TRABAJO PRACTICO Nº 1: "LÓGICA"

1) i) Sean p: "Compré un billete de lotería esta semana" y q: "Gané el premio de un millón de dólares del viernes". Construir las siguientes proposiciones: $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$; $\sim\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{p} \vee \sim\boldsymbol{q}$; $\sim\boldsymbol{p} \vee (\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q})$

ii) Sean p, q y r los enunciados

p: Tienes un 10 en el examen final

q: Haces todos los problemas del libro

r: tienes un 10 en esta asignatura

Encontrar una forma simbólica para cada una de las siguientes proposiciones

a) Tienes un 10 en el examen final, pero no haces todos los problemas del libro.
b) Tienes un 10 en el examen final, haces todos los problemas del libro y tienes un 10 en esta asignatura.
c) Para tener un 10 en esta asignatura es necesario tener un 10 en el examen final.
d) Tienes un 10 en el examen final, pero no haces todos los problemas del libro; no obstante, tienes un 10 en esta asignatura.
e) Si las exportaciones disminuyen entonces bajarán las utilidades
f) Los precios son altos si y sólo sí los costos aumentan
g) Si la producción aumenta entonces bajarán los precios
h) Si aumenta la demanda esto implica que aumenta la oferta y viceversa
i) Si la contaminación aumenta entonces existirá restricción vehicular adicional

2) Sean p y q los enunciados "Estamos bajo cero" y "Nieva", respectivamente. Expresar las siguientes proposiciones en lenguaje natural: $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q}$; $\sim\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{p}$; $\sim\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{q} \wedge \sim\boldsymbol{p}$.

3) Si p y r son proposiciones verdaderas y q es falsa ,determine el valor de verdad de :

a) $[(p \wedge \sim q) \vee \sim r] \Rightarrow q$

b) $[(\sim r \vee q) \wedge (r \vee \sim p)] \Leftrightarrow \sim r$

c) $[(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r] \vee [\sim q \Rightarrow r]$

4) ¿ Qué condiciones debe satisfacer p y q para que la siguiente proposición sea :

a) $[(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim q] \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ Falsa

b) $[(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r] \vee [\sim q \Rightarrow r]$ Falsa

c) $\{ \sim p \wedge (p \vee q) \} \wedge [p \Leftrightarrow q]$ Verdadera

a) 3) Construir las tablas de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:
b) $(p \vee q) \wedge r$
c) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
d) $(p \rightarrow q) \vee (\sim q \wedge r)$
e) $(p \vee \sim r) \wedge (q \vee \sim r)$
f) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

5) Enunciar la recíproca, inversa y contra recíproca de cada una de las siguientes implicaciones:

g) Si llueve esta noche, me quedaré en casa.

h) Voy a la plaza siempre que el día amanezca soleado.
i) Un entero positivo es primo si no tiene otros divisores más que 1 y él mismo.

6) ¿Cuál es el valor de x tras ejecutar las siguientes sentencias en un ordenador si x = 1 antes de que llegase a ella?

a) $if\ \ 1+2 = 3\ \ then\ \ x: x + 1$
b) $if\ \ (1 + 1 = 3) \vee (2 + 2 = 4)\ \ then\ \ x: x + 1\ \ else\ \ x:= x + 2$
c) $if\ \ (5 + 3 = 9) \wedge (3 + 2 = 5)\ \ then\ \ x: x + 1\ \ else\ \ x \coloneqq x + 3$
d) $if\ \ x < 2\ \ then\ \ x \coloneqq x + 1$
e) $if\ \ (1 + 2 = 3) \wedge (2 + 2 = 4)\ \ then\ \ x:= x - 1\ \ else\ \ x \coloneqq x + 1$

7) ¿Son consistentes las siguientes especificaciones del sistema?

a) El mensaje de diagnóstico se almacena en un buffer o se vuelve a transmitir. El mensaje de diagnóstico no se almacena en el buffer. Si el mensaje de diagnóstico se almacena en el buffer, entonces se vuelve a transmitir.

b) El sistema está en estado multiusuario si y sólo si está operando normalmente. Si el sistema está operando normalmente, el kernel está funcionando.
El kernel no está funcionando o el sistema está en modo de interrupción. Si el sistema no está en modo multiusuario entonces está en modo de interrupción. El sistema no está en modo de interrupción.

8) Determinar, en cada caso, si la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas. Justificar.

a) $(p \vee q) \rightarrow q$ si $p \rightarrow q$ es Falso

b) $p \vee (p \leftrightarrow q)$ si $p \rightarrow q$ es Verdadero.

c) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ si r es Verdadero

d) $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$; q es Verdadero

9) Usar tabla de verdad para verificar las siguientes leyes: (variantes del condicional).

