar el reactor, es decir, para determinar su tamaño y seleccionar las condiciones de operación más adecuadas para una obtener una cierta producción, es necesario desarrollar modelos matemáticos que describan el funcionamiento del reactor.

Estos modelos pueden ser más o menos complejos, según consideren el sistema real o ideal, respectivamente. En este capítulo se presta especial atención al diseño de los reactores ideales, aunque también se realiza un breve comentario al diseño de reactores reales.

Además, en ciertos procesos de la industria alimentaria puede ocurrir que la reacción química se produzca en un elemento que no ha sido diseña-

do como reactor químico sino como equipo para llevar a cabo alguna transformación de tipo físico. Éste es el caso de la esterilización, donde la reacción química se produce en un equipo diseñado fundamentalmente para el intercambio de calor.

El modelo de diseño del reactor debe ser capaz de predecir cómo varían la composición y la temperatura con la posición en el reactor y con el tiempo. De acuerdo con el esquema propuesto por Levenspiel para representar el comportamiento del reactor químico (que se muestra en la figura 8.1), hay que especificar el tipo de reactor, las condiciones de entrada —o iniciales— de la mezcla de reacción, y deben conocerse la velocidad de la reacción química, la velocidad de transporte de la propiedad (materia y energía), y el modelo de circulación y contacto entre las fases.

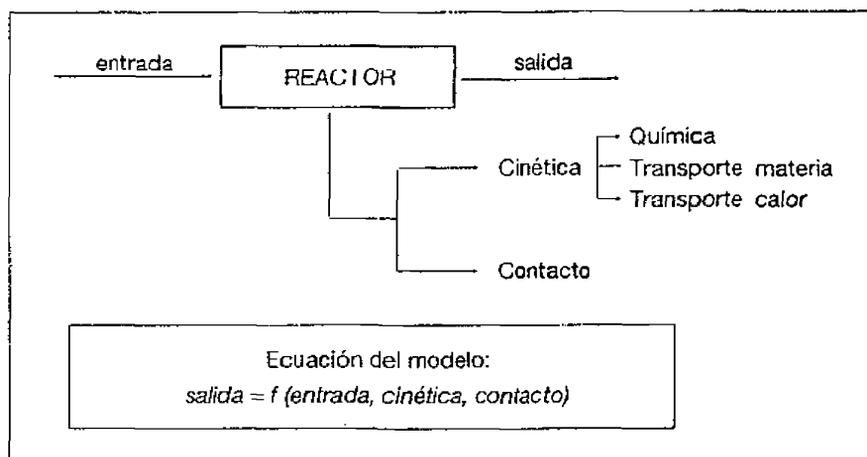


FIGURA 8.1. Esquema del comportamiento del reactor.

NOMENCLATURA

$(\Delta H_{R,A})$	Calor de reacción por mol de A ($J mol^{-1}$)	D	Diámetro del reactor (m)
A	Área de intercambio de calor (m^2)	$E(t)$	Curva de distribución de tiempo de residencia (s^{-1})
A	Reactivo clave en una reacción simple	E_a	Energía de activación ($J mol^{-1}$)
C_j	Concentración del compuesto j ($mol m^{-3}$ o $g L^{-1}$)	F	Integral de $E(t)dt$ entre 0 y t
C_p	Calor específico molar ($J mol^{-1} K^{-1}$)	F_A	Caudal molar de A ($mol s^{-1}$)
c_p	Calor específico referido a masa ($J kg^{-1} K^{-1}$)	F_w	Caudal másico ($kg s^{-1}$)

k	Constante cinética
k_0	Factor preexponencial de la constante cinética k
L	Longitud del reactor (m)
m	Masa introducida al reactor (kg)
N	Número de tanques
n_A	Número de moles de A
P_D	Producción del producto de reacción D (mol s^{-1})
Q	Caudal volumétrico de entrada al reactor (m ³ s^{-1})
Q_a	Caudal de calor aportado al reactor (J s^{-1})
R	Relación de recirculación al reactor
R_A	Velocidad de producción de A (mol $m^{-3} s^{-1}$)
T	Temperatura (°C, K)
t	Tiempo (s)
\bar{t}	Primer momento de la curva $E(t)$ (s)
T_C	Temperatura del fluido refrigerante (°C, K)
T_R	Temperatura de referencia (°C, K)
U	Coefficiente global de intercambio de calor (J $m^{-2} K^{-1} s^{-1}$)
V	Volumen del reactor (m ³)
X_A	Conversión fraccional de A

z	Coordenada longitudinal en el reactor (m)
ν	Coefficiente estequiométrico
θ	Tiempo adimensional
ρ	Densidad (kg m^{-3})
$\sigma^2(t)$	Segundo momento central o varianza de la curva $F(t)$ (s ²)
$\sigma^2(\theta)$	Segundo momento de la curva $E(\theta)$, adimensional
τ	Tiempo de residencia del fluido que entra al reactor (s)

Subíndices

A, B, C, D, R, S	Relativo a las especies A, B, C, D, R y S , respectivamente.
E	Relativo a la entrada al reactor
FP	Relativo al reactor de flujo pistón
j	Relativo al compuesto j o al tanque j
MC	Relativo al reactor de mezcla completa
o	Relativo al valor inicial o de referencia
R	Relativo a un valor de referencia
S	Relativo a la salida del reactor

GLOSARIO

reactor discontinuo: Aquel que funciona por ciclos. Se carga la mezcla de reacción y el proceso de transformación química de reactivos a productos transcurre sin que existan entradas ni salidas de corrientes del reactor.

reactor continuo: Aquel donde se introduce de forma continua la corriente de alimentación. Ésta permanece un cierto tiempo en el reactor y sale también de forma continua con los productos y reactivos parcialmente convertidos.

tiempo de residencia (de un reactor continuo): Tiempo promedio que la alimentación al reactor permanece en éste antes de salir. El tiempo de residencia esperado es el cociente entre el volumen del reactor y el caudal volumétrico que entra al reactor.

producción: Cantidad de producto que se desea obtener en un período global de tiempo. Si el reac-

tor es discontinuo la producción en el tiempo global debe incluir los tiempos muertos entre ciclos, en los que no hay reacción química.

circulación (en el reactor): Tipo de flujo que tiene una fracción de fluido desde que entra al reactor en un determinado momento hasta su salida de éste. Un extremo ideal es la mezcla completa del fluido que entra con el que había en el reactor y el otro extremo es la mezcla nula. Si la circulación corresponde a uno de estos extremos el reactor es ideal, si la situación es intermedia entre los extremos el reactor es real.

distribución de tiempos de residencia: Mediante la curva de distribución de tiempos de residencia se puede conocer y caracterizar la circulación real en el reactor. Esta curva se obtiene mediante el uso de trazadores en técnicas de estímulo-respuesta.

8.1. Clasificación de los reactores químicos

Antes de desarrollar el modelo de diseño del reactor, es necesario realizar una clasificación de los distintos tipos de reactores. Esta clasificación se realiza atendiendo a diversos criterios:

- a) *El número de fases.* Si el sistema de reacción está constituido por una sola fase el reactor es *homogéneo*, si coexisten varias fases el reactor es *heterogéneo*. Si el sistema de reacción está constituido por una única fase, para describir el funcionamiento del reactor no es necesario considerar la velocidad de transporte de propiedad entre fases, ni el tipo de contacto entre éstas.
- b) *Tipo de operación.* Cuando los reactivos se introducen de forma continua al reactor, y los productos y reactivos parcialmente convertidos salen del reactor, también de forma continua, se trata de reactores *continuos*. Por el contrario, cuando se introduce al reactor una carga de reactivos, y se deja evolucionar la mezcla reaccionante hasta un cierto tiempo en el que se descarga el reactor, sin entradas ni salidas del reactor durante ese período, los reactores se denominan *discontinuos*. Los reactores se denominan *semicontinuos* cuando se produce en continuo sólo la entrada o salida de alguna de las corrientes.
- c) *Tipo de circulación de la/s fase/s.* Este criterio se aplica a aquellas fases que circulan de forma continua a través del reactor. Se pueden establecer dos situaciones límite o extremas. En uno de los extremos la cantidad de fluido que entra al reactor en un diferencial de tiempo no se mezcla con la porción que había entrado en el intervalo de tiempo anterior ni con la que entrará en el intervalo de tiempo siguiente. Por tanto, existe una mezcla nula entre las fracciones de fluido que atraviesan el

reactor, que se representa de modo idealizado como una serie de secciones donde el fluido de una sección no se mezcla con el de la sección anterior ni con el de la posterior. Al avanzar por el reactor el reactivo va reaccionando y resulta un gradiente de composición a lo largo del reactor. Esta circulación con mezcla nula se denomina *flujo pistón (FP)*. En el otro extremo, se considera que la porción de fluido que entra al reactor en un diferencial de tiempo se mezcla completamente con el fluido que había dentro del reactor, y la circulación se denomina en *mezcla completa (MC)*. Cuando la mezcla es completa la composición y la temperatura no varían con la posición en el reactor. Estos extremos se consideran idealizaciones, y los reactores a los que se atribuye alguno de estos extremos de flujo se denominan reactores *ideales*. Entre las situaciones límite de circulación (flujo pistón o mezcla completa) se encuentra a menudo la circulación real, en la que la mezcla no es nula ni completa sino intermedia, y los reactores se comportan como reactores *reales*.

En los siguientes puntos se desarrollan los modelos de diseño para los reactores citados. De acuerdo con la clasificación realizada, se analizan dos tipos de reactores homogéneos: los reactores discontinuos y los reactores continuos y, para estos últimos, se considera la circulación del fluido en mezcla completa y en flujo pistón. Por último, se tratará el caso de los reactores continuos con flujo real, para lo que será necesario determinar el grado de mezcla que se produce en el reactor.

8.2. Reactores homogéneos discontinuos

Como se ha comentado anteriormente, en estos reactores se llevan a cabo reacciones de for-

ma discontinua, es decir, los reactivos se introducen por cargas, se espera un cierto tiempo mientras se produce la reacción en la extensión deseada y se descarga la mezcla de reacción. Existen tiempos muertos entre una producción y la siguiente, ya que debe realizarse la descarga, limpieza del reactor y nueva carga. Estos tiempos muertos –sin producción– y el coste laboral que llevan asociado bajan la rentabilidad respecto a un proceso continuo, por lo que el empleo de estos reactores está indicado en ciertos casos y no en otros.

Su uso está aconsejado para producciones de pequeña escala y con productos de un alto valor añadido. También son aconsejables en aquellas instalaciones en las que se producen pequeñas cantidades de numerosos productos como ocurre a menudo en muchos procesos de la industria de alimentos, ya que son reactores muy versátiles. También son aconsejables cuando el flujo continuo de un reactivo es difícil de obtener, como puede suceder al utilizar fluidos de alta viscosidad.

Las principales características de estos reactores, esquematizados en la figura 8.2, son:

- El reactor puede describirse, esencialmente, como un recipiente donde ocurre/n la/s reacción/es química/s.
- Su contenido está completamente mezclado, lo que se logra mediante el empleo de agitadores, con lo que la composición y la temperatura son los mismos en cualquier punto del reactor. Sin embargo, la composición en el reactor no se mantiene constante con el tiempo, ya que se va modificando al aumentar la conversión de los reactivos a productos con el tiempo de permanencia en el reactor. Respecto a la temperatura, ésta se mantendrá o no constante a lo largo del tiempo dependiendo de qué sistema se utilice para intercambiar calor con el exterior. Este intercambio de calor determinará la velocidad con la que el calor generado o absorbido por la reacción es extraído o aportado a la mezcla de reacción.

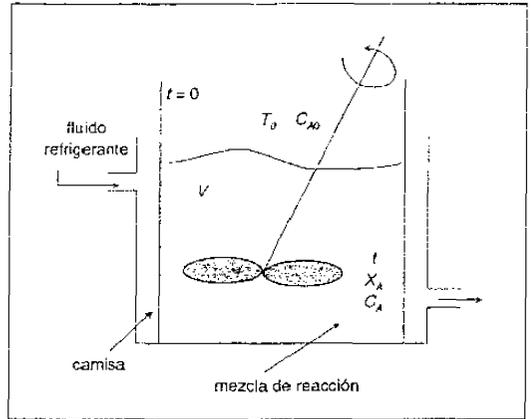
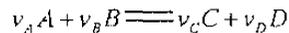


FIGURA 8.2. Esquema del reactor discontinuo.

Para predecir la conversión que se alcanza a un cierto tiempo, es necesario plantear y resolver los balances de materia y energía en el reactor. Cuando sólo se produce una reacción basta con plantear el balance de materia para un compuesto clave, por ejemplo, el reactivo A. Si se producen simultáneamente varias reacciones hay que plantear tantos balances de materia (a tantos compuestos clave) como reacciones independientes se produzcan.

Considerando el caso más sencillo, en el que se produce una única reacción,



siendo el reactivo A el compuesto elegido como clave, la conversión de A a un cierto tiempo viene dada por la ecuación [7.32], donde n_{A0} son los moles de A iniciales y n_A son los moles que quedan sin convertir de A en el reactor al tiempo t . En sistemas de volumen constante, como suelen ser los procesos químicos que se llevan a cabo en reactores discontinuos, la ecuación [7.32] se convierte en la ecuación [7.33], en la que se expresa la conversión de A en función de la concentración. Para la reacción considerada, la relación entre las concentraciones del resto de los compuestos y la concentración de A se obtiene mediante las ecuaciones [7.34] a [7.36].

En el siguiente análisis se plantean de forma general los balances de materia y energía, particularizando la solución de estas ecuaciones para las situaciones del balance de energía.

$$(-R_A) = \frac{-dC_A}{dt} = C_{A0} \frac{dX_A}{dt} \quad [8.5]$$

que en forma integrada, entre tiempo cero y t , resulta ser:

$$t = \int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{-dC_A}{(-R_A)} = \int_0^{X_A} \frac{C_{A0} dX_A}{(-R_A)} \quad [8.6]$$

donde $(-R_A)$ es función de la concentración de A y de la temperatura de acuerdo a la ecuación cinética que le corresponda a esa reacción.

Para integrar la ecuación [8.6] es necesario conocer la temperatura y su variación con la composición. Para ello, hay que plantear el balance de energía, que en este caso se reduce a un balance de calor.

• Balance de calor

También se plantea, al igual que el balance de materia, en un diferencial de tiempo, dt , y en términos de caudal de calor. Se puede aplicar de nuevo la ecuación [8.1], con las siguientes consideraciones:

- El término de $[Entrada] - [Salida]$, al no entrar ni salir calor con la corriente de fluido, es igual al caudal de calor intercambiado con el exterior, Q_u , que será positivo cuando se aporte calor al sistema y negativo cuando se elimine calor del sistema de reacción.
- El término de generación es el mismo que el del balance de materia, ecuación [8.2], pero multiplicado por el calor de reacción referido a A , $(\Delta H_R)_A$.
- El término de acumulación corresponde a:

$$[Acumulación] = \sum n_j C_{pi} \frac{dT}{dt} \quad [8.7]$$

Balance de materia del reactivo A

Se considera tiempo cero aquel en el que los reactivos se introducen al reactor. En un diferencial de tiempo dt se produce un diferencial de composición en el reactor dn_A . Para calcular esta variación de composición se plantea el balance de A en ese dt , en términos de moles/segundo.

$$[Entrada de A] + [Generación de A] = [Salida de A] + [Acumulación de A] \quad [8.1]$$

Los términos *Entrada de A* y *Salida de A* en dt son cero puesto que el reactor funciona por cargas. La *Generación de A* son los moles de A producidos por reacción química en ese dt . En sistemas homogéneos, como el considerado en este punto, la velocidad de producción de A , denominada R_A , son los moles de A generados por unidad de tiempo y volumen de reactor, por lo que el término de generación en dt se escribe como:

$$[Generación de A] = R_A V \quad [8.2]$$

La acumulación de A en dt corresponde a:

$$[Acumulación de A] = \frac{dn_A}{dt} \quad [8.3]$$

y sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación [8.1], el balance de materia de A se reduce a la siguiente ecuación:

$$R_A V = \frac{dn_A}{dt} = -n_{A0} \frac{dX_A}{dt} \quad [8.4]$$

Si el volumen es constante, la ecuación [8.4] se convierte en la siguiente:

donde n_j y C_{pj} son los moles del compuesto j en la mezcla de reacción y su calor específico, respectivamente, a un cierto tiempo t . El sumatorio de la ecuación [8.7] está extendido a todos los compuestos presentes en el medio de reacción. Para simplificar la ecuación [8.7], dado que la masa del sistema, m , permanece constante, se puede utilizar un calor específico promedio de la mezcla referido a masa, c_p , en lugar de calores específicos molares C_{pj} .

Sustituyendo los términos anteriores en la ecuación general [8.1] se obtiene para el balance de calor la expresión dada por la ecuación [8.8]:

$$\begin{aligned} (-\Delta H_R)_A (-R_A)V + Q_a &= \sum n_j C_{pj} \frac{dT}{dt} = \\ &= mc_p \frac{dT}{dt} \end{aligned} \quad [8.8]$$

El criterio de signos para $(-\Delta H_R)_A$ es el comentado en el capítulo 7: positivo cuando la reacción es exotérmica, negativo cuando es endotérmica. En un tratamiento riguroso, los valores de $(-\Delta H_R)_A$ y de c_p varían con la temperatura y, además, el valor de c_p (cal/g K) también varía con la composición de la mezcla. Por tanto, si durante el transcurso de la reacción la composición o la temperatura varíasen, también lo harían $(-\Delta H_R)_A$ y c_p . Sin embargo, en la mayoría de los casos esta variación no es importante y se utiliza un valor promedio de $(-\Delta H_R)_A$ y c_p durante todo el progreso de la reacción.

El balance de calor dado en la ecuación [8.8] permite encontrar una relación entre la variación de la composición de A y la variación de la temperatura, relación necesaria para resolver la ecuación [8.6]. A continuación se consideran algunas situaciones particulares de la ecuación [8.8]:

8.2.1. Reactor isoterma

En este caso la temperatura permanece constante durante el transcurso de la reacción. Esto

supone que el segundo miembro de la ecuación [8.8] se anula. Para lograrlo, y de acuerdo a la ecuación [8.8], el caudal de calor intercambiado en dt debe ser de igual valor y de signo contrario al calor generado por la reacción en ese dt .

Al ser constante la temperatura es fácil integrar la ecuación [8.6]. Por ejemplo, para las cinéticas dadas en el cuadro 7.1 se obtendrían las expresiones del cuadro 7.3.

8.2.2. Reactor adiabático

En esta situación el caudal de calor intercambiado, Q_a , es cero, ya que el reactor está perfectamente aislado del exterior. Si en la ecuación [8.8] del balance de calor el término $(-R_A)V$ se sustituye por la ecuación [8.4] –balance de materia– se obtiene la siguiente expresión:

$$(-\Delta H_R)_A n_{A0} dX_A = \sum n_j C_{pj} dT \quad [8.9]$$

Aceptando que los valores de $(-\Delta H_R)_A$ y c_p son constantes durante el progreso de la reacción, la ecuación [8.9] se puede integrar fácilmente entre los valores iniciales de conversión y temperatura, 0 y T_0 , respectivamente, y los valores de estas variables correspondientes al tiempo t : X_A y T . De esta forma se obtiene la relación [8.10], en términos de conversiones o de concentraciones si el volumen V permanece constante.

$$T = T_0 + \frac{(-\Delta H_R)_A n_{A0}}{mc_p} X_A \stackrel{Vcte}{=} T_0 + \frac{(-\Delta H_R)_A}{\rho c_p} (C_{A0} - C_A) \quad [8.10]$$

La ecuación [8.10] proporciona una relación lineal de la temperatura con la composición, que puede sustituirse en aquellos términos que sean función de la temperatura en la expresión de $(-R_A)$, con lo que puede integrarse la ecuación [8.6] y obtener el tiempo necesario para una determinada conversión. Esta integración no tie-

de solución analítica, incluso para cinéticas sencillas, y debe realizarse de forma gráfica o numérica.

Como ejemplo, se considera una cinética de primer orden irreversible. En este caso, para un reactor discontinuo adiabático, y cuando el volumen de reacción es constante, la ecuación [8.6], teniendo en cuenta la ecuación [8.10], resulta ser la siguiente:

$$\tau = \int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{-dC_A}{kC_A} = \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{k_0 \exp\left(\frac{E_a}{R(T_0 + (-\Delta H_R)_A n_{A0} X_A / m c_p)}\right) (1 - X_A)} \quad [8.11]$$

Como se observa en la ecuación [8.11] la complejidad en la integración se debe a que aparecen términos exponenciales y potenciales para la variable dependiente X_A . En general, y para una cinética cualquiera, el tiempo de reacción requerido se puede calcular gráfica o numéricamente como el área bajo la curva $1/(-R_A)$ frente a C_A , tal como se muestra en la figura 8.3, una vez sustituida T en función de X_A (o de C_A) mediante la ecuación [8.10].

En la figura 8.3 se ha utilizado una cinética potencial de orden 1 considerando valores de $(-\Delta H_R)_A$ mayores de cero (reacción exotérmica), iguales a cero (sin efectos térmicos) y menores de cero (endotérmica), y se ha representado la correspondiente variación de T con X_A . Se observa que, cuando la reacción es endotérmica y el reactor adiabático, el tiempo necesario para alcanzar una determinada conversión aumenta respecto al caso exotérmico e isotermo.

8.2.3. Caso general de intercambio de calor

La temperatura afecta de forma importante a la constante cinética y, en reacciones reversibles, influye positiva o negativamente sobre la constante de equilibrio. En algunos casos, si la temperatura sobrepasa un cierto valor, puede modificar el rendimiento al producto deseado al aparecer reacciones secundarias indeseables. Por ello, es frecuente que sea necesario controlar la temperatura del reactor, manteniendo ésta en un valor constante, o trabajando en un cierto intervalo.

Para controlar la variación de la temperatura se utilizan sistemas de intercambio de calor, normalmente camisas y en algunos casos ser-

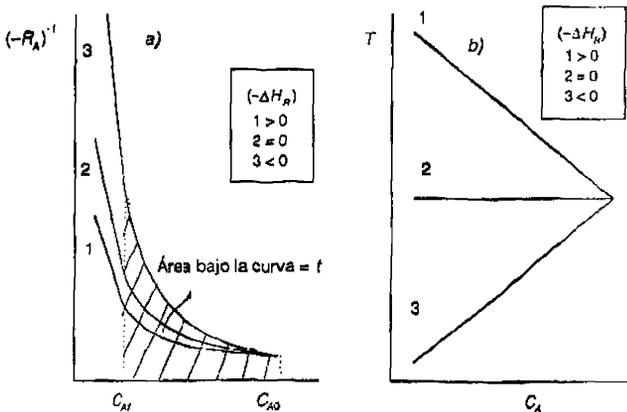


FIGURA 8.3. Operación adiabática en reactor discontinuo. a) Tiempo de reacción. b) Variación de la temperatura con la composición.

pentines. Por la camisa y/o el serpentín circula un fluido refrigerante o calefactor y el término de intercambio de calor de la ecuación [8.8] se puede escribir como:

$$Q_u = UA(T_c - T) \quad [8.12]$$

siendo T_c y T las temperaturas del fluido refrigerante o calefactor y del sistema de reacción, respectivamente, y donde U es el coeficiente global de transmisión de calor y A el área de intercambio de calor. Si se supone que la temperatura del fluido refrigerante o calefactor es constante con la posición y el tiempo —como ocurre cuando se emplean vapores a su temperatura de condensación o cuando los caudales de fluido que circulan por la camisa y/o el serpentín son elevados—, resulta que T_c no varía durante el transcurso de la reacción. En caso contrario, es necesario realizar un balance adicional de calor a este fluido para determinar cómo varía T_c con el tiempo y/o la posición.

