

**ÁLGEBRA I – 2.023 –****CARTILLA DE TRABAJOS  
PRÁCTICOS**

“Nunca consideres el estudio como una obligación,  
sino como una oportunidad para penetrar en el bello  
y maravilloso mundo del saber” Albert Einstein

“Las matemáticas puras son, en su forma, la poesía  
de las ideas lógicas” Albert Einstein

**Lic. Héctor Tarifa**

**Ing. Maximiliano Bonilla**

Asignatura			
Algebra I			
Carrera			Cátedra
Analista Programador Universitario			-.-
Plan de Estudio	Área	Curso	Carácter
2008	Ciencias Básicas	2° Año	Teórico–Práctico
Régimen de Dictado	Carga horarian		Acreditación
Cuatrimestral	4 horas/semana	64 horas Totales	Promoción sin examen final
Objetivos Generales			
<p>📖 Adquirir conocimientos matemáticos utilizando la programación como una de las principales herramientas para su aprendizaje.</p> <p>📖 Utilizar la resolución de problemas propios de la profesión para generar nuevos conocimientos.</p> <p>📖 Abstractar y modelizar distintas situaciones con el fin de analizarlas, compararlas y producir tantas soluciones alternativas o mejoras como sea posible potenciando las distintas capacidades de los estudiantes.</p> <p>📖 Adquirir la capacidad de encarar un mismo problema desde distintos puntos de vistas, incorporando esquemas metodológicos que le permitan abordar la situación de forma óptima, de acuerdo a las circunstancias que se le presentan.</p> <p>📖 Lograr un pensamiento crítico sobre la importancia del uso de las innovaciones tecnológicas y su relación directa tanto con las matemáticas como con su formación profesional.</p>			
Contenidos Conceptuales			
<p><b>UNIDAD 1: LÓGICA Y MÉTODOS DE DEMOSTRACIÓN</b></p> <p>Introducción. Proposiciones. Implicaciones. Operadores lógicos. Precedencia de operadores lógicos. Equivalencias proposicionales. Equivalencias lógicas. Predicados y cuantificadores. Negaciones. Cuantificadores anidados. Reglas de inferencia. Argumentos válidos. Falacias. Reglas de inferencia: particularización universal, generalización universal, particularización existencial y generalización existencial. Métodos para demostrar teoremas. Teoremas y cuantificadores. Estrategias de demostración. Conjetura y demostración. Conjetura y contraejemplos.</p> <p><b>UNIDAD 2: CONJUNTOS Y FUNCIONES</b></p> <p>Introducción. Concepto, elementos, igualdad de conjuntos, subconjuntos. Conjuntos finitos e infinitos. El conjunto de partes de un conjunto. Conjunto numéricos hasta los reales. Producto cartesiano. Relación. Notación de conjuntos y cuantificadores. Operaciones con conjuntos. Generalización de operaciones. Representación de conjuntos en un ordenador. Funciones. Funciones inyectivas y sobreyectivas. Función biyectiva. Funciones inversas y composición de funciones. Gráfica de una función.</p> <p><b>UNIDAD 3: INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE NUMEROS.</b></p> <p>Introducción. Enteros y división. Números primos. Teorema fundamental de la aritmética. Números primos. Algoritmo de la división. Máximo común divisor y Mínimo común múltiplo. Aritmética</p>			

modular. Aritmética modular y sus aplicaciones. Representación de números enteros en base  $n$ . Operaciones básicas con enteros en sistemas de base  $n$ .

#### **UNIDAD 4: SUCESIONES. INDUCCIÓN Y RECURSIVIDAD.**

Sucesiones. Sucesiones especiales de enteros. Sumatorias. Inducción matemática. Ejemplos de demostraciones por inducción. Recursividad: Funciones definidas recursivamente. Recursión e iteración. Matrices. Aritmética matricial. Matrices traspuestas y potencias de matrices. Matrices booleanas. Operaciones con matrices booleanas. Matriz traspuesta.

#### **UNIDAD 5: COMBINATORIA**

Introducción. Principios básicos: la regla de la suma y la regla del producto. Principio de inclusión-exclusión. Diagramas en árbol. Variaciones. Combinaciones y Permutaciones. Número combinatorio. Propiedades. Teorema del Binomio. El triángulo y la identidad de Pascal. Generalización: permutaciones y combinaciones sin repetición. Generación de permutaciones y combinaciones.

