

FUNDAMENTOS DE CINEMÁTICA

La fortuna favorece a la mente preparada.

PASTEUR



2.0 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan definiciones de varios términos y conceptos fundamentales para la síntesis y análisis de mecanismos. También se presentan algunas herramientas de análisis muy simples pero muy eficaces que son útiles en la síntesis de mecanismos.

2.1 GRADOS DE LIBERTAD (GDL) O MOVILIDAD

La **movilidad** de un sistema mecánico (M) se puede clasificar de acuerdo con el número de **grados de libertad (GDL)** que posee. El *GDL* del sistema es igual al *número de parámetros (mediciones) independientes que se requieren para definir de manera única su posición en el espacio en cualquier instante de tiempo*. Hay que observar que *GDL* se define con respecto a un marco de referencia seleccionado. La figura 2-1 muestra un lápiz colocado sobre un pedazo de papel plano junto con un

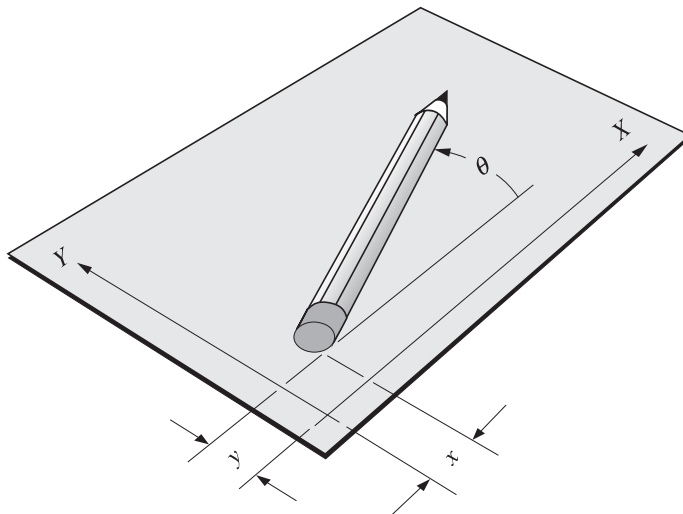


FIGURA 2-1

Un cuerpo rígido en un plano tiene tres GDL

sistema de coordenadas x, y . Si se restringe este lápiz a permanecer siempre en el plano del papel, se requieren tres parámetros (*GDL*) para definir por completo la posición de cualquier punto en el lápiz y una coordenada angular (θ) para definir el ángulo de éste con respecto a los ejes. Las mediciones mínimas requeridas para definir su posición se muestran en la figura x, y y θ . Este sistema del lápiz en un plano tiene por tanto **tres *GDL***. Hay que observar que los parámetros particulares elegidos para definir su posición no son únicos. Se podría utilizar un conjunto alternativo de tres parámetros. Existe una infinidad de conjuntos de parámetros posibles, pero en este caso debe haber tres parámetros por conjunto, **tales como dos longitudes y un ángulo**, para definir la posición del sistema debido a que *un cuerpo rígido en movimiento plano tiene tres *GDL**.

Ahora permita que el lápiz exista en un mundo tridimensional. Sosténgalo sobre la cubierta de su escritorio y muévelo con respecto a él. Son necesarios seis parámetros para definir sus **seis *GDL***. Un conjunto posible de parámetros que podría utilizarse es: **tres longitudes** (x, y, z) más **tres ángulos** (θ, ϕ, ρ). *Cualquier cuerpo rígido en el espacio tridimensional tiene seis grados de libertad*. Trate de identificar estos seis *GDL* al mover el lápiz o pluma con respecto a la cubierta del escritorio.

El lápiz en estos ejemplos representa un **cuerpo rígido o eslabón**, el cual para propósitos de análisis cinemático se supondrá que es incapaz de deformarse. Esto es meramente una ficción conveniente que permite definir con más facilidad los movimientos totales del cuerpo. Más adelante, se puede sobreponer cualquier deformación provocada por cargas externas o inerciales sobre los movimientos cinemáticos para obtener una imagen más completa y precisa del comportamiento del cuerpo. Pero hay que recordar, en general, que se enfrenta a una *hoja de papel en blanco* en la etapa inicial del proceso de diseño. No se pueden determinar las deformaciones de un cuerpo hasta definir su tamaño, forma, propiedades de los materiales y cargas. Por lo tanto, en esta etapa se supondrá, para propósitos de síntesis y análisis cinemáticos iniciales, que *los cuerpos cinemáticos son rígidos y sin masa*.

2.2 TIPOS DE MOVIMIENTO

Un cuerpo rígido libre de moverse dentro de un marco de referencia, en el caso general, tendrá **movimiento complejo**, el cual es una combinación simultánea de **rotación** y **traslación**. En el espacio tridimensional, puede haber rotación alrededor de un eje (cualquier eje oblicuo o uno de los tres ejes principales) y también traslación simultánea que se puede resolver en elementos a lo largo de tres ejes. En un plano, o espacio bidimensional, el movimiento complejo se vuelve una combinación de rotación simultánea alrededor de un eje (perpendicular al plano) así como traslación descompuesta en elementos a lo largo de dos ejes en el plano. Para simplificar, se limitará este análisis al caso de **sistemas cinemáticos planos (2-D)**. Para este propósito, se definirán estos términos en movimiento plano como sigue:

Rotación pura

El cuerpo posee un punto (centro de rotación) que no tiene movimiento con respecto al marco de referencia "estacionario". Todos los demás puntos del cuerpo describen arcos alrededor del centro. Una línea de referencia trazada en el cuerpo a través del centro cambia sólo su orientación angular.

Traslación pura

Todos los puntos del cuerpo describen trayectorias paralelas (curvilíneas o rectilíneas). Una línea de referencia trazada en el cuerpo cambia su posición lineal pero no su orientación angular.

Movimiento complejo

Una combinación simultánea de rotación y traslación. Cualquier línea de referencia trazada en el cuerpo cambiará tanto su posición lineal como su orientación angular. Los puntos en el cuerpo recorrerán trayectorias no paralelas, y habrá, en todo instante, un centro de rotación, el cual cambiará continuamente de ubicación.

La **traslación** y **rotación** representan movimientos independientes del cuerpo. Cada uno puede presentarse sin el otro. Si se define un sistema de coordenadas 2-D como se muestra en la figura 2-1, (p. 27) los términos en x y y representan componentes de movimiento de traslación, y el término θ la componente de rotación.

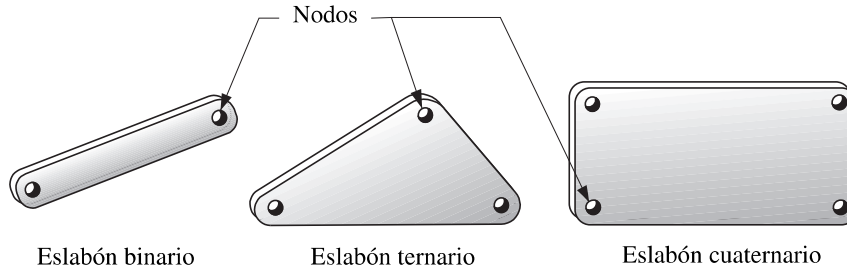


FIGURA 2-2

Eslabones de diferente orden

2.3 ESLABONES, JUNTAS Y CADENAS CINEMÁTICAS

La exploración de la cinemática de mecanismos iniciará con una investigación del tema de **diseño de eslabonamientos**. Los eslabonamientos son los bloques de construcción básicos de todos los mecanismos. En capítulos posteriores se muestra que todas las formas comunes de mecanismos (levas, engranes, bandas, cadenas) son de hecho variaciones del tema común de eslabonamientos. Los eslabonamientos se componen de eslabones y juntas.

Un **eslabón**, como se muestra en la figura 2-2, es un cuerpo rígido (supuesto) que posee por lo menos dos **nodos** que son *puntos de unión con otros eslabones*.

Eslabón binario *el que tiene dos nodos.*

Eslabón ternario *el que tiene tres nodos.*

Eslabón cuaternario *el que tiene cuatro nodos.*

Una **junta** es una conexión entre dos o más eslabones (en sus nodos), la cual permite algún movimiento, o movimiento potencial, entre los eslabones conectados. Las **juntas** (también llamadas **pares cinemáticos**) se pueden clasificar de varias maneras:

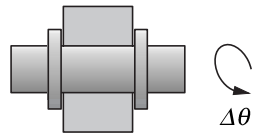
- 1 Por el tipo de contacto entre los elementos, de línea, de punto o de superficie.
- 2 Por el número de grados de libertad permitidos en la junta.
- 3 Por el tipo de cierre físico de la junta: cerrada por **fuerza** o por **forma**.
- 4 Por el número de eslabones unidos (orden de la junta).

Reuleaux^[1] acuñó el término **par inferior** para describir juntas con contacto superficial (como con un pasador rodeado por un orificio) y el término **par superior** para describir juntas con contacto de punto o de línea. Sin embargo, si hay holgura entre el pasador y el orificio (como debe ser para que haya movimiento), el llamado contacto superficial en la junta de pasador en realidad se vuelve contacto de línea, conforme el pasador hace contacto con sólo un “lado” del orificio. Asimismo, a escala microscópica, un bloque que se desliza sobre una superficie plana en realidad tiene contacto sólo en puntos discretos, los cuales son las partes superiores de las asperezas superficiales. La principal ventaja práctica de los pares inferiores sobre los superiores es su mejor capacidad de atrapar el lubricante entre sus superficies envolventes. Esto es especialmente cierto para la junta de pasador de rotación. El lubricante es expulsado con más facilidad por una junta de par superior no envolvente. Como resultado, se prefiere la junta de pasador por su bajo desgaste y larga vida, incluso sobre su relacionado par inferior, la junta prismática o de corredera.

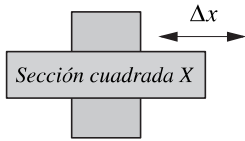
La figura 2-3a (p. 30) muestra los seis pares inferiores posibles, sus grados de libertad y sus símbolos. Los pares de revoluta (R) y los prismáticos (P) son los únicos pares inferiores útiles en un mecanismo plano. Los pares de tornillo (H), cilíndrico (C), esférico (S) y los pares inferiores planos (F) son combinaciones de los pares de revoluta y/o prismáticos y se utilizan en los mecanismos es-

TABLA 2-1
Los seis pares inferiores

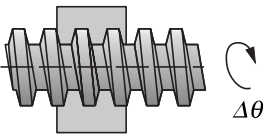
Nombre (símbolo)	GDL	Con-tiene
Revoluta (R)	1	R
Prismático (P)	1	P
Helicoidal (H)	1	RP
Cilíndrica (C)	2	RP
Esférica (S)	3	RRR
Plana (F)	3	RPP



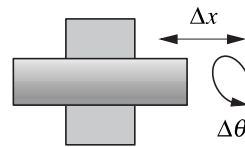
Junta revoluta (R) – 1 GDL



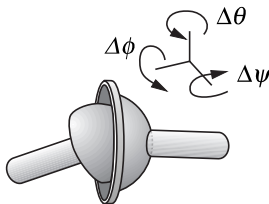
Junta prismática (P) – 1 GDL



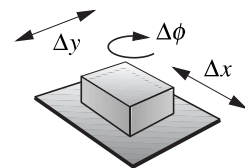
Junta helicoidal (H) – 1 GDL



Junta cilíndrica (C) – 2 GDL

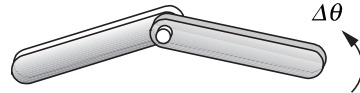


Junta esférica (S) – 3 GDL

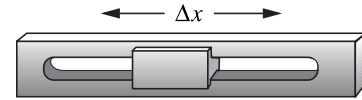


Junta plana (F) – 3 GDL

a) Los seis pares inferiores

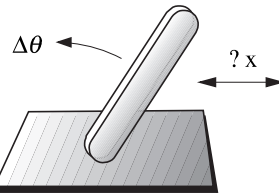


Junta de pasador completa rotatoria (R) (con cierre de forma)

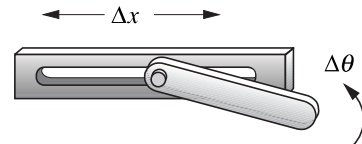


Junta de corredera completa en traslación (P) (con cierre de forma)

b) Juntas completas – 1 GDL (pares inferiores)

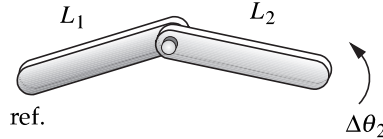


Eslabón apoyado contra un plano (con cierre de fuerza)

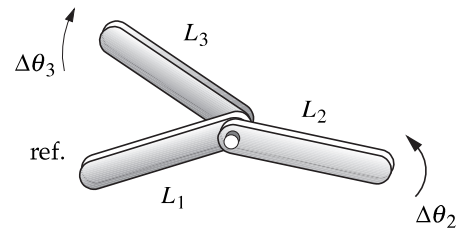


Pasador en una ranura (con cierre de forma)

c) Juntas deslizantes y rodantes (semijuntas o RP) – 2 GDL (pares superiores)

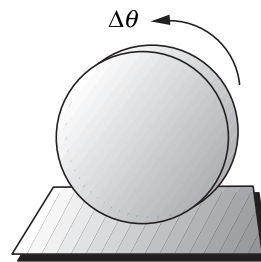


Junta de pasador de primer orden – un GDL (dos eslabones unidos)



Junta de pasador de segundo orden – dos GDL (tres eslabones unidos)

d) El orden de una junta es menor en uno que el número de eslabones unidos



Puede rodar, deslizarse, o rodar y deslizarse, según la fricción

e) Junta rodante pura plana (R), junta deslizante pura (P) o junta rodante y deslizante (RP) – 1 o 2 GDL (par superior)

FIGURA 2-3

Juntas (pares) de varios tipos

paciales (3-D). Los pares R y P son los elementos de construcción básicos de todos los demás pares que son combinaciones de los dos mostrados en la tabla 2-1.