Al sustituir la ecuación [8.12] en la ecuación [8.8] la relación entre la conversión y la temperatura no es tan fácil de obtener como en el caso adiabático. Lo más habitual es resolver simultáneamente los balance de materia (ecuaciones [8.4] u [8.5]) y calor (ecuaciones [8.8] y [8.12]) en forma diferencial y mediante algún método numérico, y calcular la variación de la temperatura y la conversión con el tiempo.

8.2.4. Dimensionado del reactor

Una vez determinado el tiempo necesario para alcanzar la conversión requerida, en la situación particular del balance de calor que corresponda (isotermo, adiabático o intercambio de calor), es necesario determinar el volumen de reactor requerido para una cierta producción, a lo que se denomina *dimensionado del reactor*.

Los valores especificados son la producción requerida del producto D , P_D (mol D /tiempo) y la conversión del reactivo, X_A . El volumen de la

masa de reacción que debe introducirse al reactor en cada carga viene dado por la ecuación:

$$V = \frac{n_{A0}}{C_{A0}} \quad [8.13]$$

donde se conoce C_{A0} pero no n_{A0} . Para calcular los moles iniciales de A por carga, se establece la relación de éstos con la producción requerida de producto D . Para ello, hay que tener en cuenta que el tiempo de un ciclo de reacción no es sólo el tiempo de reacción, dado por la ecuación [8.6], sino que a éste hay que sumarle los tiempos muertos de descarga, limpieza y nueva carga. Es decir, suponiendo que la cantidad de D es cero en la mezcla inicial de reacción, los moles de A por carga son:

$$n_{A0} = \left(\frac{P_D}{X_A} \frac{v_A}{v_D} \right) (t_{r[8.6]} + t_{carga} + t_{limpieza} + t_{descarga}) \quad [8.14]$$

Con la ecuación [8.14] y la ecuación [8.13] se obtiene el volumen que ocupa la mezcla de reacción. El volumen de reactor es mayor que dicho valor ya que debe incluir el volumen de los elementos mecánicos y del posible serpentín y/o camisa, y un cierto sobredimensionado para evitar reboses. Los elementos mecánicos más habituales a considerar son:

- El agitador, que consiste en un eje, accionado por un motor y conectado a éste bien directamente, o, como es más habitual, a través de una caja de engranajes y reductores. En el eje se encuentran los dispositivos que originan la mezcla. Estos dispositivos, denominados *rodetes* de forma genérica, se pueden clasificar en hélices, paletas o turbinas, y se analizan con detalle en el tema relativo a agitación y mezcla del segundo volumen de este libro.
- Tabiques deflectores. El flujo tangencial y los remolinos son un efecto indeseable en cuanto a la mezcla. Para evitar que se produzcan se coloca el agitador horizontal o

excéntricamente, o bien, se instalan tabiques deflectores. Estos tabiques consisten en placas verticales perpendiculares a la pared del tanque y rompen las líneas de flujo tangenciales, con lo se que evitan la aparición del vórtice. Excepto en tanques muy grandes, cuatro placas deflectoras situadas a 90° son suficientes. La anchura de la placa deflectoras suele estar alrededor de 1/12 a 1/8 del diámetro del tanque.

El volumen del reactor suele estar entre un 70 y un 35% por encima del volumen calculado mediante la ecuación [8.13]. Estos reactores son típicos cilíndricos y el procedimiento habitual para determinar la altura y diámetro es el siguiente:

- Se calcula el volumen de la mezcla de reacción mediante la ecuación [8.13].
- Se supone una geometría cilíndrica y una relación diámetro/altura igual a la unidad, calculando ambas dimensiones.
- Se sobredimensiona la longitud del reactor entre un 20 y 30% del valor calculado en el punto anterior.

Ejemplo 8.1. Producción en reactor discontinuo. Proceso de fermentación.

La fermentación de un sustrato N para obtener el producto P se lleva a cabo mediante una levadura en un reactor discontinuo. La concentración inicial de biomasa es $C_{B0} = 0,5 \text{ g L}^{-1}$ y la de sustrato $C_{N0} = 150 \text{ g L}^{-1}$. El proceso sigue una cinética de Monod (ecuación [7.49]) con los siguientes valores de los parámetros:

- $\mu_m = 0,2 \text{ h}^{-1}$ y $K_N = 30 \text{ g L}^{-1}$
- Rendimiento de sustrato a biomasa $Y = 0,4 \text{ gB/gN}$
- Rendimiento de sustrato a producto $Y_{N,P} = 0,3 \text{ gP/gN}$

¿Qué volumen de reactor es necesario utilizar para lograr una producción de P de 1 kg h^{-1} con una conversión del sustrato del 90%?

Datos

Tiempos muertos por ciclo = 4 h.

Solución

Para calcular el volumen de reactor (ecuación [8.13]) es necesario conocer la cantidad de sustrato que hay que introducir al reactor por ciclo, y este valor es función del tiempo total de un ciclo, suma del tiempo de reacción y los tiempos muertos (ecuación [8.14]). Para calcular el tiempo de reacción necesario para alcanzar la conversión de N requerida se utiliza el balance de materia de N en un reactor discontinuo (ecuación [8.6]), integrando entre la concentración inicial de N (150 g L^{-1}) y la concentración final, que para la conversión requerida es

$$C_{Nf} = (150)(1-0,9) = 15 \text{ g L}^{-1}$$

$$t = \int_{150}^{15} \frac{-dC_N}{(-R_N)}$$

La velocidad de desaparición del sustrato, $(-R_N)$, de acuerdo a la ecuación [7.49] del cuadro 7.1, viene dada por:

$$(-R_N) = \frac{0,2 C_N}{(30 + C_N)} \frac{(0,5 + (150 - C_N)0,4)}{0,4} \text{ g}_N \text{ L}^{-1} \text{ h}^{-1}$$

Esta expresión se sustituye en la integral anterior y se calcula t como el resultado de la integral. Este valor se puede obtener mediante integración analítica (ecuación [7.72] del cuadro 7.3) o numérica.

Solución analítica

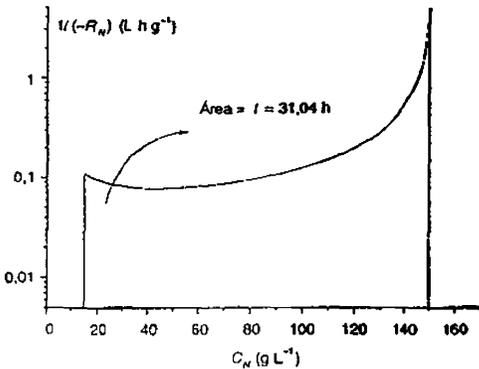
Con la ecuación [7.72] y para los valores dados en el problema se obtiene $t = 30,35 \text{ h}$,

Solución numérica

El valor de la integral corresponde al área bajo la curva

$$\frac{1}{(-R_N)}$$

frente a C_N entre los valores de concentración de N de 150 y 15 g L⁻¹. Esta curva y el área correspondiente se ha representado en la figura que aparece a continuación. Se obtiene un valor de tiempo de $t = 31,04$ h, muy parecido al valor de la solución analítica.



Tiempo necesario para alcanzar una conversión del sustrato del 90%.

Una vez conocido el tiempo de reacción (30,35 h), el tiempo total de un ciclo será la suma de éste y los tiempos muertos.

$$t_{\text{ciclo}} = 30,35 + 4 = 34,5 \text{ h}$$

La cantidad de sustrato que hay que introducir por ciclo al reactor se calcula mediante la ecuación [8.14], sustituyendo A por N y D por P . El cociente de coeficientes estequiométricos es

$$\frac{v_N}{v_P} = \frac{1}{Y_{P/N}} = \frac{1}{0,3} = 3,33 \text{ gN/gP}$$

Por tanto

$$n_{\text{su}} = \frac{10^3 \text{ gP/h}}{0,9} \cdot 3,33 \text{ gN/gP} (34,35 \text{ h}) = 127.222 \text{ gN}$$

y el volumen del reactor, de acuerdo a la ecuación [8.13], resulta:

$$V = \frac{127.222 \text{ gN}}{150 \text{ gN/L}} = 850 \text{ L}$$

8.3. Reactores homogéneos continuos

En estos reactores la corriente con los reactivos se alimenta continuamente al reactor y permanece un cierto tiempo en éste, durante el cual se convierte parcialmente. Del reactor sale, también continuamente, una corriente con el producto y la parte de reactivos sin convertir. Ambas corrientes de entrada y salida fluyen en condiciones estacionarias salvo en los períodos –pequeños en comparación con los de operación– de puesta en marcha y parada del reactor.

Debido a que estos reactores funcionan en condiciones estacionarias, la variable tiempo del reactor discontinuo es reemplazada por el denominado tiempo de residencia, τ , que corresponde al tiempo que los reactivos permanecen por término medio en el reactor. Este tiempo de residencia se calcula como:

$$\tau = \frac{V}{Q} \quad [8.15]$$

Al tiempo τ no hay que sumarle tiempos muertos, ni hay que contar con los costes laborales que dichos tiempos muertos generaban en los reactores discontinuos. Es evidente, por tanto, que el empleo de reactores continuos disminuye los costes de mano de obra, permite un control automático del proceso, con lo que mejora la constancia en las especificaciones requeridas al producto, y aumenta la producción. Son, por otra parte, menos versátiles que los reactores discontinuos y su elección frente a éstos depende del nivel de producción requerido. Los reactores continuos parecen ser los más adecuados en procesos con producciones elevadas del mismo producto y para condiciones de operación constantes.

A continuación se analizan los dos extremos de reactores continuos ideales, de acuerdo al régimen de circulación del fluido, distinguiendo entre reactores de mezcla completa y reactores de flujo pistón. Por último se considerarán dos casos particulares de asociación de reactores continuos, la batería de tanques en serie y el reactor de recirculación.

Además de desarrollar el modelo matemático que permite determinar la conversión a la salida, se compara el funcionamiento de los diversos reactores considerados, analizando sus ventajas e inconvenientes, con una breve referencia a su empleo en reacciones complejas.

3.3.1. Reactor de mezcla completa

Como su nombre indica, el contenido del reactor está perfectamente mezclado, y el reactor tiene la geometría cilíndrica descrita para el reactor discontinuo, de ahí que también se denominen reactores tipo tanque. Entre otros procesos, este reactor es utilizado con frecuencia en fermentaciones.

Debido a que la mezcla es completa las condiciones de composición y temperatura son las mismas en cualquier punto del reactor, y por tanto, también a la salida, como se muestra en el esquema de la figura 8.4.

Algunas consideraciones sobre el diseño de estos reactores son:

- Hay que evitar que los reactivos pasen rápidamente por el reactor sin mezclarse con su contenido, es decir, se debe prevenir el cortocircuito de la corriente de alimentación. Para ello, los puntos de entrada y salida deben situarse de forma correcta. A su vez, la agitación debe ser suficiente para que se consiga la mezcla total, y no aparezcan zonas estancadas en la parte inferior del reactor. Los elementos mecánicos que se utilizan para alcanzar esta mezcla son los mismos que los comentados en el reactor discontinuo.

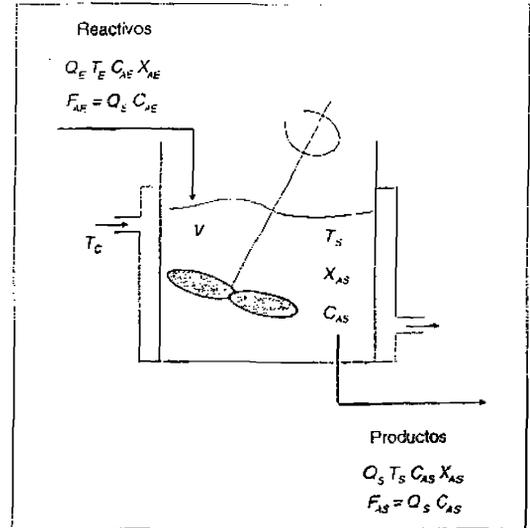
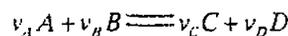


FIGURA 8.4. Esquema del reactor de mezcla completa.

- Estos reactores son relativamente baratos y de fácil funcionamiento. Además, una forma sencilla de modificar una determinada producción es construir baterías de estos reactores.
- El control de la temperatura es más fácil que en los reactores de flujo pistón o tubulares. Se utilizan camisas y serpentines, al igual que en el reactor discontinuo. En general, la respuesta a la perturbación de alguna variable para volver al estado estacionario es más rápida que en los reactores tubulares.
- El tanque es más fácil de limpiar que los reactores tubulares.
- No son los más adecuados para reacciones en fase gas.

Para describir el funcionamiento de estos reactores se resuelven los correspondientes balances de materia y energía. De nuevo, se considera una reacción simple, eligiendo el reactivo A como compuesto clave:



• *Balace de materia*

Se plantea para el reactivo A , en términos de caudales molares, y considerando que el reactor opera en estado estacionario. En este caso, los términos de la ecuación general [8.1] son:

$$[\text{Entrada } A] = F_{AE} \quad [8.16]$$

$$[\text{Salida } A] = F_{AS} \quad [8.17]$$

$$[\text{Generación } A] = R_A V \quad [8.18]$$

$$[\text{Acumulación } A] = 0 \quad [8.19]$$

Los caudales molares de A a la entrada y salida del reactor, F_{AE} y F_{AS} , respectivamente, se pueden expresar en función de un caudal molar de referencia, F_{A0} , a través de la conversión de A .

$$F_{AE} = F_{A0}(1 - X_{AE}) \quad [8.20]$$

$$F_{AS} = F_{A0}(1 - X_{AS}) \quad [8.21]$$

siendo X_{AE} y X_{AS} las conversiones de entrada y salida, respectivamente. De esta forma se considera el caso general de que el reactivo entre parcialmente convertido respecto al caudal de referencia F_{A0} . Si F_{A0} y F_{AE} son los mismos, es evidente que X_{AE} es cero.

Como indican las expresiones de las ecuaciones [8.20] y [8.21] la conversión en sistemas de flujo continuo ya no viene expresada por la ecuación [7.32] sino por la siguiente relación:

$$X_A = \frac{F_{A0} - F_A}{F_{A0}} \quad [8.22]$$

La relación entre el caudal molar y la concentración viene dada por el caudal volumétrico, Q :

$$F_A = Q C_A \quad [8.23]$$

Cuando los valores de los caudales volumétricos de entrada y salida son iguales, como ocurre siempre que la mezcla de reacción está en fase líquida, la ecuación [8.22] se convierte en la [7.33], y pueden emplearse también las ecuaciones [7.34] a [7.36].

Con las consideraciones anteriores, el balance de materia de la ecuación [8.1] se puede expresar mediante la ecuación [8.24]:

$$F_{A0}(1 - X_{AE}) + R_A V = F_{A0}(1 - X_{AS}) \quad [8.24]$$

o lo que es lo mismo:

$$Q_E C_{AE} + R_A V = Q_S C_{AS} \quad [8.25]$$

donde la velocidad de reacción R_A es la que corresponde a las condiciones de salida, tanto de composición, C_{AS} como de temperatura, T_S .

Cuando el caudal volumétrico es constante, y teniendo en cuenta la ecuación [8.15], el balance de materia de A de la ecuación [8.25] se puede escribir como:

$$\tau = \frac{C_{AE} - C_{AS}}{(-R_A)} = \frac{C_{A0}(X_{AS} - X_{AE})}{(-R_A)} \quad [8.26]$$

Según sea la ecuación cinética propuesta para $(-R_A)$ se obtendrán diversas expresiones de X_{AS} en función de las condiciones de entrada, del tiempo espacial y de T_S . Por ejemplo, si se supone que la cinética es irreversible, y de primer orden respecto a A , y cuando X_{AE} es cero, la conversión a la salida se puede despejar de la ecuación [8.26], obteniendo:

$$\begin{aligned} (-R_A) &= k_0 \exp(-E_a / RT_S) C_{AS} \quad \therefore \\ C_{AE} &= C_{A0} \quad \therefore X_{AE} = 0 \\ \therefore X_{AS} &= \frac{1}{1 + 1/(k_0 \exp(-E_a / RT_S) \tau)} \quad [8.27] \end{aligned}$$

De modo general $(-R_A)$ es función de C_{AS} y T_S . En consecuencia, para calcular el valor de X_{AS} a partir del balance de materia de la ecuación [8.26]

hay que disponer de una ecuación que permita relacionar la temperatura T_S con C_{AS} o X_{AS} . Para ello, es necesario utilizar el balance de energía, que se aplica habitualmente a un balance de calor.

Balance de calor

En este caso, el término de *Acumulación* es nulo, y los términos de *Entrada* menos *Salida* son:

$$[Entrada] - [Salida] = \sum F_{jE} C_{pj} (T_E - T_R) - \sum F_{jS} C_{pj} (T_S - T_R) + Q_a \quad [8.28]$$

El primer y segundo sumatorios de la ecuación [8.28] están extendidos a los compuestos j que se encuentren en las corrientes de entrada y salida, respectivamente, y T_R es una temperatura de referencia. Si se toma un calor específico promedio referido a masa, c_p , y como temperatura de referencia se elige la de entrada, T_E , la ecuación [8.28] se puede escribir como:

$$[Entrada] - [Salida] = F_w c_p (T_E - T_S) + Q_a \quad [8.29]$$

Donde F_w es el caudal másico que circula por el reactor, y Q_a el caudal de calor intercambiado con el exterior (con el mismo criterio de signos que en el reactor discontinuo: positivo si es calor aportado al sistema, negativo cuando es calor eliminado del sistema).

El término de *generación*, teniendo en cuenta la ecuación [8.24], corresponde a:

$$[Generación] = (-\Delta H_R)_A \cdot (-R_A)V = : = (-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}(X_{AS} - X_{AE}) \quad [8.30]$$

Sustituyendo estos términos en la ecuación [8.29] se obtiene la expresión del balance de calor:

$$F_w c_p (T_E - T_S) + Q_a + (-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}(X_{AS} - X_{AE}) = 0 \quad [8.31]$$

De nuevo, al igual que se hizo con el reactor discontinuo, se pueden establecer varias situaciones particulares del balance de calor.

- Reactor isoterma.** Se considera que este reactor es isoterma cuando las temperaturas de entrada y salida sean iguales ($T_E = T_S$). El valor de Q_a requerido para ello se puede obtener de la ecuación [8.31], conocida la conversión de salida, y haciendo nula la diferencia de temperaturas. Para un sistema de intercambio de calor igual al comentado para el reactor discontinuo, el valor de Q_a se obtiene mediante la ecuación [8.12], donde la temperatura en el reactor, T , es igual a la de entrada T_E por ser el reactor isoterma.
- Reactor adiabático.** El reactor se supone perfectamente aislado del exterior, es decir, Q_a es nulo. A partir del balance de calor de la ecuación [8.31] se obtiene la siguiente relación entre la temperatura y la conversión a la salida.

$$T_S = T_E + \frac{(-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}(X_{AS} - X_{AE})}{F_w c_p} \quad [8.32]$$

Esta relación se sustituye en la ecuación [8.26], en aquellos términos de la velocidad de reacción que sean función de la temperatura. En la expresión que resulta la única incógnita es la conversión a la salida.

- Caso general de intercambio de calor.** Sustituyendo el caudal de calor Q_a en la ecuación [8.31] por la ecuación [8.12] el balance de calor resulta ser:

$$F_w c_p (T_E - T_S) + UA(T_c - T_S) + (-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}(X_{AS} - X_{AE}) = 0 \quad [8.33]$$

Suponiendo nula la conversión a la entrada, se despeja la conversión a la salida en la ecuación [8.33], y se obtiene la relación conversión-temperatura dada por la siguiente ecuación:

$$X_{AS} = \frac{F_w c_p + UA}{(-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}} T_s - \frac{F_w c_p T_E + UA T_C}{(-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}} \quad [8.34]$$

donde el flujo másico se puede sustituir en función del caudal volumétrico y de la densidad, de acuerdo a:

$$F_w = Q\rho \quad [8.35]$$

Las ecuaciones del balance de materia (ecuación 8.26) y de calor —en el caso más general dado por la ecuación 8.34— deben satisfacerse simultáneamente. Un aspecto característico de estos reactores es el de su estabilidad, también denominado multiplicidad de estados estacionarios.

En la ecuación del balance de materia [8.26] la dependencia de la conversión con la temperatura es exponencial, por lo que si se representa la curva de X_{AS} frente a T_s obtenida del balance de materia se obtiene una función de tipo sigmoideal. Por el contrario, en el balance de calor —ecuación [8.34]— la dependencia de la conversión con la temperatura es lineal.

En la figura 8.5 se ha representado la función de la conversión que se obtiene utilizando una cinética de primer orden (ecuación 8.27), con el tiempo espacial como parámetro. Se observa que, a temperaturas bajas, la conversión tiende asintóticamente a cero y, a temperaturas altas, tiende, también asintóticamente, a la unidad, mostrando un perfil sigmoideal entre ambos extremos. En la misma figura se ha representado el balance de calor de la ecuación [8.34], que resulta ser una línea recta. La solución es el punto de corte de ambas curvas, punto que satisface los balances de materia y energía simultáneamente.

En ciertos casos, este punto de corte no es único. Por ejemplo, para una cinética de primer orden el balance de materia y de calor pueden cortarse en tres puntos, dos de ellos situados en las zonas asintóticas y otro en la zona intermedia. Este último punto no es estable, es decir, ligeras perturbaciones de la temperatura de entrada, T_p o de la temperatura del fluido refrigerante

o calefactor, T_c , pueden hacer que el sistema evolucione rápidamente a una de las soluciones estables, como se muestra en la figura 8.6.

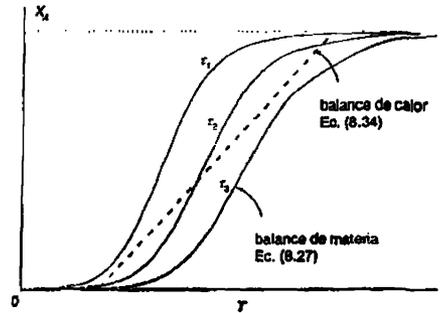


FIGURA 8.5. Multiplicidad de estados estacionarios en reactores de mezcla completa. Reacción irreversible exotérmica de primer orden.

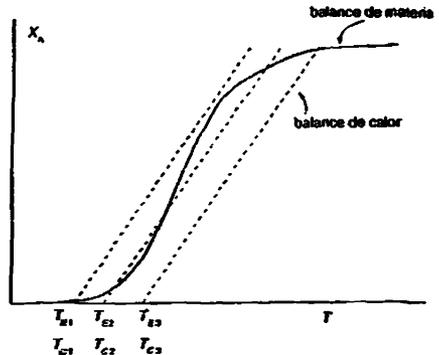


FIGURA 8.6. Influencia de la temperatura de entrada y de la temperatura del fluido de refrigeración en reactores de mezcla completa. Reacción irreversible exotérmica de primer orden.

La solución en la zona de bajas conversiones está favorecida por bajos valores de la constante de velocidad, bajos tiempos de residencia, peque-

ños calores de reacción, pequeñas concentraciones del reactivo, valores bajos de las temperaturas de entrada y del refrigerante y por elevados valores del área de intercambio de calor o del coeficiente de transmisión de calor (esto último en el caso de fluido refrigerante: $T_C < T_S$, y no calefactor). La solución de altas conversiones está favorecida por las condiciones contrarias a las anteriores.