#### **UNIDAD 6: PROBABILIDAD DISCRETA**

Introducción. Probabilidad finita. Teoría de la probabilidad: asignación de probabilidades, distribución de probabilidad, probabilidad condicional, independencia. Variables aleatorias. Valor esperado. Varianza. Algunas Distribuciones de probabilidad. Aplicaciones de las distribuciones de probabilidad.

#### **Bibliografía de consulta:**

- 📖 Grimaldi, Ralph. "Matemáticas discreta y combinatoria. Una introducción con aplicaciones". Addison – Wesley Iberoamericana. Editores. Madrid. España. 1997.
- 📖 Grossman, Stanley. "Álgebra Lineal". Editorial Mc Graw Hill Interamericana. México 2.007.
- 📖 Hines, William W. – Montgomery, Douglas C. – Goldsman, David M. – Borror, Connie M. "*Probabilidad y estadística para ingeniería*". Compañía Editorial Continental. México. 2005.
- 📖 Jimenez Murillo, José Alfredo. "*Matemáticas para la computación.*" Alfaomega Grupo Editor. México. 2009.
- 📖 Johnsonbaugh, Richard. "Matemáticas Discretas". Prentice Hall Editores. Traducción: Oscar Alfredo Palmas Velasco. México 1999.
- 📖 Kaufman, J. Schwitters, K. "Algebra". Cengage Learning Editores S. A. México. 2.010.
- 📖 Kolman, Bernard - Busby, Robert C. - Ross, Sharon. "*Estructuras de matemáticas discretas para la computación.*" Traducción de Palmas Velasco, Oscar Alfredo. 1997. Prentice – Hall Hispanoamericana – Pearson. México. 1997.
- 📖 Lipschutz, Seymour. "*Matemáticas para computación.*" Mcgraw-Hill, Inc., U.S.A. Impreso en México. 1993.
- 📖 Sheinerman, Edward. "Matemáticas Discretas". Editorial Color S. A. México D. F. 2.001. (2 ej)
- 📖 Rosen, Keneth. 2004. *Matemática discreta y sus aplicaciones*. Traducción de Pérez Morales, José Manuel. Mcgraw-Hill/Interamericana de España.

## Trabajo Práctico 0: “Conceptos previos”

1) Simbolizar los siguientes enunciados:

- La suma de un número natural y otro racional, es menor que cero
- El cuadrado de un número impar es mayor que 1.
- El cociente entre un número par y un número real.
- El cuadrado de la suma de dos números no es lo mismo que la suma de los cuadrados de dichos números.
- El producto de números reales es distributivo respecto a la suma y a la resta de números reales.
- Las raíces de índice par y radicando negativo no tienen solución en los reales.
- El producto de dos números racionales es otro racional.
- El 1 es el elemento neutro para el producto de números reales.
- El cociente de dos números enteros negativos, es positivo.

2) Escribir, de ser posible, los siguientes conjuntos como intervalos. Representar gráficamente los intervalos.

- $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -4 \leq x < \frac{1}{2}\}$
- $B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \geq \sqrt{5}\}$
- $C = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -5 < x < 4\}$
- $D = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x < \frac{5}{2}\}$
- $E = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x > -3\}$

3) Realizar las siguientes operaciones con intervalos.

- $[2,8) \cup (7, 16] =$
- $(-\infty, 4) \cup (-\infty, 9) =$
- $(2,9] \cap \mathbb{N} =$
- $(-2,7] \cap (-3,5) =$
- $(8,15) \cap (-1,20] =$
- $\mathbb{R} - [-3,5) =$
- $(-3,3) - [-1,4] =$

4) Dadas las siguientes funciones:

- $f(t) = -3t^2 + 5t - 10$ , determinar de ser posible  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(\sqrt{2})$ ,  $f(1 + \sqrt{2})$

$$b) g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+4} & \text{si } 0 < x < 1 \\ \sqrt[3]{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}, \text{ determinar de ser posible } g(-9), g\left(\frac{3}{4}\right), g(1) \text{ y } g(4)$$

5) Representar gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales, las siguientes funciones lineales.

a)  $y = -\frac{3}{2}x + 2$

b)  $y = 0,5x$

c)  $y = 2x - \frac{1}{2}$

d)  $y = 5$

6) Representar gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales, las siguientes funciones cuadráticas. Calcular previamente las coordenadas del vértice e intersección con el eje de las abscisas si correspondiere.