Una forma más útil de clasificar juntas (pares) es por el número de grados de libertad que permiten entre los dos elementos unidos. La figura 2-3 también muestra ejemplos de una y dos juntas

libres, comúnmente encontradas en mecanismos planos. La figura 2-3b muestra dos formas de una junta (o par) plana de **un grado de libertad**, esto es, una junta de pasador rotatoria (revoluta) (R) y una junta de corredera (prismática) de traslación (P). Éstas también se conocen como **juntas completas** (es decir, completa = 1 *GDL*) y son **pares inferiores**. La junta de pasador permite un *GDL* rotacional, y la junta de corredera permite un *GDL* traslacional entre los eslabones conectados. Estas dos juntas están contenidas en una junta común de un grado de libertad, la de tornillo y tuerca (figura 2-3a). El movimiento de la tuerca o el tornillo con respecto al otro produce movimiento helicoidal. Si el ángulo de la hélice es cero, la tuerca gira sin avanzar y se convierte en una junta de pasador. Si el ángulo de hélice es de 90 grados, la tuerca se trasladará a lo largo del eje del tornillo y se transforma en una junta de corredera.

La figura 2-3c muestra ejemplos de juntas de dos grados de libertad (pares superiores) que de forma simultánea permiten dos movimientos relativos independientes, es decir, de traslación y rotación, entre los eslabones conectados. Paradójicamente, esta **junta de dos grados de libertad** en ocasiones se conoce como “**semijunta**”, con sus dos grados de libertad colocados en el denominador. La **semijunta** también se llama **junta rodante-deslizante** porque permite tanto rodamiento como deslizamiento. Una junta esférica o de rótula (figura 2-3a) es un ejemplo de una junta de tres grados de libertad, que permite tres movimientos angulares independientes entre los dos eslabones conectados. Este *joystick* (bastón de mando) o *junta de rótula* se utiliza por lo general en mecanismos tridimensionales, un ejemplo son las juntas de rótula en un sistema de suspensión automotriz.

Una junta con más de un grado de libertad también puede ser un **par superior**, como se muestra en la figura 2-3c. Las juntas completas (pares inferiores) y las semijuntas (pares superiores) se utilizan tanto en mecanismos planos (2-D) como en mecanismos espaciales (3-D). Hay que observar que si no se permite que los dos eslabones en la figura 2-3c conectados por una junta rodante-deslizante se deslicen, tal vez con la generación de un alto coeficiente de fricción entre ellos, se puede “bloquear” el grado de libertad de traslación (Δx) y eso haría que se comporte como una junta completa. Ésta se llama entonces **junta rodante pura** y sólo tiene libertad rotacional ($\Delta\theta$). Un ejemplo común de este tipo de junta son las llantas del automóvil que ruedan en contacto con el suelo, como se muestra en la figura 2-3e. En uso normal existe rodamiento puro y sin deslizamiento en esta junta, a menos, desde luego, que se tope con un camino congelado o que se entusiasme con la aceleración o con tomar las curvas a gran velocidad. Si se bloquean los frenos sobre el hielo, esta junta se convierte en deslizante pura, como la corredera deslizante de la figura 2-3b. La fricción determina el número real de libertades en esta clase de junta. Puede ser **rodante pura**, **deslizante pura** o **rodante-deslizante**.

Para visualizar el grado de libertad de una junta en un mecanismo es útil “desconectar mentalmente” los dos eslabones que crean la junta del resto del mecanismo. De esta manera, se puede ver con más facilidad cuántas libertades tienen los dos eslabones conectados uno con respecto al otro.

La figura 2-3c también muestra ejemplos de juntas con **cierre de forma** y con **cierre de fuerza**. Una junta con **cierre de forma** se mantiene unida o *cerrada por su geometría*. Un pasador en un orificio o una corredera en una ranura de dos caras son juntas con cierre de forma. En contraste, una junta con **cierre de fuerza**, un pasador en un semicojinete o una corredera sobre una superficie, *requieren alguna fuerza externa para mantenerlas en contacto o cerradas*. Esta fuerza podría ser suministrada por la gravedad, un resorte o cualquier medio externo. Puede haber diferencias sustanciales en el comportamiento de un mecanismo debido a la elección del cierre de fuerza o de forma, como se verá. La elección se deberá considerar con cuidado. En eslabonamientos, se prefiere el cierre de forma, y es fácil de lograr. Pero en los sistemas de leva y seguidor, a menudo se prefiere el cierre de fuerza. Este tema se explorará más a fondo en capítulos posteriores.

La figura 2-3d muestra ejemplos de juntas de varios grados, donde el **orden de la junta** se define como *el número de eslabones conectados menos uno*. Se requieren dos eslabones para formar una junta simple; por lo tanto, la combinación más simple de dos eslabones es una junta de orden uno. Conforme se van colocando más eslabones en la misma junta, el orden de ésta se incrementa de uno en uno. El orden de la junta tiene importancia en la determinación apropiada del grado total de libertad del ensamble. En el capítulo 1 se definió un **mecanismo** y una **máquina**. Con los elementos cinemáticos de eslabones y juntas ya definidos, se pueden definir esos dispositivos con más cuidado basados en las clasificaciones de Reuleaux de la cadena cinemática, mecanismo y máquina.^[1]

Una cadena cinemática se define como:

Un ensamble de eslabones y juntas interconectados de modo que produzcan un movimiento controlado en respuesta a un movimiento suministrado.

Un mecanismo se define como:

Una cadena cinemática en la cual por lo menos un eslabón se ha “fijado” o sujetado al marco de referencia (el cual por sí mismo puede estar en movimiento).

Una máquina se define como:

Una combinación de cuerpos resistentes acomodados para hacer que las fuerzas mecánicas de la naturaleza realicen trabajo acompañadas por movimientos determinados.

Según la definición de Reuleaux^{[1]*} una máquina es un conjunto de mecanismos acomodados para transmitir fuerzas y realizar trabajo. Reuleaux consideraba todos los dispositivos que transmiten fuerza o energía como máquinas que utilizan mecanismos, como sus bloques de construcción para proporcionar las restricciones de movimiento necesarias.

Ahora se definirá una **manivela** como un eslabón que realiza una revolución completa y está pivotada a la bancada, un **balancín** como un eslabón que tiene rotación oscilatoria (de vaivén) y está pivotado a la bancada, y un **acoplador** (o biela) como un eslabón que tiene movimiento complejo y no está pivotado a la bancada. **Bancada** se define como cualquier eslabón o eslabones que están fijos (inmóviles) con respecto al marco de referencia. Observe que de hecho el marco de referencia puede estar en movimiento.

2.4 DIBUJO DE DIAGRAMAS CINEMÁTICOS

* En el siglo XIX Reuleaux creó un conjunto de 220 modelos de mecanismos para demostrar los movimientos de las máquinas. La Cornell University adquirió la colección en 1892 y ahora ha colocado imágenes y descripciones de estos mecanismos en la red en: <http://kmoddl.library.cornell.edu>. Además, el mismo sitio cuenta con representaciones de otras tres colecciones de máquinas y trenes de engranes.

El análisis de mecanismos requiere que se dibujen diagramas cinemáticos claros, simples y esquemáticos de los eslabones y juntas con los que están formados dichos mecanismos. Algunas veces puede ser difícil identificar los eslabones y juntas cinemáticos en un mecanismo complicado. A menudo, los alumnos principiantes en este tema tienen esta dificultad. En la presente sección se define un enfoque para elaborar diagramas cinemáticos simplificados.

Los eslabones reales pueden tener cualquier forma, pero un eslabón “cinemático”, o borde de eslabón, se define como una línea entre juntas que permite el movimiento relativo entre eslabones adyacentes. Las juntas pueden permitir rotación, traslación o ambos movimientos entre los eslabones unidos. Los movimientos posibles de la junta deben ser claros y obvios en el diagrama cinemático. En la figura 2-4 se muestran las notaciones esquemáticas que se recomiendan para los eslabones binarios, ternarios y de orden superior, y para las juntas móviles y fijas con libertades de rotación y traslación, además de un ejemplo de su combinación. Son posibles muchas otras notaciones, pero independientemente de la que se utilice, es crucial que el diagrama indique cuáles eslabones o juntas

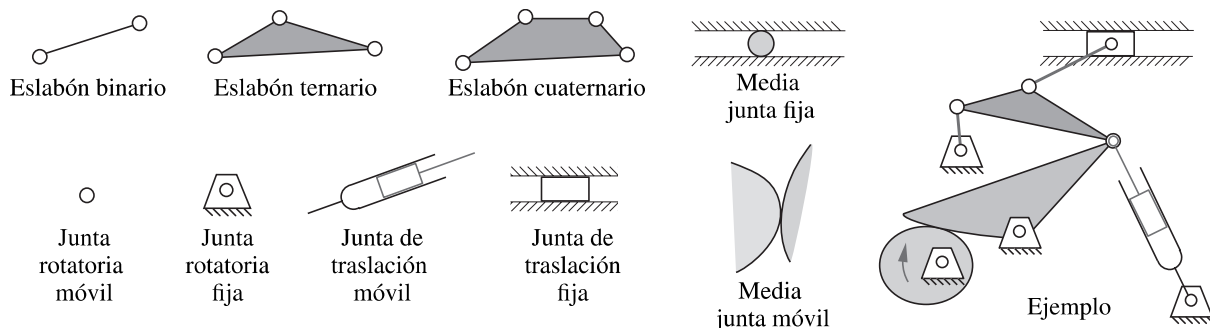
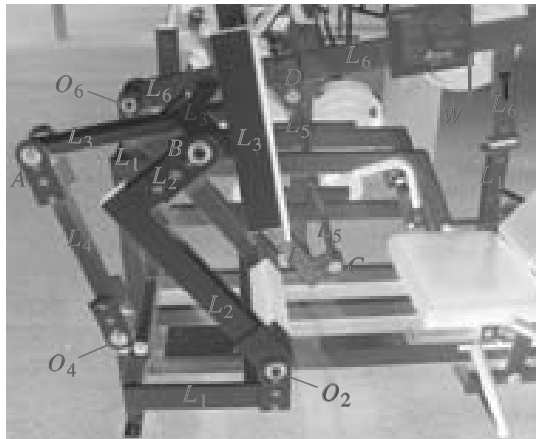
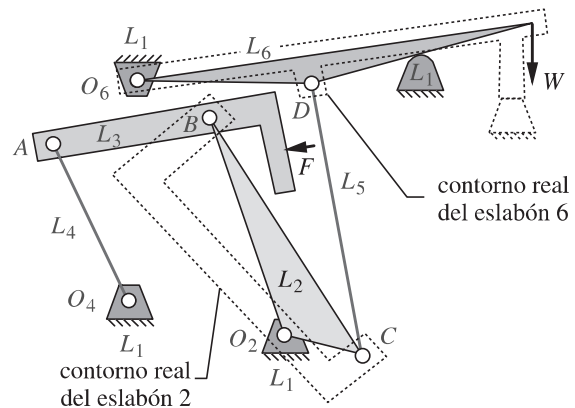


FIGURA 2-4

Notación esquemática para diagramas cinemáticos



a) Mecanismo para entrenamiento físico



b) Diagrama cinemático

FIGURA 2-5

Un mecanismo y su diagrama cinemático

están fijos y cuáles pueden moverse. En caso contrario, nadie será capaz de interpretar la cinemática del diseño. Se debe usar el sombreado o achurado para indicar que un eslabón es sólido.

En la figura 2-5a se muestra una fotografía de un mecanismo simple que se utiliza para entrenamiento físico llamado máquina de presión en piernas. Este mecanismo consta de seis eslabones unidos mediante pasadores, los cuales se indican como L_1 a L_6 y siete juntas de pasador. Los pivotes móviles se llaman A , B , C y D ; O_2 , O_4 y O_6 denotan los pivotes fijos de sus números de eslabón respectivos. A pesar de que sus eslabones están en planos paralelos separados por cierta distancia en la dirección z , puede analizarse en forma cinemática como si todos los eslabones estuvieran en un plano común.

Para utilizar la máquina de presión en piernas, el usuario debe cargar cierto peso sobre el eslabón 6 en la parte superior derecha, colocarse en el asiento ubicado abajo a la derecha, poner ambos pies contra la superficie plana del eslabón 3 (un acoplador) y empujar con las piernas para levantar los pesos mediante el eslabonamiento. La geometría del eslabonamiento está diseñada para proporcionar una ventaja mecánica variable que se relaciona con la capacidad humana para proporcionar fuerza en el rango de movimiento de las piernas. En la figura 2-5b se muestra un diagrama cinemático de su mecanismo básico. Observe que aquí todos los eslabones se han llevado a un plano común. El eslabón 1 está fijo. Los eslabones 2, 4 y 6 son balancines. Los eslabones 3 y 5 son acopladores. La fuerza de entrada F se aplica al eslabón 3. La resistencia del peso W de "salida" actúa en el eslabón 6. Observe la diferencia entre los contornos real y cinemático de los eslabones 2 y 6.

En la siguiente sección se analizan las técnicas para determinar la movilidad de un mecanismo. Ese ejercicio depende de un conteo preciso del número de eslabones y juntas que tiene el mecanismo. Sin un diagrama cinemático adecuado, claro y completo del mecanismo, será imposible realizar el conteo correcto y, por ende, obtener la movilidad correcta.

2.5 DETERMINACIÓN DEL GRADO DE LIBERTAD O MOVILIDAD

El concepto de **grado de libertad** (*GDL*) es fundamental tanto para la síntesis como para el análisis de mecanismos. Es necesario ser capaz de determinar rápidamente el *GDL* de cualquier conjunto de eslabones o juntas que pueda ser sugerido como solución a un problema. El grado de libertad (también llamado **movilidad** M) de un sistema se define como:

Grado de libertad

el número de entradas que se necesita proporcionar para crear una salida predecible.

también:

el número de coordenadas independientes requerido para definir su posición.

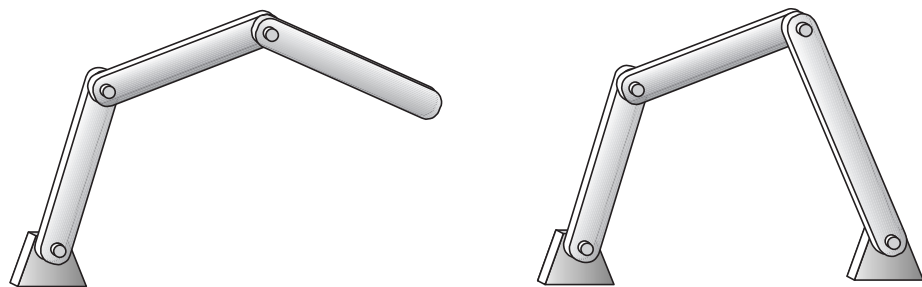
Al inicio del proceso de diseño, casi siempre se dispone de alguna definición general del movimiento de salida deseado. El número de entradas necesario para obtener esa salida puede o no ser especificado. En este caso, el costo es la restricción principal. Cada entrada requerida necesitará algún tipo de accionador, ya sea un operador humano o un “esclavo” en la forma de un motor, solenoide, cilindro neumático u otro dispositivo convertidor de energía. (Estos dispositivos se analizan en la sección 2.19 en la p. 66.) Las acciones de estos dispositivos de entrada deberán ser coordinadas por un “controlador”, el cual debe contar con algo de inteligencia. Ahora, con frecuencia este control es proporcionado por una computadora, pero también puede ser mecánicamente programado en el diseño del mecanismo. No existe un requerimiento de un mecanismo que tenga sólo un *GDL*, aunque ello es a menudo deseable por simplicidad. Algunas máquinas tienen muchos *GDL*. Por ejemplo, imagine el número de palancas de control o cilindros actuantes en una retroexcavadora o grúa. Véase la figura 1-1b (p. 6).