Sobre la cuestión de la estabilidad se pueden realizar análisis más completos, que quedan fuera del alcance de este libro, en el que se pretende sólo hacer notar la posible aparición de este tipo de problemas en el funcionamiento de los reactores de tanque agitado continuo. En la mayoría de los textos propuestos al final de este capítulo se pueden encontrar mayores desarrollos sobre el tema. Para cerrar este punto, cabe citar el criterio o condición de estabilidad de un reactor de mezcla completa continuo:

$$\frac{dQ_g}{dT} < \frac{d(Q_r + Q_a)}{dT} \quad [8.36]$$

donde Q_g es el calor generado (ecuación [8.30]), Q_r el calor eliminado por el fluido que atraviesa el reactor, y Q_a el calor eliminado por el fluido refrigerante. La suma de Q_r y Q_a viene dada por los dos primeros sumandos de la ecuación [8.33] con el signo cambiado.

Ejemplo 8.2. Fermentación en tanque agitado continuo. Intercambio de calor para mantener una determinada temperatura en el tanque.

La fermentación de un sustrato N para obtener el producto P se lleva a cabo mediante un microorganismo en un tanque agitado continuo de 100 L cuya circulación puede considerarse de mezcla completa. La concentración de N a la entrada es de 180 g L^{-1} y la concentración de biomasa a la entrada es casi despreciable ($0,5 \text{ g L}^{-1}$). La temperatura de la corriente de entrada es de $30 \text{ }^\circ\text{C}$ y se desea que ésta sea también la temperatura en el tanque de fermentación. El proceso puede describirse mediante una cinética de tipo Monod cuyos

parámetros a $30 \text{ }^\circ\text{C}$ son $\mu_m = 0,84 \text{ h}^{-1}$ y $K_N = 43 \text{ g L}^{-1}$ siendo el rendimiento a biomasa $Y = 0,45 \text{ gB/gN}$. En la conversión de sustrato a biomasa y producto se genera una energía en forma de calor, desprendiendo 1.200 cal/gN convertido.

- ¿Qué caudal hay que introducir al reactor si se desea que la concentración de N a la salida sea de 36 g L^{-1} ?
- ¿Qué calor debe eliminarse del reactor para que la temperatura en el tanque no exceda de $30 \text{ }^\circ\text{C}$ y cuál debe ser el área de intercambio de calor? Datos: Temperatura del fluido refrigerante $T_C = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, coeficiente global de transmisión de calor $U = 500 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Solución

- Q_E . El caudal de entrada puede obtenerse a partir de la ecuación de conservación del sustrato que, cuando el caudal de entrada y salida al tanque permanece constante, viene dada por la ecuación [8.26]. Tomando los valores de entrada al tanque como la referencia:

$$C_{N0} = C_{NE} = 180 \text{ g L}^{-1} \quad X_{NE} = 0 \quad Q_0 = Q_E = Q_S = Q$$

Teniendo en cuenta que la concentración de sustrato a la salida del tanque es

$$C_{Ns} = 36 \text{ g L}^{-1}$$

la conversión de sustrato resulta

$$X_{Ns} = (180 - 36)/180 = 0,8$$

La velocidad de desaparición del sustrato de la ecuación [8.26] viene dada por el modelo cinético de la ecuación [7.49] del cuadro 7.1. Sustituyendo los valores anteriores, el valor requerido del tiempo espacial se calcula como:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{C_{N0} - C_{Ns}}{(-R_N)} = \\ &= \frac{(180 - 36) \text{ g L}^{-1}}{\frac{(0,84)(36)}{(43 + 36)} \cdot \frac{(0,5 + (180 - 36)0,45)}{0,45} \text{ g}_N \text{ L}^{-1} \text{ h}} = 2,6 \text{ h}^{-1} \end{aligned}$$

A partir de r se calcula el caudal de entrada, que resulta ser

$$Q = \frac{V}{\tau} = \frac{100 \text{ L}}{2.6 \text{ h}} = 38.5 \text{ L h}^{-1}$$

b) Calor a intercambiar Q_u y Área de intercambio de calor A necesaria.

Para calcular Q_u se utiliza el balance de calor en el reactor tanque continuo, que viene dado por la ecuación [8.31]. En este caso las temperaturas de entrada y salida son 30 °C, por lo que se anula el primer sumando del primer miembro

$$F_u c_p (T_R - T_F) = 0$$

y la expresión que resulta para el balance de calor, sustituido A por N es

$$Q_u + (-\Delta H_R)_v \cdot F_{N0} X_{N1} = 0$$

donde Q_u es positivo si se aporta calor al sistema o negativo en caso contrario.

En la ecuación anterior se pueden utilizar valores de entalpía por mol y caudal molar, o entalpía por masa y caudal másico. El caudal másico alimentado de sustrato es

$$F_{m, N_0} = Q_u \cdot C_{m, N_0} = (38.5 \text{ L h}^{-1})(180 \text{ g}_m \text{ L}^{-1}) = 6.930 \text{ g}_m \text{ h}^{-1}$$

La entalpía por gramo de sustrato reaccionado es un dato del problema:

$$(-\Delta H_R)_v = 1.200 \text{ cal g}_m^{-1}$$

por lo que el caudal de calor Q_u será:

$$Q_u = (-1.200 \text{ cal g}_m^{-1})(6.930 \text{ g}_m \text{ h}^{-1})(0.8) = -6.652 \cdot 10^6 \text{ cal h}^{-1}$$

Al ser el proceso exotérmico Q_u tiene signo negativo, es decir, es un calor que debe eliminarse del sistema. Para ello hay que intercambiar calor con el fluido refrigerante a través del área de intercambio A .

Esta área se calcula sustituyendo valores en la ecuación [8.12], obteniendo el siguiente valor:

$$A = \frac{Q_u}{U(T_c - T)} = \frac{(-6,652 \cdot 10^6 \text{ cal h}^{-1}) \left(\frac{\text{h}}{3,600 \text{ s}} \right) \left(\frac{4,18 \text{ J}}{\text{cal}} \right)}{(500 \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})(15 - 30)^\circ\text{C}} = 1,03 \text{ m}^2$$

8.3.2. Reactores tubulares de flujo pistón

Éste es el otro extremo de los reactores continuos ideales. Un ejemplo típico en la industria de alimentos son los esterilizadores de tipo tubular. La mezcla del fluido entre dos secciones adyacentes es nula, es decir, el fluido circula como un pistón que se va desplazando por el reactor, de ahí su nombre. En la figura 8.7 se representa esquemáticamente un reactor tubular con este tipo de flujo.

Algunas características de estos reactores son:

- Pueden estar constituidos por un único tubo o por una serie de tubos colocados en paralelo.
- En la dirección axial la mezcla es nula, pero en la dirección radial la mezcla es perfecta. Es decir, en una sección z , los valores de composición y temperatura son los mismos para cualquier valor del radio. Un criterio simple y que se aplica a menudo para considerar que el flujo es en pistón es que el número de Reynolds sea mayor de 10^4 y que la relación longitud/diámetro del tubo sea mayor o igual a 50.
- Dada una cierta posición en el reactor, si el reactor trabaja en estado estacionario las variables no se modifican con el tiempo. Existe un gradiente de composición con la coordenada axial z debido a la mezcla nula entre las secciones. El gradiente axial de temperatura depende de cómo sea el calor generado por la reacción y del

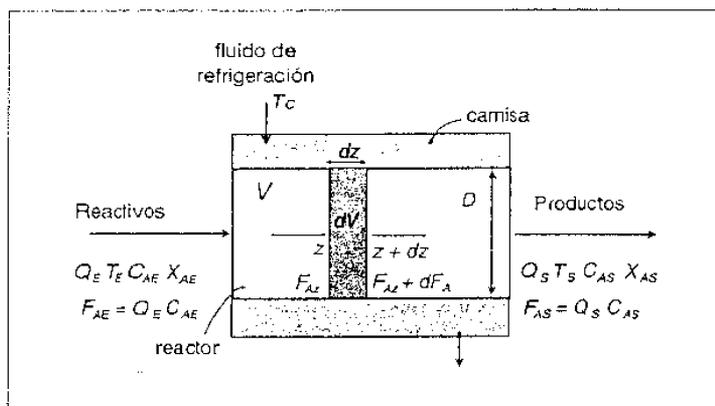


FIGURA 8.7. Esquema del reactor tubular con flujo pistón.

sistema de intercambio de calor. Como es obvio, en estos sistemas no es posible introducir serpentines, por lo que el fluido que circula por el tubo intercambia calor con el exterior sólo a través de la pared del tubo. Esto hace que el control de temperatura sea más complicado que en los reactores tipo tanque. Para aumentar el intercambio de calor puede reducirse el diámetro de los tubos y aumentar su longitud. Una solución equivalente es emplear reactores multitubulares. Ambas posibilidades tienen la desventaja de que aumentan la pérdida de presión a través del reactor (recuérdese lo visto en el capítulo 4 para flujo de fluidos por conducciones) y los costes del material necesario.

Para describir el funcionamiento de estos reactores se resuelven los balances de materia y energía. De nuevo, se considera una reacción simple con el reactivo A como compuesto clave.

Los balances se plantean en un diferencial de volumen de reactor, dV , y en estado estacionario, como se muestra en la figura 8.7. El tiempo de residencia en ese dV es $(dV)/Q$, o $d\tau$, y es equivalente al diferencial de tiempo utilizado en el reactor discontinuo.

• Balance de materia

La conservación del reactivo A en dV , o lo que es lo mismo en la correspondiente longitud dz , se plantea en términos de caudales molares. Al funcionar el reactor en estado estacionario la acumulación de A en dV es cero. Los restantes términos de la ecuación general [8.1] entre z y $z + dz$ son:

$$[\text{Entrada } A] = F_{Az} \quad [8.37]$$

$$[\text{Salida } A] = F_{Az+dz} = F_{Az} + dF_A \quad [8.38]$$

$$[\text{Generación } A] = R_A dV \quad [8.39]$$

Con lo que, teniendo en cuenta la relación entre caudal molar y conversión, dada en la ecuación [8.22], el balance de materia resulta ser:

$$-dF_A = F_{A0} dX_A = (-R_A) dV \quad [8.40]$$

Integrando el balance de materia de la ecuación [8.40] entre las condiciones de entrada, F_{AE} , y de salida, F_{AS} , y teniendo en cuenta las relaciones dadas por las ecuaciones [8.20] y [8.21], la ecuación [8.40] se transforma en la siguiente expresión:

$$\frac{V}{F_{A0}} = \int_{X_{Ae}}^{X_{At}} \frac{dX_A}{(-R_A)} \quad [8.41]$$

Cuando el caudal volumétrico, Q , es constante el balance de materia de la ecuación [8.41], teniendo en cuenta la ecuación [8.23], se convierte en:

$$\tau = \frac{V}{Q} = \int_{X_{Ae}}^{X_{At}} \frac{C_{A0} dX_A}{(-R_A)} = \int_{C_{Ae}}^{C_{At}} \frac{-dC_A}{(-R_A)} \quad [8.42]$$

Comparando las ecuaciones del balance de materia en un reactor discontinuo (ecuación [8.6]) y la del balance de materia en un reactor tubular cuando el caudal es constante (ecuación [8.42]), se concluye que ambas son equivalentes si se sustituye el tiempo de reacción del primero por el tiempo de residencia del segundo.

En la expresión de la velocidad $(-R_A)$ aparecen términos cinéticos que son función de la temperatura. La variación de T con la longitud del reactor se obtiene a partir del balance de energía en el diferencial de volumen dV .

• *Balance de calor*

$$[Entrada] - [Salida] = -\sum F_j C_{pj} dT + Q_a \quad [8.43]$$

El sumatorio de la ecuación [8.43] se extiende a todos los compuestos j que atraviesan el dV , siendo dT la variación de temperatura en ese diferencial de volumen (salida-entrada). Si se utiliza, al igual que se hizo en el caso del reactor de mezcla completa, un calor específico constante referido a masa y dado que el caudal másico que atraviesa el reactor, F_w , es constante, la ecuación [8.43] se simplifica a:

$$[Entrada] - [Salida] = -F_w c_p dT + Q_a \quad [8.44]$$

El término de generación, teniendo en cuenta la ecuación [8.40] del balance de materia, se puede expresar como:

$$\begin{aligned} [Generación] &= (-\Delta H_R)_A (-R_A) dV = \\ &= (-\Delta H_R)_A F_{A0} dX_A \end{aligned} \quad [8.45]$$

donde dX_A es la variación de conversión que se produce en ese dV .

Al ser cero el término de acumulación, el balance de calor en dV , de acuerdo a la ecuación general [8.1], viene dado por:

$$-F_w c_p dT + Q_a + (-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0} dX_A = 0 \quad [8.46]$$

En el balance general de calor de la ecuación [8.46] se pueden particularizar varias situaciones, al igual que se realizó en los reactores discontinuos y de mezcla completa. Los casos particulares son: reactor isoterma ($dT = 0$), reactor adiabático ($Q_a = 0$) y el caso general de intercambio de calor de la ecuación [8.46].

Por un procedimiento similar al realizado en los reactores anteriores, se obtienen las ecuaciones del balance de calor para estas situaciones particulares.

A) *Reactor isoterma*

La temperatura es la misma en todo el reactor, es decir el dT de la ecuación [8.46] es nulo. El valor de Q_a requerido para ello será distinto en cada sección del reactor. El calor se intercambia sólo a través de la pared. El área de intercambio en dV , denominada dA , es el perímetro del tubo (ID) por su longitud (dz). El calor aportado o eliminado en dV viene dado por:

$$Q_a = U dA (T_c - T) = U \pi D dz (T_c - T) \quad [8.47]$$

siendo D el diámetro del tubo. Para valores muy elevados del coeficiente U o del área de intercambio de calor A , y si la temperatura del fluido calefactor o refrigerante T_c es constante, el reactor es isoterma y su temperatura prácticamente coincide con T_c .

El aumento del área total A de transmisión de calor (πDL) se consigue, para un mismo volumen total del reactor, al disminuir el diámetro del tubo. Si el volumen del reactor ($\pi/4 D^2 L$) se mantiene constante, una disminución del diámetro del tubo D a la mitad hace que la longitud de L se multiplique por cuatro, por lo que A aumenta.

Por otra parte, cuando el calor generado es prácticamente nulo y el reactor está aislado del exterior, el reactor tubular también es isoterma. En este caso, la temperatura en el reactor será la temperatura de entrada T_E . De forma general, cuando la reacción presenta calores de reacción elevados, en valor absoluto, y las concentraciones de reactivos son lo suficientemente altas, la isotermicidad y, en general, el control de la temperatura, es más difícil de conseguir en los reactores tubulares que en los tanques agitados.

Si la cinética es de primer orden y no hay cambio en el caudal volumétrico entre la entrada y salida del reactor, la ecuación [8.42] se puede integrar fácilmente para el caso isoterma, obteniendo:

$$\tau = \frac{1}{k} \ln \frac{C_{AE}}{C_{A0}} = \frac{1}{k} \ln \frac{1 - X_{AE}}{1 - X_{A0}} \quad [8.48]$$

Cuando la concentración de referencia es la concentración de entrada, ($C_{A0} = C_{AE}$ y $X_{AE} = 0$) la ecuación [8.48] es muy similar a la expresión obtenida para esta cinética en un reactor discontinuo (ecuación [7.63] del cuadro [7.3]): basta sustituir t por τ . De modo análogo, se puede establecer la equivalencia para otro tipo de ecuaciones cinéticas, obteniendo las correspondientes expresiones del cuadro 7.3.

B) Reactor adiabático

En este caso Q_a es cero y se puede integrar fácilmente el balance de calor de la ecuación [8.46], entre las condiciones de entrada (T_E, X_{AE}) y las de cualquier sección del reactor (T, X_A), con

lo que se obtiene la siguiente relación lineal entre T y X_A :

$$\begin{aligned} T &= T_E + \frac{(-\Delta H_R)_A F_{A0}}{F_w c_p} (X_A - X_{AE}) = \\ &= T_E + \frac{(-\Delta H_R)_A C_{A0}}{\rho C_p} (X_A - X_{AE}) \quad [8.49] \end{aligned}$$

Es evidente que la última igualdad de la ecuación [8.49] sólo es válida cuando el caudal volumétrico es constante.

Si se sustituye la ecuación [8.49] en aquellos parámetros cinéticos que dependan de la temperatura en la velocidad de desaparición de A , se puede integrar —de forma gráfica o numérica— la ecuación del balance de materia ([8.41] u [8.42]), con lo que resulta ser función de una única variable: la concentración o conversión de A .

C) Caso general de intercambio de calor

Cuando no se puede particularizar el caso general a una de las dos situaciones anteriores hay que resolver simultáneamente los balances de materia y calor (ecuaciones [8.40] y [8.46], respectivamente). El término dV del balance de materia de la ecuación [8.40] se puede sustituir en función de dz , y se obtiene la siguiente expresión para el balance de materia de A :

$$\frac{dX_A}{dz} = \frac{(-R_A)}{F_{A0}} \frac{\pi}{4} D^2 \quad [8.50]$$

Por otra parte, en el balance de calor de la ecuación [8.46], se sustituye el calor aportado desde el exterior, Q_a , por la ecuación [8.47], y se obtiene la siguiente función para la variación de la temperatura con la coordenada axial:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{U\pi D(T_c - T)}{F_w c_p} + \frac{(-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0}}{F_w c_p} \frac{dX_A}{dz} \quad [8.51]$$

las ecuaciones [8.50] y [8.51] se resuelven de forma simultánea, siendo las condiciones iniciales:

$$z = 0, T = T_E \text{ y } X_A = X_{A,E} \quad [8.52]$$

El control de la temperatura puede ser especialmente importante en ciertos procesos, donde por encima o por debajo de un nivel de temperatura se producen reacciones secundarias no deseadas. También es importante en el caso de reacciones reversibles, cuando la temperatura afecte significativamente al equilibrio.

Para favorecer un mejor control de la temperatura se recurre a los reactores multitubulares. En éstos, el volumen del reactor se reparte en tubos de pequeño diámetro, refrigerados o calentados por el fluido que circula por la carcasa, como se muestra en la figura 8.8. Otra posibilidad es el empleo de varios reactores tubulares adiabáticos colocados uno tras otro (en serie), con intercambio de calor entre cada reactor, como se muestra en la figura 8.9. En esta última figura se ha representado la operación para el caso de una reacción reversible exotérmica.

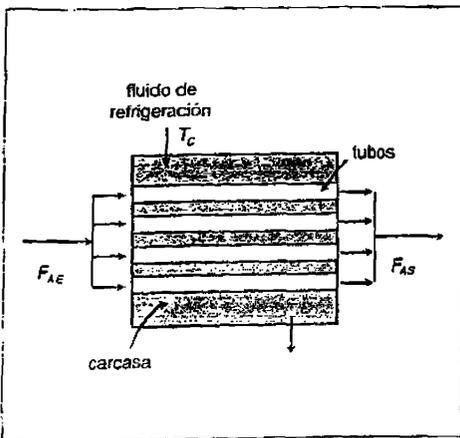


FIGURA 8.8. Reactor multitubular.

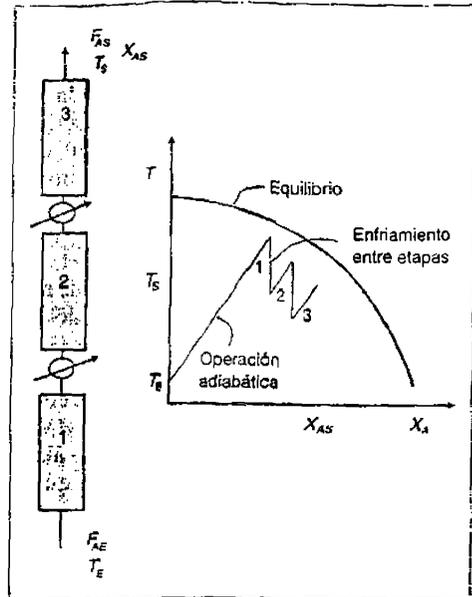


FIGURA 8.9. Reactores adiabáticos en serie con enfriamiento entre etapas. Reacción reversible.

8.3.3. Comparación entre el reactor tubular de flujo pistón y el reactor tanque agitado continuo de mezcla completa

Se trata de comparar el funcionamiento de ambos reactores para seleccionar cuál es el más adecuado en un determinado proceso. El análisis será breve pero suficientemente representativo.

- *Reacciones simples y reactor isoterma*

La comparación se realiza para una reacción simple, donde el reactivo A es el compuesto clave. Se considera que ambos reactores operan de forma isoterma y a la misma temperatura, por lo que sólo son necesarios los balances de materia de cada reactor que, para caudales de entrada y

salida constantes, vienen dados por las ecuaciones [8.26] y [8.42].

El tiempo espacial que se requiere en ambos reactores para alcanzar la conversión a la salida X_{AS} , dadas las condiciones de entrada C_{AE} y X_{AE} , se ha representado en la figura 8.10, donde se ha considerado que la velocidad aumenta al aumentar la concentración de A (es decir, el orden de reacción respecto a A es mayor de cero). Como se observa en la figura 8.10, el tiempo de residencia requerido en el reactor de mezcla completa, τ_{MC} , corresponde al área del rectángulo y es mayor que el que se obtiene en el reactor tubular, τ_{FP} , que corresponde al área bajo la curva. Por tanto, si el caudal Q es el mismo en ambos reactores, esto supone que el volumen del reactor tubular necesario para alcanzar una cierta conversión es menor que el volumen requerido en un reactor de mezcla completa.

La razón es que el reactor de mezcla completa opera a una única velocidad, que es la que corresponde a las condiciones de salida C_{AS} . Esta velocidad es la mínima en el intervalo de concentración $C_{AE}-C_{AS}$, ya que a menor concentración de A menor es la velocidad de reacción.

Por el contrario, el reactor de flujo pistón trabaja bajo un gradiente de concentraciones, siendo la máxima concentración la de entrada –a la que corresponde la máxima velocidad– y la mínima concentración la de la salida –con la que se obtiene la mínima velocidad–. En el reactor de flujo pistón las velocidades a través del reactor son, por tanto, mayores que las de salida, que es la única velocidad a la que trabaja el reactor de mezcla completa. Esta menor velocidad es la responsable del mayor tiempo espacial requerido en el reactor de mezcla completa para alcanzar la misma conversión.

Si el orden de reacción respecto a A fuese cero, el valor de τ sería el mismo en ambos reactores. Si dicho orden fuera menor que cero la situación se invertiría, es decir, se obtendría mayor tiempo espacial en el reactor tubular. Este último caso, orden negativo respecto al reactivo, se observa muy raramente.

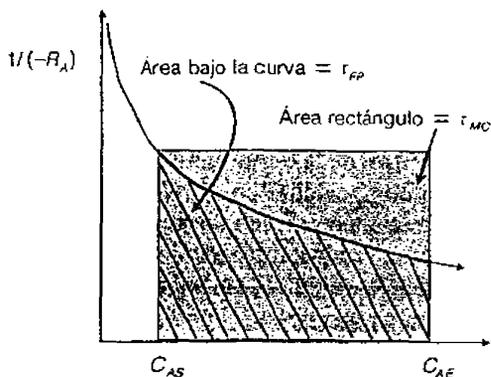


FIGURA 8.10. Comparación del tiempo espacial requerido en el reactor de mezcla completa respecto al de flujo pistón. Reactores isoterms con orden de reacción positivo respecto a A .

