TRABAJO PRACTICO Nº 1: "LÓGICA"

1) i) Sean p: "Compré un billete de lotería esta semana" y q: "Gané el premio de un millón de dólares del viernes". Construir las siguientes proposiciones: $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$; $\sim\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{p} \vee \sim\boldsymbol{q}$; $\sim\boldsymbol{p} \vee (\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q})$

1) p: "compré un billete de lotería esta semana"
q: Gané el premio de un millón del dólares del viernes".

$p \wedge q$: Compré un billete de lotería esta senana y gané el premio de un millón de dólares del viernes.

$\sim p \wedge \sim q$: No compré un billete de loteria esta semana y no gané el premio de un millón de dólares del viernes.

$p \vee \sim q$: Compré un billete de lotería esta semana ó no gané el premio de un millón de dólares del viernes".

$\sim p \vee (p \wedge \sim q)$: No compré un billete de lotería esta semana ó compré un billete de lotería esta semana y no gané el premio de un millón de dólares del viernes.

ii) Sean p, q y r los enunciados

p: Tienes un 10 en el examen final

q: Haces todos los problemas del libro

r: tienes un 10 en esta asignatura

Encontrar una forma simbólica para cada una de las siguientes proposiciones

a)Tienes un 10 en el examen final, pero no haces todos los problemas del libro.

b)Tienes un 10 en el examen final, haces todos los problemas del libro y tienes un 10 en esta asignatura.

c)Para tener un 10 en esta asignatura es necesario tener un 10 en el examen final.

d)Tienes un 10 en el examen final, pero no haces todos los problemas del libro; no obstante, tienes un 10 en esta asignatura.

p: tienes un 10 en el examen final
q: Haces todos los problemas del libro.
r: tienes un 10 en esta asignatura.

a) $p \wedge \sim q$

b) $p \wedge q \wedge r$

c) $p \Rightarrow r$

d) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$

iii) Si las exportaciones disminuyen entonces bajarán las utilidades

p: Las exportaciones disminuyen
q: bajaran las utilidades.
$p \rightarrow q$

iv) Los precios son altos si y sólo sí los costos aumentan

p: los precios son altos
q: los costos aumentan
$p \Leftrightarrow q$

v) Si la producción aumenta entonces bajarán los precios

p: la produccion aumenta
q: bajaran los precios
$p \rightarrow q$

vi) Si aumenta la demanda esto implica que aumenta la oferta y viceversa

h) p: aumenta la demanda
q: aumenta la operta
$p \Leftrightarrow q$

vii) Si la contaminación aumenta entonces existirá restricción vehicular adicional

i) p: la contaminación aumenta
q: existira restricción vehicular
$p \rightarrow q$

2) Sean p y q los enunciados “Estamos bajo cero” y “Nieva”, respectivamente. Expresar las siguientes proposiciones en lenguaje natural: $\boldsymbol{p \wedge q}$; $\boldsymbol{p \vee q}$; $\boldsymbol{p \rightarrow q}$; $\boldsymbol{\sim p \rightarrow q}$; $\boldsymbol{q \rightarrow p}$; $\boldsymbol{\sim p \vee q}$; $\boldsymbol{q \wedge \sim p}$.

2) p: "Estamos bajo cero" q: "Nieva".

$p \wedge q$: Estamos bajo cero y nieva.
$p \vee q$: Estamos bajo cero o nieva.

$p \Rightarrow q$: Estamos bajo cero, entonces nieva.

$\sim p \Rightarrow q$: No estamos bajo cero, entonces nieva.

$q \Rightarrow p$: Si Nieva, entonces estamos bajo cero.