Las cadenas cinemáticas o mecanismos pueden ser **abiertos** o **cerrados**. La figura 2-6 muestra tanto mecanismos abiertos como cerrados. Un mecanismo cerrado no tendrá puntos de fijación abiertos o **nodos**, y puede tener uno o más grados de libertad. Un mecanismo abierto con más de un eslabón siempre tendrá más de un grado de libertad, por lo que requiere tantos actuadores (motores) como grados de libertad tenga. Un ejemplo común de un mecanismo abierto es un robot industrial. *Una cadena cinemática abierta de dos eslabones binarios y una junta se llama díada*. Los conjuntos de eslabones mostrados en la figura 2-3b y c (p. 30) son **díadas**.

Reuleaux limitó sus definiciones a cadenas cinemáticas cerradas y a mecanismos que tienen sólo un *GDL*, a los cuales llamó *restringidos*.^[1] Las amplias definiciones anteriores tal vez son más adecuadas para aplicaciones actuales. Un mecanismo con varios *GDL*, tal como un robot, estará limitado en sus movimientos en tanto se suministre el número de entradas necesario para controlar todos sus *GDL*.

Grado de libertad (movilidad) en mecanismos planos

Para determinar el *GDL* global de cualquier mecanismo, se debe considerar el número de eslabones, así como las juntas y las interacciones entre ellos. El *GDL* de cualquier ensamble de eslabones se puede pronosticar con una investigación de la **condición de Gruebler**.^[2] Cualquier eslabón en un plano tiene tres *GDL*. Por consiguiente, un sistema de L eslabones no conectados en el mismo plano tendrá $3L$ *GDL*, como se muestra en la figura 2-7a, donde los dos eslabones no conectados tienen un total de seis *GDL*. Cuando estos eslabones están conectados por una **junta completa** en la figura 2-7b, Δy_1 y Δy_2 se combinan como Δy , y Δx_1 y Δx_2 se combinan como Δx . Esto elimina dos *GDL* y deja cuatro. En la figura 2-7c la semijunta elimina sólo un *GDL* del sistema (porque una semijunta tiene dos *GDL*) y deja el sistema de dos eslabones conectados por una semijunta con un total de cinco *GDL*. Además, cuando cualquier eslabón está conectado a tierra o unido al marco de referencia, se eliminarán sus tres *GDL*. Este razonamiento lleva a la **ecuación de Gruebler**:



a) Mecanismo de cadena abierta

b) Mecanismo de cadena cerrada

FIGURA 2-6

Cadena de mecanismos

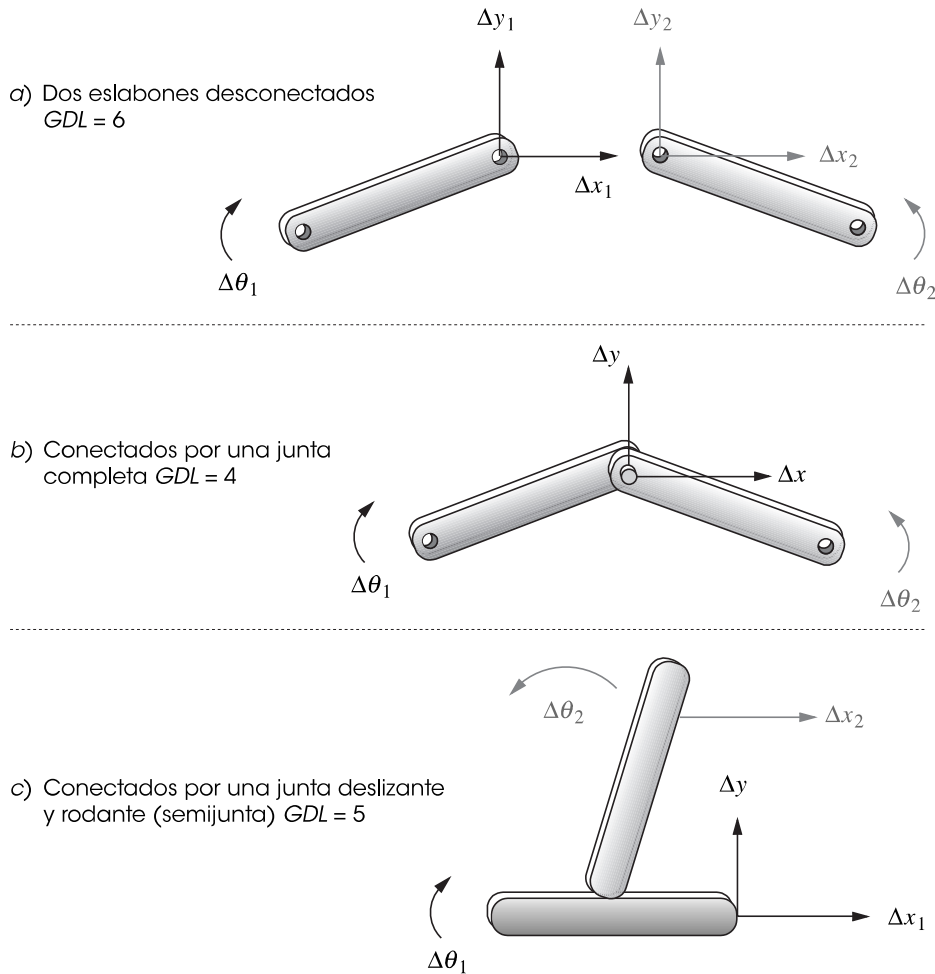


FIGURA 2-7

Las juntas eliminan grados de libertad

$$M = 3L - 2J - 3G \tag{2.1a}$$

donde: M = grado de libertad o movilidad

L = número de eslabones

J = número de juntas

G = número de eslabones conectados a tierra

Hay que observar que en cualquier mecanismo real, aun cuando más de un eslabón de la cadena cinemática esté conectado a tierra, el efecto neto será crear un eslabón conectado a tierra de mayor orden y más grande, ya que sólo puede haber un plano de tierra. Por lo tanto, G siempre es uno y la ecuación de Gruebler se convierte en:

$$M = 3(L - 1) - 2J \tag{2.1b}$$

El valor de J en las ecuaciones 2.1a y 2.1b debe reflejar el valor de todas las juntas en el mecanismo. Esto es, las semijuntas cuentan como 1/2 porque sólo eliminan un GDL . Esto es menos confuso si se utiliza la modificación de **Kutzbach** de la ecuación de Gruebler en esta forma:

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \tag{2.1c}$$

donde: M = grado de libertad o movilidad

L = número de eslabones

J_1 = número de juntas de 1 GDL (completas)

J_2 = número de juntas de 2 GDL (semi)

El valor de J_1 y J_2 en estas ecuaciones debe ser determinado con cuidado para considerar todas las juntas completas, semijuntas y múltiples en cualquier eslabonamiento. Las juntas múltiples cuentan como uno menos que el número de eslabones unidos en dicha junta y se agregan a la categoría “completa” (J_1). El *GDL* de cualquier mecanismo se puede determinar rápidamente a partir de esta expresión antes de que se invierta tiempo en un diseño más detallado. Es interesante señalar que esta ecuación no contiene información sobre tamaños y formas de los eslabones, sino sólo de cantidad. La figura 2-8a muestra un mecanismo con un *GDL* y sólo juntas completas en él.

La figura 2-8b muestra una estructura con cero *GDL*, la cual contiene tanto semijuntas como juntas múltiples. Obsérvese la notación esquemática utilizada para mostrar el eslabón bancada. Éste tiene que ser dibujado como contorno en tanto todas las juntas conectadas a tierra son identificadas. Hay que observar además las juntas rotuladas como “**múltiples**” y “**semijuntas**” en la figura 2-8a y b. Como ejercicio, calcule el *GDL* de estos ejemplos con la ecuación de **Kutzbach**.

Grado de libertad (movilidad) en mecanismos espaciales

El método utilizado para determinar la movilidad de un mecanismo plano se puede ampliar con facilidad a tres dimensiones. Cada eslabón no conectado en tres espacios tiene 6 *GDL* y uno de los seis pares inferiores se puede utilizar para conectarlos, al igual que los pares superiores con más libertad. Una junta de un grado de libertad elimina 5 *GDL*, una de dos grados de libertad elimina 4 *GDL*, etc. La bancada elimina 6 *GDL*. Esto conduce a la ecuación de movilidad de Kutzbach para eslabonamientos espaciales:

$$M = 6(L - 1) - 5J_1 - 4J_2 - 3J_3 - 2J_4 - J_5 \quad (2.2)$$

donde el subíndice se refiere al número de grados de libertad de la junta. En este texto se limitará el estudio a mecanismos en 2-D.

2.6 MECANISMOS Y ESTRUCTURAS

El grado de libertad de un ensamble de eslabones predice por completo su carácter. Existen sólo tres posibilidades. *Si el GDL es positivo, será un mecanismo*, y los eslabones tendrán movimiento relativo. *Si el GDL es exactamente cero, entonces se tendrá una estructura*, lo que significa que ningún movimiento es posible. *Si el GDL es negativo, entonces se tendrá una estructura precargada*, lo que significa que no será posible ningún movimiento y que algunos esfuerzos también pueden estar presentes en el momento del ensamble. La figura 2-9 muestra ejemplos de estos tres casos. Un eslabón está fijo en cada caso.

La figura 2-9a muestra cuatro eslabones unidos por cuatro juntas completas, lo cual, según la ecuación de Gruebler, da un *GDL*. Se moverá, y sólo se requiere una entrada para producir los resultados predecibles.

La figura 2-9b muestra tres eslabones unidos por tres juntas completas. Tiene cero *GDL* y, por lo tanto, es una **estructura**. Hay que observar que si las longitudes de los eslabones permiten una conexión,* los tres pasadores se pueden insertar en sus pares de orificios de los eslabones respectivos (nodos) sin esforzar a la estructura, ya que siempre se podrá encontrar una posición que permita el ensamble. Ésta se denomina *restricción exacta*.†

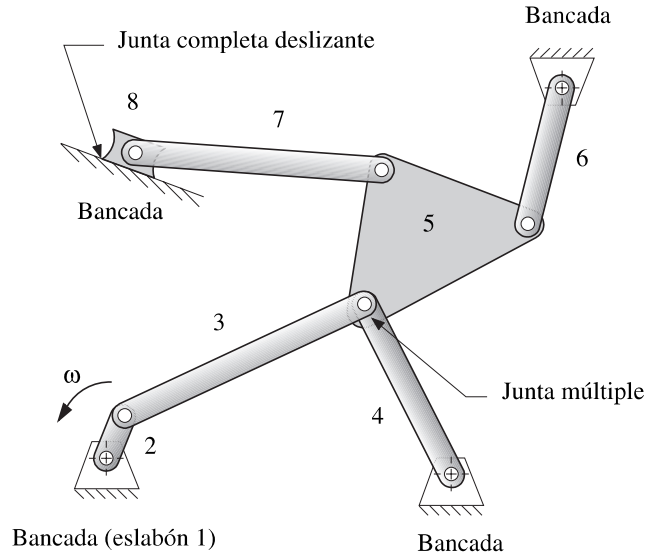
La figura 2-9c muestra dos eslabones unidos por dos juntas completas. Tiene un *GDL* de menos uno, por lo que es una **estructura precargada**. Con el fin de insertar los dos eslabones sin esforzar a los eslabones, las distancias entre centros de los orificios en ambos eslabones deben ser exactamente las mismas. En la práctica, es imposible fabricar dos piezas exactamente iguales. Siempre habrá algún error de fabricación, aunque sea muy pequeño. Por lo tanto, quizá tenga que forzar el segundo pasador para insertarlo, lo que crea algún esfuerzo en los eslabones. Entonces la estructura estará precargada. Probablemente haya una situación similar en un curso de mecánica aplicada en la forma de una viga indeterminada, aquella que tiene demasiados apoyos o restricciones para las ecuaciones disponibles. Una viga indeterminada también tiene *GDL* negativo, mientras que una viga *simplemente apoyada* tiene *GDL* igual a cero.

* Si la suma de las longitudes de dos eslabones cualesquiera es menor que la longitud del tercero, entonces su interconexión es imposible.

† El concepto de *restricción exacta* también se aplica a mecanismos con *GDL* positivos. Es posible proporcionar restricciones redundantes a un mecanismo (por ejemplo, igualando a cero sus *GDL* teóricos cuando es deseable tener 1 *GDL*) aun cuando tenga movimiento debido a su geometría particular (vea la sección 2.8 *Paradojas*). En general, deben evitarse las restricciones inexactas puesto que pueden conducir a un comportamiento mecánico inesperado. Para conocer un excelente análisis completo de este tema, vea Blanding, D. L., *Exact Constraint: Machine Design Using Kinematic Principles*, ASME Press, 1999.