Ejemplo 8.3. Tamaño del reactor requerido en mezcla completa o flujo pistón para lograr una determinada conversión. Aplicación a un proceso de esterilización.

Un esterilizador en continuo trabaja a 121°C y se ha diseñado para tratar un caudal de 1 L s^{-1} . La cinética del proceso de esterilización del microorganismo *C. botulinum* es de primer orden y la constante cinética a 121°C es $k = 12\text{ min}^{-1}$.

- Se quiere reducir 6 órdenes de magnitud la concentración del microorganismo que entra al reactor. ¿Qué volumen será necesario si se emplea un reactor de tipo tanque agitado? ¿Y si se utiliza un reactor de flujo pistón?
- Repetir los cálculos anteriores para una reducción de 12 órdenes de magnitud.

Solución

- Volumen del tanque continuo, V_{MC} , y del tubular, V_{FP} , para reducir en 6 órdenes la concentración de entrada.

El volumen del reactor se determina a partir de la ecuación de conservación de

materia del reactivo A, en este caso el microorganismo *C. botulinum*. Para los reactores considerados, y cuando los caudales de entrada y salida permanecen constantes, el balance de materia viene dado por las ecuaciones:

- Tanque continuo ideal: ecuación [8.26]
- Tubular ideal: ecuación [8.42]

donde la velocidad de desaparición de A puede sustituirse por

$$(-R_A) = kC_{A0}(1 - X_A)$$

Se toman como referencia las concentraciones de entrada al reactor:

$$C_{A0} = C_{AE} \quad X_{AE} = 0$$

Una reducción de 6 órdenes de la concentración a la entrada corresponde a un valor de la conversión de salida del reactor de:

$$\frac{C_{A0}}{C_{A1}} = \frac{1}{1 - X_{A1}} = 10^6 \therefore X_{A1} = 1 - \frac{1}{10^6}$$

Las ecuaciones de conservación de A en el reactor tanque continuo y tubular, para la cinética de primer orden de este caso, son:

$$\frac{V_{MC}}{Q} = \frac{1}{k(1 - X_{A1})} \quad \frac{V_{FP}}{Q} = \frac{1}{k} \ln \frac{1}{1 - X_{A1}}$$

sustituyendo los datos del problema se calcula el volumen requerido de cada reactor:

$$V_{MC} = \frac{1 \frac{L}{60s}}{12 \frac{\text{min}^{-1}}{\text{min}}} 10^6 = 5 \cdot 10^6 L$$

$$V_{FP} = \frac{1 \frac{L}{60s}}{12 \frac{\text{min}^{-1}}{\text{min}}} \ln(10^6) = 69,1 L$$

con lo que el cociente de volúmenes con ambos reactores es

$$\frac{V_{MC}}{V_{FP}} = 72.462 !!!$$

Si se utiliza un reactor de mezcla completa su volumen debe ser *setenta y dos mil veces superior* al requerido con un reactor tubular de flujo pistón. Evidentemente el reactor más adecuado como esterilizador es el tubular.

- b) El procedimiento es el mismo que en el apartado a) pero para una reducción de 12 órdenes de magnitud.

$$\frac{C_{A0}}{C_{A1}} = \frac{1}{1 - X_{A1}} = 10^{12} \therefore X_{A1} = 1 - \frac{1}{10^{12}}$$

$$V_{MC} = \frac{1 \frac{L}{60s}}{12 \frac{\text{min}^{-1}}{\text{min}}} 10^{12} = 5 \cdot 10^{12} L$$

$$V_{FP} = \frac{1 \frac{L}{60s}}{12 \frac{\text{min}^{-1}}{\text{min}}} \ln(10^{12}) = 138,15 L$$

con lo que el cociente de volúmenes con ambos reactores es ahora

$$\frac{V_{MC}}{V_{FP}} = 3,6 \cdot 10^{10} !!!!$$

Es decir, cuanto mayor sea la conversión requerida más conveniente será el empleo del reactor tubular respecto al de mezcla completa.

Algunos de los conceptos anteriores se pueden utilizar para analizar comparativamente el funcionamiento de estos reactores en reacciones complejas. Para ello se van a considerar los dos esquemas de reacción sencillos utilizados en el punto 7.5.

• Reacciones en paralelo y reactor isoterma

Sea el esquema



donde el producto de interés es R, y en el que se consideran cinéticas potenciales para las velocidades r_1 y r_2 . El rendimiento fraccional instantáneo a R, ϕ , viene dado por la ecuación [7.83] y el rendimiento global, Φ , por la integral de ϕ , de acuerdo a la ecuación [7.84]. Dependiendo de la influencia de la concentración de A en ϕ o, dicho de otro modo, según sean los órdenes n_1 y n_2 , será más o menos favorable el uso de reactores de mezcla completa respecto a los de flujo pistón.

En condiciones isotermas, el tipo de contacto más adecuado es aquel al que le corresponda un área mayor en la representación ϕ frente a C_A , ya que será el reactor con el que se obtenga el mayor rendimiento global. Si n_1 es mayor que n_2 el rendimiento a R está favorecido por concentraciones altas de A, por tanto el reactor más favorable es el de flujo pistón. Si n_1 es menor que n_2 el reactor más favorable es el de mezcla completa. En la figura 8.11 se representan ambos casos.

• Reacciones en serie y reactor isoterma

Sea el esquema de serie $A \xrightarrow{1} R \xrightarrow{2} S$. Los rendimientos fraccionales vienen dados, cuando las cinéticas son potenciales, por las ecuaciones [7.87] y [7.88]. Para simplificar el análisis se va a particularizar éste al caso de reacciones de primer orden y en el modelo cinético dado por la ecuación [7.86] se toman los valores $n_1 = n_2 = 1$. Se considera, además, que el reactor es isoterma y se plantean en cada reactor los balances de materia para los dos compuestos seleccionados como clave (ya que hay dos reacciones independientes), por ejemplo A y R.

Cuando no entran productos con la alimentación ($C_{RE} = C_{SE} = 0$ y $C_{AE} = C_{A0}$) la concentración de R que se obtiene en el reactor de mezcla completa se calcula resolviendo los balances de materia de A y R, llegando a la siguiente expresión:

$$\frac{C_{RS}}{C_{A0}} = \frac{k_1 \tau_{MC}}{(1 + k_1 \tau_{MC})(1 + k_2 \tau_{MC})} \quad [8.53]$$

donde τ_{MC} es el tiempo de residencia en el reactor de mezcla completa y C_{RS} y C_{A0} son las concentraciones de R a la salida y de A a la entrada al reactor, respectivamente.

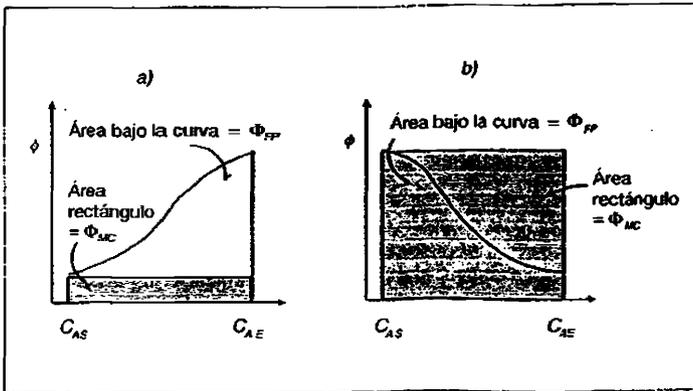


FIGURA 8.11. Reacciones en paralelo. a) Contacto más favorable en flujo pistón. b) Contacto más favorable en mezcla completa.

En el reactor tubular de flujo pistón la expresión que se obtiene es:

$$\frac{C_{RS}}{C_{A0}} = \frac{k_1}{k_2 - k_1} [\exp(-k_1 \tau_{FP}) - \exp(-k_2 \tau_{FP})] \quad [8.54]$$

donde τ_{FP} es el tiempo de residencia en el reactor de flujo pistón. Fijados los valores de k_1 , k_2 y τ ($\tau_{MC} = \tau_{FP} = \tau$) se calcula el cociente C_{RS}/C_{A0} empleando las ecuaciones [8.53] y [8.54]. Para el reactor de flujo pistón los valores obtenidos de este cociente son superiores a los que se calculan para el reactor de mezcla completa. Por tanto, el rendimiento al producto intermedio R es mayor cuanto menor sea la mezcla.

8.3.4. Asociación de reactores continuos

Dentro de este apartado se analizan dos casos. El primero es la disposición donde varios tanques de mezcla completa se sitúan en serie, a la que se denomina *batería de tanques*. El segundo corresponde a un tipo especial de operación, en la que parte de la salida de un reactor tubular se recircula al reactor junto con la corriente de alimentación fresca, a la que se denomina *reactor de recirculación*.

A) Baterías de tanques

Esta asociación se ha representado en la figura 8.12. La composición de salida de un tanque es la de la entrada del siguiente tanque. Una de las ventajas de estos reactores es que, además de aumentar la producción, permiten operar a temperaturas diferentes en cada tanque, controlando esta secuencia de temperaturas de modo relativamente sencillo.

Antes de plantear las ecuaciones de diseño de estos reactores, conviene realizar algunas consideraciones. Por ejemplo, especificados el volumen de reactor, el caudal Q de alimentación y las

condiciones de entrada, se puede plantear qué diferencia supone que ese volumen corresponda a un único reactor o sea la suma de los volúmenes de varios tanques en serie, ambos operando de forma isoterma.

Cuando el volumen anterior corresponde a un único reactor de mezcla completa, y el orden de reacción es positivo, la conversión que se obtiene a la salida en este reactor es menor que la que resulta al emplear un reactor de flujo pistón del mismo volumen.

Cuando ese volumen es la suma del volumen de dos tanques en serie, el fluido que se alimenta al primer tanque se mezcla con un fluido cuya concentración de reaccionante es mayor que la del segundo tanque, y la velocidad en el primer tanque es mayor que en la del segundo. Si se sigue dividiendo el volumen inicial del reactor en un número mayor de tanques, se llega a la situación límite de un número infinito de tanques, cada uno de ellos con un volumen diferencial. En cada uno de los tanques la conversión sería diferencial, y equivaldría a una sección del reactor tubular.

Es decir, una serie infinita de tanques cuya suma de volúmenes fuese V , equivale a un reactor tubular de ese volumen. Por tanto, un número finito de tanques isoterms entre 1 e ∞ , con suma de volúmenes V , rinde una conversión intermedia entre la obtenida en un único reactor de mezcla completa y en un reactor tubular, del mismo volumen V y operando ambos a la misma temperatura.

Para desarrollar el modelo de diseño de estas baterías se va a considerar una reacción simple, con el reactivo A como compuesto clave. Se plantean los balances de materia en un reactor j de la batería. A este reactor, de volumen V_j , entra una concentración $C_{A,j-1}$ y sale $C_{A,j}$. La velocidad de reacción en ese tanque es $(-R_A)_j$, y corresponde a las condiciones de $C_{A,j}$. Si el caudal volumétrico, Q , permanece constante, el balance de materia de A en el tanque j se obtiene aplicando la ecuación [8.26] a este tanque:

$$\tau_j = \frac{V_j}{Q} = \frac{C_{A,j-1} - C_{A,j}}{(-R_A)_j} = \frac{C_{A0}(X_{A,j} - X_{A,j-1})}{(-R_A)_j} \quad [8.55]$$

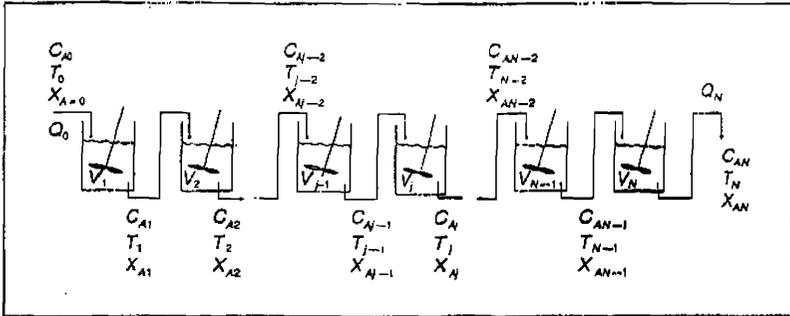


FIGURA 8.12. Esquema de la batería de tanques en serie.

y el balance de calor en ese tanque se obtiene al aplicar la ecuación [8.31]:

$$F_w c_p (T_{j-1} - T_j) + (Q_a)_j + (-\Delta H_R)_A \cdot F_{A0} (X_{Aj} - X_{Aj-1}) = 0 \quad [8.56]$$

En la figura 8.13 se ha representado la operación en una batería de tanques de mezcla completa que trabajan a temperatura constante. El área de cada rectángulo es el tiempo de residencia en cada tanque. La suma de estas áreas es mayor que el tiempo de residencia del reactor tubular (área bajo la curva) pero menor que la de un único tanque. Por tanto, el volumen total de la batería necesario para alcanzar una determinada conversión es un valor intermedio entre el que se obtiene en un tanque y un tubo.

A continuación se analiza un caso numéricamente sencillo. Se considera que todos los reactores trabajan a la misma temperatura, tienen el mismo volumen V_j y la cinética de reacción es de primer orden respecto a A. En el balance de materia de la ecuación [8.55] se sustituye $(-R_A)_j$ por kC_{Aj} y se despeja la concentración a la salida del tanque j , C_{Aj} , obteniendo:

$$C_{Aj} = \frac{C_{Aj-1}}{1 + k \frac{V_j}{Q}} \quad [8.57]$$

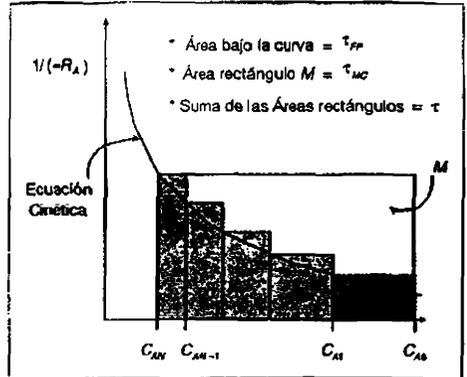


FIGURA 8.13. Tiempo espacial requerido en una batería de tanques respecto a los de un reactor de mezcla completa [MC] y flujo pistón [FP].

Si se aplica la ecuación anterior al primer tanque, cuya concentración a la entrada, C_{A0} , es un dato conocido se obtiene:

$$C_{A1} = \frac{C_{A0}}{1 + k \frac{V_1}{Q}} \quad [8.58]$$

Aplicando la ecuación [8.57] al segundo tanque y sustituyendo C_{A1} por la ecuación [8.58], se

llega a una expresión de C_{A2} en función de C_{A0} . Si se repite este procedimiento para el tercer tanque y sucesivamente, hasta llegar al último tanque N , se obtiene la siguiente expresión de la concentración de A a la salida del último tanque:

$$C_{AN} = \frac{C_{A0}}{\left(1 + k \frac{V_i}{Q}\right)^N} = \frac{C_{A0}}{\left(1 + k \frac{V}{NQ}\right)^N} \quad [8.59]$$

donde V es la suma de todos los volúmenes V_i ($V = N V_i$).

Cuando la cinética es compleja y/o los reactores no son isotermos o de igual volumen, hay que resolver las ecuaciones [8.55] y [8.56] para cada tanque, comenzando por el primero hasta llegar al tanque N . Esta solución puede ser gráfica o numérica y está descrita en la bibliografía.

B) Reactor de recirculación

Este tipo de reactor se ha representado en la figura 8.14. Parte de la corriente de salida es recirculada al reactor de forma continua y se considera que el reactor trabaja en estado estacionario. La relación de recirculación R se define como:

$$R = \frac{F_{AR}}{F_{AS}} \quad [8.60]$$

siendo F_{AR} y F_{AS} los caudales molares de A recirculados y purgados del reactor, respectivamente.

Al realizar un balance de materia de A en la salida del reactor, punto II, se obtiene la siguiente relación:

$$F_{A2} = F_{AS} + F_{AR} = F_{AS}(1 + R) \quad [8.61]$$

siendo F_{A2} el caudal molar de A que sale del reactor.

La conversión de A a la salida se define como la fracción del reactante de la alimentación fresca que se encuentra convertida en la corriente que se purga del reactor, es decir:

$$X_{AS} = \frac{F_{A0} - F_{AS}}{F_{A0}} \quad [8.62]$$

con lo que el caudal de A que sale del reactor puede expresarse como:

$$F_{A2} = F_{A0}(1 + R)(1 - X_{AS}) \quad [8.63]$$

Si el balance de materia de A se plantea en el punto de entrada I, se obtiene que el caudal molar de A que entra al reactor, F_{A1} , corresponde a:

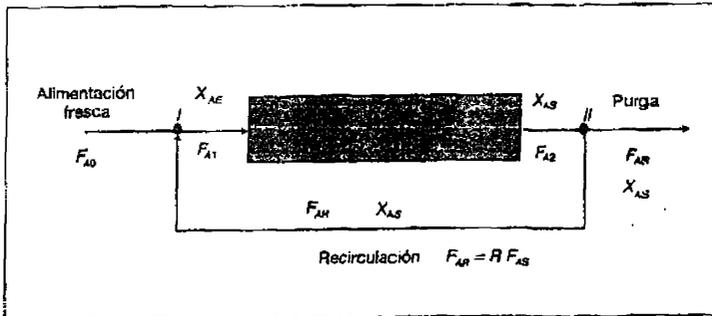


FIGURA 8.14. Esquema del reactor tubular de recirculación.

$$F_{A1} = F_{A0} + F_{AR} = F_{A0} + RF_{A0}(1 - X_{AS}) \quad [8.64]$$

Para relacionar F_{A1} y F_{A2} a través de la conversión hay que emplear un caudal molar de referencia común. Esta base se toma, de acuerdo a la ecuación [8.63], como $F_{A0}(1 + R)$. El caudal molar que entra al reactor, F_{A1} , tendrá una conversión X_{AE} a la entrada al reactor respecto a este caudal molar de referencia. El valor X_{AE} se obtiene a partir de la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} F_{A1} &= F_{A0} + RF_{A0}(1 - X_{AS}) = \\ &= F_{A0}(1 + R)(1 - X_{AE}) \end{aligned} \quad [8.65]$$

de donde se despeja la conversión a la entrada en función de la relación de recirculación y de la conversión a la salida:

$$X_{AE} = \frac{R}{1 + R} X_{AS} \quad [8.66]$$

Como se deduce de la ecuación [8.66], cuanto más alta sea la razón de recirculación más próximas son las conversiones de entrada y salida al reactor y, por tanto, menor es el cambio de composición en el reactor. Por otra parte, al aumentar R aumenta el caudal molar de entrada al reactor y, en consecuencia, el volumen de reactor requerido para llevar a cabo la reacción.

El balance de materia en el reactor tubular con recirculación es análogo al de la ecuación [8.41] pero tomando como caudal de referencia $F_{A0}(1 + R)$, con lo que se obtiene:

$$\frac{V}{F_{A0}(1 + R)} = \int_{X_{AE}}^{X_{AS}} \frac{dX_A}{(-R_A)} = \int_{\frac{R}{1+R}X_{AS}}^{X_{AS}} \frac{dX_A}{(-R_A)} \quad [8.67]$$

Si el reactor funciona de forma isoterma no es necesario realizar el balance de calor y se puede integrar la ecuación [8.67] para cada ecuación cinética particular. Por ejemplo, para una cinética potencial de primer orden respecto a A , y cuando no hay cambio en el caudal volumétrico

que atraviesa el reactor, $Q(1 + R)$, la integración de la ecuación [8.67] conduce a:

$$\frac{V}{Q(1 + R)} = \frac{1}{k} \ln \frac{1 - \frac{R}{1 + R} X_{AS}}{1 - X_{AS}} \quad [8.68]$$

8.3.5. Reactores reales

Hasta el momento se han considerado los dos extremos ideales de circulación en reactores continuos: mezcla completa y flujo pistón. En la práctica, es frecuente que el reactor real no trabaje en ninguno de los supuestos ideales anteriores. Por una parte pueden aparecer problemas de mala distribución del flujo, como la aparición de canales, regiones de flujo estancado, cortocircuito, etc., tal como se muestra en la figura 8.15. Por otra parte, y aun cuando se eviten los fenómenos indeseables citados, lo habitual es que la mezcla del fluido no sea ni nula (flujo pistón) ni completa, sino que exista un grado de mezcla intermedio.

Dejando aparte las anomalías en la distribución del fluido (que en su mayor parte se pueden resolver modificando alguno de los elementos mecánicos del reactor) en este apartado se considera cómo determinar y tener en cuenta un grado intermedio de mezcla del fluido que circula por el reactor. Es necesario conocer este grado de mezcla para predecir el funcionamiento del reactor.

La determinación del tipo de flujo se puede realizar a partir de la curva de distribución de tiempos de residencia, $E(t)dt$. Esta curva representa la probabilidad de que un cierto elemento de fluido permanezca en el reactor durante un cierto tiempo.

Dado este significado de probabilidad, la distribución debe estar normalizada, es decir, entre tiempo 0 e infinito su área debe ser la unidad.

$$\int_0^{\infty} E(t)dt = 1 \quad [8.69]$$

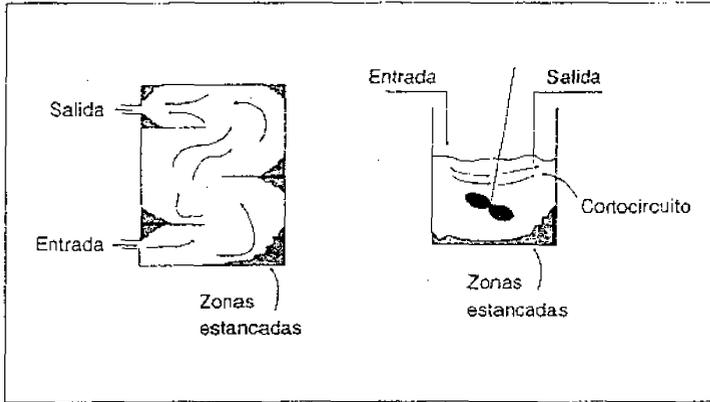


FIGURA 8.15. Esquema de una mala distribución del flujo en reactores: cortocircuito y zonas estancadas.

El valor de $E(t)dt$ corresponde a la fracción de fluido a la salida del reactor que ha estado en el reactor un tiempo entre t y $t + dt$. A la fracción del fluido a la salida del reactor que ha permanecido en el reactor un tiempo menor que t se la denomina $F(t)$ y su valor se puede calcular en función de $E(t)$ como:

$$F(t) = \int_0^t E(t)dt \quad [8.70]$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones [8.69] y [8.70], la fracción de fluido que permanece en el reactor un tiempo mayor que t corresponde a:

$$\int_t^{\infty} E(t)dt = 1 - \int_0^t E(t)dt = 1 - F \quad [8.71]$$

Los conceptos anteriores se han representado en la figura 8.16.

Para analizar cualitativamente las curvas $E(t)$ en los dos extremos de flujo ideales se puede imaginar un reactor en el que se introduce y sale de forma continua un caudal de agua. A un cierto tiempo—considerado como cero— se introduce al reactor una cantidad de un trazador en forma de inyección instantánea.