$\sim p \vee q$: No estamos bajo cero ó nieva,

$q \wedge \sim p$: Haces todos los problemas del libro y no tienes un 10 en el examen final

3) Si p y r son proposiciones verdaderas y q es falsa, determine el valor de verdad de :

a) [(p ∧ ~ q) v ~ r] ⇒ q

b) [(~ r v q) ∧ (r v ~ p)] ⇔ ~ r

c) [(~ p ⇒ q) ⇒ ~ r] v [~ q ⇒r]

3) $p \wedge r = V$; $q = F$

a) $\underbrace{\underbrace{[\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{V})}_{V} \vee \underbrace{\sim r}_{F}]}_{V} \Rightarrow \underbrace{q}_{F}}_{F}$

b) $\underbrace{\underbrace{(\underbrace{\sim r}_{F} \vee \underbrace{q}_{F})}_{F} \wedge \underbrace{(\underbrace{r}_{V} \vee \underbrace{\sim p}_{F})}_{V}}_{F} \Leftrightarrow \underbrace{\sim r}_{F}$: V

c) $\underbrace{[\underbrace{\underbrace{(\underbrace{\sim p}_{F} \rightarrow \underbrace{q}_{F})}_{F} \rightarrow \underbrace{\sim r}_{F}}_{V}] \vee \underbrace{(\underbrace{\sim q}_{F} \rightarrow \underbrace{r}_{V})}_{V}}_{V}$

F

4) ¿ Qué condiciones debe satisfacer p y q para que la siguiente proposición sea :

a) [(q ⇔ p) ∧ ~ q] ⇒ (p ∧ ~ q) Falsa

$\underbrace{\overbrace{[\underbrace{\underbrace{(\underbrace{q}_{F} \Leftrightarrow \underbrace{p}_{F})}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{V}}_{V}]}^{V} \Rightarrow \overbrace{\underbrace{(\underbrace{p}_{F} \wedge \underbrace{\sim q}_{V})}_{F}}^{F}}_{F}$

F

$\downarrow$

$\boxed{V \Rightarrow F}$

$\therefore \boxed{\begin{matrix} p = F \\ q = F \end{matrix}}$

b) [(~ p ⇒ q) ⇒~ r] v [~ q ⇒ r] Falsa

c) { ~p ∧ (p v q) } ∧ [p ⇔ q] Verdadera

b) $((\sim p \Rightarrow q) \to \sim r) \vee (\sim q \to r)$ F

en la disyunción ambas deben ser falsas

$\therefore$ ∄ valores de verdad de p, q, r que hagan falsa la fórmula lógica.

c) $[\sim p \vee (p \vee q)] \wedge (p \Leftrightarrow q)$ V

$\therefore$ p, q son F

5) Construir las tablas de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

a) (p ∨ q) ∧ r

a) $(p \vee q) \wedge r$

p	q	r	p ∨ q	(p ∨ q) ∧ r
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

CONTINGENCIA

b) (p → q) ↔ (~q → ~p)

b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$ TAUTOLOGÍA

p	q	~p	~q	p ⇒ q	~q ⇒ ~p	(p ⇒ q) ⇔ (~q ⇒ ~p)
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

c) (p → q) ∨ (~q ∧ r)

c) $(p \Rightarrow q) \vee (\sim q \wedge r)$

p	q	r	p ⇒ q	~q	~q ∧ r	(p ⇒ q) ∨ (~q ∧ r)
V	V	V	V	F	F	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	V

CONTINGENCIA

d) $(p \vee \sim r) \wedge (q \vee \sim r)$

d) $(p \vee \sim r) \wedge (q \vee \sim r)$ CONTINGENCIA

p	q	r	$\sim r$	$(p \vee \sim r)$	$(q \vee \sim r)$	$(p \vee \sim r) \wedge (q \vee \sim r)$
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V

e) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

F - $\underbrace{(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)}_{*}$

p	q	$q \rightarrow p$	$p \rightarrow q$	*
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V

6) Enunciar la recíproca, inversa y contra recíproca de cada una de las siguientes implicaciones:

a) Si llueve esta noche, me quedaré en casa.

b) Voy a la plaza siempre que el día amanezca soleado.

c) Un entero positivo es primo si no tiene otros divisores más que 1 y él mismo.

(4) $p \Rightarrow q$ ($q \Rightarrow p$ es recíproca) ($\sim q \Rightarrow \sim p$ es contra recíproca)
($\sim p \Rightarrow \sim q$ es inversa)

a) $\underbrace{\text{Si llueve esta noche}}_{p} \Rightarrow \underbrace{\text{me quedaré en casa}}_{q}$. ($p \Rightarrow q$)

Recíproca: Me quedaré en casa, entonces llueve esta noche

Contrarecíproca: Si no me quedo en casa, entonces no llueve esta noche.