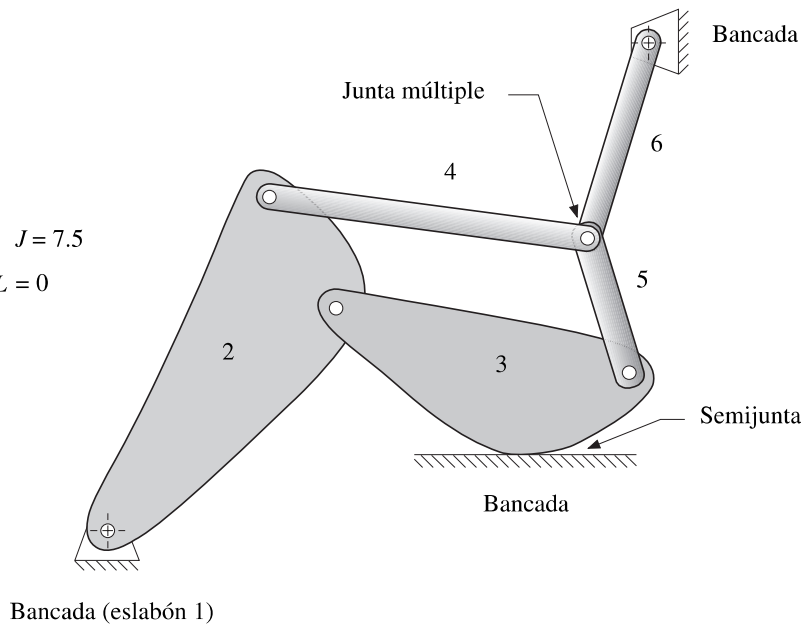
Nota:
No hay juntas
rodantes y
deslizantes
(semijuntas)
en este
eslabonamiento

$L = 8, J = 10$
 $GDL = 1$



a) Eslabonamiento con juntas completas y múltiples

$L = 6, J = 7.5$
 $GDL = 0$



b) Eslabonamiento con juntas completas, semi y múltiples

FIGURA 2-8

Eslabonamientos que contienen juntas de varios tipos

En el campo de la ingeniería comúnmente se encuentran tanto las estructuras como las estructuras precargadas. De hecho, la estructura verdadera tiene GDL igual a cero y es rara en la práctica de ingeniería. La mayoría de los edificios, puentes y bastidores de máquina son estructuras precargadas, debido al uso de juntas soldadas y remachadas en lugar de juntas de pasador. Incluso estructuras simples como una silla a menudo están precargadas. Como lo que aquí interesa son los mecanismos, se concentrará en dispositivos con sólo GDL positivo.

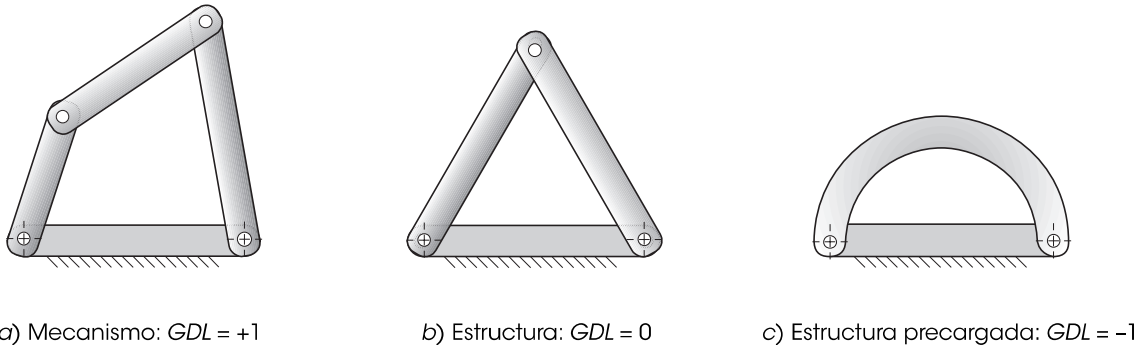


FIGURA 2-9

Mecanismos, estructuras y estructuras precargadas

2.7 SÍNTESIS DE NÚMERO

El término **síntesis de número** significa *la determinación del número y orden de eslabones y juntas necesarios para producir movimiento de un GDL en particular*. En este contexto **orden de eslabón** se refiere al número de nodos por eslabón,[†] es decir, **binario**, **ternario**, **cuaternario**, etc. El valor de síntesis de número permite la exhaustiva determinación de todas las posibles combinaciones de eslabones que producirán cualquier GDL elegido. Esto equipa entonces al diseñador con un catálogo definitivo de eslabonamientos potenciales para resolver una variedad de problemas de control de movimiento.

Como ejemplo se derivarán todas las posibles combinaciones de eslabones para un GDL, incluidos conjuntos de hasta ocho eslabones, y órdenes de eslabón que incluyen ocho eslabones hexagonales. Por simplicidad se supondrá que los eslabones se conectarán sólo con juntas de rotación completa, simples (es decir, un pasador que conecta dos eslabones). Más adelante se podrán introducir semi-juntas, juntas múltiples y juntas deslizantes mediante una transformación del eslabonamiento. En primer lugar observe algunos atributos interesantes de los eslabonamientos como se definieron en la suposición anterior con respecto a juntas completas.

Hipótesis: Si todas las juntas son completas, un número impar de GDL requiere un número par de eslabones y viceversa.

Comprobación: Dado: Todos los enteros pares se pueden denotar por $2m$ o por $2n$ y todos los enteros impares por $2m - 1$ o por $2n - 1$, donde n y m son cualesquiera enteros positivos. El número de juntas debe ser un entero positivo.

Sea: L = número de eslabones, J = número de juntas y $M = GDL = 2m$ (es decir, todos números enteros)

Luego: se reescribe la ecuación de Gruebler 2.1b para despejar J ,

$$J = \frac{3}{2}(L-1) - \frac{M}{2} \quad (2.3a)$$

Prueba: Se sustituyen $M = 2m$ y $L = 2n$ (es decir, números impares cualesquiera):

$$J = 3n - m - \frac{3}{2} \quad (2.3b)$$

Ésta no puede dar por resultado que J sea un entero positivo como se requiere.

Prueba: $M = 2m - 1$ y $L = 2n - 1$ (es decir, ambos números impares cualesquiera)

$$J = 3n - m - \frac{5}{2} \quad (2.3c)$$

Ésta tampoco puede resultar en que J sea un entero positivo como se requiere.

Prueba: $M = 2m - 1$ y $L = 2n$ (es decir, impar-par):

$$J = 3n - m - 2 \quad (2.3d)$$

[†] No confundirse con "orden de junta" como se definió con anterioridad, lo cual se refiere al número de GDL que una junta posee.

Éste es un entero positivo con $m \geq 1$ y $n \geq 2$.

Pruebe: $M = 2m$ y $L = 2n - 1$ (es decir, par-impar):

$$J = 3n - m - 3 \quad (2.3e)$$

Éste es un entero positivo con $m \geq 1$ y $n \geq 2$.

Así, en el ejemplo de mecanismos de un *GDL*, se puede considerar sólo combinaciones de 2, 4, 6, 8... eslabones. Si el orden de los eslabones se representa por:

- $B = \text{número de eslabones binarios}$
- $T = \text{número de eslabones ternarios}$
- $Q = \text{número de eslabones cuaternarios}$
- $P = \text{número de pentagonales}$
- $H = \text{número de hexagonales}$

el número total de eslabones en cualquier mecanismo será:

$$L = B + T + Q + P + H + \dots \quad (2.4a)$$

Puesto que se requieren *dos nodos de eslabón* para formar *una junta*:

$$J = \frac{\text{nodos}}{2} \quad (2.4b)$$

y

$$\text{nodos} = \text{orden del eslabón} \times \text{núm. de eslabones de ese grado} \quad (2.4c)$$

luego

$$J = \frac{(2B + 3T + 4Q + 5P + 6H + \dots)}{2} \quad (2.4d)$$

Se sustituyen las ecuaciones 2.4a y 2.4d en la ecuación de Gruebler (2.1b, en la p. 35)

$$M = 3(B + T + Q + P + H - 1) - 2\left(\frac{2B + 3T + 4Q + 5P + 6H}{2}\right) \quad (2.4e)$$

$$M = B - Q - 2P - 3H - 3$$

¡Hay que observar lo que falta de esta ecuación! Los eslabones ternarios han sido eliminados. El *GDL* es independiente del número de eslabones ternarios en el mecanismo. Pero como cada eslabón ternario tiene tres nodos, sólo puede crear o eliminar $3/2$ juntas. Así que se deben agregar o restar eslabones ternarios en pares para mantener un número entero de juntas. *La adición o sustracción de eslabones ternarios en pares no afectará el GDL del mecanismo.*

Para determinar todas las posibles combinaciones de eslabones para un *GDL* particular, se deben combinar las ecuaciones 2.3a (p. 38) y 2.4d:*

$$\frac{3}{2}(L - 1) - \frac{M}{2} = \frac{(2B + 3T + 4Q + 5P + 6H)}{2} \quad (2.5)$$

$$3L - 3 - M = 2B + 3T + 4Q + 5P + 6H$$

Ahora hay que combinar la ecuación 2.5 con la ecuación 2.4a para eliminar *B*:

$$L - 3 - M = T + 2Q + 3P + 4H \quad (2.6)$$

Ahora se resolverán simultáneamente las ecuaciones 2.4a y 2.6 (mediante sustitución progresiva) para determinar todas las combinaciones compatibles de eslabones para $GDL = 1$, hasta ocho eslabones. La estrategia será comenzar con el número más pequeño de eslabones y el eslabón de mayor orden posible con ese número, para eliminar todas las combinaciones imposibles.

(Nota: *L debe ser par para GDL impar.*)

* Karunamoorthy^[17] define varias reglas útiles para determinar el número de combinaciones posibles de cualquier número de eslabones con un grado de libertad dado.

CASO 1. $L = 2$

$$L - 4 = T + 2Q + 3P + 4H = -2 \quad (2.7a)$$

Ésta requiere un número de eslabones negativo, así que $L = 2$ es imposible.

CASO 2. $L = 4$

$$\begin{aligned} L - 4 = T + 2Q + 3P + 4H = 0; & \quad \text{por lo tanto: } T = Q = P = H = 0 \\ L = B + 0 = 4; & \quad B = 4 \end{aligned} \quad (2.7b)$$

El eslabonamiento de un *GDL* más simple tiene cuatro eslabones binarios: el **eslabonamiento de cuatro barras**.

CASO 3. $L = 6$

$$L - 4 = T + 2Q + 3P + 4H = 2; \quad \text{así que: } P = H = 0 \quad (2.7c)$$

$$T \text{ sólo puede ser } 0, 1 \text{ o } 2; \quad Q \text{ sólo puede ser } 0 \text{ o } 1$$

Si $Q = 0$ entonces T debe ser 2 y:

$$L = B + 2T + 0Q = 6; \quad B = 4, \quad T = 2 \quad (2.7d)$$

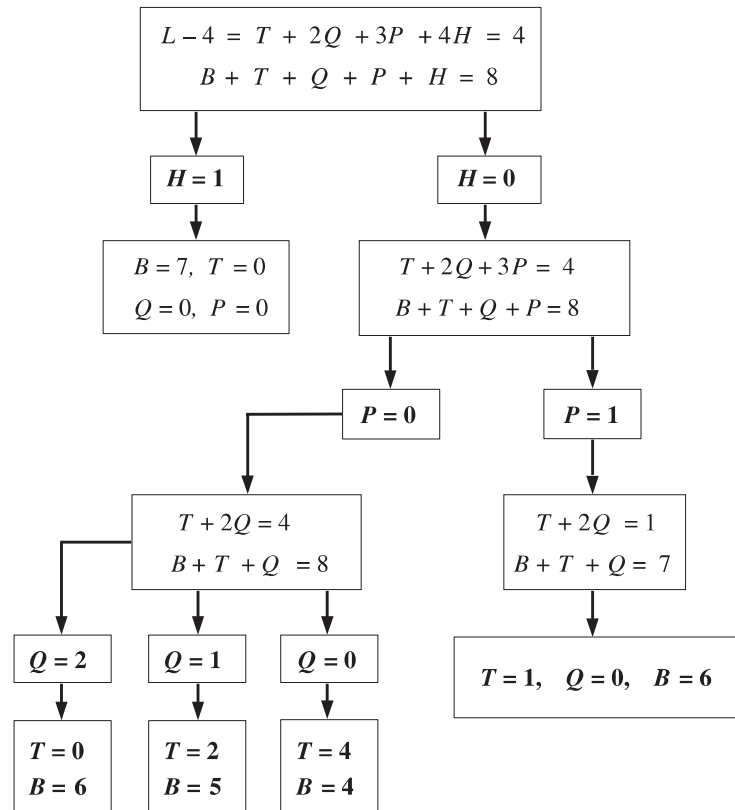
Si $Q = 1$, luego T debe ser 0 y:

$$L = B + 0T + 1Q = 6; \quad B = 5, \quad Q = 1 \quad (2.7e)$$

Existen entonces dos posibilidades para $L = 6$. Hay que observar que una de ellas es de hecho el eslabonamiento de cuatro barras más simple con dos eslabones ternarios agregados como se predijo anteriormente.

CASO 4. $L = 8$

Se requiere un método tabular con este número grande de eslabones:



(2.7f)

TABLA 2-2 Mecanismos planos con 1 *GDL* y juntas revolutas hasta de 8 eslabones

Eslabones totales	Conjuntos de eslabones				
	Binario	Ternario	Cuaternario	Pentagonal	Hexagonal
4	4	0	0	0	0
6	4	2	0	0	0
6	5	0	1	0	0
8	7	0	0	0	1
8	4	4	0	0	0
8	5	2	1	0	0
8	6	0	2	0	0
8	6	1	0	1	0

De este análisis se desprende que, para un *GDL*, existe sólo una configuración posible de cuatro eslabones, dos configuraciones de seis eslabones y cinco posibilidades de ocho eslabones desde binarios hasta hexagonales. La tabla 2-2 muestra los llamados “conjuntos de eslabones” para todos los posibles eslabonamientos de un *GDL* hasta de 8 eslabones y orden hexagonal.

2.8 PARADOJAS

Como el criterio de Gruebler no presta atención a los tamaños y formas de los eslabones, *puede dar resultados equivocados* en el caso de configuraciones geométricas únicas. Por ejemplo, la figura 2-10a muestra una estructura ($GDL = 0$) con los eslabones ternarios de forma arbitraria. Este arreglo de eslabones en ocasiones se llama “**quinteto E**” por su parecido a la letra mayúscula **E** y al hecho de que tiene cinco eslabones, incluida la bancada.* Es el bloque de construcción **estructural** más simple después del “**tripleto delta**”.

La figura 2-10b muestra el mismo quinteto E con eslabones ternarios rectos y paralelos y con nodos equiespaciados. Los tres binarios también son iguales en longitud. Con esta peculiar configuración geométrica, se puede ver que se moverá a pesar de que la predicción de Gruebler diga lo contrario.