a)  $y = x^2 - 3x - 10$

d)  $y = -x^2 + 3x$

b)  $y = (x - 1)^2 - 16$

e)  $y = -(x + 2)^2 + 9$

c)  $y = -2(x - 1)(x + 3)$

f)  $y = (x + 5)(x + 1)$

7) Dados  $P_1(x) = 6x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 5$ ,  $P_2(x) = 3x^4 - 12x^3 + x - 10$ ,  $P_3(x) = x^3 - 10x^2 + 3$  y  $P_4(x) = 3x^2 - 5x + 1$ . Calcular :

a)  $P_1 - P_2 + P_3$

d)  $(3P_1 - 2P_2) : P_3$

b)  $P_1 \cdot P_2 + P_3$

e)  $(-5P_3 - P_1) \cdot (-2P_3)$

c)  $(P_1 - P_2) : P_3$

8) Factorizar las siguientes expresiones:

a)  $-12a^4y^3z^4 + 36a^3y^5z - 48a^3y^2$

b)  $\frac{2}{9}b^5c^3d^2 - \frac{10}{3}b^3c^4d^5$

c)  $x^3 - 2x^2 - x + 2$

d)  $a^6 - a^4 - a^2 + 1$

e)  $x^2 + x + \frac{1}{4}$

f)  $x^2 - 6x + 9$

g)  $3x^2 - 6x - 9$

h)  $x^2 + 6x + 9$

i)  $b^6 - 6b^4 + 12b^2 - 8$

j)  $x^8 - 1$

k)  $x^2 - 4$

9) Resolver las siguientes operaciones combinadas con expresiones algebraicas racionales.

$$a) \left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}\right) \left(2 - \frac{6}{x+3}\right) : \frac{9-x^2}{x} =$$

$$b) (6x + 12) \cdot \left[\left(\frac{x}{x-2} - \frac{4x}{x^2-4} + \frac{2}{x-2}\right) : 2 - \frac{8}{x+2}\right] =$$

$$c) \frac{\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x}\right) \left(\frac{x}{2} - \frac{3x}{2}\right)}{\frac{x-2}{x^2-4x+4} \cdot \frac{4x-8}{2x}} =$$

$$d) \frac{1 - \frac{a+b}{a-b}}{1 + \frac{a+b}{a-b}} =$$

10) Desarrollar:

$$a) (-2x^2 + 3y)^2 =$$

$$b) \left(\frac{-1}{2}p^3 - \frac{2}{3}x^2\right)^2 =$$

$$c) (-2x^2 + 3y^3)^3 =$$

$$d) \left(\frac{-1}{4}p^2 - \frac{3}{4}q^3\right)^3 =$$

$$e) \text{¿Cómo resolverías } (2x + 3y^2)^6 ?$$

11) Resolver los siguientes problemas usando MCM y MCD

a) Juan tiene la gripe y toma un jarabe cada 8 horas y una pastilla cada 12 horas.

Acaba de tomar los dos medicamentos a la vez.

¿De aquí a cuántas horas volverá a tomárselos a la vez?

b) María quiere dividir una cartulina de 40 cm. de largo y 30 cm. de ancho en cuadrados iguales, tan grandes como sea posible, de forma que no le sobre ningún trozo de cartulina.

¿Cuánto medirá el lado de cada cuadrado?

c) Eva tiene una cuerda roja de 15 m. y una azul de 20 m.

Las quiere cortar en trozos de la misma longitud, de forma que no sobre nada.

¿Cuál es la longitud máxima de cada trozo de cuerda que puede cortar?

d) Luís va a ver a su abuela cada 12 días, y Ana cada 15 días.

Hoy han coincidido los dos. ¿De aquí a cuántos días volverán a coincidir en casa de su abuela?

e) Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6:30 de la tarde los tres coinciden.

Averigua las veces que volverán a coincidir en los cinco minutos siguientes.

f) En una bodega hay 3 toneles de vino, cuyas capacidades son: 250 L, 360L y 540 L. Su contenido se quiere envasar en cierto número de garrafas iguales. Calcular las

capacidades máximas de estas garrafas para que en ellas se pueda envasar el vino contenido en cada uno de los toneles, y el número de garrafas que se necesitan.

12) Completar con el término que falta

- a) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49,...
- b) 4, 9, 14, 19, 24, 29, ... ..
- c) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, .....
- d) 2, 4, 8, 16, 32, 64, .....
- e)  $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32}, \dots$