Inversa: Si no llueve está noche entonces no me quedaré en casa.

b) $\overbrace{\text{Voy a la plaza}}^{q}$ siempre que $\overbrace{\text{el día amanezca soleado}}^{p}$.

Directa: $p \to q$

Recíproca ($q \Rightarrow p$) Si voy a la plaza entonces el día amanece soleado.

Contrarecíproca ($\sim q \Rightarrow \sim p$) Si no voy a la plaza entonces el día no amanece soleado.

Inversa: ($\sim p \Rightarrow \sim q$) Si el día no amanece soleado entonces no voy a la plaza

c) Un entero positivo^{q} es primo si no tiene otros^{p} divisores más que 1 y él mismo.

Directa $p \Rightarrow q$

Recíproca: ($q \Rightarrow p$) Si un entero positivo es primo entonces no tiene otros divisores más que 1 y él mismo.

Contrarecíproca: ($\sim q \Rightarrow \sim p$) Si un entero positivo no es primo entonces tiene otros divisores más que 1 y él mismo

Inversa: ($\sim p \Rightarrow \sim q$) Si un entero positivo tiene otros divisores más que 1 y él mismo, entonces no es primo.

7) ¿Cuál es el valor de x tras ejecutar las siguientes sentencias en un ordenador si x = 1 antes de que llegase a ella?

a) $if\ \ 1+2 = 3\ \ then\ \ x: x + 1$ **x=2**

b) $if\ \ (1 + 1 = 3) \vee (2 + 2 = 4)\ then\ \ x: x + 1\ \ else\ \ x:= x + 2$ **x=2**

c) $if\ \ (5 + 3 = 9) \wedge (3 + 2 = 5)\ then\ \ x: x + 1\ else\ \ x \coloneqq x + 3$ **x=4**

d) $if\ \ x < 2\ \ then\ \ x \coloneqq x + 1$ **x=2**

e) $if\ \ (1 + 2 = 3) \wedge (2 + 2 = 4)\ then\ \ x:= x - 1\ \ else\ \ x \coloneqq x + 1$ **x=0**

8) ¿Son consistentes las siguientes especificaciones del sistema?

a) El mensaje de diagnóstico se almacena en un buffer o se vuelve a transmitir. El mensaje de diagnóstico no se almacena en el buffer. Si el mensaje de diagnóstico se almacena en el buffer, entonces se vuelve a transmitir.

b) El sistema está en estado multiusuario si y sólo si está operando normalmente. Si el sistema está operando normalmente, el kernel está funcionando.

El kernel no está funcionando o el sistema está en modo de interrupción. Si el sistema no está en modo multiusuario entonces está en modo de interrupción. El sistema no está en modo de interrupción.

¿Son consistente las sgte especificaciones del sistema?
El sistema está en estado multiusuario (p) si y sólo si está operando normalmente (q). Si el sistema está operando normalmente (q), el kernel está funcionando (r).
El kernel no está funcionando ($\sim r$) o el sistema está en modo de interrupción (s). Si el sistema no está en modo multiusuario ($\sim p$) entonces está en modo de interrupción (s).
El sistema no está en modo de interrupción ($\sim s$).

$p \Leftrightarrow q$
$q \Rightarrow r$
$\sim r \vee s$
$\sim p \Rightarrow s$
$\sim s$

p	q	r	s	$\sim r$	$\sim p$	$\sim s$	$p \Leftrightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$\sim r \vee s$	$\sim p \Rightarrow s$
V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	V
V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V
V	V	F	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	F

P V.
S Falsa

"No SON CONSISTENTES" pues no hay ninguna línea horizontal de verdaderos desde $\sim s$ hasta el final

9) Determinar, en cada caso, si la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas. Justificar.

a) $(p \vee q) \to q$ si $p \to q$ es Falso

b) $p \vee (p \leftrightarrow q)$ si $p \to q$ es Verdadero.

c) $(p \to q) \to r$ si r es Verdadero

d) $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$; q es Verdadero

a) $(p \vee q) \Rightarrow q$ si $p \Rightarrow q$ es Falso

Si $p \Rightarrow q$ es Falso significa que p es Verdadera y q es Falsa.
Luego si p es V. y q es F implica que $p \vee q$ es Verdad
$\therefore$ $(p \vee q) \Rightarrow q$
$V \Rightarrow F$ (Falso)

b) $p \vee (p \Leftrightarrow q)$ si $p \Rightarrow q$ es Verdadero.