La figura 2-10c muestra un mecanismo muy común que no cumple el criterio de Gruebler. La junta entre dos ruedas puede ser prefijada para que no permita deslizamiento, siempre que se disponga de suficiente fricción. Si no ocurre deslizamiento, entonces ésta es una junta de un grado de libertad, o completa, que permite sólo movimiento angular relativo ($\Delta\theta$) entre las ruedas. Con esa suposición, existen 3 eslabones y 3 juntas completas, y de la ecuación de Gruebler se predice un *GDL* cero. Sin embargo, este eslabonamiento sí se mueve ($GDL = 1$), porque la distancia entre centros, o la longitud del eslabón 1, es exactamente igual a la suma de los radios de las dos ruedas.

Existen otros ejemplos de paradojas que no cumplen el criterio de Gruebler por su geometría única. El diseñador debe estar alerta a estas posibles inconsistencias. Gogu[†] ha demostrado que ninguna de las ecuaciones simples de movilidad descubiertas hasta ahora (Gruebler, Kutzbach, etc.) es capaz de resolver las muchas paradojas que existen. Para garantizar la movilidad, es necesario un análisis completo de los movimientos del eslabonamiento (como el que se describe en el capítulo 4).

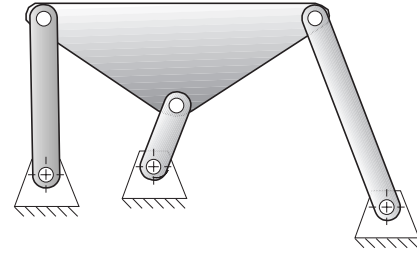
2.9 ISÓMEROS

La palabra **isómero** se deriva del griego y significa *de partes iguales*. Los isómeros en química son compuestos que tienen el mismo número y tipo de átomos, pero están interconectados de diferente manera y por lo tanto tienen diferentes propiedades físicas. La figura 2-11a muestra dos isómeros de

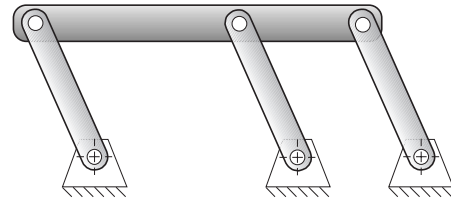
* También se llama cadena de Assur.

† Gogu, G., (2005) “Mobility of Mechanisms: A Critical Review”. *Mechanism and Machine Theory* (40) pp. 1068-1097.

- a) El quinteto E con $GDL = 0$,
concuerta con la ecuación de Gruebler



- b) El quinteto E con $GDL = 1$,
no concuerda con la ecuación
de Gruebler por su geometría única



- c) Cilindros rodantes con $GDL = 1$,
no concuerda con la ecuación
de Gruebler la cual predice $GDL = 0$

Junta completa,
rodante pura
sin resbalamiento

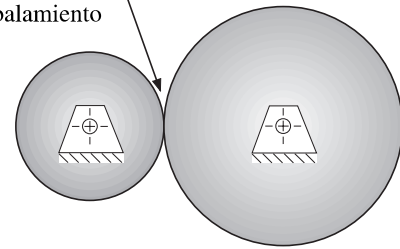


FIGURA 2-10

Paradojas de Gruebler: eslabonamientos que no se comportan como predice la ecuación de Gruebler

hidrocarburos, n-butano e isobutano. Obsérvese que cada uno tiene el mismo número de átomos de carbono e hidrógeno (C_4H_{10}), pero conectados de diferente manera y tienen propiedades diferentes.

Los isómeros de eslabonamiento son análogos a estos compuestos químicos en que los **eslabones** (como los átomos) tienen varios **nodos** (electrones) disponibles para conectarse a otros nodos de eslabones. El eslabonamiento ensamblado es análogo al compuesto químico. Según las conexiones particulares de los eslabones disponibles, el ensamble tendrá diferentes propiedades de movimiento. El número de isómeros posible para un conjunto dado de eslabones (como en cualquier fila de la tabla 2-2 en la p. 41) está lejos de ser obvio. De hecho, el problema de predecir matemáticamente el número de isómeros de todas las combinaciones de eslabones ha sido por mucho tiempo un problema sin solución. Muchos investigadores han dedicado mucho esfuerzo a este problema con algunos éxitos recientes. Véanse las referencias [3] a [7] para más información. Dhararipragada^[6] presenta un buen resumen histórico de investigación de isómeros hasta 1994. La tabla 2-3 muestra el número de isómeros válidos encontrados para mecanismos de un GDL con pares de revoluta hasta de 12 eslabones.

La figura 2-11b muestra todos los isómeros para los casos simples de un GDL con 4 y 6 eslabones. Obsérvese que existe sólo un isómero en el caso de 4 eslabones. Un isómero es único sólo si las interconexiones entre sus tipos de eslabones son diferentes. Esto es, todos los eslabones binarios se consideran iguales, al igual que todos los átomos de hidrógeno son iguales en el análogo químico. Las longitudes y las formas de los eslabones no figuran en el criterio de Gruebler o en la condición de isomerismo. El caso de 6 eslabones de 4 binarios y 2 ternarios tiene sólo dos isómeros válidos. Éstos se conocen como la **cadena de Watt** y la **cadena de Stephenson** en honor de sus descubridores.

TABLA 2-3

Número de isómeros válidos

Eslabones	Isómeros válidos
4	1
6	2
8	16
10	230
12	6 856 o 6 862

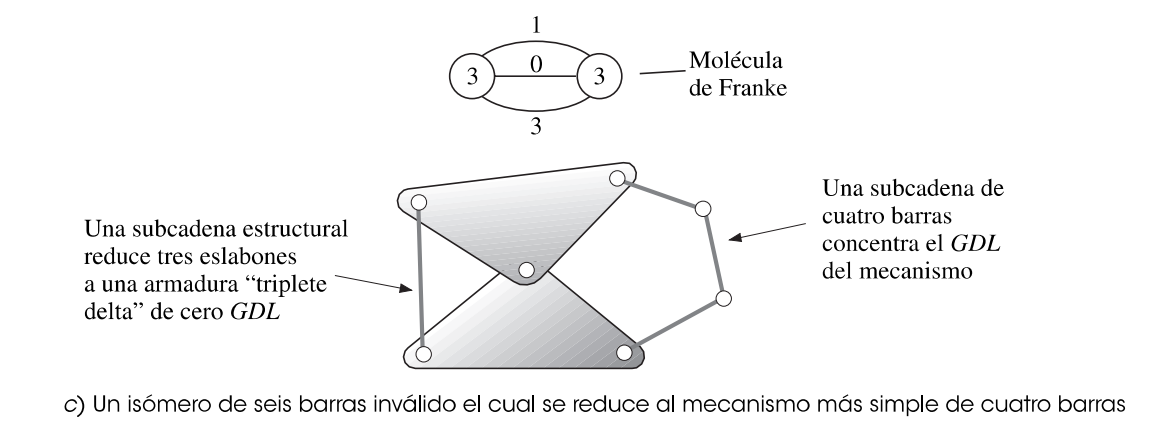
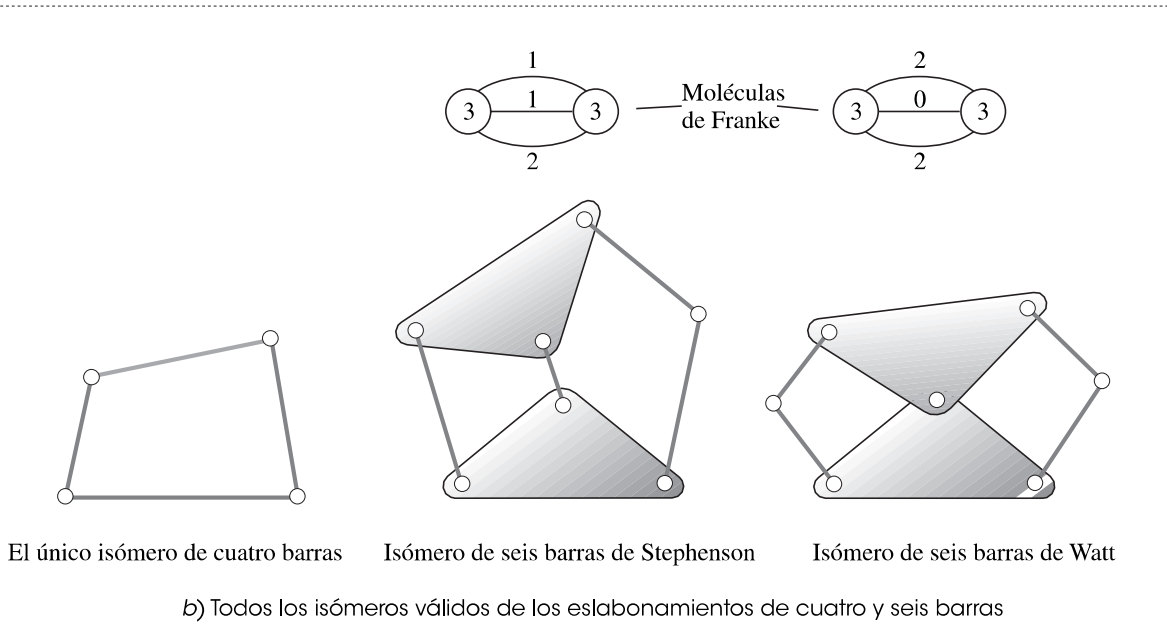
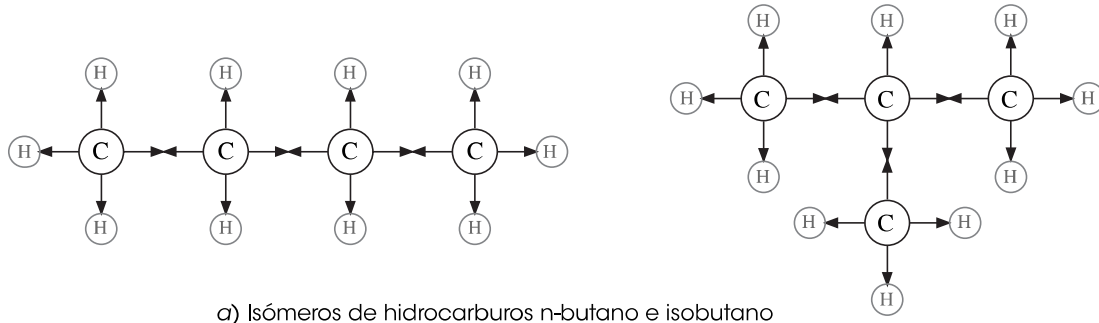
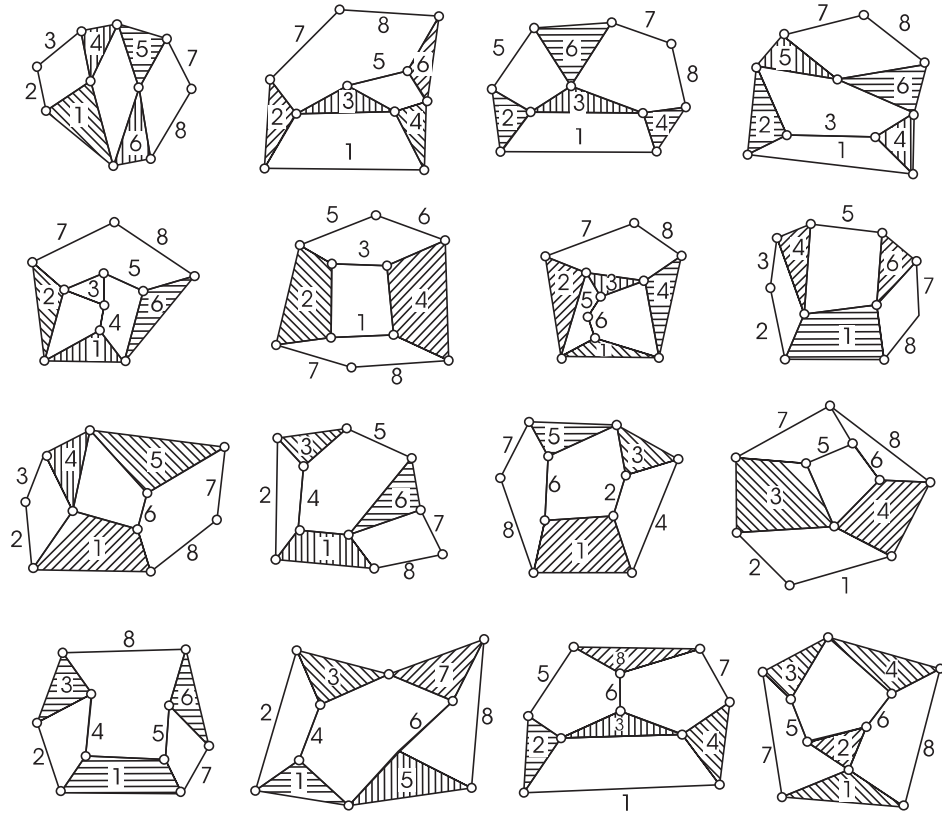


FIGURA 2-11 Parte 1
Isómeros de cadenas cinemáticas

Obsérvense las diferentes interconexiones entre los ternarios y binarios en estos dos ejemplos. La cadena de Watt tiene los dos ternarios conectados, pero la de Stephenson no.

También existe un tercer isómero potencial para este caso de seis eslabones, como se muestra en la figura 2-11c, pero falla la prueba de **distribución de grados de libertad**, la cual requiere que el *GDL* global (1 en este caso) se distribuya uniformemente por todo el eslabonamiento y que no

d) Todos los isómeros válidos de ocho barras con 1 *GDL***FIGURA 2-11 Parte 2**

Isómeros de cadenas cinemáticas (Fuente: Klein, A. W., 1917. *Kinematics of Machinery*, McGraw-Hill, NY)

se concentre en una subcadena. Obsérvese que esta disposición (figura 2-11c) tiene una **subcadena estructural** de $GDL = 0$ en la formación triangular de los dos ternarios y el binario único que los conecta. Esto crea una armadura, o **tripleto delta**. Los tres binarios restantes en serie forman una cadena de cuatro barras ($GDL = 1$) con la subcadena estructural de los dos ternarios y el binario único reducida a una estructura que actúa como eslabón único. Por lo tanto, este arreglo se redujo al caso más simple del eslabonamiento de cuatro barras a pesar de sus seis barras. Éste es un **isómero inválido** y es rechazado.