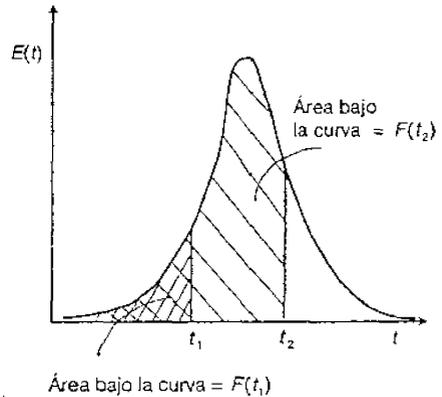


FIGURA 8.16. Curva típica de distribución de tiempos de residencia.

Si el flujo en el reactor es de mezcla completa el trazador introducido al reactor se mezcla completamente con el agua que está en el interior. A tiempo cero la concentración de trazador en el interior será máxima y se irá diluyendo con el tiempo debido al caudal de agua que entra. Por tanto, la fracción de trazador que ha permanecido un tiempo entre t y $t + dt$ en el reactor o, lo que es lo mismo, $E(t)$, tendrá una forma exponencial decreciente con el tiempo.

Por el contrario, si el flujo en el reactor es en pistón, el trazador introducido al reactor a tiempo cero atraviesa éste en forma de pistón sin mezclarse con las secciones anteriores y posteriores del fluido acuoso. Por tanto, todo el trazador saldrá del reactor en un dt y a un valor de tiempo igual al tiempo de residencia τ , con lo que la curva $E(t)$ será, en el caso de flujo pistón ideal, un delta de Dirac.

Cuando la mezcla en el reactor sea intermedia se obtendrá para $E(t)$ una curva en forma de campana, con una cierta amplitud. Cuanto mayor sea la amplitud de la curva, mayor es el grado de mezcla. Estas situaciones se han representado en la figura 8.17.

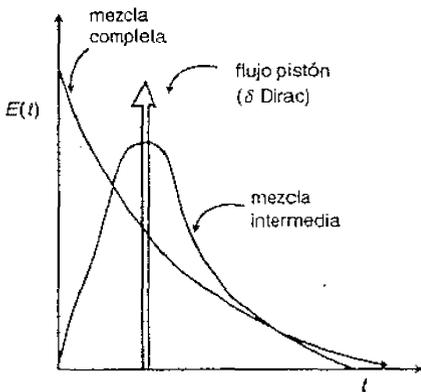


FIGURA 8.17. Curva de distribución de tiempos de residencia en un reactor de mezcla completa, flujo pistón y mezcla intermedia.

A partir de los dos primeros momentos de la curva $E(t)$ se pueden determinar algunos parámetros útiles para caracterizar el flujo. Estos momentos son:

- Primer momento o media de la distribución, \bar{t} .

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t E(t) dt = \tau \quad [8.72]$$

Cuando no hay anomalías en la distribución del fluido (zonas estancadas o cortocircuitos) el valor de esta media debe coincidir con el tiempo de residencia diseñado para el reactor, que se calcula mediante la ecuación [8.15]:

$$\bar{t} = \tau \quad [8.73]$$

- Segundo momento central o varianza, σ^2 , calculado por la ecuación [8.74]. Al aumentar el valor de este parámetro, aumenta la amplitud de la curva y, por tanto, el grado de mezcla en el reactor.

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 E(t) dt \quad [8.74]$$

Si se define un tiempo adimensional θ como:

$$\theta = \frac{t}{\tau} \quad [8.75]$$

los momentos de las ecuaciones [8.72] y [8.74] se pueden expresar en forma adimensional mediante las ecuaciones:

$$\bar{\theta} = \frac{\bar{t}}{\tau} \quad [8.76]$$

y

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{\sigma^2}{\tau^2} \quad [8.77]$$

evidentemente, si no hay flujo anómalo y se cumple la ecuación [8.73], el valor de \bar{t} es la unidad.

Para determinar experimentalmente $E(t)$ en un reactor de volumen V en el que un fluido circula con un caudal Q se emplean técnicas de estimu-

lo respuesta. El trazador se introduce a la entrada del reactor a tiempo cero y se determina la cantidad de trazador a la salida del reactor con el tiempo. El trazador no debe reaccionar ni adsorberse dentro del reactor, y debe ser un compuesto con una propiedad fácilmente medible por una técnica analítica sencilla (una sal, un colorante, etc.).

Existen dos formas principales de introducir el trazador en el reactor. Cuando, a tiempo cero, se realiza una inyección de una cantidad de trazador en la corriente de entrada al reactor, el experimento se denomina *en impulso*.

El segundo tipo de experimento, al que se denomina *en escalón*, es cuando a tiempo cero la corriente de entrada, sin trazador hasta entonces, se sustituye por otra corriente de igual caudal pero con una cierta concentración de trazador, c_0 . A menudo, este último experimento se realiza de forma inversa, es decir, hasta tiempo cero al reactor se introduce la corriente con el trazador y, a dicho tiempo, esta corriente es sustituida por una corriente igual sin trazador, y el experimento se denomina *en escalón inverso*.

Si el experimento se realiza en impulso se obtiene directamente la curva C , normalizada y definida como:

$$C = \frac{c}{\int_0^{\infty} c(t) dt} \quad [8.78]$$

donde c es la concentración de trazador medida a la salida del reactor al tiempo t . Si se multiplica numerador y denominador de la ecuación [8.78] por el caudal Q , y el numerador se multiplica por dt , el cociente que resulta es la fracción del fluido que ha permanecido en el reactor un tiempo entre t y $t + dt$. Por tanto, la curva $C(t)dt$ es igual a la curva $E(t)dt$, o, lo que es lo mismo, las curvas C y E coinciden. La curva $F(t)$ se obtiene por integración de la curva $E(t)$ de acuerdo a la ecuación [8.70].

Si el experimento se realiza en escalón, la curva que se obtiene directamente es la curva $F(t)$, que se calcula como:

$$F = \frac{c_{\text{salida}}}{c_0} \quad [8.79]$$

donde c_{salida} y c_0 son las concentraciones de trazador en las corrientes de salida y entrada, respectivamente. Si no hay anomalías en el flujo, $F(t)$ vale cero a tiempo cero y la unidad a tiempo infinito. El valor de F a tiempo t representa —como ya se indicó— la fracción de trazador que permanece en el reactor un tiempo menor o igual que t . La curva $E(t)$ se obtiene, como se deduce de la ecuación [8.70], derivando la curva $F(t)$.

Una vez determinada la curva $E(t)$ para el reactor considerado y a las condiciones de caudal empleado Q , y caracterizada esta curva por sus momentos (media y varianza), se puede utilizar esta información para determinar la conversión a la salida del reactor cuando en éste se lleva a cabo la reacción química utilizando el mismo caudal Q . Hay dos formas de utilizar esta información: directamente o a través de un modelo de flujo.

El empleo directo de curva de distribución de tiempos de residencia, $E(t)$, supone considerar el fluido en el reactor como un conjunto de unidades individuales (pequeños reactores discontinuos). Cada una de estas unidades permanecerá un cierto tiempo t en el reactor y la fracción de reactivo no convertida en ese elemento es la que corresponde a ese tiempo, $1 - X_A(t)$. La fracción del reactivo sin convertir, promedio en el fluido que sale del reactor, $1 - \bar{X}_A$, se puede determinar como:

$$1 - \bar{X}_A = \int_0^{\infty} [1 - X_A(t)]_D E(t) dt \quad [8.80]$$

donde con el subíndice D se hace referencia al valor de la conversión que se obtendría en un reactor discontinuo al tiempo t .

El empleo directo de la información de la curva de distribución de tiempos de residencia (DTR) mediante la ecuación [8.80] no es general. Esta ecuación sólo es válida en cualquiera de los tres supuestos siguientes:

- Si puede aceptarse que los distintos elementos o agregados que evolucionan en discontinuo no se mezclan entre sí.
- Si todas las moléculas de fluido permanecen el mismo tiempo en el reactor.
- Si, aun produciéndose mezcla entre los agregados, ésta no modifica la conversión.

El primer supuesto lo cumplen los denominados *macrofluidos*, donde no hay micromezcla sino que el flujo está totalmente segregado, como ocurre con fluidos muy viscosos. El segundo supuesto sólo se cumple en el caso de que el fluido circule en flujo pistón. El tercero corresponde al caso de que la cinética sea de primer orden, dado que en este caso la conversión depende sólo de tiempo y no de la concentración de A. Para una cinética de orden uno, la conversión de A en el reactor discontinuo se calcula como:

$$n=1 \therefore [1 - X_A(t)]_D = \exp(-kt) \quad [8.81]$$

donde k es la constante cinética de la reacción.

Cuando no puede aplicarse ninguno de los tres supuestos anteriores hay que proponer un modelo de flujo adecuado para predecir la conversión a la salida del reactor. Los dos modelos que se emplean con más frecuencia, para describir en reactores tubulares un grado de mezcla intermedio entre flujo pistón y mezcla completa, son el modelo de dispersión axial y el modelo de tanques en serie, que se comentan brevemente a continuación.

- *Modelo de dispersión axial.* Este modelo resulta adecuado para reactores tubulares en los que el fluido circula en condiciones no muy alejadas del flujo pistón. Se considera que existe un cierto grado de mezcla entre el fluido de una sección con los fluidos de las secciones anteriores y posteriores. La mezcla se produce en la dirección axial z , o de movimiento del fluido, y se denomina mezcla axial o longitudinal. Este mecanismo de dispersión es análogo a la difusión molecular, pero viene caracteri-

zado por un coeficiente de dispersión axial D_{ax} . El término que indica el grado de dispersión es proporcional a este coeficiente. El parámetro de estos modelos es el módulo de dispersión D_{ax}/uL , donde u es la velocidad del fluido y L la longitud del reactor. También se utiliza el denominado número de Peclet axial, Pe , que es la inversa del módulo de dispersión. Cuando $D_{ax}/uL \rightarrow 0$ ($Pe \rightarrow \infty$) la dispersión axial es despreciable y el flujo es prácticamente flujo pistón. Por el contrario, si $D_{ax}/uL \rightarrow \infty$ ($Pe \rightarrow 0$) la dispersión axial es muy importante y el flujo es prácticamente en mezcla completa. El valor del módulo de dispersión se calcula a partir de la varianza adimensional σ_θ^2 . Cuanto mayor sea la varianza más elevado es el módulo de dispersión y mayor el grado de mezcla.

- *Modelo de tanques en serie.* Cuando se analizó esta asociación de reactores se indicó que daba resultados intermedios entre los de un reactor tubular (mezcla nula) y un reactor tanque agitado de mezcla completa. Por ello, es una disposición válida para describir un tipo de mezcla intermedia. El parámetro de este modelo es el número de tanques, N , que se obtiene como la inversa de la varianza:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} \quad [8.82]$$

Al aumentar el número de tanques, el flujo se acerca más al flujo pistón, mientras que si $N = 1$ la circulación es la que daría un único tanque de mezcla completa.

La formulación matemática de estos modelos no se va a plantear aquí pero se encuentra excelentemente desarrollada en los textos de Levenspiel y Fogler.

La determinación del grado de mezcla es muy importante en algunos equipos empleados en la industria alimentaria. Como ejemplo, puede considerarse un equipo donde se lleva a cabo una

cocción. Si la distribución de tiempos de residencia es amplia, puede ocasionar serias consecuencias en la eficacia del proceso. En este caso, el material que sale del reactor y ha permanecido en éste un tiempo de residencia pequeño, puede que no haya alcanzado las condiciones de esterilidad requeridas, mientras que el material que ha permanecido un tiempo muy elevado puede haberse recalentado, perdiendo alguna de las cualidades del producto. Por tanto, en el proceso de cocción es más conveniente una distribución estrecha de los tiempos de residencia, y, en cualquier caso, habría que determinar cuál es la distribución real que se produce.

Ejemplo 8.4. Determinación de la desviación del flujo ideal en un reactor tubular.

La transformación de un sustrato en un producto se lleva a cabo mediante una enzima inmovilizada en un soporte de vidrio poroso que se dispone en un reactor tubular de 52,5 L de volumen (entre las partículas de vidrio), siendo el caudal alimentado al reactor de 0,7 L min⁻¹.

Para determinar el tipo de flujo en el reactor se ha realizado un experimento de estímulo-respuesta, sustituyendo el soporte con la enzima por un vidrio no poroso del mismo tamaño de partícula y empleando el caudal de 0,7 L min⁻¹ utilizado en condiciones de reacción. Se ha realizado un experimento en impulso, inyectando (tiempo cero) 200 mL de una disolución de lactosa (trazador) de 40 g L⁻¹ y se ha determinado la concentración de lactosa a la salida del reactor con el tiempo, obteniendo los valores de la siguiente tabla:

<i>t</i> (min)	<i>c</i> (mg L ⁻¹)	<i>t</i> (min)	<i>c</i> (mg L ⁻¹)
0	0	90	152
20	0	100	58
40	0	110	16
50	11	120	5
60	160	130	1,8
65	295	140	0
70	383	160	0
80	360		

¿Se aleja el flujo del modelo de pistón ideal esperado en un reactor tubular?

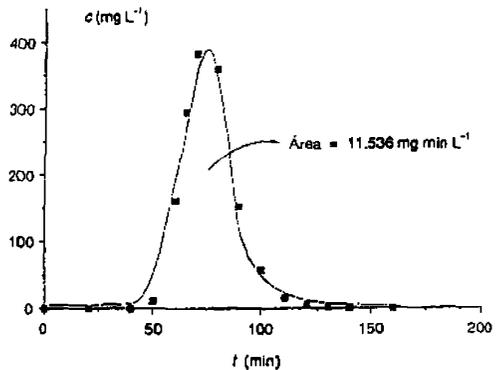
Solución

Para caracterizar el flujo necesitamos determinar la curva de distribución de tiempos de residencia, *E(t)*, y analizar el primer y segundo momento central de dicha curva.

En un experimento en impulso la curva *E(t)* coincide con la curva *C* y se determina de acuerdo a la ecuación [8.78]. En esta ecuación hay que calcular la integral

$$\int_0^{\infty} c(t) dt$$

que corresponde al área bajo la curva *c* frente a *t*, curva que se ha representado en la figura que aparece a continuación. Esta área se ha evaluado numéricamente obteniendo un valor de 11.536 mg L⁻¹ min. Por la forma de la curva *c* frente a *t* se deduce que el flujo es intermedio entre mezcla completa y flujo pistón.



Curva concentración frente a *t* obtenida en el experimento en impulso.

Se puede comprobar que todo el trazador introducido al reactor sale de éste y no existe cortocircuito en el reactor.

Trazador introducido = (0,2 L)(40 g L⁻¹) = 8 g lactosa

Trazador que sale del reactor = $Q \int_0^{\infty} c(t) dt =$
 = (0,7 L min⁻¹)(11.536 mg L⁻¹ min) = 8,1 mg lactosa

La coincidencia entre ambos valores (las diferencias se deben a errores numéricos de integración) permite eliminar la posibilidad de cortocircuito y cerrar el balance de trazador. Por tanto, $E(t)$ se calcula como:

$$E(t) = C = \frac{c}{11.536} \text{ min}^{-1}$$

obteniendo los valores que aparecen en la siguiente tabla:

t (min)	$E(t)$ (min ⁻¹)	t (min)	$E(t)$ (min ⁻¹)
0	0	90	$1,32 \cdot 10^{-2}$
20	0	100	$5,03 \cdot 10^{-3}$
40	0	110	$1,39 \cdot 10^{-3}$
50	$9,54 \cdot 10^{-4}$	120	$4,33 \cdot 10^{-4}$
60	$1,39 \cdot 10^{-2}$	130	$1,56 \cdot 10^{-4}$
65	$2,56 \cdot 10^{-2}$	140	0
70	$3,32 \cdot 10^{-2}$	160	0
80	$3,12 \cdot 10^{-2}$		

el primer momento central de esta curva se obtiene mediante la ecuación [8.72], y realizando la integración numérica, se obtiene el siguiente valor:

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t E(t) dt = 76,5 \text{ min}$$

que coincide prácticamente con el tiempo de residencia teórico en el reactor

$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{52,5 \text{ L}}{0,7 \text{ L min}^{-1}} = 75 \text{ min}$$

pudiendo deberse la diferencia al error de la integral numérica de \bar{t} . La igualdad de \bar{t} y τ indica que no existen zonas muertas en el reactor.

El segundo momento central o varianza se consigue mediante la ecuación [8.74] calculando mediante integración numérica el siguiente valor de $\sigma^2(t)$

$$\sigma_t^2 = \int_0^{\infty} (t - 76,5)^2 E(t) dt = 143,7 \text{ min}^2$$

siendo el valor adimensional de este momento central:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_t^2}{\tau^2} = \frac{143,7 \text{ min}^2}{75^2 \text{ min}^2} = 0,0255$$

De acuerdo al modelo de tanques en serie, el número de tanques en serie al que equivale este reactor es la inversa de $\sigma^2(\theta)$, con lo que se obtiene:

$$N = \frac{1}{0,0255} = 39 \text{ tanques}$$

Este número de tanques (39) es elevado, por lo que el comportamiento del reactor no está muy alejado del flujo pistón.

Ejemplo 8.5. Empleo directo de la curva de DTR para predecir la conversión en el reactor real.

El esterilizador tubular de 70 L del ejemplo 8.3 se ha sustituido por otro del mismo volumen en el que se ha modificado la relación longitud/diámetro para ahorrar material. El nuevo diámetro es el doble del original y la longitud, por tanto, la cuarta parte de la inicial. En este nuevo esterilizador y para las mismas condiciones de caudal ($Q = 1 \text{ L s}^{-1}$) del ejemplo 8.3 se ha realizado un experimento estímulo-respuesta introduciendo un impulso de un trazador inerte y se ha obtenido la curva de respuesta correspondiente a los datos de la siguiente tabla.

t (s)	$E(t) (s^{-1}) \cdot 10^4$	t (s)	$E(t) (s^{-1}) \cdot 10^4$
0	0	70	200,69
4	0	80	180,39
8	0	86	137,55
12	2,25	88	112,74
16	2,25	91	96,96
20	4,51	94	72,16
18	3,61	98	56,37
24	9,47	105	24,80
28	15,78	106	21,20
31	24,80	110	14,66
34	40,59	114	7,89
36	52,99	119	6,76
39	78,92	122	6,76
41	101,47	127	5,41
47	130,78	135	4,51
52	160,10	136	0
58	184,90	149	0

por lo que la reducción del microorganismo es

$$\frac{C_{A0}}{C_A} = \frac{1}{1 - X_A} = 3,68 \cdot 10^4$$

valor inferior al que se obtuvo en el ejemplo 8.3 para el reactor de 70 L y cuando el flujo en el reactor se consideraba pistón ideal:

$$\left(\frac{C_{A0}}{C_A}\right)_{FP} = 10^6$$

Estas diferencias se deben a un cierto grado de dispersión que existe en el nuevo esterilizador, como puede apreciarse en la figura que aparece a continuación. Aunque las diferencias obtenidas en la conversión son pequeñas pueden ser muy importantes en el caso de un proceso de esterilización.

¿Qué reducción en la concentración de entrada puede esperarse empleando este reactor en la esterilización del mismo microorganismo (*C. botulinum*) del ejemplo 8.3?

Solución

Como la reacción es de primer orden (ver ejemplo 8.3) puede utilizarse directamente la curva de DTR obtenida, y calcular la fracción de reactivo no convertido de acuerdo a la ecuación [8.80].

En la cinética de primer orden del ejemplo 8.3, la constante cinética a 121 °C era:

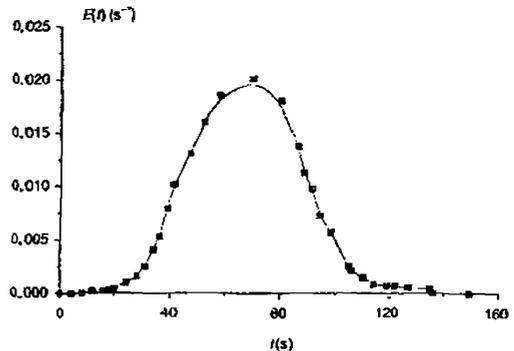
$$k = 0,2 \text{ s}^{-1}$$

y la fracción no convertida en un reactor discontinuo, de acuerdo a la ecuación [7.64] del cuadro 7.3, corresponde a:

$$[1 - X_A(t)]_D = \exp(-kt) = \exp(-0,2t)$$

la fracción no eliminada del microorganismo a la salida del reactor se evalúa mediante integración numérica:

$$1 - \bar{X}_A = \int_0^{\infty} \exp(-0,2t) E(t) dt = 2,72 \cdot 10^{-4}$$



Curva de DTR en un reactor tubular empleado como esterilizador.

8.4. Reactores heterogéneos

En estos reactores coexisten varias fases que participan de alguna forma en la reacción química. Uno de los reactivos se puede encontrar en otra fase distinta de la fase en la que se pro-

duce la reacción química o bien, una fase, distinta de la fase fluida donde se encuentran los reactivos, actúa como catalizador. El concepto unificador en el tratamiento de estos reactores es que en la velocidad del proceso no sólo interviene la velocidad de la etapa química sino que juega un papel importante la velocidad de transporte de propiedad (materia y/o energía) entre las fases.

Los principales tipos de reacciones químicas heterogéneas se enumeraron en el punto 7.6. Los reactores heterogéneos, o multifásicos, donde estas reacciones tienen lugar se pueden clasificar desde dos puntos de vista:

- Según qué fases intervengan y su papel en la reacción: reactivo o catalizador.
- Según el tipo de contacto y la circulación de las fases en el reactor.

Con el primer criterio se establece una clasificación general, particularizando en cada grupo de acuerdo al segundo aspecto. Sin ánimo de ser exhaustivos —es evidente que las combinaciones posibles son muy elevadas— en el cuadro 8.1 se enumeran algunos de los reactores heterogéneos de mayor aplicación. Muchos de los reactores de esta tabla (clasificados en cada grupo por el tipo de contacto entre las fases) se podrían seguir clasificando por el régimen de circulación de cada una de las fases (discontinuo o continuo).

La formulación del modelo matemático que permite describir el funcionamiento de estos reactores es una tarea compleja. Hay que plantear el balance del componente clave en cada fase, y relacionar estos balances a través del/los término/s de transporte entre las fases. El balance en una de las fases es, a su vez, función del régimen de circulación de ésta y del contacto entre las fases. Por ejemplo, la circulación de una fase del sistema puede ser en discontinuo (como ocurre con el sólido que se utiliza en los reactores catalíticos de lecho fijo, etc.) o en continuo, y el contacto entre las fases puede ser en mezcla completa (tanques agitados) o próximo al flujo pistón (columnas).

Uno de los mayores problemas en el tratamiento riguroso de estos reactores es definir el tipo de contacto entre las fases y calcular los parámetros fluidodinámicos que lo caracterizan. A esta dificultad hay que añadir la determinación de la velocidad del transporte entre las fases, realizada hasta el momento a través de coeficientes de transporte estimados mediante correlaciones empíricas. Estas correlaciones se han obtenido para los diversos tipos de reactores y de contacto entre las fases y su generalización es, al menos, cuestionable.

Por ello, el análisis de estos reactores es complejo y adolece de un elevado grado de empirismo. En este apartado no se van a formular los modelos matemáticos de funcionamiento del reactor, desarrollados en los textos de Levenspiel, Froment, etc., sino que estos reactores se tratan únicamente de modo descriptivo.

8.4.1. Reactores fluido-fluido

Los equipos enumerados en el cuadro 8.1 se muestran de forma esquemática en la figura 8.18. Los principales parámetros de estos reactores, que determinan en gran medida su elección son:

- El *hold-up* de la fase líquida en la que se produce la reacción, h_L , que corresponde a la fracción de volumen de reactor ocupado por esta fase.
- El área interfacial entre las fases por volumen de reactor, a .