Si $p \Rightarrow q$ es verdadero hay tres casos:

1) p es V $\wedge$ q es V
2) p es F $\wedge$ q es F
3) p es F $\wedge$ q es V

1) $V \vee (V \Leftrightarrow V)$
$V \vee V$
Verdadero

2) $F \vee (F \Leftrightarrow F)$
$F \vee V$
Verdadero

3) $F \vee (F \Leftrightarrow V)$
$F \vee F$
Falso.

c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ Si r es Verdadero.

Si r es V, $p \Rightarrow q$ puede ser V v F.
$V \to V$ es V, si $F \to V$ es V. en los dos casos es V.

d) $(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$; q es verdadero.

1) $p = V \Rightarrow (V \vee V) \Leftrightarrow (F \wedge F)$
$V \Leftrightarrow F$
Falso.

2) $p = F \Rightarrow (F \vee V) \Leftrightarrow (V \wedge F)$
$V \Leftrightarrow F$
Falso. Es suficiente la información

10) Usar tabla de verdad para verificar las siguientes leyes: (variantes del condicional).

Asociativa $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

Distributiva $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Asociativa: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \wedge r$	$(q \wedge r)$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

Distributiva $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$(q \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q)$	$(p \vee r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

11) Dadas las siguientes implicaciones, demostrar por dos métodos distintos que es una tautología:

a) $p \rightarrow (p \vee q)$

b) $[\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)]$

c) $\sim (p \rightarrow q) \rightarrow \sim q$

d) $[((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

e) $(\sim q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim p$

f) $[(p \wedge \sim q) \Rightarrow q] \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

g) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(\sim q \Rightarrow \sim p)]$

h) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

a) $p \Rightarrow (p \vee q)$

p	q	$(p \vee q)$	$p \Rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Si p es V, q es V

$V \Rightarrow (V \vee V)$

$V \Rightarrow V$

V

$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$\sim p \vee (p \vee q)$

$(\sim p \vee p) \vee q$

$V \vee q$

V

p es V, q es F

$V \Rightarrow (V \vee F)$

$V \Rightarrow V$

V

p es F, q es V

$F \Rightarrow (F \vee V)$

$F \Rightarrow V$

V

p es F, q es F

$F \Rightarrow (F \vee F)$

$F \Rightarrow F$

V

TAUTOLOGÍA

b) $[\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

$\sim p \to (p \to q)$

$\sim(\sim p) \vee (p \to q)$

$(p \vee \sim p) \vee q$

$V \vee q$

V

TAUTOLOGÍA

c) $\sim (p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$	$\sim(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim q$	$\sim q$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	F	V	V

TAUTOLOGÍA.

$\sim(\sim(p \to q)) \vee \sim q$

$p \to q \vee \sim q$

$\sim p \vee (q \vee \sim q)$

$\sim p \vee V$

V

d) $[((p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)) \wedge (q \Rightarrow r)] \to r$

p	q	r	① $(p \vee q)$	② $(p \Rightarrow r)$	③ $q \Rightarrow r$	① ∧ ② ∧ ③	① ∧ ② ∧ ③ → r
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F	V

TAUTOLOGÍA

e) $[\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \wedge (p \Rightarrow q)$	$[\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V