El método de Franke “Notación Condensada para Síntesis Estructural” se puede utilizar para encontrar isómeros de cualquier conjunto de eslabones que incluya algunos eslabones de mayor orden que el binario. Cada eslabón de mayor orden se muestra como un círculo con su número de nodos (su valencia) escrito dentro de él como se muestra en la figura 2-11. Estos círculos están conectados con un número de líneas que emanan de cada uno igual a su valencia. Se coloca un número sobre cada línea para representar la cantidad de eslabones binarios en esa conexión. Esto da una representación “molecular” del eslabonamiento que permite la determinación exhaustiva de todas las interconexiones posibles de eslabones binarios entre los eslabones de mayor orden. Obsérvese la correspondencia en la figura 2-11b entre los eslabonamientos y sus respectivas moléculas de Franke. Las únicas combinaciones de tres enteros (incluido el cero) que se suman a 4 son (1, 1, 2), (2, 0, 2), (0, 1, 3) y (0, 0, 4). Las dos primeras son, respectivamente, los eslabonamientos de Stephenson y de Watt; la tercera es el isómero inválido de la figura 2-11c. La cuarta combinación también es inválida ya que produce una cadena de 2 GDL de 5 binarios en serie con el quinto “binario” formado por los dos terciarios unidos por sus dos nodos en una estructura precargada con una subcadena con GDL de -1 . En la figura 2-11d se muestran los 16 isómeros válidos del eslabonamiento de ocho barras con 1 GDL .

2.10 TRANSFORMACIÓN DE ESLABONAMIENTOS

El número de técnicas de síntesis descritas proporcionan al diseñador un conjunto de eslabonamientos básicos con GDL particular. Si ahora se relaja la restricción arbitraria que limitaba a sólo juntas revolutas, se pueden transformar estos eslabonamientos básicos en una variedad más amplia de mecanismos con incluso mayor utilidad. Existen varias técnicas o reglas de transformación que pueden aplicarse a cadenas cinemáticas planas.

- 1 Las juntas revolutas en cualquier lazo se pueden reemplazar por juntas prismáticas sin cambiar el GDL del mecanismo, siempre que por lo menos dos juntas revolutas permanezcan en el lazo.*
- 2 Cualquier junta completa se puede reemplazar por una semijunta, pero esto incrementará el GDL en uno.
- 3 La eliminación de un eslabón reducirá el GDL en uno.
- 4 La combinación de las reglas 2 y 3 anteriores mantendrán el GDL original sin cambios.
- 5 Cualquier eslabón ternario o de mayor orden puede ser parcialmente “contraído” a un eslabón de menor orden mediante coalición de nodos. Esto creará una junta múltiple pero no cambiará el GDL del mecanismo.
- 6 La contracción completa de un eslabón de orden alto equivale a su eliminación. Se creará una junta múltiple y el GDL se reducirá.

La figura 2-12a[†] muestra un eslabonamiento de manivela-balancín de cuatro barras transformada en una manivela-corredera de cuatro barras mediante la aplicación de la regla número 1. Es aún un eslabonamiento de cuatro barras. El eslabón 4 se convirtió en una corredera. La ecuación de Gruebler no cambia a un GDL porque la corredera forma una junta completa contra el eslabón 1, como lo hizo la junta de pasador que reemplaza. Obsérvese que esta transformación de un eslabón de salida oscilante a un eslabón de salida de corredera equivale a incrementar la longitud (radio) del eslabón oscilante 4 hasta que su movimiento de arco en la junta entre los eslabones 3 y 4 se vuelve una línea recta. Por lo tanto, la corredera equivale a un eslabón oscilante infinitamente largo el cual está pivotado en el infinito a lo largo de una línea perpendicular al eje de la corredera como se muestra en la figura 2-12a (p. 46).[‡]

La figura 2-12b[‡] muestra una manivela-corredera de cuatro barras transformada por la regla número 4 mediante la sustitución de una semijunta por el acoplador. La primera versión mostrada conserva el mismo movimiento de la corredera que el eslabonamiento original con el uso de una ranura curva en el eslabón 4. El acoplador efectivo siempre es perpendicular a la tangente de la ranura y queda sobre la línea del acoplador original. La segunda versión mostrada tiene la ranura recta y perpendicular al eje de la corredera. El acoplador efectivo ahora está “pivotado” en el infinito. Este mecanismo se llama **yugo escocés** y produce un *movimiento armónico simple* exacto de la corredera en respuesta a una entrada de velocidad constante para la manivela.

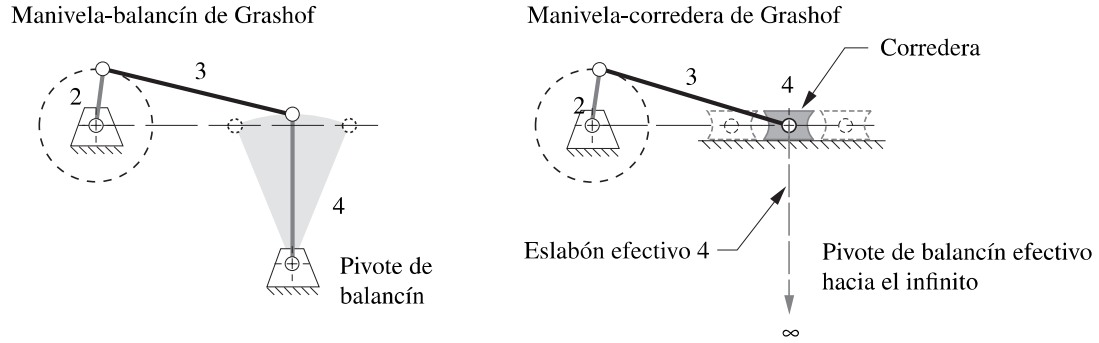
La figura 2-12c muestra un eslabonamiento de cuatro barras transformado en un eslabonamiento de **leva-seguidor** con la aplicación de la regla número 4. Se quitó el eslabón 3 y se sustituyó una semijunta con una junta completa entre los eslabones 2 y 4. Ésta aún tiene un GDL , y la leva-seguidor es, de hecho, un eslabonamiento de cuatro barras pero con otra apariencia, en la que el acoplador (eslabón 3) se ha convertido en un eslabón efectivo de *longitud variable*. Se investigará el eslabonamiento de cuatro barras y estas variantes con más detalle en capítulos posteriores.

La figura 2-13a muestra la **cadena de seis barras de Stephenson** tomada de la figura 2-11b (p. 43) transformada por la *contracción parcial* de un eslabón ternario (regla número 5) para crear una junta múltiple. Todavía es una cadena de seis barras de Stephenson con un GDL . La figura 2-13b muestra la **cadena de seis barras de Watt** conforme a la figura 2-11b con un eslabón ternario *completamente contraído* para crear una junta múltiple. Ahora es una estructura con $GDL = 0$. Las dos subcadenas triangulares son obvias. Así como la cadena de cuatro barras es el bloque de construcción básico de mecanismos con un GDL , este **tripleto delta** triangular de tres barras es el *bloque de construcción básico* de estructuras con cero GDL (armaduras).

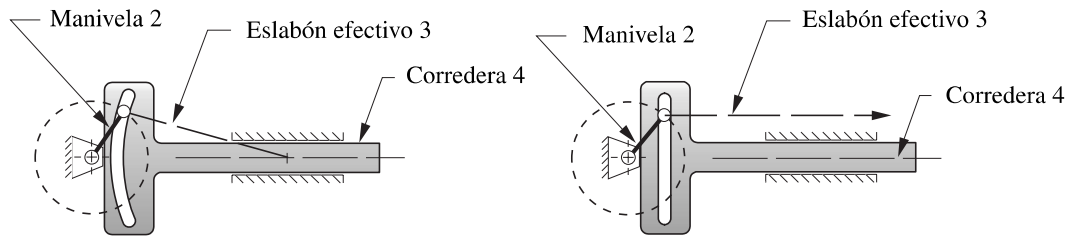
* Si todas las juntas revolutas en un eslabonamiento de cuatro barras son reemplazadas por juntas prismáticas, el resultado será un ensamble de GDL 2. Además, si tres juntas revolutas en un lazo de cuatro barras son reemplazadas con juntas prismáticas, la junta revoluta restante no será capaz de girar, bloqueando efectivamente dos eslabones conectados por pasador como si fuera uno. Esto reduce el ensamble a un eslabonamiento de tres barras el cual deberá tener un GDL de cero. Pero, un tripleto delta con tres juntas prismáticas tiene un GDL de uno, otra paradoja de Gruebler.

† Esta figura viene como archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es el mismo que el número de la figura.

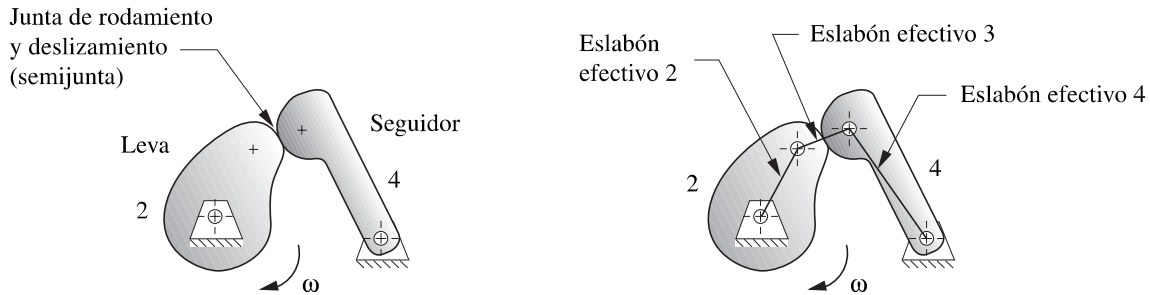
‡ Esta figura incluye el archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es el mismo que el número de la figura.



a) Transformación de un mecanismo de manivela-balancín en un mecanismo de manivela-corredera



b) Transformación de un mecanismo de manivela-corredera en un yugo escocés



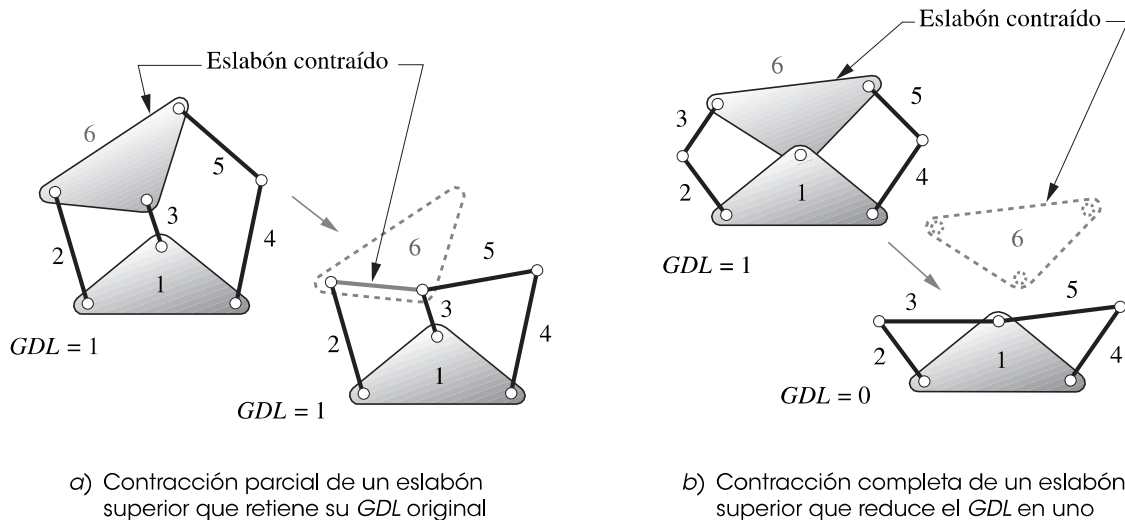
c) El mecanismo de leva y seguidor tiene un equivalente efectivo de cuatro barras

FIGURA 2-12

Transformación de un eslabonamiento

2.11 MOVIMIENTO INTERMITENTE

El **movimiento intermitente** es una *secuencia de movimientos y detenciones*. Una **detención** es un periodo en el cual el eslabón de salida permanece inmóvil mientras que el de entrada continúa moviéndose. Existen muchas aplicaciones en maquinaria que requieren movimiento intermitente. La variación de **leva-seguidor** del eslabonamiento de cuatro barras como se muestra en la figura 2-12c a menudo se utiliza en estas situaciones. El diseño de ese dispositivo tanto para movimiento intermitente como continuo será abordado en detalle en el capítulo 8. En el siguiente capítulo se analizan otros **mecanismos de detención** puros.



a) Contracción parcial de un eslabón superior que retiene su GDL original

b) Contracción completa de un eslabón superior que reduce el GDL en uno

FIGURA 2-13

Contracción de un eslabón

MECANISMO DE GINEBRA Una forma común de dispositivo de movimiento intermitente es el **mecanismo de Ginebra** mostrado en la figura 2-14a (p. 48).* Éste también se transforma en un eslabonamiento de cuatro barras en el que el acoplador se reemplazó por una semijunta. La manivela de entrada (eslabón 2) en general es impulsada por un motor a velocidad constante. La **rueda de Ginebra** dispone de por lo menos tres ranuras radiales equidistantes. La manivela tiene un pasador que entra en una ranura radial y hace que la rueda gire una parte de una revolución. Cuando el pasador sale de la ranura, la rueda permanece inmóvil hasta que el pasador entra en la siguiente ranura. El resultado es una rotación intermitente de la rueda de Ginebra.

La manivela también dispone de un segmento de arco, el cual engancha con un rebaje en la periferia de la rueda de Ginebra cuando el pasador está afuera de la ranura. Esto mantiene a la rueda de Ginebra inmóvil y en el lugar apropiado para la siguiente entrada del pasador. El número de ranuras determina el número de “paros” del mecanismo, donde *paro* es sinónimo de *detención*. Una rueda de Ginebra necesita un mínimo de tres paradas para trabajar. El número máximo de paradas está limitado sólo por el tamaño de la rueda.