Asociativa $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

Distributiva $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

10) Dadas las siguientes implicaciones, demostrar por dos métodos distintos que es una tautología:

a) $p \rightarrow (p \vee q)$
b) $[\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)]$
c) $\sim (p \rightarrow q) \rightarrow \sim q$
d) $[((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$
e) $(\sim q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim p$
f) $[(p \wedge \sim q) \Rightarrow q] \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$
g) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(\sim p \Rightarrow \sim q)]$
h) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

11) Demostrar las siguientes equivalencias lógicas. Verificar por tabla de verdad.

a) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$

b) $(p \rightarrow q) \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

c) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$

d) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

e) [(p ∧ ~q) v ~ (q ∧ ~p)] ≡ [(p ⇒ q)⇒(q ⇒ p)]

f) (p ⇔ q) ≡ (~p ⇔ ~q)

g) [p ⇒ (q v r)] ≡ [(p⇒ q) v (q⇒ r)]

h) [p ⇒ (q ∧ r)]≡ [~p v (q ∧ r)]

i) [~ (p v q)]≡ (~p v ~q)

12

i) Considere la proposición p (x) : x es un número mayor o igual que -2 y menor que 3 . Determine los valores de verdad de .

a) (∀ x) (x ∈ E) p(x) si E = {-2 , -1 , 0 }

b) (∃ x) (x ∈ F) p (x) si F = { 3,4,5 }

ii) Sea $\boldsymbol{P(x,y)}: \boldsymbol{x + y = 0}$. Si el dominio consiste en todos los enteros ¿Cuáles son los valores de verdad de?

a) P(–2, –2)

b) P(3, –2)

c) P(0, –1)

d) P(–4, 4)

iii) Sea $\boldsymbol{P(x,y)}: \boldsymbol{x - y = 0}$. Si el dominio consiste en todos los enteros ¿Cuáles son los valores de verdad de?

a) $\forall x,\ \forall y\ P(x,y)$

b) $\forall x,\ \exists y\ P(x,y)$

c) $\exists x,\ \forall y\ P(x,y)$

d) $\exists x,\ \exists y\ P(x,y)$

iv) Sea $\boldsymbol{P(x,y)}: \boldsymbol{x \,.\, y = 1}$. Si el dominio consiste en todos los enteros ¿Cuáles son los valores de verdad de?

a) $\forall x,\ \forall y\, P(x,y)$

b) $\forall x,\ \exists y\, P(x,y)$

c) $\exists x,\ \exists y\, P(x,y)$

13) Determinar el valor de verdad de cada una de las siguientes sentencias

i) si el dominio consiste en todos los enteros:

a) $\forall n\ (n + 1 > n)$

b) $\exists n\ (2n = 3n)$

c) $\exists n\ (n = -n)$

d) $\forall n\ (n^2 \geq n)$

ii) si el dominio consiste en todos los números reales:

a) $\exists x\ (x^2 = 2)$
b) $\forall x\ (x^2 \neq x)$
c) $\forall x\ (2x > x)$

vi) Sea P (x) = " x aumentado en 9 , es mayor o igual que 13".De acuerdo a esta proposición es incorrecto señalar que :

a) ∃ x que cumple p(x)

b) ∀ x > 4 se cumple p(x)

c) ∃ x ≤ 4 se cumple p(x)

d) ∀ x > 14 se cumple p(x)

14) Suponer que el dominio de la función proposicional P(x) consiste en los enteros 0, 1, 2, 3 y 4. Escribe cada una de esas proposiciones usando disyunciones, conjunciones y negaciones.

a) $\exists \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ b) $\forall \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ c) $\exists \boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ d) $\forall \boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$

e) $\sim\exists\ \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ f) $\sim \forall \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$

15) Sea $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x\ es\ par}$; $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x\ es\ un\ n\acute{u}mero\ primo}$ y $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$: $\boldsymbol{x + y\ es\ par}$. Las variables x e y representan números enteros. Escriba una oración que corresponda a cada una de las siguientes proposiciones:

a) $\forall\ x\ P(x)$

b) $\exists\ x\ Q(x)$

c) $\forall\ x\ \left(\sim Q(x)\right)$

d) $\exists\ y\ \left(\sim P(y)\right)$

e) $\forall\ x\ \exists y\ R(x,y)$

16) Traducir cada una de éstas cuantificaciones a una frase en lenguaje natural que exprese una afirmación matemática. El dominio en cada caso consiste en los ***R***.

a) $\forall\ \mathrm{x}\ \exists\ \mathrm{y}\ \ (\mathrm{x} < \mathrm{y})$

b) $\forall\ \mathrm{x}\ \forall\ \mathrm{y}\ \exists\ \mathrm{z}\ \ (\mathrm{x.y} = \mathrm{z})$

c) $\forall\ \mathrm{x}\ \forall\ \mathrm{y}\ \ ((\mathrm{x} \geq 0) \wedge (\mathrm{y} < 0)) \rightarrow (\mathrm{x} - \mathrm{y} > 0)$