TAUTOLOGÍA

$$[\sim q \wedge (p \to q)] \to \sim p$$

$$\sim[\sim q \wedge p \to q] \vee \sim p$$

$$q \vee \sim(p \to q) \vee \sim p$$

$$q \vee \sim(\sim p \vee q) \vee \sim p$$

$$q \vee (p \wedge \sim q) \vee \sim p$$

$$(q \vee p) \wedge (q \vee \sim q) \vee \sim p$$

$$\underbrace{(q \vee p) \wedge V}\ \vee \sim p$$

$$q \vee \underbrace{p \vee \sim p}$$

$$q \vee V$$

$$\boxed{V} \to \text{tautología}$$

$[(p\vee q)\wedge(p\Rightarrow r)\wedge(q\Rightarrow r)]\to r$ Ejercicio (9 d

$[(p\vee q)\wedge(p\vee q)\to r]\to r$

$\sim[(p\vee q)\wedge(p\vee q)\to r]\vee r$

$\sim[(p\vee q)\wedge\sim[(p\vee q)\to r]]\vee r$

$[(\sim p\wedge\sim q)\vee(p\vee q)\wedge\sim r]\vee r$

$[(\sim p\wedge\sim q)\vee(p\wedge\sim r)\vee(q\wedge\sim r)]\vee r$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(p\wedge\sim r)\vee\underline{(q\wedge\sim r)\vee r}$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(p\wedge\sim r)\vee(r\vee q)\wedge(\sim r\vee r)$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(p\wedge\sim r)\vee\underline{(r\vee q)\wedge V}$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee\underline{(p\wedge\sim r)\vee(r\vee q)}$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(r\vee q)\vee p\wedge(r\vee q\vee\sim r)$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(r\vee q\vee p)\wedge q\vee(r\vee\sim r)$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(r\vee q\vee p)\wedge(q\vee V)$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee\underline{(r\vee q\vee p)\wedge V}$

$(\sim p\wedge\sim q)\vee(r\vee q\vee p)$

$(r\vee q\vee p\vee\sim p)\wedge(r\vee q\vee p\vee\sim q)$

$(r\vee q)\vee(p\vee\sim p)\wedge(r\vee p)\vee(q\vee\sim q)$

$r\vee q)\vee V)\wedge((r\vee p)\vee V)$

$V\quad\wedge\quad V$

10 - f) $[(p\wedge\sim q)\to q]\leftrightarrow(p\to q)$

$(\sim(p\wedge\sim q)\vee q)\leftrightarrow(\sim p\vee q)$

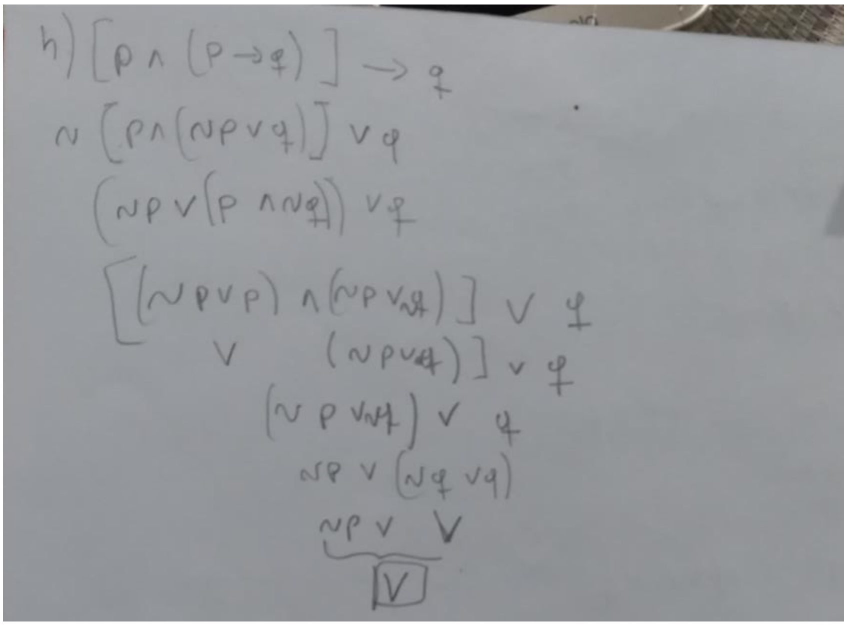
$(\sim p\vee q\vee q)\leftrightarrow\sim p\vee q$

$\underbrace{[(\sim p\vee q)\leftrightarrow(\sim p\vee q)}_{V}$

$p\leftrightarrow p$

r o) q) $p\to q\leftrightarrow\sim q\to\sim p$

$(\sim p\vee q)\leftrightarrow q\vee\sim p$ $\quad V$



h) $[p \wedge (p \to q)] \to q$

$\sim [p \wedge (\sim p \vee q)] \vee q$

$(\sim p \vee (p \wedge \sim q)) \vee q$

$[(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q)] \vee q$

$[V \quad (\sim p \vee \sim q)] \vee q$

$(\sim p \vee \sim q) \vee q$

$\sim p \vee (\sim q \vee q)$

$\underbrace{\sim p \vee V}_{\boxed{V}}$

12) Demostrar las siguientes equivalencias lógicas. Verificar por tabla de verdad.