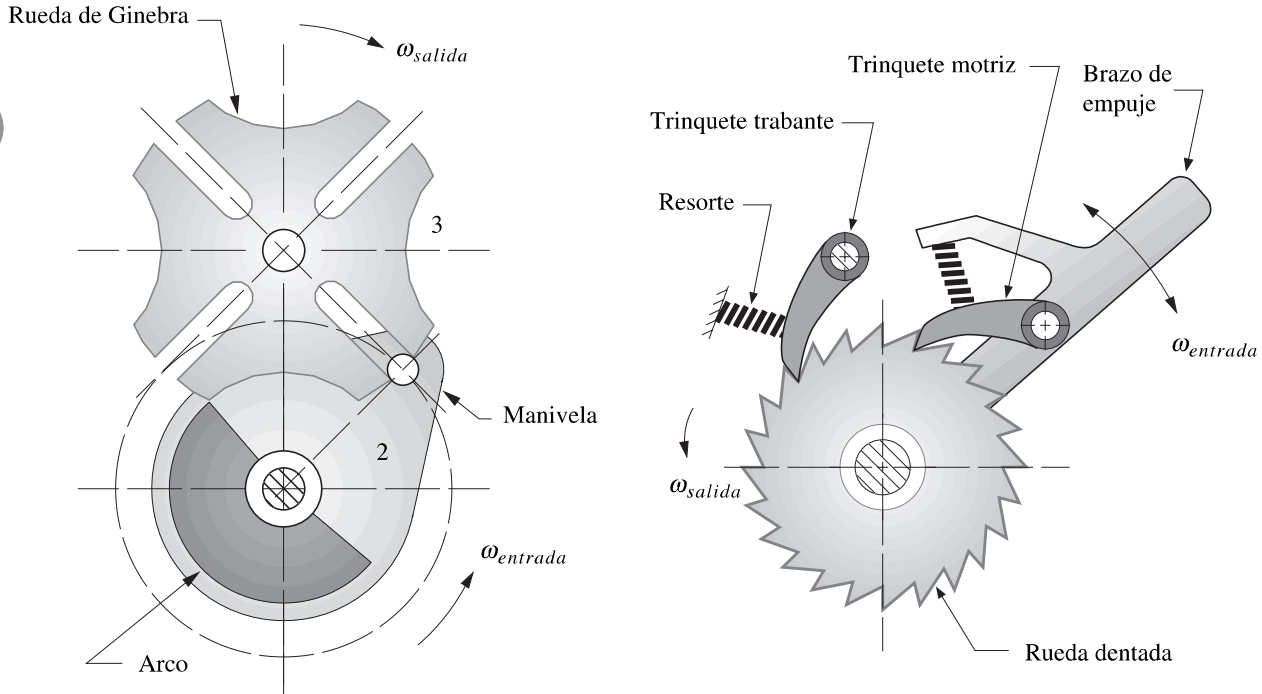
RUEDA Y TRINQUETE La figura 2-14b* muestra un mecanismo de rueda y trinquete. El **brazo de empuje** gira en torno al centro de la **rueda dentada** y se mueve hacia delante y hacia atrás para indexar la rueda. El **trinquete motriz** hace girar la rueda (o **rueda dentada**) en sentido contrario a las manecillas del reloj y no trabaja en el movimiento de retorno (en el sentido de las manecillas del reloj). El **trinquete trabante** evita que la rueda invierta su dirección mientras que el trinquete motriz regresa. Por lo general, ambos trinquetes se mantienen en contacto con la rueda por medio de resortes. Estos mecanismos se utilizan mucho en dispositivos tales como “llaves de tuercas”, malacates, etcétera.

MECANISMO DE GINEBRA LINEAL También existe una variación del mecanismo de Ginebra que tiene salida traslacional lineal, como se muestra en la figura 2-14c.* Este mecanismo es análogo a un dispositivo de yugo escocés abierto con yugos múltiples. Se puede utilizar como mando de banda transportadora intermitente con las ranuras dispuestas a lo largo de la cadena o banda transportadora. También puede ser utilizado con un motor inversor para obtener oscilación inversa lineal de una corredera de salida de ranura simple.

2.12 INVERSIÓN

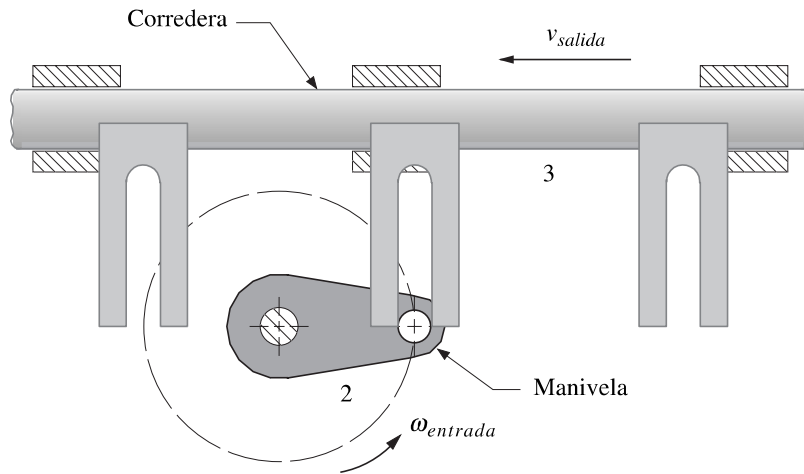
Ahora deberá ser evidente que existen muchos eslabonamientos posibles en cualquier situación. Incluso con las limitaciones impuestas en el ejemplo de síntesis de número (1 GDL , ocho eslabones, hasta de orden hexagonal), existen ocho combinaciones de eslabonamientos mostrados en la tabla

* Esta figura incluye el archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es el mismo que el número de la figura.



a) Mecanismo Ginebra con cuatro detenimientos

b) Mecanismo de rueda y trinquete



c) Mecanismo de "Ginebra" con movimiento intermitente lineal

Véanse también las figuras P3-7 (p. 97) y P4-6 (p. 164) para otros ejemplos de mecanismos de movimiento intermitente lineal

FIGURA 2-14

Mecanismos de movimiento intermitente rotatorio y lineal

2-2 (p. 41) y éstas generan 19 isómeros válidos en la tabla 2-3 (p. 42). Además, se puede introducir otro factor, o sea una inversión de mecanismo. Una **inversión** es creada por la conexión a tierra de un eslabón diferente en la cadena cinemática. Por lo tanto, existen muchas inversiones de un eslabonamiento como los eslabones que tiene.

Los movimientos que resultan de cada inversión pueden ser muy diferentes, pero algunas inversiones de un eslabonamiento pueden producir movimientos similares a otras inversiones del mismo eslabonamiento. En estos casos, sólo algunas de las inversiones pueden tener movimientos

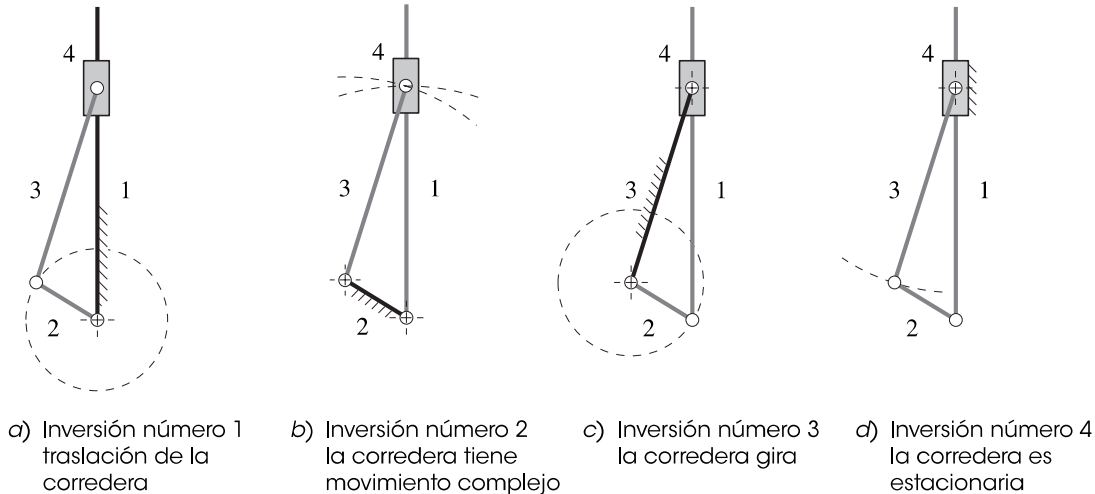


FIGURA 2-15

Cuatro inversiones distintas del mecanismo de manivela-corredera de cuatro barras (cada eslabón negro es estacionario; todos los eslabones en tono claro se mueven)

enteramente diferentes. Se denotarán las *inversiones que tienen movimientos enteramente diferentes como inversiones distintas*.

La figura 2-15* muestra las cuatro inversiones del eslabonamiento de corredera-manivela de cuatro barras y todas tienen movimientos distintos. La inversión número 1, con el eslabón 1 como bancada y su corredera en traslación pura, es la más común y se utiliza en **motores de pistones** y en **bombas de pistón**. La inversión número 2 se obtiene al fijar el eslabón 2 y produce el mecanismo de retorno rápido **Whitworth** o **limadora de manivelas**, en el que la corredera tiene movimiento complejo. (Los mecanismos de retorno rápido serán estudiados más a fondo en el siguiente capítulo.) La inversión número 3 se obtiene al fijar el eslabón 3 y da a la corredera rotación pura. La inversión número 4 se obtiene al fijar el eslabón 4 y se utiliza en mecanismos manuales de **bomba de pozo**, en los que la manija es el eslabón 2 (extendido) y el eslabón 1 baja hasta la tubería del pozo para montar un pistón en su extremo inferior. (En la figura está invertido.)

La **cadena de seis barras de Watt** tiene dos inversiones distintas y la de **seis barras de Stephenson** tiene tres inversiones distintas, como se muestra en la figura 2-16. Las cuatro barras con juntas de pasador tienen cuatro inversiones distintas: la manivela-balancín, la doble manivela, el doble balancín y el balancín triple mostrados en las figuras 2-17* (p. 51) y 2-18* (p. 52).

2.13 LA CONDICIÓN DE GRASHOF†

Con anterioridad se demostró que el **eslabonamiento de cuatro barras** es el *mecanismo articulado más simple posible* para movimiento controlado con grado de libertad simple. También aparece con varias formas tales como la de **manivela-corredera** y la de **leva y seguidor**. De hecho, es el dispositivo más común y omnipresente utilizado en maquinaria. También es extremadamente variado en función de los tipos de movimiento que puede generar.

La sencillez es la marca de un buen diseño. La menor cantidad de partes que puede realizar el trabajo en general será la solución menos cara y más confiable. Por lo tanto, el **eslabonamiento de cuatro barras** deberá estar entre las primeras soluciones a problemas de control de movimiento a ser investigados. La **condición de Grashof**^[8] es una relación muy simple que predice el *comportamiento de rotación* o **rotabilidad** de las inversiones de un eslabonamiento de cuatro barras basado sólo en las longitudes de los eslabones.

Sea: S = longitud del eslabón más corto
 L = longitud del eslabón más largo

* La figura incluye un archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es el mismo que el número de la figura.

† En el DVD del libro se incluye un video sobre *La condición de Grashof*.

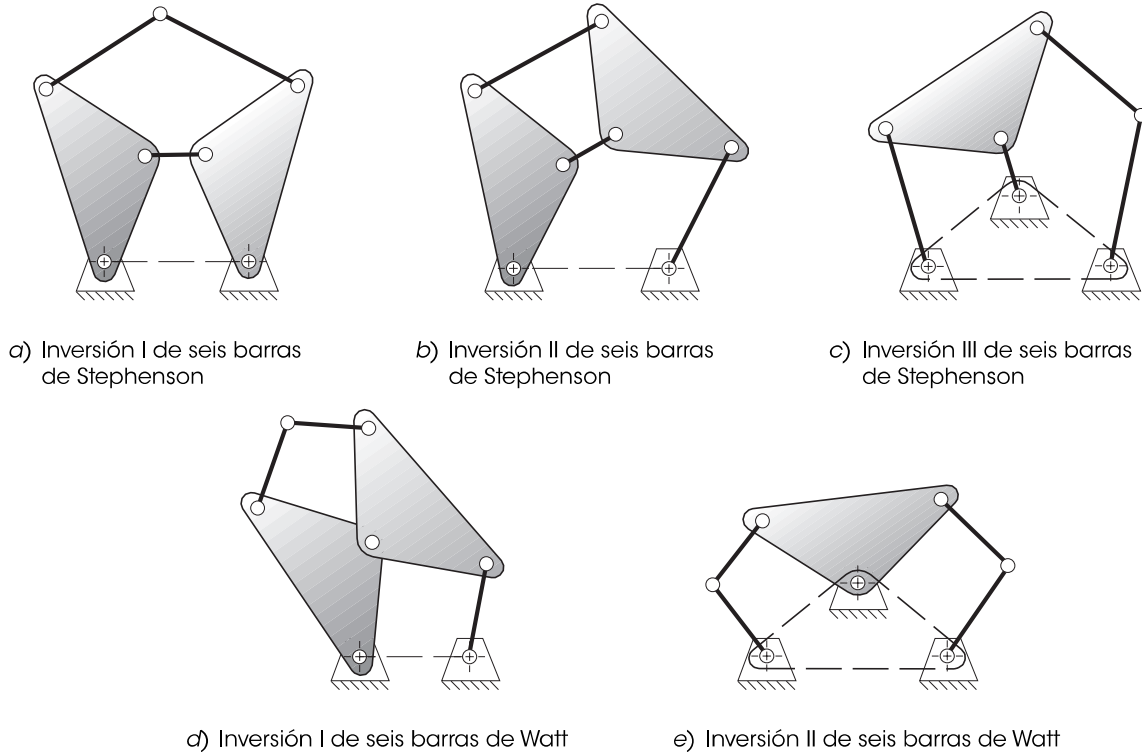


FIGURA 2-16

Todas las distintas inversiones del eslabonamiento de seis barras

P = longitud de un eslabón restante

Q = longitud de otro eslabón restante

Luego si: $S + L \leq P + Q$ (2.8)

el eslabonamiento es de **Grashof** y por lo menos un eslabón será capaz de realizar una revolución completa con respecto al plano de bancada. Ésta se llama cadena cinemática de **clase I**. Si la desigualdad no es cierta, entonces el eslabonamiento **no es Grashof** y *ningún* eslabón será capaz de realizar una revolución completa con respecto a cualquier otro eslabón.* Ésta es una cadena cinemática de **clase II**.

Hay que observar que los enunciados anteriores se aplican sin importar el orden de ensamble de los eslabones. Esto es, la determinación de la condición de Grashof puede hacerse con base en un conjunto de eslabones no ensamblados. Ya sea que se ensamblen después en una cadena cinemática en S, L, P, Q o S, P, L, Q o en cualquier otro orden, *no* cambiará la condición de Grashof.