El tiempo de residencia del reactivo en el reactor depende del primer parámetro, y la velocidad de transporte entre las fases es, fundamentalmente, función del segundo. En el cuadro 8.2 se muestran algunos valores típicos de dichos parámetros en estos reactores.

La elección de un tipo u otro de reactor depende de las características de la reacción, y es arriesgado hacer generalizaciones.

CUADRO 8.1

Clasificación de los reactores químicos heterogéneos de acuerdo al n.º de fases y al contacto entre éstas

Fluido-Fluido	
Líquido-Líquido	Tanques agitados Columnas
Gas-Líquido	Tanques agitados Columna de: <ul style="list-style-type: none"> - Burbujeo - Relleno - Air-lifts - Platos perforados - Lluvia Lavador de lluvia
Fluido-Sólido	
Na catalítico	Lechos con los sólidos en contacto: <ul style="list-style-type: none"> - Fijos - Móviles (cintas transportadoras, horno alto) - Agitados mecánicamente (bandejas, rotatorios) - Agitados por vibración Lechos con los sólidos suspendidos: <ul style="list-style-type: none"> - Fluidizados - De lluvia de sólidos Sólidos transportados: <ul style="list-style-type: none"> - Neumáticamente - Ciclones
Catalíticos	<ul style="list-style-type: none"> - Lechos fijos - Lechos Fluidizados - Sólidos agitados en suspensión (<i>slurries</i>)
Gas-Líquido-Sólido (Catalíticos)	
Con el sólido en contacto	Lechos fijos: <ul style="list-style-type: none"> - Gas ascendente-Líquido ascendente - G-L descendente (<i>Trickle Bed</i>) - G ascendente-L descendente (<i>Trickle Bed</i>)
Con el sólido en suspensión	Tanques agitados (<i>slurries</i>) Lechos fluidizados

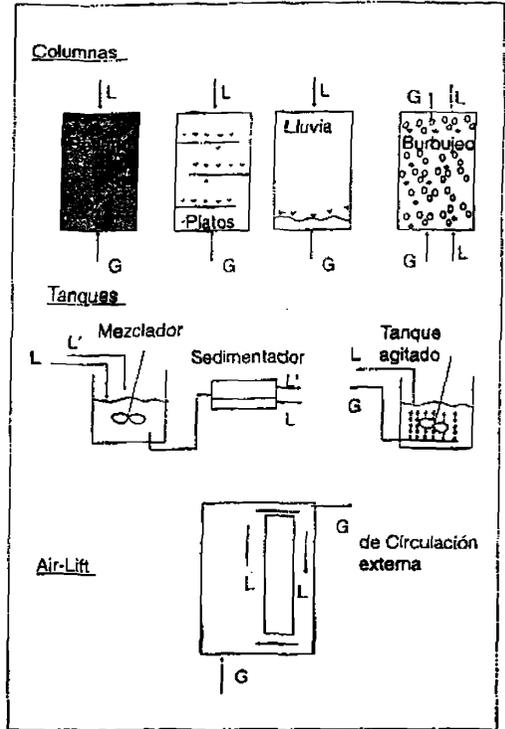


FIGURA 8.18. Principales tipos de reactores fluido-fluido.

Se podría decir que, en reacciones lentas, donde interesan tiempos de reacción elevados (por tanto, altos h_L), se emplean tanques agitados o columnas de burbujeo. En reacciones rápidas, generalmente controladas por la velocidad de transporte entre las fases, se buscan equipos donde se aumente el valor del área interfacial por volumen de la fase líquida. El área interfacial a del cuadro 8.2 viene referida a m^3 de reactor, por tanto, hay que dividir ese valor por el del *hold-up* del líquido, para referir el área de contacto al volumen de líquido. En reacciones rápidas, los equipos más utilizados son las columnas de lluvia, las de platos o las de relleno en contracorriente, donde la fase dispersa suele ser la líquida y la continua el gas.

CUADRO 8.2
Parámetros característicos de los reactores fluido-fluido

Reactor	h_t %	a (m ² /m ³)
Columnas de lluvia	5-10	10-100
Columnas de burbujeo	60-98	20-500
Columnas de relleno		
Flujo concurrente	5-20	50-300
Flujo contracorriente	2-95	200-2.000
Columnas de plato	10-95	100-200
Tanques agitados	40-98	200-2.000

8.4.2. Reactores fluido-sólido no catalíticos

Los reactores fluido-sólido no catalíticos enumerados en el cuadro 8.1 se muestran en la figura 8.19. Mientras que en los reactores F-S catalíticos el/los producto/s que interesa/n siempre está/n en la fase fluida, en estas reacciones puede/n estar en la fase sólida, en la fase fluida, o en ambas.

Para producciones grandes interesan los equipos donde el sólido circule de forma continua, mientras que, para producciones pequeñas, se

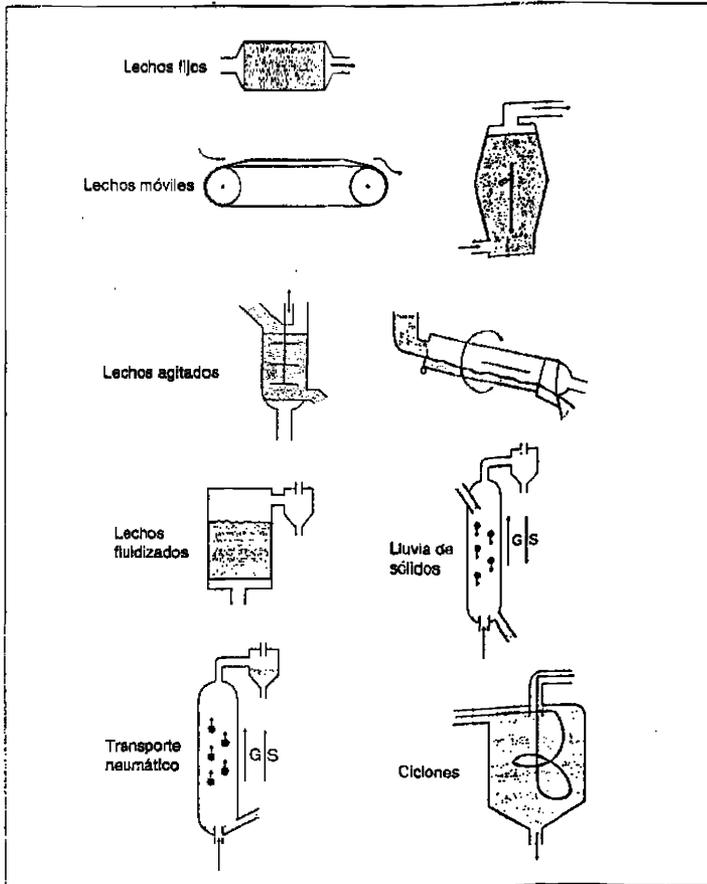


FIGURA 8.19. Principales tipos de reactores fluido-sólido no catalíticos.

suelen emplear equipos donde el sólido está en discontinuo.

Si el tamaño de partícula es más pequeño se favorece el contacto entre las fases —aumenta el área interfacial— y, por tanto, mejora la velocidad global de reacción, pero aumenta el coste de fabricación y el mantenimiento del reactor. Los diversos equipos enumerados en el cuadro 8.1 y la figura 8.19 se emplean con tamaños de partícula diversos. De menor a mayor tamaño de sólido, estos reactores se pueden ordenar en: ciclones, transporte neumático, fluidizados recirculados y no recirculados, cintas transportadoras, hornos rotatorios y lechos fijos.

8.4.3. Reactores fluido-sólido catalíticos

Los reactores fluido-sólido catalíticos citados en el cuadro 8.1 se muestran en la figura 8.20. Al igual que en los reactores F-S no catalíticos, el tamaño de las partículas determina el empleo de reactores con el sólido en contacto (lecho fijo) o con el sólido en suspensión (lecho fluidizado y tanque agitado).

Cuando los sólidos están en contacto, las partículas son de mayor tamaño que para sólidos suspendidos (entre 1-20 mm y entre 1-200 μm , respectivamente). La selección de uno u otro tipo de reactor depende de las resistencias difusionales, de las características térmicas y/o de la desactivación del catalizador.

Cuando la reacción química sea muy rápida y, por tanto, la resistencia a la difusión en los poros del catalizador puede ser elevada, cuando se produzcan efectos térmicos importantes por la reacción, o cuando el catalizador pierda su actividad rápidamente, el lecho fijo suele presentar problemas que se resuelven al emplear los otros tipos de reactores.

En los sistemas con el sólido en suspensión es más viable y efectivo el sistema de intercambio de calor, hay menores resistencias difusionales en los poros —al emplear sólidos de menor tamaño— y el catalizador se puede reemplazar fácilmente cuando se ha desactivado.

Por otra parte, el fluido circula en el lecho fijo con un régimen próximo a flujo pistón, mientras

que un tanque agitado con el sólido en suspensión lo hace en mezcla completa. Si la reacción química es lenta y no controla la difusión en poros, la conversión que se obtiene en el tanque agitado es menor que la del lecho fijo. El lecho fluidizado, cuyo coste de operación suele ser menor que el del tanque agitado con sólidos en suspensión, puede conducir a conversiones aún menores que las de éste, debido a problemas de distribución del fluido, que suelen aparecer cuando el fluido es un gas a velocidades de paso elevadas.

Además, tanto en el lecho fluidizado como en el tanque agitado la concentración de catalizador por volumen de reactor es menor que en el lecho fijo. Dado que la velocidad de reacción es proporcional a la masa de catalizador, son necesarios mayores volúmenes de reactor respecto al requerido en el lecho fijo.

La selección del reactor más adecuado deberá tener en cuenta la importancia que tienen en cada caso los factores antes citados.

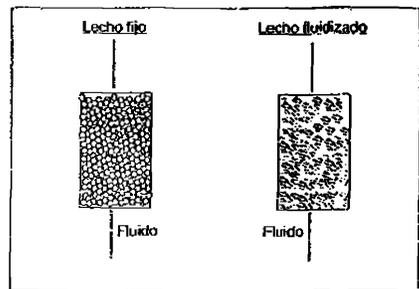


FIGURA 8.20. Representación esquemática de los reactores catalíticos de lecho fijo y de lecho fluidizado.

8.4.4. Reactores gas-líquido-sólido (catalíticos)

Los principales reactores de este tipo, enumerados en el cuadro 8.1, se muestran en la figura 8.21. Algunos de los parámetros característicos de estos reactores se muestran en el cuadro 8.3. Al igual que en los casos anteriores, según

CUADRO 8.3
Parámetros característicos de reactores trifásicos

	Tanque agitado	Trickle-Bed L descendente	Lecho fijo Flujo ascendente G-L
Fracción de catalizador *	0,01	0,5	0,5
Hold-up líquido, h_L *	0,8	0,05-0,2	0,4
Hold-up gas, h_G *	0,2	0,45-0,30	0,1
Fase fluida continua	Líquida	Gas	Líquida
Tamaño de las partículas (mm)	0,1	1-5	1-5
Área externo de catalizador *	500	1.000	1.000
Factor Efectividad Interno, η	1	< 1	< 1
Área interfacial G-L, a (m^{-1}) +	400	200-600	200
Potencia consumida (W/m^3)	103	102-103	102-103
Presión máxima (atm.)	80	> 80	> 80
Máxima volumen de reactor (m^3)	50	200	200

* referida al volumen de reactor + respecto al volumen de fase continua.

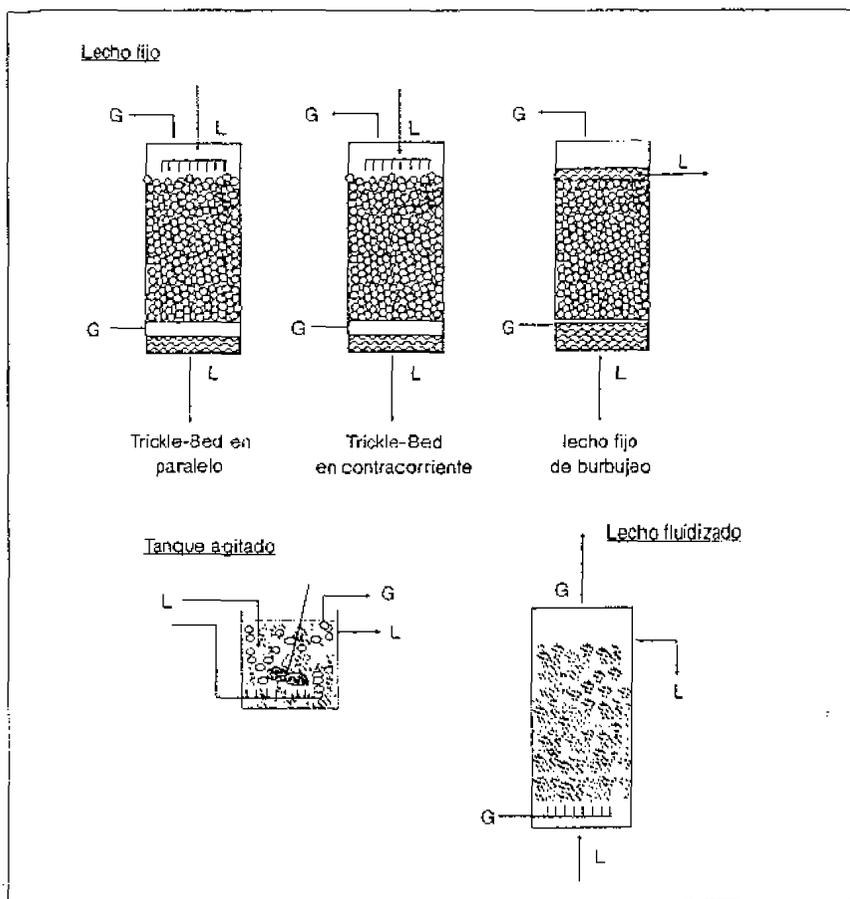


FIGURA 8.21. Principales tipos de reactores trifásicos.

sea el tipo de reacción y sus características térmicas, se elegirá un tipo u otro. En este caso, se pueden combinar los criterios comentados tanto para reactores fluido-fluido como para reactores fluido-sólido catalíticos.

Resumen

1. Se han presentado los diversos tipos de reactores, clasificados de acuerdo al número de fases que constituyen el sistema de reacción (reactores homogéneos y heterogéneos), de acuerdo al tipo de operación (reactores discontinuos y continuos) y de acuerdo al tipo de circulación en el reactor (reactores ideales y reales).
2. Se analizan los reactores homogéneos ideales discontinuos y continuos, considerando en estos últimos los dos casos extremos de circulación: mezcla completa y flujo pistón. En general, los reactores discontinuos son más versátiles que los continuos pero éstos últimos son más indicados en grandes producciones. Se ha desarrollado el modelo matemático que permite predecir el funcionamiento de cada uno de estos reactores. Para ello, se han planteado los balances de materia y calor en cada caso, particularizando el balance de calor a dos situaciones: reactor isoterma y reactor adiabático.
3. En los reactores continuos se ha comparado el funcionamiento de los dos extremos de circulación ideal: mezcla completa y flujo pistón, tanto en una reacción simple como cuando son varias las reacciones que se producen simultáneamente. El reactor tubular de flujo pistón da mayores conversiones del reactivo que el de mezcla completa pero el control de la temperatura es más difícil en el reactor tubular. La asociación en serie de reactores tanque rinde resultados intermedios entre mezcla completa y flujo pistón. Cuanto mayor sea el número de tanques en serie más se asemeja el comportamiento de la batería al modelo de flujo pistón.
4. El alejamiento de la circulación real de los modelos ideales de mezcla completa o flujo pistón se puede determinar mediante la curva de distribución de tiempos de residencia $E(t)$. A partir de los momentos de esta curva es posible caracterizar el flujo en el reactor. Cuanto mayor sea el

segundo momento central, aumenta el grado de mezcla y la circulación del fluido se aleja del modelo de flujo pistón, lo que en ciertos procesos, como la cocción, puede tener efectos poco deseables en los productos que se obtienen.

5. Los reactores heterogéneos se pueden clasificar de acuerdo al número y tipo de las fases presentes. El modelo que permite predecir el comportamiento de cada uno de estos reactores es complejo ya que debe combinar fenómenos como la circulación de las fases y contacto entre éstas, el transporte de propiedad entre las fases y la velocidad de la reacción química. En la mayoría de los modelos desarrollados para estos reactores es necesario introducir parámetros empíricos para describir el transporte de propiedad y la fluidodinámica del reactor.

Problemas propuestos

1. Un proceso enzimático donde se produce la reacción $A \xrightarrow{k} R$, se puede describir utilizando una ecuación cinética de primer orden: $r \text{ (mol L}^{-1} \text{ h}^{-1}\text{)} = 1,5 C_A$
 La reacción se lleva a cabo en un reactor discontinuo, siendo la temperatura de trabajo constante e igual a 50 °C. La mezcla de reacción tiene una concentración inicial de 1 mol L⁻¹ en A.
 - a) ¿Cuál es el tiempo de reacción necesario para alcanzar una X_A de 0,90?
 - b) ¿Qué tamaño debe tener el reactor para producir 100 Tm/año del producto R, en las condiciones señaladas?

Datos

$M_A = M_R = 100 \text{ g mol}^{-1}$; jornada laboral: 8.000 h año⁻¹; $t_{\text{inerte}} = 1 \text{ h}$ por ciclo.

2. La hidrólisis en fase líquida de un anhídrido A en su ácido R puede considerarse irreversible $A + H_2O \rightarrow 2R$. La cinética de la reacción es de primer orden respecto a A. La reacción se lleva a cabo en un reactor discontinuo, que se carga con 200 litros de solución de anhídrido, a 15 °C y con una concentración de A de $2,16 \cdot 10^{-4} \text{ mol cm}^{-3}$. El calor específico y la densidad de la mezcla pueden considerarse constantes e iguales a

0,9 cal g⁻¹ °C⁻¹ y 1,05 g cm⁻³, respectivamente. El calor de reacción es de 50.000 cal (mol A)⁻¹ (exotérmica). Se dispone de los siguientes datos sobre el valor de la constante de velocidad:

T (°C)	10	15	25	40
k (min ⁻¹)	0,0567	0,0806	0,1580	0,380

- a) Si el reactor es isotermo, y la operación transcurre a 15 °C, calcular el tiempo requerido para obtener una conversión de A del 70 %.
- b) Si el reactor es adiabático, calcular el tiempo necesario para dicha conversión.
3. Una de las reacciones enzimáticas utilizadas en la industria láctea es la hidrólisis de lactosa en glucosa y galactosa. En las condiciones que normalmente se lleva a cabo esta reacción, la velocidad de hidrólisis de la lactosa (S) tiene el siguiente modelo cinético:

$$\frac{dC_s}{dt} = \frac{k_2 C_E C_s}{K_m + C_s}$$

con los siguientes valores de los parámetros, a la temperatura de 32 °C: $k_2 = 6,81 \cdot 10^{-4}$ mol min⁻¹ mg_{enz}⁻¹; $K_m = 0,375$ mol L⁻¹.

Se pretenden tratar 1.000 Tm año⁻¹ de una disolución acuosa de lactosa, con una concentración de lactosa en la corriente de entrada al reactor de 50 g L⁻¹ (0,139 mol L⁻¹) y una concentración de enzima $C_E = 7$ mg_{enz} L⁻¹, para obtener una conversión del sustrato del 85%. Calcular el volumen del reactor en los siguientes casos:

- a) Utilizando un reactor discontinuo.
- b) Utilizando un reactor continuo tipo tanque de mezcla perfecta.

Datos

1 año \leftrightarrow 330 días; 1 día \leftrightarrow 24 h;
Tiempo muerto = 30 min por carga (en discontinuo).

4. Un microorganismo B vive y crece en un azúcar N de acuerdo a una cinética de Monod

$$(-R_B) = \frac{1,2 C_N}{2 + C_N} C_B$$

(gB m⁻³h⁻¹) con C_N en g m⁻³, siendo el rendimiento biomasa/sustrato $Y = 0,1$ gB/gN. Determinar la concentración de células a la salida de un reactor continuo de mezcla completa cuando a éste se alimenta un caudal de 1 m³ h⁻¹ con una concentración de azúcar a la entrada de 6 g m⁻³ para los siguientes casos:

- a) Volumen del reactor = 5 m³
- b) Volumen del reactor = 1 m³
- c) Volumen del reactor = 0,75 m³

Suponer despreciable en todos los casos la entrada de biomasa al reactor.

5. En un reactor agitado continuo se introduce un sustrato ($C_{A0} = 2$ mol L⁻¹) y una enzima ($C_{E0} = 0,001$ mol L⁻¹). La ecuación cinética del proceso parece ser:

$$r = 10^3 C_{E0} C_A / (1 + C_A) \text{ en (mol L}^{-1} \text{ min}^{-1}\text{)}$$

Calcúlese el tiempo espacial necesario para alcanzar un 90% de conversión.

6. La descomposición enzimática de un carbohidrato A tiene la siguiente ecuación cinética:

$$-\frac{dC_A}{dt} = \frac{100 C_A}{200 + C_A}$$

Si la concentración inicial de A es de 300 mM, determinar:

- a) La evolución de C_A con el tiempo en un reactor discontinuo isotermo.
- b) La concentración de A a la salida de un reactor continuo de mezcla completa de 0,3 L al que se alimenta un caudal de 0,1 L min⁻¹.

7. En un reactor de mezcla completa se efectúa la reacción en fase líquida $A \rightarrow R$ obteniéndose una conversión de 0,5. La ecuación cinética es $r = k C_A^2$.

- a) Calcúlese X_A si el reactor se sustituye por otro seis veces mayor, sin modificar las demás condiciones.

- b) Calcúlese X_{A1} , si se sustituye el reactor primitivo por uno de flujo pistón de igual tamaño, también a igualdad de condiciones.
8. La reacción de hidrólisis, $A + H_2O \rightarrow R + S$ se lleva a cabo en un sistema de tres reactores tanque colocados en serie. Los datos de velocidad disponibles son:

- a 15 °C: $r = 0,0806 C_A$ (mol L⁻¹min⁻¹)
- a 40 °C: $r = 0,3800 C_A$ (mol L⁻¹min⁻¹)

Los volúmenes de los reactores son: $V_1 = 1.800 \text{ cm}^3$, $V_2 = 800 \text{ cm}^3$ y $V_3 = 1.000 \text{ cm}^3$. Los tres reactores operan a 25 °C, y el caudal de alimentación es de 582 cm³/min. ¿Cuál es la conversión a la salida de cada reactor?

9. Una reacción enzimática sigue una ecuación del tipo Michaelis-Menten con $\mu_{max} = 13 \text{ mol L}^{-1} \text{ min}^{-1}$ y $K_m = 0,03 \text{ mol L}^{-1}$. Si la concentración de entrada del sustrato son 10 mol/L y el caudal de 10 L h⁻¹, determinar las conversiones de sustrato que se obtendrán en un reactor tubular y tanque agitado continuo (ambos con circulación ideal).
10. A un reactor continuo de mezcla completa se alimenta una corriente compuesta por 2 mol/l de sustrato y 0,01 g L⁻¹ de enzima. Los parámetros cinéticos correspondientes a la ecuación que describe el proceso (ecuación de Michaelis-Menten) son:

$$k_2 = 2 \text{ mol min}^{-1} \text{ g}_E^{-1} \text{ y } K_m = 0,1 \text{ mol L}^{-1}$$

- a) Calcular el volumen necesario para tratar una corriente de 20 L min⁻¹ y obtener una conversión a la salida del 99,5%.
- b) Si se aumenta 5 veces el caudal de entrada ¿qué conversión se obtendrá ahora?
Se ha propuesto utilizar un reactor tubular con flujo en pistón para llevar a cabo la reacción anterior.
- c) ¿Qué volumen debe tener este reactor en las mismas condiciones que en el caso a)?
- d) ¿Qué conversión se obtendría al aumentar 5 veces el caudal de entrada?