a) $(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$

b) $(p \to q) \equiv \sim q \to \sim p$

c) $(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$

d) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

e) $[(p \wedge \sim q) \vee \sim (q \wedge \sim p)] \equiv [(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$

f) $(p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p \Leftrightarrow \sim q)$

g) $[p \Rightarrow (q \vee r)] \equiv [(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)]$

h) $[p \Rightarrow (q \wedge r)] \equiv [\sim p \vee (q \wedge r)]$

i) $[\sim (p \vee q)] \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

10) a) $(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$

$\equiv \sim p \vee (q \wedge r)$

$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)$

$\equiv (p \to q) \wedge (p \to r)$ por $p \to q \equiv \sim p \vee$

b) $(p \to q) \equiv \sim q \to \sim p$

$\equiv \sim(\sim q) \vee \sim p$

$\equiv q \vee \sim p$

$\equiv \sim p \vee q$

$\equiv p \to q$

c) $(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$

$\equiv \sim(p \vee q) \vee r$

$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$

$\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$

$\equiv (p \to r) \wedge (q \to r)$

d) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

$\sim((p \to q) \wedge (q \to p)) \equiv \sim(p \to q) \vee \sim(q \to p)$

$\sim(p \to q) \equiv p \wedge \sim$

$\sim(p \to q) \vee \sim(q \to p) \equiv \sim(p \to q) \vee \sim(q \to p)$

Morgan

11) e) $(p \wedge \sim q) \vee \sim(q \wedge \sim p) \equiv (p \to q) \to (q \to p)$

$\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim q \vee p)$

$\sim(p \to q) \vee (q \to p)$

$(p \to q) \to (q \to p)$

F) $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

$(p \to q) \wedge (q \to p)$

$(\sim q \to \sim p) \wedge (\sim p \to \sim q)$ contrarecíproca

$(\sim p \to \sim q) \wedge (\sim q \to \sim p)$ conmutativa

$\sim p \Leftrightarrow \sim q$

g) $[p \to (q \vee r)] \equiv (p \to q) \vee (p \to r)$

$\sim p \vee (q \vee r)$

$(\sim p \vee \sim p) \vee (q \vee r)$ Ley Idemp

$(\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee r)$

$(p \to q) \vee (p \to r)$

$\equiv$ corregir

h) $[p \to (q \wedge r)] \equiv \sim p \vee (q \wedge r)$

$\sim p \vee (q \wedge r)$

i) $\sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$ corregir

$\sim p \wedge \sim q$

13) Determinar el valor de cada una de las sentencias.

i) Considere la proposición p (x) : x es un número mayor o igual que -2 y menor que 3 . Determine los valores de verdad de .

a) (∀ x) (x ∈ E) p(x) si E = {-2 , -1 , 0 } **V**

b) (∃ x) (x ∈ F) p (x) si F = { 3,4,5 } **F**

ii) Sea $\boldsymbol{P(x, y)}$: $\boldsymbol{x + y = 0}$. Si el dominio consiste en todos los enteros ¿Cuáles son los valores de verdad de?

a) P(–2, –2) **F**

b) P(3, –2) **F**

c) P(0, –1**)** **F**

d) P(–4, 4) **V**

iii) Sea $\boldsymbol{P(x, y)}$: $\boldsymbol{x - y = 0}$. Si el dominio consiste en todos los enteros ¿Cuáles son los valores de verdad de?

a) $\forall x,\ \forall y\ \ P(x, y)$

b) $\forall x,\ \exists y\ \ P(x, y)$

c) $\exists x,\ \forall y\ \ P(x, y)$

d) $\exists x,\ \exists y\ \ P(x, y)$

a) $\forall x, \forall y\ P(x,y)$ Falso, contraej: $\exists\ x=2 \wedge y=1$ tq $2-1 \neq 0$

b) $\forall x, \exists y\ P(x,y)$ Verdadero, pues $\forall x, \exists y$ tq $y = x$, $x - x = 0$.

c) $\exists x, \forall y\ P(x,y)$ Falso, Sea $x \in \mathbb{Z}$, $\exists y$ tq $y = x+1 \wedge x-(x+1) \neq 0$

d) $\exists x, \exists y\ P(x,y)$ Verdadero, Sea $x=5$, $y=5 \Rightarrow 5-5=0$ //

iv) Sea $\boldsymbol{P(x,y)}$: $\boldsymbol{x \,.\, y \;=\; 1}$. Si el dominio consiste en todos los enteros ¿Cuáles son los valores de verdad de?

a) $\forall x,\ \forall y\ P(x,y)$

b) $\forall x,\ \exists y\ P(x,y)$

c) $\exists x,\ \exists y\ P(x,y)$

ii) $P(x,y): x.y=1$ Dominio: Todo los enteros.

a) $\forall x, \forall y\ P(x,y)$ Falso, contraej: sea $x=2$, $y=4 \Rightarrow 2.4=8$.

b) $\forall x, \exists y\ P(x,y)$ Falso, Para cualquier x, $\nexists\, y \in \mathbb{Z}$ tq $x.y=1$. //

c) $\exists x, \exists y\ P(x,y)$ Verdadero, $\exists\, x=1$, $\exists\, y=1$ tq $x.y=1$. //

14) Determinar el valor de verdad de cada una de las siguientes sentencias

i) si el dominio consiste en todos los enteros:

a) $\forall n\ (n+1 \quad > n\ )$

b) $\exists n\ (\ 2n \quad = \ 3n\ )$

c) $\exists n\ (\ n \quad = \ -n\ )$

d) $\forall n\ (n^2\ \geq n\ )$

i) Dominio consiste en los enteros:

a) $\forall n\ (n+1 > n)$ Verdadero pues $n+1$ siempre será mayor a n.

b) $\exists n\ (2n = 3n)$ Verdadero pues $\exists\, n=0$ tq $2.0=3.0$

c) $\exists n\ (n=-n)$ Verdadero, pues $\exists\, n=0$ tq $n=-n$

d) $\forall n\ (n^2 \geq n)$ Verdadero, para cualq n, $n^2 \geq n$.

ii) si el dominio consiste en todos los números reales:

a) $\exists x\ (\ x^2 = \ 2\ )$

b) $\forall x\ (\ x^2\ \neq x\ )$

c) $\forall x\ (\ 2x > x)$

ii) Dominio consiste en todo los números Reales.

a) $\exists x\,(x^2 = 2)$ Verdadero, pues $\exists\, x = \sqrt{2} \in \mathbb{R}$ tq $(\sqrt{2})^2 = 2$

b) $\forall x\,(x^2 \neq x)$ Falso, pues $\exists\, x = 1$ tq $1^2 = 1$ //

c) $\forall x\,(2x > x)$ Falso, pues $\exists\, x = 0$ tq $2.0 \not> 0$

vi) Sea P (x) = " x aumentado en 9 , es mayor o igual que 13".De acuerdo a esta proposición es incorrecto señalar que :

a) $\exists$ x que cumple P(x) **V**

b) $\forall$ x > 4 se cumple P(x) **V**

c) $\exists$ x $\leq$ 4 se cumple P(x) **V**

d) $\forall$ x > 14 se cumple P(x) **V**

15) Suponer que el dominio de la función proposicional P(x) consiste en los enteros 0, 1, 2, 3 y 4. Escribe cada una de esas proposiciones usando disyunciones, conjunciones y negaciones.

a) $\exists \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ b) $\forall \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ c) $\exists \boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ d) $\forall \boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$

e) $\sim\exists\, \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ f) $\sim \forall \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$

(13) Dominio de P(x) : enteros 0, 1, 2, 3 y 4.

a) $\exists x\, P(x)$: $P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4)$

b) $\forall x\, P(x)$: $P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

c) $\exists x \sim P(x)$: $\sim P(0) \vee \sim P(1) \vee \sim P(2) \vee \sim P(3) \vee \sim P(4)$

d) $\forall x \sim P(x)$: $\sim P(0) \wedge \sim P(1) \wedge \sim P(2) \wedge \sim P(3) \wedge \sim P(4)$

e) $\sim \exists x\, P(x)$: $\sim (P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4))$

$\sim P(0) \wedge \sim P(1) \wedge \sim P(2) \wedge \sim P(3) \wedge \sim P(4)$

$\sim \exists x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$

f) $\sim \forall x\, P(x)$: $\sim (P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4))$

$\sim P(0) \vee \sim P(1) \vee \sim P(2) \vee \sim P(3) \vee \sim P(4)$

$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$ //.