11. Se desea llevar a cabo la reacción $A \rightarrow R$, que sigue una cinética de primer orden, en un reactor cuya respuesta a una perturbación en impulso es:

t (s)	10	20	30	40	50	60	70	80
C	0	3	5	5	4	2	1	0

- a) Calcular la conversión a la salida, sabiendo que la constante cinética es 0,115 s⁻¹.
- b) ¿Qué conversión se obtendría si el flujo en el reactor tubular fuera ideal?

Dato

$$V/Q = 40 \text{ s.}$$

APÉNDICE

TABLA A-1
Propiedades del agua saturada: líquido-vapor. Tabla de Presiones

P (bar)	T (°C)	v (m ³ /kg)		u (kJ/kg)		h (kJ/kg)		s (kJ/kg K)		
		Líquido saturado $v_f \cdot 10^3$	Vapor saturado v_g	Líquido saturado u_f	Vapor saturado u_g	Líquido saturado h_f	Vaporización λ	Vapor saturado h_g	Líquido saturado s_f	Vapor saturado s_g
0,04	28,96	1,0040	34,800	121,45	2415,2	121,46	2432,9	2554,4	0,4226	8,4746
0,06	36,16	1,0064	23,739	151,53	2425,0	151,53	2415,9	2567,4	0,5210	8,3304
0,08	41,51	1,0084	18,103	173,87	2432,2	173,88	2403,1	2577,0	0,5926	8,2287
0,10	45,81	1,0102	14,674	191,82	2437,9	191,83	2392,8	2584,7	0,6493	8,1502
0,20	60,06	1,0172	7,649	251,38	2456,7	251,40	2358,3	2609,7	0,8320	7,9085
0,30	69,10	1,0223	5,229	289,20	2468,4	289,23	2336,1	2625,3	0,9439	7,7686
0,40	75,87	1,0265	3,993	317,53	2477,0	317,58	2319,2	2636,8	1,0259	7,6700
0,50	81,33	1,0300	3,240	340,44	2483,9	340,49	2305,4	2645,9	1,0910	7,5939
0,60	85,94	1,0331	2,732	359,79	2489,6	359,86	2293,6	2653,5	1,1453	7,5320
0,70	89,95	1,0360	2,365	376,63	2494,5	376,70	2283,3	2660,0	1,1919	7,4797
0,80	93,50	1,0380	2,087	391,58	2498,8	391,66	2274,1	2665,8	1,2329	7,4346
0,90	96,71	1,0410	1,869	405,06	2502,6	405,15	2265,7	2670,9	1,2695	7,3949
1,00	99,63	1,0432	1,694	417,36	2506,1	417,46	2258,0	2675,5	1,3026	7,3594
1,50	111,4	1,0528	1,159	466,94	2519,7	467,11	2226,5	2693,6	1,4336	7,2233
2,00	120,2	1,0605	0,8857	504,49	2529,5	504,70	2201,9	2706,7	1,5301	7,1271
2,50	127,4	1,0672	0,7187	535,10	2537,2	535,37	2181,5	2716,9	1,6072	7,0527
3,00	133,6	1,0732	0,6058	561,15	2543,6	561,47	2163,8	2725,3	1,6718	6,9919
3,50	138,9	1,0786	0,5243	583,95	2546,9	584,33	2148,1	2732,4	1,7275	6,9405
4,00	143,6	1,0836	0,4625	604,31	2553,6	604,74	2133,8	2738,6	1,7766	6,8959
4,50	147,9	1,0882	0,4140	622,25	2557,6	623,25	2120,7	2743,9	1,8207	6,8565
5,00	151,9	1,0926	0,3749	639,68	2561,2	640,23	2108,5	2748,7	1,8607	6,8212
6,00	158,9	1,1006	0,3157	669,90	2567,4	670,56	2086,3	2756,8	1,9312	6,7600
7,00	165,0	1,1080	0,2729	696,44	2572,5	697,22	2066,3	2763,5	1,9922	6,7080
8,00	170,4	1,1148	0,2404	720,22	2576,8	721,11	2048,0	2769,1	2,0462	6,6628
9,00	175,4	1,1212	0,2150	741,83	2580,5	742,83	2031,1	2773,9	2,0946	6,6226
10,0	179,9	1,1273	0,1944	761,68	2583,6	762,81	2015,3	2778,1	2,1387	6,5863
15,0	198,3	1,1539	0,1318	843,16	2594,5	844,84	1947,3	2792,2	2,3150	6,4448
20,0	212,4	1,1767	0,09963	906,44	2600,3	908,79	1890,7	2799,5	2,4474	6,3409
25,0	224,0	1,1973	0,07998	959,11	2603,1	962,11	1841,0	2803,1	2,5547	6,2575
30,0	233,9	1,2165	0,06668	1004,8	2604,1	1008,4	1795,7	2804,2	2,6457	6,1869
35,0	242,6	1,2347	0,05707	1045,4	2603,7	1049,8	1753,7	2803,4	2,7253	6,1253
40,0	250,4	1,2522	0,04978	1082,3	2602,3	1087,3	1714,1	2801,4	2,7964	6,0701
45,0	257,5	1,2692	0,04406	1116,2	2600,1	1121,9	1676,4	2798,3	2,8610	6,0199
50,0	264,0	1,2859	0,03944	1147,8	2597,1	1154,2	1640,1	2794,3	2,9202	5,9734
60,0	275,6	1,3187	0,03244	1205,4	2589,7	1213,4	1571,0	2784,3	3,0267	5,8892
70,0	285,9	1,3513	0,02737	1257,6	2580,5	1267,0	1505,1	2772,1	3,1211	5,8133
80,0	295,1	1,3842	0,02352	1305,6	2569,8	1316,6	1441,3	2758,0	3,2068	5,7432
90,0	303,4	1,4178	0,02048	1350,5	2557,8	1363,3	1378,9	2742,1	3,2858	5,6772
100	311,1	1,4524	0,01803	1393,0	2544,4	1407,6	1317,1	2724,7	3,3596	5,6141
110	318,2	1,4886	0,01599	1433,7	2529,8	1450,1	1255,5	2705,6	3,4295	5,5527

TABLA A-1 (continuación)

P (bar)	T (°C)	v (m ³ /kg)		u (kJ/kg)		h (kJ/kg)			s (kJ/kg K)	
		Líquido saturado v _g · 10 ³	Vapor saturado v _g	Líquido saturado u _g	Vapor saturado u _g	Líquido saturado h _g	Vaporización λ	Vapor saturado h _g	Líquido saturado s _g	Vapor saturado s _g
120	324,8	1,5267	0,01426	1473,0	2513,7	1491,3	1193,6	2684,9	3,4962	5,4924
130	330,9	1,5671	0,01278	1511,1	2496,1	1531,5	1130,7	2662,2	3,5606	5,4323
140	336,8	1,6107	0,01149	1548,6	2476,8	1571,1	1066,5	2637,6	3,6232	5,3717
150	342,2	1,6581	0,01034	1585,6	2455,5	1610,5	1000,0	2610,5	3,6848	5,3098
160	347,4	1,7107	0,00931	1622,7	2431,7	1650,1	930,6	2580,6	3,7461	5,2455
170	352,4	1,7702	0,00836	1660,2	2405,0	1690,3	856,9	2547,2	3,8079	5,1777
180	357,1	1,8397	0,00749	1698,9	2374,3	1732,0	777,1	2509,1	3,8715	5,1044
190	361,5	1,9243	0,00666	1739,9	2338,1	1776,5	688,0	2464,5	3,9388	5,0228
200	365,8	2,036	0,00583	1785,6	2293,0	1826,3	583,4	2409,7	4,0139	4,9269
220,9	374,1	3,155	0,00315	2029,6	2029,6	2099,3	0	2099,3	4,4298	4,4298

TABLA A-2

Propiedades del agua saturada: líquido-vapor. Tabla de Temperaturas

T (°C)	P (bar)	v (m ³ /kg)		u (kJ/kg)		h (kJ/kg)			s (kJ/kg K)	
		Líquido saturado v _g · 10 ³	Vapor saturado v _g	Líquido saturado u _g	Vapor saturado u _g	Líquido saturado h _g	Vaporización λ	Vapor saturado h _g	Líquido saturado s _g	Vapor saturado s _g
0,01	0,00611	1,0002	206,136	0	2375,3	0,01	2501,3	2501,4	0	9,1562
4	0,00813	1,0001	157,232	16,77	2380,9	16,78	2491,9	2508,7	0,0610	9,0514
5	0,00872	1,0001	147,120	20,97	2382,3	20,98	2489,6	2510,6	0,0761	9,0257
6	0,00935	1,0001	137,734	25,19	2383,6	25,20	2487,2	2512,4	0,0912	9,0003
8	0,01072	1,0002	120,917	33,59	2386,4	33,60	2482,5	2516,1	0,1212	8,9501
10	0,01228	1,0004	106,379	42,00	2389,2	42,01	2477,7	2519,8	0,1510	8,9008
11	0,01312	1,0004	99,857	46,20	2390,5	46,20	2475,4	2521,6	0,1658	8,8765
12	0,01402	1,0005	93,784	50,41	2391,9	50,41	2473,0	2523,4	0,1806	8,8524
13	0,01497	1,0007	88,124	54,60	2393,3	54,60	2470,7	2525,3	0,1953	8,8285
14	0,01598	1,0008	82,848	58,79	2394,7	58,80	2468,3	2527,1	0,2099	8,8048
15	0,01705	1,0009	77,926	62,99	2396,1	62,99	2465,9	2528,9	0,2245	8,7814
16	0,01818	1,0011	73,333	67,18	2397,4	67,19	2463,6	2530,8	0,2390	8,7582
17	0,01938	1,0012	69,044	71,38	2398,8	71,38	2461,2	2532,6	0,2535	8,7351
18	0,02064	1,0014	65,038	75,57	2400,2	75,58	2458,8	2534,4	0,2679	8,7123
19	0,02198	1,0016	61,293	79,76	2401,6	79,77	2456,5	2536,2	0,2823	8,6897
20	0,02339	1,0018	57,791	83,95	2402,9	83,96	2454,1	2538,1	0,2966	8,6672
21	0,02487	1,0020	54,514	88,14	2404,3	88,14	2451,8	2539,9	0,3109	8,6450
22	0,02645	1,0022	51,447	92,32	2405,7	92,33	2449,4	2541,7	0,3251	8,6229
23	0,02810	1,0024	48,574	96,51	2407,0	96,52	2447,0	2543,5	0,3393	8,6011
24	0,02985	1,0027	45,893	100,70	2408,4	100,70	2444,7	2545,4	0,3534	8,5794

TABLA A-2 (continuación)

T (°C)	P (bar)	v (m ³ /kg)		u (kJ/kg)		h (kJ/kg)		s (kJ/kg K)		
		Líquido saturado v _h · 10 ³	Vapor saturado v _g	Líquido saturado u _h	Vapor saturado u _g	Líquido saturado h _h	Vaporización λ	Vapor saturado h _g	Líquido saturado s _h	Vapor saturado s _g
25	0,03169	1,0029	43,360	104,88	2409,8	104,89	2442,3	2547,2	0,3674	8,5580
26	0,03363	1,0032	40,994	109,06	2411,1	109,07	2439,9	7,5490 2550,8	0,3814	8,5361
27	0,03567	1,0035	38,774	113,25	2412,5	113,25	2437,6	2550,8	0,3954	8,5156
28	0,03782	1,0037	36,690	117,42	2413,9	117,43	2435,2	2552,6	0,4093	8,4946
29	0,04008	1,0040	34,733	121,60	2415,2	121,61	2432,8	2554,5	0,4231	8,4739
30	0,04246	1,0043	32,894	125,78	2416,6	125,79	2430,5	2556,3	0,4369	8,4533
31	0,04496	1,0046	31,165	129,96	2418,0	129,97	2428,1	2558,1	0,4507	8,4329
32	0,04759	1,0050	29,540	134,14	2419,3	134,15	2425,7	2559,9	0,4644	8,4127
33	0,05034	1,0053	28,011	138,32	2420,7	138,33	2423,4	2561,7	0,4781	8,3927
34	0,05324	1,0056	26,571	142,50	2422,0	142,50	2421,0	2563,5	0,4917	8,3728
35	0,05628	1,0060	25,216	146,67	2423,4	146,68	2418,6	2565,3	0,5053	8,3531
36	0,05947	1,0063	23,940	150,85	2424,7	150,86	2416,2	2567,1	0,5188	8,3336
38	0,06632	1,0071	21,602	159,20	2427,4	159,21	2411,5	2570,7	0,5458	8,2950
40	0,07384	1,0078	19,523	167,56	2430,1	167,57	2406,7	2574,3	0,5725	8,2570
45	0,09593	1,0099	15,258	188,44	2436,8	188,45	2394,8	2583,2	0,6387	8,1648
50	0,1235	1,0121	12,032	209,32	2443,5	209,33	2382,7	2592,1	0,7038	8,0763
55	0,1576	1,0146	9,568	230,21	2450,1	230,23	2370,7	2600,9	0,7679	7,9913
60	0,1994	1,0172	7,671	251,11	2456,6	251,13	2358,5	2609,6	0,8312	7,9096
65	0,2503	1,0199	6,197	272,02	2463,1	272,06	2346,2	2618,3	0,8935	7,8310
70	0,3119	1,0228	5,042	292,95	2469,6	292,98	2333,8	2626,8	0,9549	7,7553
75	0,3858	1,0259	4,131	313,90	2475,9	313,93	2321,4	2635,3	1,0155	7,6824
80	0,4739	1,0291	3,407	334,86	2482,2	334,91	2308,8	2643,7	1,0753	7,6122
85	0,5783	1,0325	2,828	355,84	2488,4	355,90	2296,0	2651,9	1,1343	7,5445
90	0,7014	1,0360	2,361	376,85	2494,5	376,92	2283,2	2660,1	1,1925	7,4791
95	0,8455	1,0397	1,982	397,88	2500,6	397,96	2270,2	2668,1	1,2500	7,4159
100	1,014	1,0435	1,673	418,94	2506,5	419,04	2257,0	2676,1	1,3069	7,3549
110	1,433	1,0516	1,210	461,14	2518,1	461,30	2230,2	2691,5	1,4185	7,2387
120	1,985	1,0603	0,8919	503,50	2529,3	503,71	2202,6	2706,3	1,5276	7,1296
130	2,701	1,0697	0,6685	546,02	2539,9	546,31	2174,2	2720,5	1,6344	7,0269
140	3,613	1,0797	0,5089	588,74	2550,0	589,13	2144,7	2733,9	1,7391	6,9299
150	4,758	1,0905	0,3928	631,68	2559,5	632,20	2114,3	2746,5	1,8418	6,8379
160	6,178	1,1020	0,3071	674,86	2568,4	675,55	2082,6	2758,1	1,9427	6,7502
170	7,917	1,1143	0,2428	718,33	2576,5	719,21	2049,5	2768,7	2,0419	6,6663
180	10,02	1,1274	0,1941	762,09	2583,7	763,22	2015,0	2778,2	2,1396	6,5857
190	12,54	1,1414	0,1565	806,19	2590,0	807,62	1978,8	2786,4	2,2359	6,5079
200	15,54	1,1565	0,1274	850,65	2595,3	852,45	1940,7	2793,2	2,3309	6,4323
210	19,06	1,1726	0,1044	895,53	2599,5	897,76	1900,7	2798,5	2,4248	6,3585
220	23,18	1,1900	0,08619	940,87	2602,4	943,62	1858,5	2802,1	2,5178	6,2861
230	27,95	1,2088	0,07158	986,74	2603,9	990,12	1813,8	2804,0	2,6099	6,2146
240	33,44	1,2291	0,05976	1033,2	2604,0	1037,3	1766,5	2803,8	2,7015	6,1437

TABLA A-2 (continuación)

T (°C)	P (bar)	v (m³/kg)		u (kJ/kg)		h (kJ/kg)			s (kJ/kg K)	
		Líquido saturado $v_f \cdot 10^3$	Vapor saturado v_g	Líquido saturado u_f	Vapor saturado u_g	Líquido saturado h_f	Vaporización λ	Vapor saturado h_g	Líquido saturado s_f	Vapor saturado s_g
250	39,73	1,2512	0,05013	1080,4	2602,4	1085,4	1716,2	2801,5	2,7927	6,0730
260	46,88	1,2755	0,04221	1128,4	2599,0	1134,4	1662,5	2796,6	2,8838	6,0019
270	54,99	1,3023	0,03564	1177,4	2593,7	1184,5	1605,2	2789,7	2,9751	5,9301
280	64,12	1,3321	0,03017	1227,5	2586,1	1236,0	1543,6	2779,6	3,0668	5,8571
290	74,36	1,3656	0,02557	1278,9	2576,0	1289,1	1477,1	2766,2	3,1594	5,7821
300	85,81	1,4036	0,02167	1332,0	2563,0	1344,0	1404,9	2749,0	3,2534	5,7045
320	112,7	1,4988	0,01549	1444,6	2525,5	1461,5	1238,6	2700,1	3,4480	5,5362
340	145,9	1,6379	0,01080	1570,3	2464,6	1594,2	1027,9	2622,0	3,6594	5,3357
360	186,5	1,8925	0,006945	1725,2	2351,5	1760,5	720,5	2481,0	3,9147	5,0526
374,14	220,9	3,155	0,003155	2029,6	2029,6	2099,3	0	2099,3	4,4298	4,4298

TABLA A-3
Propiedades del agua: vapor sobrecalentado

T °C	v m³/kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K	v m³/kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K
P = 0,06 bar; T _{sat} = 36,2 °C				P = 0,35 bar; T _{sat} = 72,7 °C				
Sat.	23,739	2425,0	2567,4	8,3304	4,526	2473,0	2631,4	7,7158
80	27,132	2487,3	2650,1	8,5804	4,625	2483,7	2645,6	7,7564
120	30,219	2544,7	2726,0	8,7840	5,163	2542,4	2723,1	7,9644
160	33,302	2602,7	2802,5	8,9693	5,696	2601,2	2800,6	8,1519
200	36,383	2661,4	2879,7	9,1398	6,228	2660,4	2878,4	8,3237
240	39,462	2721,0	2957,8	9,2982	6,758	2720,3	2956,8	8,4828
280	42,540	2781,5	3036,8	9,4464	7,287	2780,9	3036,0	8,6314
320	45,618	2843,0	3116,7	9,5859	7,815	2842,5	3116,1	8,7712
360	48,696	2905,5	3197,7	9,7180	8,344	2905,1	3197,1	8,9034
400	51,774	2969,0	3279,6	9,8435	8,872	2968,6	3279,2	9,0291
440	54,851	3033,5	3362,6	9,9633	9,400	3033,2	3362,2	9,1490
500	59,467	3132,3	3489,1	10,1336	10,192	3132,1	3488,8	9,3194
P = 0,70 bar; T _{sat} = 89,9 °C				P = 1,0 bar; T _{sat} = 99,6 °C				
Sat.	2,365	2494,5	2660,0	7,4797	1,694	2506,1	2675,5	7,3594
100	2,434	2509,7	2680,0	7,5341	1,696	2506,7	2676,2	7,3614
120	2,571	2539,7	2719,6	7,6375	1,793	2537,3	2716,6	7,4668
160	2,841	2599,4	2798,2	7,8279	1,984	2597,8	2796,2	7,6597
200	3,108	2659,1	2876,7	8,0012	2,172	2658,1	2875,3	7,8343
240	3,374	2719,3	2955,5	8,1611	2,359	2718,5	2954,5	7,9949
280	3,640	2780,2	3035,0	8,3162	2,546	2779,6	3034,2	8,1445
320	3,905	2842,0	3115,3	8,4504	2,732	2841,5	3114,6	8,2849
360	4,170	2904,6	3196,5	8,5828	2,917	2904,2	3195,9	8,4175
400	4,434	2968,2	3278,6	8,7086	3,103	2967,9	3278,2	8,5435
440	4,698	3032,9	3361,8	8,8286	3,288	3032,6	3361,4	8,6636
500	5,095	3131,8	3488,5	8,9991	3,565	3131,6	3488,1	8,8342

TABLA A-3 (continuación)

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K
$P = 1,5 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 111,4 \text{ °C}$				$P = 3,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 135,6 \text{ °C}$				
Sat.	1,159	2519,7	2693,6	7,2233	0,606	2543,6	2725,3	6,9919
120	1,188	2533,3	2711,4	7,2693	—	—	—	—
160	1,317	2595,2	2792,8	7,4665	0,651	2587,1	2782,3	7,1276
200	1,444	2656,2	2872,9	7,6433	0,716	2650,7	2865,5	7,3115
240	1,570	2717,2	2952,7	7,8052	0,781	2713,1	2947,3	7,4774
280	1,695	2778,6	3032,8	7,9555	0,844	2775,4	3028,6	7,6299
320	1,819	2840,6	3113,5	8,0964	0,907	2838,1	3110,1	7,7722
360	1,943	2903,5	3195,0	8,2293	0,969	2901,4	3192,2	7,9061
400	2,067	2967,3	3277,4	8,3555	1,032	2965,6	3275,0	8,0330
440	2,191	3032,1	3360,7	8,4757	1,094	3030,6	3358,7	8,1538
500	2,376	3131,2	3487,6	8,6466	1,187	3130,0	3486,0	8,3251
600	2,685	3301,7	3704,3	8,9101	1,341	3300,8	3703,2	8,5892
$P = 5,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 151,86 \text{ °C}$				$P = 7,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 169,97 \text{ °C}$				
Sat.	0,3749	2561,2	2748,7	6,8213	0,2729	2572,5	2763,5	6,7080
180	0,4045	2609,7	2812,0	6,9656	0,2847	2599,8	2799,1	6,7880
200	0,4249	2642,9	2855,4	7,0592	0,2999	2634,8	2844,8	6,8865
240	0,4646	2707,6	2939,9	7,2307	0,3292	2701,8	2932,2	7,0641
280	0,5034	2771,2	3022,9	7,3865	0,3574	2766,9	3017,1	7,2213
320	0,5416	2834,7	3105,6	7,5308	0,3852	2831,3	3100,9	7,3697
360	0,5796	2898,7	3188,4	7,6660	0,4126	2895,8	3184,7	7,5063
400	0,6173	2963,2	3271,9	7,7938	0,4397	2960,9	3269,7	7,6350
440	0,6548	3028,6	3356,0	7,9152	0,4667	3026,6	3353,3	7,7571
500	0,7109	3128,4	3483,9	8,0873	0,5070	3126,8	3481,7	7,9299
600	0,8041	3299,6	3701,7	8,3522	0,5738	3298,5	3700,2	8,1956
700	0,8969	3477,5	3925,9	8,5952	0,6403	3476,6	3924,8	8,4391
$P = 10,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 179,91 \text{ °C}$				$P = 15,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 198,32 \text{ °C}$				
Sat.	0,1944	2583,6	2778,1	6,5865	0,1318	2594,5	2792,2	6,4448
200	0,2060	2621,9	2827,9	6,6940	0,1325	2598,1	2796,8	6,4546
240	0,2275	2692,9	2920,4	6,8817	0,1483	2676,9	2899,3	6,6628
280	0,2480	2760,2	3008,2	7,0465	0,1627	2748,6	2992,7	6,8381
320	0,2678	2826,1	3093,9	7,1962	0,1765	2817,1	3091,9	6,9938
360	0,2873	2891,6	3178,9	7,3349	0,1899	2884,4	3169,2	7,1363
400	0,3066	2957,3	3263,9	7,4651	0,2030	2951,3	3255,8	7,2690
440	0,3257	3023,6	3349,3	7,5883	0,2160	3018,5	3342,5	7,3940
500	0,3541	3124,4	3478,5	7,7622	0,2352	3120,3	3473,1	7,5698
540	0,3729	3192,6	3565,6	7,8720	0,2478	3189,1	3560,9	7,6805
600	0,4011	3296,8	3697,9	8,0290	0,2668	3293,9	3694,0	7,8385
640	0,4198	3367,4	3787,2	8,1290	0,2793	3364,8	3783,8	7,9391
$P = 20,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 212,42 \text{ °C}$				$P = 30,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 233,9 \text{ °C}$				
Sat.	0,0996	2600,3	2799,5	6,3409	0,0667	2604,1	2804,2	6,1869
240	0,1085	2659,6	2876,5	6,4952	0,0682	2619,7	2824,3	6,2265
280	0,1200	2736,4	2976,4	6,6828	0,0771	2709,9	2941,3	6,4462

TABLA A-3 (continuación)

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K
$P = 20,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 212,42 \text{ °C}$				$P = 30,0 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 233,9 \text{ °C}$				
320	0,1308	2807,9	3069,5	6,8452	0,0850	2788,4	3043,4	6,6245
360	0,1411	2877,0	3159,3	6,9917	0,0923	2861,7	3138,7	6,7801
400	0,1511	2945,2	3247,6	7,1271	0,0994	2932,8	3230,9	6,9212
440	0,1611	3013,4	3335,5	7,2540	0,1062	3002,9	3321,5	7,0520
500	0,1757	3116,2	3467,6	7,4317	0,1162	3108,0	3456,5	7,2338
540	0,1853	3185,6	3556,1	7,5434	0,1227	3178,4	3546,6	7,3474
600	0,1996	3290,9	3690,1	7,7024	0,1324	3285,0	3682,3	7,5085
640	0,2091	3362,2	3780,4	7,8035	0,1388	3357,0	3773,5	7,6106
700	0,2232	3470,9	3917,4	7,9487	0,1484	3466,5	3911,7	7,7571
$P = 40 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 250,4 \text{ °C}$				$P = 60 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 275,64 \text{ °C}$				
Sat.	0,04978	2602,3	2801,4	6,0701	0,03244	2589,7	2784,3	5,8892
280	0,05546	2680,0	2901,8	6,2568	0,03317	2605,2	2804,2	5,9252
320	0,06199	2767,4	3015,4	6,4553	0,03876	2720,0	2952,6	6,1846
360	0,06788	2845,7	3117,2	6,6215	0,04331	2811,2	3071,1	6,3782
400	0,07341	2919,9	3213,6	6,7690	0,04739	2892,9	3177,2	6,5408
440	0,07872	2992,2	3307,1	6,9041	0,05122	2970,0	3277,3	6,6853
500	0,08643	3099,5	3445,3	7,0901	0,05665	3082,2	3422,2	6,8803
540	0,09145	3171,1	3536,9	7,2056	0,06015	3156,1	3517,0	6,9999
600	0,09885	3279,1	3674,4	7,3688	0,06525	3266,9	3658,4	7,1677
640	0,1037	3351,8	3766,6	7,4720	0,06859	3341,0	3752,6	7,2731
700	0,1110	3462,1	3905,9	7,6198	0,07352	3453,1	3894,1	7,4234
740	0,1157	3536,6	3999,6	7,7141	0,07677	3528,3	3989,2	7,5190
$P = 80 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 295,06 \text{ °C}$				$P = 100 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 311,06 \text{ °C}$				
Sat.	0,02352	2569,8	2758,0	5,7432	0,01803	2544,4	2724,7	5,6141
320	0,02682	2662,7	2877,2	5,9489	0,01925	2588,8	2781,3	5,7103
360	0,03089	2772,7	3019,8	6,1819	0,02331	2729,1	2962,1	6,0060
400	0,03432	2863,8	3138,3	6,3634	0,02641	2832,4	3096,5	6,2120
440	0,03742	2946,7	3246,1	6,5190	0,02911	2922,1	3213,2	6,3805
480	0,04034	3025,7	3348,4	6,6586	0,03160	3005,4	3321,4	6,5282
520	0,04313	3102,7	3447,7	6,7871	0,03394	3085,6	3425,1	6,6622
560	0,04582	3178,7	3545,3	6,9072	0,03619	3164,1	3526,0	6,7864
600	0,04845	3254,4	3642,0	7,0206	0,03837	3241,7	3625,3	6,9029
640	0,05102	3330,1	3738,3	7,1283	0,04048	3318,9	3723,7	7,0131
700	0,05481	3443,9	3882,4	7,2812	0,04358	3434,7	3870,5	7,1687
740	0,05729	3520,4	3978,7	7,3782	0,04560	3512,1	3968,1	7,2670
$P = 120 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 324,75 \text{ °C}$				$P = 140 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 336,75 \text{ °C}$				
Sat.	0,01426	2513,7	2684,9	5,4924	0,01149	2476,8	2637,6	5,3717
360	0,01811	2678,4	2895,7	5,8361	0,01422	2617,4	2816,5	5,6602
400	0,02108	2798,3	3051,3	6,0747	0,01722	2760,9	3001,9	5,9449
440	0,02355	2896,1	3178,7	6,2586	0,01954	2868,6	3142,2	6,1474
480	0,02576	2984,4	3293,5	6,4154	0,02157	2962,5	3264,5	6,3143
520	0,02781	3068,0	3401,8	6,5555	0,02343	3049,8	3377,8	6,4610
560	0,02977	3149,0	3506,2	6,6840	0,02517	3133,6	3486,0	6,5941

TABLA A-3 (continuación)

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K
P = 120 bar; T _{sat} = 324,75 °C								
				P = 140 bar; T _{sat} = 336,75 °C				
600	0,03164	3228,7	3608,3	6,8037	0,02683	3215,4	3591,1	6,7172
640	0,03345	3307,5	3709,0	6,9164	0,02843	3296,0	3694,1	6,8326
700	0,03610	3425,2	3858,4	7,0749	0,03075	3415,7	3846,2	6,9939
740	0,03781	3503,7	3957,4	7,1746	0,03225	3495,2	3946,7	7,0952
P = 160 bar; T _{sat} = 374,44 °C								
				P = 180 bar; T _{sat} = 357,06 °C				
Sat.	0,00931	2431,7	2580,6	5,2455	0,00749	2374,3	2509,1	5,1044
360	0,01105	2539,0	2715,8	5,4614	0,00809	2418,9	2564,5	5,1922
400	0,01426	2719,4	2947,6	5,8175	0,01190	2672,8	2887,0	5,6887
440	0,01652	2839,4	3103,7	6,0429	0,01414	2808,2	3062,8	5,9428
480	0,01842	2939,7	3234,4	6,2215	0,01596	2915,9	3203,2	6,1345
520	0,02013	3031,1	3353,3	6,3752	0,01757	3011,8	3378,0	6,2960
560	0,02172	3117,8	3465,4	6,5132	0,01904	3101,7	3444,4	6,4392
600	0,02323	3201,8	3573,5	6,6399	0,02042	3188,0	3555,6	6,5696
640	0,02467	3284,2	3678,9	6,7580	0,02174	3272,3	3663,6	6,6905
700	0,02674	3406,0	3833,9	6,9224	0,02362	3396,3	3821,5	6,8580
740	0,02808	3486,7	3935,9	7,0251	0,02483	3478,0	3925,0	6,9623
P = 200 bar; T _{sat} = 365,81 °C								
				P = 240 bar				
Sat.	0,00583	2293,0	2409,7	4,9269				
400	0,00994	2619,3	2818,1	5,5540	0,00673	2477,8	2639,4	5,2393
440	0,01222	2774,9	3019,4	5,8450	0,00929	2700,6	2923,4	5,6506
480	0,01399	2891,2	3170,8	6,0518	0,01100	2838,3	3102,3	5,8950
520	0,01551	2992,0	3302,2	6,2218	0,01241	2950,5	3248,5	6,0842
560	0,01689	3085,2	3423,0	6,3705	0,01366	3051,1	3379,0	6,2448
600	0,01818	3174,0	3537,6	6,5048	0,01481	3145,2	3500,7	6,3875
640	0,01940	3260,2	3648,1	6,6286	0,01588	3235,5	3616,7	6,5174
700	0,02113	3386,4	3809,0	6,7993	0,01739	3366,4	3783,8	6,6947
740	0,02224	3469,3	3914,1	6,9052	0,01835	3451,7	3892,1	6,8038
800	0,02385	3592,7	4069,7	7,0544	0,01974	3578,0	4051,6	6,9567
P = 280 bar								
				P = 320 bar				
400	0,00383	2223,5	2330,7	4,7494	0,00236	1980,4	2055,9	4,3239
440	0,00712	2613,2	2812,6	5,4494	0,00544	2509,0	2683,0	5,2327
480	0,00885	2780,8	3028,5	5,7446	0,00722	2718,1	2949,2	5,5968
520	0,01020	2906,8	3192,3	5,9566	0,00853	2860,7	3133,7	5,8357
560	0,01136	3015,7	3333,7	6,1307	0,00963	2979,0	3287,2	6,0246
600	0,01241	3115,6	3463,0	6,2823	0,01061	3085,3	3424,6	6,1858
640	0,01338	3210,3	3584,8	6,4187	0,01150	3184,5	3552,5	6,3290
700	0,01473	3346,1	3758,4	6,6029	0,01273	3325,4	3732,8	6,5203
740	0,01558	3433,9	3870,0	6,7153	0,01350	3415,9	3847,8	6,6361
800	0,01680	3563,1	4033,4	6,8720	0,01460	3548,0	4015,1	6,7966
900	0,01873	3774,3	4298,8	7,1084	0,01633	3762,7	4285,1	7,0372

TABLA A-4
Tabla del agua: líquido subenfriado

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg K
$P = 25 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 223,99 \text{ °C}$				$P = 50 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 263,99 \text{ °C}$				
20	1,0006	83,80	96,30	0,2961	0,9995	83,65	88,65	0,2956
40	1,0067	167,25	169,77	0,5715	1,0056	166,95	171,97	0,5705
90	1,0280	334,29	336,86	1,0737	1,0268	333,72	338,85	1,0720
100	1,0423	418,24	420,85	1,3050	1,0410	417,52	422,72	1,3030
140	1,0784	587,82	590,52	1,7369	1,0768	586,76	592,15	1,7343
180	1,1261	761,16	763,97	2,1375	1,1240	759,63	765,25	2,1341
200	1,1555	849,90	852,80	2,3294	1,1530	848,10	853,90	2,3255
220	1,1898	940,70	943,70	2,5174	1,1866	938,40	944,40	2,5128
Sat.	1,1973	959,10	962,10	2,5546	1,2959	1147,8	1154,2	2,9202
$P = 75 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 342,24 \text{ °C}$				$P = 100 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 311,06 \text{ °C}$				
20	0,9984	83,50	90,99	0,2950	0,9972	83,36	93,33	0,2945
40	1,0045	166,64	174,18	0,5696	1,0034	166,35	176,38	0,5686
80	1,0256	333,15	340,84	1,0704	1,0245	332,59	342,83	1,0688
100	1,0397	416,91	424,62	1,3011	1,0385	416,12	426,50	1,2992
140	1,0752	585,72	593,78	1,7317	1,0737	584,68	595,42	1,7292
180	1,1219	759,13	766,55	2,1308	1,1199	756,65	767,84	2,1275
220	1,1835	936,20	945,10	2,5083	1,1805	934,10	945,90	2,5039
260	1,2696	1124,4	1134,0	2,8763	1,2645	1121,1	1133,7	2,8699
Sat.	1,3677	1282,0	1292,2	3,1649	1,4524	1393,0	1407,6	3,3596
$P = 150 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 342,24 \text{ °C}$				$P = 200 \text{ bar}; T_{\text{sat}} = 365,81 \text{ °C}$				
20	0,9950	83,06	97,99	0,2934	0,9928	82,77	102,62	0,2923
40	1,0013	165,76	180,78	0,5666	0,9992	165,17	185,16	0,5646
50	1,0222	331,48	346,81	1,0656	1,0199	330,40	350,80	1,0624
100	1,0361	414,74	430,28	1,2955	1,0337	413,39	434,06	1,2917
140	1,0707	582,66	598,72	1,7242	1,0678	580,69	602,04	1,7193
180	1,1159	753,76	770,50	2,1210	1,1120	750,95	773,20	2,1147
220	1,1749	929,90	947,50	2,4953	1,1693	925,90	949,30	2,4870
260	1,2550	1114,6	1133,4	2,8576	1,2462	1108,6	1133,5	2,8459
300	1,3770	1316,6	1337,3	3,2260	1,3596	1306,1	1333,3	3,2071
Sat.	1,6581	1585,6	1610,5	3,6848	2,0360	1785,6	1826,3	4,0139
$P = 250 \text{ bar}$				$P = 300 \text{ bar}$				
20	0,9907	92,47	107,24	0,2911	0,9886	82,170	111,84	0,2899
40	0,9971	164,60	189,52	0,5626	0,9951	164,04	193,89	0,5607
100	1,0313	412,09	437,85	1,2881	1,0290	410,78	441,66	1,2844
200	1,1344	834,50	862,80	2,2961	1,1302	831,40	865,30	2,2893
300	1,3442	1296,6	1330,2	3,1900	1,3304	1287,9	1327,8	3,1741

TABLA A-5
Propiedades del agua saturada: sólido-vapor. Tabla de Temperaturas

P (bar) T (°C)		v (m ³ /kg)		u (kJ/kg)			h (kJ/kg)			s (kJ/kg K)		
P _s	T _s	Sólido saturado v _{ss} · 10 ³	Vapor saturado v _{vs}	Sólido saturado u _{ss}	Sublimación u _{sv}	Vapor saturado u _{vs}	Sólido saturado h _{ss}	Sublimación h _{sv}	Vapor saturado h _{vs}	Sólido saturado s _{ss}	Sublimación s _{sv}	Vapor saturado s _{vs}
0,01	0,6113	1,0908	206,1	-333,40	2708,7	2375,3	-333,40	2834,8	2501,4	-1,221	10,378	9,156
0	0,6108	1,0908	206,3	-333,43	2708,8	2375,3	-333,43	2834,8	2501,3	-1,221	10,378	9,157
-2	0,5176	1,0904	241,7	-337,62	2710,2	2372,6	-337,62	2835,3	2497,7	-1,237	10,456	9,219
-4	0,4375	1,0901	283,8	-341,78	2711,6	2369,8	-341,78	2835,7	2494,0	-1,253	10,536	9,283
-6	0,3689	1,0898	334,2	-345,91	2712,9	2367,0	-345,91	2836,2	2471,3	-1,268	10,616	9,348
-8	0,3102	1,0894	394,4	-350,02	2714,2	2364,2	-350,02	2836,6	2486,6	-1,284	10,698	9,414
-10	0,2602	1,0891	466,7	-354,09	2715,5	2361,4	-354,09	2837,0	2482,9	-1,299	10,781	9,481
-12	0,2176	1,0888	553,7	-358,14	2716,8	2358,7	-358,14	2837,3	2479,2	-1,315	10,865	9,550
-14	0,1815	1,0884	658,8	-362,15	2718,0	2355,9	-362,15	1837,6	2475,5	-1,331	10,950	9,619
-16	0,1510	1,0881	786,0	-366,14	2719,2	2353,1	-366,14	2837,9	2471,8	-1,346	11,036	9,690
-18	0,1252	1,0878	940,5	-370,10	2720,4	2350,3	-370,10	2838,2	2468,1	-1,362	11,123	9,762
-20	0,1035	1,0874	1128,6	-374,03	2721,6	2347,5	-374,03	2838,4	2164,3	-1,377	11,212	9,835
-22	0,0853	1,0871	1358,4	-377,93	2722,7	2344,7	-377,93	7838,6	2460,6	-1,393	11,302	9,909
-24	0,0701	1,0868	1640,1	-381,80	2723,7	2342,0	-381,80	2838,7	2456,9	-1,408	11,394	9,985
-26	0,0574	1,0864	1986,4	-385,64	2724,8	2339,2	-385,64	2838,9	2453,2	-1,424	11,486	10,062
-28	0,0469	1,0861	2413,7	-389,45	2725,8	2336,4	-389,45	2839,0	2449,5	-1,439	11,580	10,141
-30	0,0381	1,0858	2943,0	-393,23	2726,8	2333,6	-393,23	2839,0	2445,8	-1,455	11,676	10,221
-32	0,0309	1,0854	3600,0	-396,98	2727,8	2330,8	-396,98	2839,1	2442,1	-1,471	11,773	10,303
-34	0,0250	1,0851	4419,0	-400,71	2728,7	2328,0	-400,71	2839,1	2438,4	-1,486	11,872	10,386
-36	0,0201	1,0848	5444,0	-400,40	2729,6	2325,2	-404,40	2839,1	2434,7	-1,501	11,972	10,470
-38	0,0161	1,0841	6731,0	-408,06	2730,5	2322,4	-408,06	2839,0	2430,9	-1,517	12,073	10,556
-40	0,0129	1,0841	8354,0	-411,70	2731,3	2319,6	-411,70	2838,9	2427,2	-1,532	12,176	10,644

BIBLIOGRAFÍA

- Alimarket (1993): Informe Anual. Publicaciones Alimarket, S. A., Madrid.
- Bennet, C. O. y Myers, J. E. (1979): *Transferencia de Cantidad de Movimiento, Calor y Materia*. Reverté, Barcelona.
- Chapman, A. J. (1974): *Heat Transfer*. Macmillan Publishing Co. Inc.
- Costa López, J., Cervera, S., Cunill, F., Esplugas, S. S., Mants, S. y Mata J. (1984): *Curso de Química Técnica*. Reverté.
- Costa Novella, E., Calleja, G., Ovejero, G., Lucas, A. de, Aguado, J. y Uguina, M.A. (1983): *Ingeniería Química. 1. Conceptos Generales*. Alhambra. Madrid.
- Costa, E., Calleja, G., Ovejero, G., de Lucas, A., Aguado, J. y Uguina, M. A. (1985): *Ingeniería Química. 3. Flujo de Fluidos*. Alhambra. Barcelona.
- Costa Novella, E., Calleja, G., Ovejero, G., Lucas, A. de, Aguado, J. y Uguina M. A. (1986): *Ingeniería Química. 4. Transmisión de Calor*. Alhambra.
- Dal-Re, M. (1997): *Los Alimentos y la Salud*. Aguilar. Madrid.
- Dolenc, J. W. (1996): "Choose the Right Flow Meter". *Chemical Engineering Progress*. Enero, 92 (1): 22-32.
- Felder, R. M. y Rousseau R. W. (1986): *Principios Elementales de los Procesos Químicos*.
- Fennema, O. R. (1993): *La Ciencia de los Alimentos* (1.ª ed.). Acribia. Zaragoza.
- Fogler, H. S. (1986): *Elements of Chemical Reaction Engineering*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- Froment, G. F. y Bischoff, K. B. (1990): *Chemical Reactor Analysis and Design* (2.ª ed.). John Wiley, Nueva York.
- Fryer, P. J., Pyle, D. L. y Rielly, C. D. (1997): *Chemical Engineering for the Food Industry*. Chapman & Hall, Londres.
- Himmelblau, D. M. (1997): *Principios Básicos y Cálculos en Ingeniería Química* (6.ª ed.). Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Holman, J. P. (1998): *Transferencia de Calor* (8.ª ed.). McGraw-Hill.
- Incropera, F. P. y Witt, D. P. de (1985): *Introduction to Heat Transfer*. John Wiley & Sons.
- Kokini, J. L. (1992): "Rheological Properties of Foods", en Heldman, D. R. y Lund, D. B.: *Handbook of Food Engineering*. Marcel Dekker, Nueva York.
- Kreith, F. y Black, W. Z. (1983): *La Transmisión de Calor, Principios Fundamentales*. Alhambra.
- Kreith, F. y Bohn, M. S. (1986): *Principles of Heat Transfer*. Harper & Row Publishers.
- Levenspiel, O. (1972): *Chemical Reactor Engineering* (2.ª ed.). John Wiley, Nueva York. Traducción al castellano (1981): *Ingeniería de las Reacciones Químicas*. Reverté, Barcelona.
- Levenspiel, O. (1993): *Flujo de Fluidos e Intercambio de Calor*. Reverté, Barcelona.
- Lewis, M. J. (1993): *Propiedades Físicas de los Alimentos y de los Sistemas de Procesado*. Acribia, Zaragoza.
- Longwell, P. A. (1966): *Mechanics of Fluid Flow*. McGraw-Hill, Nueva York.
- McCabe, W. L., Smith, J. C. y Harriott, P. (1991): *Operaciones Básicas de Ingeniería Química*. McGraw-Hill, Madrid.
- Metcalfe, I. S. (1997): *Chemical Reaction Engineering*. Oxford University Press, Oxford.
- Payen, A. (1867): *Précis de Chimie Industrielle* (5.ª ed.). L. Hachette, París.
- Potter, N. (1973): *La Ciencia de los Alimentos*. Edutex, S. A., Méjico.
- Prentice, J. H. (1984): *Measurements in the Rheology of Foodstuffs*. Elsevier, Nueva York.
- Rao, M. A. y Steffe, J. F. (1992): *Viscoelastic Properties of Foods*. Elsevier, Nueva York.
- Rao, M. A. y Rizvi, S. S. (1995): *Engineering Properties of Foods*. Marcel Dekker, Nueva York.
- Smith, J. M. (1981): *Chemical Engineering Kinetics* (3.ª ed.). McGraw-Hill, Nueva York. Traducción al castellano (1986): *Ingeniería de la Cinética Química*. CECSA, México.
- Thompson, E. V. y Ceckler, W. H. (1979): *Introducción a la Ingeniería Química*. McGraw-Hill Latinoamericana.
- Whorlow, R. W. (1980): *Rheological Techniques*. John Wiley & Sons, Nueva York.
- Williams, T. I. (1990): *Historia de la Tecnología* (3.ª ed.). Siglo XXI, Madrid.

ISBN 84-7738-668-4

3 2 3 0 5

9 788477 386674


EDITORIAL
SÍNTESIS

La presente obra aborda el estudio de las Operaciones Básicas de la Ingeniería Química y su aplicación a la Industria de los Alimentos.

La obra se dirige tanto a aquellos profesionales que desarrollan su labor en la Industria Alimentaria, como a estudiantes de aquellas titulaciones en las que se impartan materias relacionadas con la producción y transformación de los alimentos, como es el caso de Ingeniería Química y de Agrónomos, Veterinaria, Farmacia, Química, Bioquímica y especialmente de la Licenciatura en Ciencia y Tecnología de los Alimentos. Asimismo este primer volumen ha de resultar un manual de gran utilidad para aquellos alumnos que hayan de cursar complementos de formación en Ingeniería Química previamente a su acceso a la titulación de Licenciado en Ciencia y Tecnología de los Alimentos.

Los autores de esta obra son profesores de Ingeniería Química de las Universidades Complutense de Madrid, Rey Juan Carlos y Castilla-La Mancha, con amplia experiencia docente en el campo de la Ingeniería de la Industria Alimentaria.