14) Sea $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}$ ***es par***; $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}$ ***es un número primo*** y $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$: $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$ ***es par***. Las variables x e y representan números enteros. Escriba una oración que corresponda a cada una de las siguientes proposiciones:

a) $\forall\, x\, P(x)$

b) $\exists\, x\, Q(x)$

c) $\forall\, x\, (\sim Q(x))$

d) $\exists\, y\, (\sim P(y))$

e) $\forall\, x\, \exists y\, R(x, y)$

(14) $P(x)$: x es par $Q(x)$: x es un nro primo $R(x,y)$: x+y es par

a) $\forall x\, P(x)$: Todo número entero es par

b) $\exists x\, Q(x)$: Hay al menos un número primo

c) $\forall x (\sim Q(x))$: Ningún número entero es primo.

d) $\exists x\, (\sim P(y))$: Hay al menos un número entero que no es par.

e) $\forall x\, \exists y\, R(x,y)$: Para todo número entero, hay al menos otro entero tal que la suma entre ellos es par.

NOTA

16) Traducir cada una de éstas cuantificaciones a una frase en lenguaje natural que exprese una afirmación matemática. El dominio en cada caso consiste en los ***R***.

a) $\forall\, \mathrm{x}\, \exists\, \mathrm{y}\ \ (\mathrm{x} < \mathrm{y})$

b) $\forall\, \mathrm{x}\, \forall\, \mathrm{y}\, \exists\, \mathrm{z}\ \ (\mathrm{x.y} = \mathrm{z})$

c) $\forall\, \mathrm{x}\, \forall\, \mathrm{y}\ \ ((\mathrm{x} \geq 0)\ \wedge (\mathrm{y} < 0)\,)\ \rightarrow\ (\mathrm{x} - \mathrm{y} > 0)$

a) $\forall x\, \exists y\, (x < y)$ Para cualquier número real, siempre existirá uno mayor a él.

b) $\forall x\, \forall y\, \exists z\, (x.y = z)$ El producto entre dos números reales cualquiera es siempre otro número real.

c) $\forall x\, \forall y\, ((x \geq 0) \wedge y < 0)) \Rightarrow (x - y > 0)$ La diferencia entre dos números reales, siendo el minuendo mayor o igual a cero y el sustraendo menor a cero, es siempre positivo y distinto de cero. //

d) $\exists x\, \forall y\, (x + y = y)$ Para cualquier número real y existe el cero tal que la suma con y es y.

f) $\sim \forall x\, P(x)$: $\sim (P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4))$

$\sim P(0) \vee \sim P(1) \vee \sim P(2) \vee \sim P(3) \vee \sim P(4)$

$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$ //.

(15) Dominio : $\mathbb{R}$

a) $\forall x \exists y\, (x < y)$ Para cualquier número real, siempre existirá uno mayor a él.

b) $\forall x \forall y \exists z\, (x \cdot y = z)$ El producto entre dos números reales cualquiera es siempre otro número real.

c) $\forall x \forall y\, ((x \geq 0) \wedge y < 0)) \Rightarrow (x - y > 0)$
La diferencia entre dos números reales, siendo el minuendo mayor o igual a cero y el sustraendo menor a cero, es siempre positivo y distinto de cero. //

d) $\exists x \forall y\, (x + y = y)$ Para cualquier número real y existe el cero tal que la suma con y es y.

(14) $P(x)$: x es par $\quad Q(x)$: x es un nro primo $\quad R(x,y)$: $x+y$ es par

a) $\forall x\, P(x)$: Todo número entero es par

b) $\exists x\, Q(x)$: Hay al menos un número primo

c) $\forall x (\sim Q(x))$: Ningún número entero es primo.

d) $\exists x\, (\sim P(y))$: Hay al menos un número entero que no es par.

e) $\forall x \exists y\, R(x,y)$: Para todo número entero, hay al menos otro entero tal que la suma entre ellos es par.

NOTA