Los movimientos posibles de un eslabonamiento de cuatro barras dependerá tanto de la condición de Grashof como de la **inversión** elegida. Las inversiones se definirán con respecto al eslabón más corto. Los movimientos son:

En el caso de la clase I, $S + L < P + Q$:

Si se fija cualquier eslabón adyacente al más corto, se obtiene un mecanismo **manivela-balancín**, donde el eslabón más corto girará por completo y el otro eslabón oscilará pivotado a la bancada.

Si se fija el eslabón más corto, se obtendrá una **doble-manivela**, en la que ambos eslabones pivotados a la bancada realizan revoluciones completas, así como lo hace el acoplador.

Si se fija el eslabón opuesto al más corto, se obtendrá un **doble-balancín de Grashof**, en el que ambos eslabones pivotados a la bancada oscilan y sólo el acoplador realiza una revolución completa.

* De acuerdo con Hunt^[18] (p. 72), Waldron probó que, en un eslabonamiento de Grashof, ningún par de eslabones distintos a la manivela puede rotar más de 180° entre sí, pero en un eslabonamiento que no es de Grashof (y que no tiene manivela) los eslabones pueden tener más de 180° de rotación relativa.

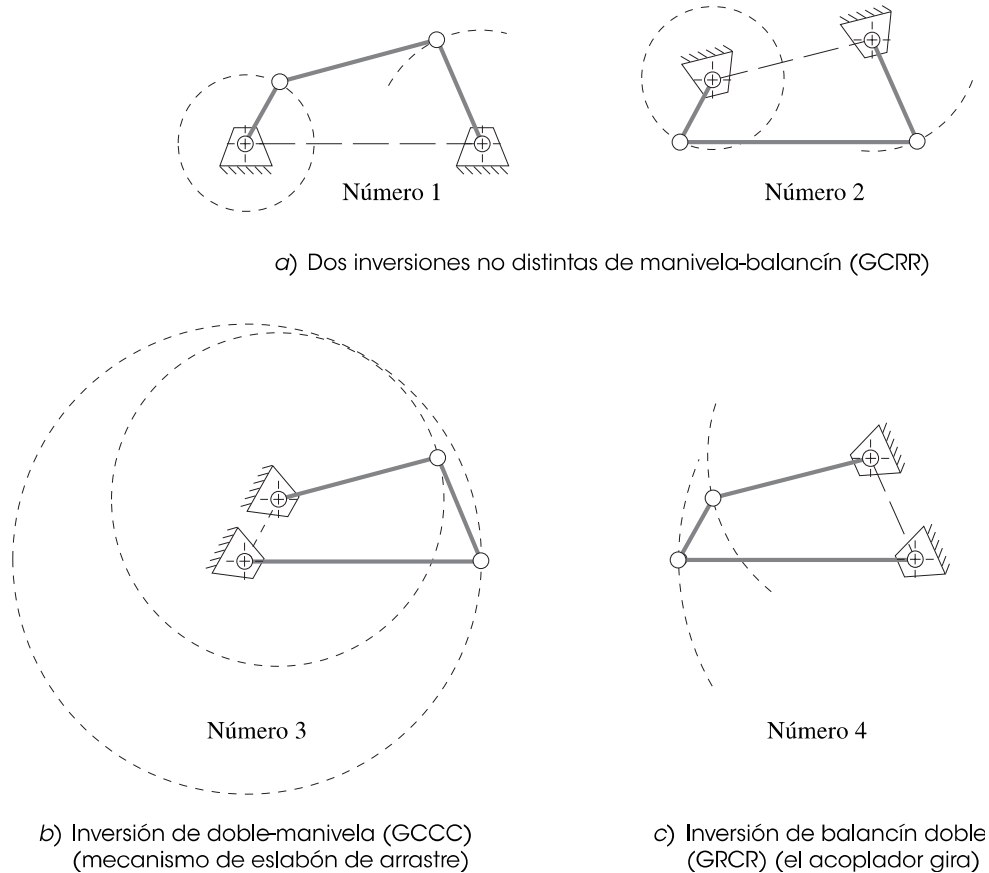


FIGURA 2-17

Todas las inversiones del eslabonamiento de Grashof de cuatro barras

En el caso de la clase II, $S + L > P + Q$:

Todas las inversiones serán **balancines triples**,^[9] en los que ningún eslabón puede girar por completo.

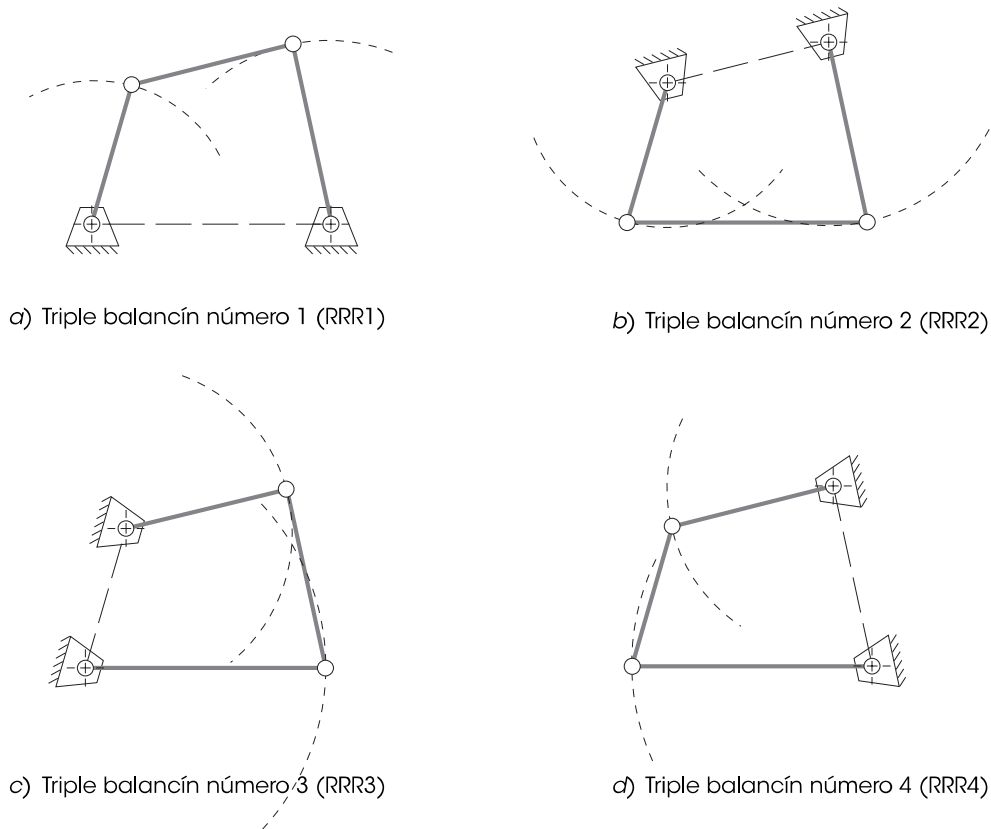
En el caso de la clase III, $S + L = P + Q$:

Conocida como **caso especial de Grashof** y también como cadena cinemática **clase III**, todas las inversiones serán **dobles-manivelas** o **manivela-balancín**, pero tendrán “**puntos de cambio**” dos veces por revolución de la manivela de entrada cuando todos los eslabones se vuelven colineales. En estos puntos de cambio el comportamiento de salida se volverá indeterminado. Hunt^[18] las denomina “configuraciones inciertas”. En estas posiciones colineales el comportamiento del eslabonamiento es entonces impredecible ya que puede asumir cualquiera de dos configuraciones. Su movimiento debe ser limitado para evitar que alcance los puntos de cambio o utilizar un eslabón adicional fuera de fase para garantizar un “arrastre” de los puntos de cambio. (Véase la figura 2-19c.)

La figura 2-17* muestra las cuatro inversiones posibles del **caso Grashof**: dos manivelas-balancines, una doble-manivela (también llamada eslabón de arrastre) y un doble balancín con acoplador rotatorio. Las dos manivelas-balancines producen movimientos similares y por lo tanto no son distintas una de otra. La figura 2-18* muestra cuatro inversiones no distintas, todos los balancines triples de **eslabonamiento no Grashof**.

La figura 2-19a y b muestra las configuraciones de **paralelogramo** y **antiparalelogramo** del eslabonamiento **especial de Grashof**. El eslabonamiento de paralelogramo es muy útil, ya que duplica con exactitud el movimiento rotatorio de la manivela impulsora en la impulsada. Un uso común es acoplar los dos balancines de salida de limpiaparabrisas a todo lo ancho del parabrisas de un automóvil. El acoplador del eslabonamiento de paralelogramo está en traslación curvilínea, y permanece en el mismo ángulo mientras que todos los puntos en ella describen rutas circulares

* La figura incluye un archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es el mismo que el número de la figura.



a) Triple balancín número 1 (RRR1)

b) Triple balancín número 2 (RRR2)

c) Triple balancín número 3 (RRR3)

d) Triple balancín número 4 (RRR4)

FIGURA 2-18

Todas las inversiones del eslabonamiento de cuatro barras de no Grashof son balancines triples

idénticas. A menudo, se utiliza para este movimiento paralelo, como en la puerta trasera de un camión y en robots industriales.

El eslabonamiento en configuración de antiparalelogramo (también llamado “mariposa” o “corbata de moño”) también es una doble manivela, pero la manivela de salida tiene una velocidad angular diferente de la manivela de entrada. Obsérvese que los puntos de cambio permiten que el eslabonamiento cambie de manera impredecible entre las formas de paralelogramo y antiparalelogramo cada 180 grados a menos que se utilicen algunos eslabones más para sostener las posiciones. Esto se puede lograr agregando un eslabonamiento acompañante desfasado acoplado a la misma manivela, como se muestra en la figura 2-19c. Una aplicación común de este eslabonamiento de doble paralelogramo se usaba en las locomotoras de vapor, fue utilizado para conectar las ruedas motrices entre sí. Los puntos de cambio se manejaban al proporcionar el eslabonamiento duplicado, 90 grados fuera de fase, en el otro lado del eje de la locomotora. Cuando un lado estaba en un punto de cambio, el otro lo impulsaba.

La disposición de **doble paralelogramo** mostrada en la figura 2-19c es bastante útil, ya que produce un acoplador en traslación que permanece horizontal en todas las posiciones. Las dos etapas de paralelogramo del eslabonamiento están desfasadas, de modo que cada una lleva a la otra a sus puntos de cambio. La figura 2-19d muestra la configuración **deltoide** o de **cometa** que es una doble manivela en la cual la manivela más corta realiza dos revoluciones por cada una de las realizadas por la manivela larga. Éste también se llama eslabonamiento **isósceles** o mecanismo **Galloway**, en honor de su descubridor.

No hay nada bueno o malo con respecto a la condición de Grashof. Los eslabonamientos de las tres persuasiones son igualmente útiles en su lugar. Si, por ejemplo, es necesario un eslabonamiento de limpiaparabrisas impulsado por motor, puede que se desee un eslabonamiento de manivela-balancín Grashof de caso no especial, con el fin de tener un eslabón rotatorio para la entrada del motor, más

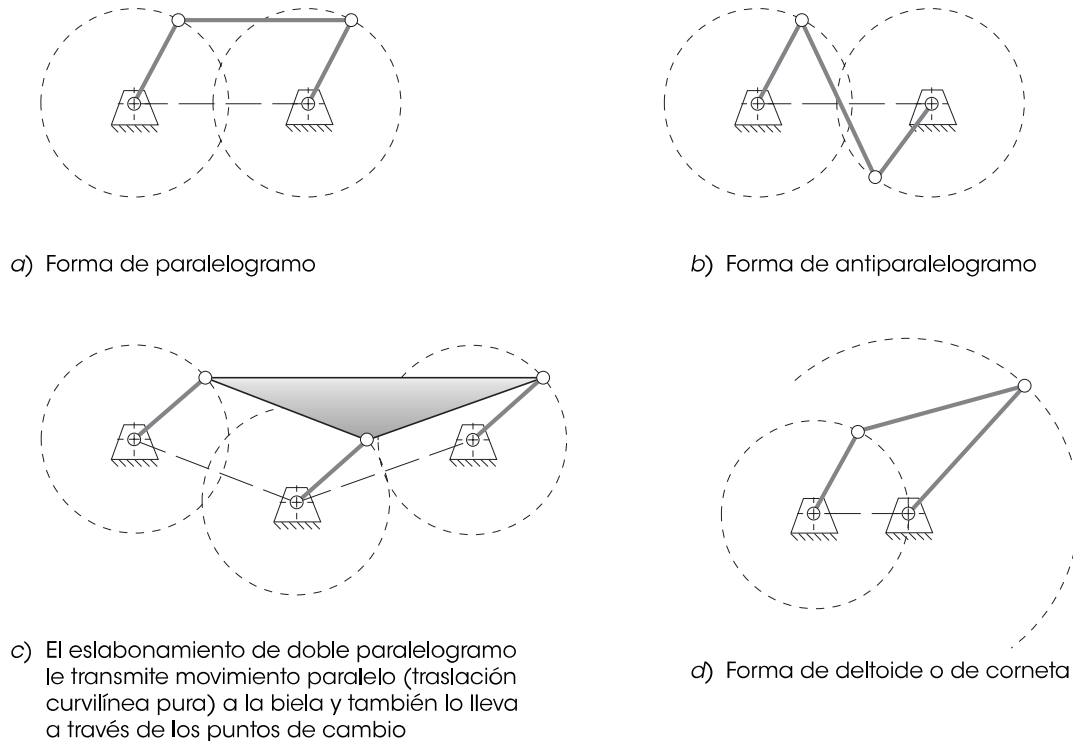


FIGURA 2-19

Algunas formas del eslabonamiento de Grashof de caso especial

una etapa en configuración de paralelogramo para acoplar los dos lados como antes se describió. Si es necesario controlar los movimientos de una rueda de automóvil sobre los baches, puede que se desee un eslabonamiento de balancín triple no Grashof para movimiento oscilatorio de desplazamiento corto. Si se desea duplicar con exactitud algún movimiento de entrada en un lugar remoto, puede que se desee un eslabonamiento de paralelogramo Grashof de caso especial, como el utilizado en una máquina de dibujo. En cualquier caso, esta condición determinada de manera simple dice mucho sobre el comportamiento esperado de un diseño propuesto de eslabonamiento de cuatro barras antes de la construcción de modelos o prototipos.*

Clasificación del eslabonamiento de cuatro barras

Barker^[10] desarrolló un esquema de clasificación que permite predecir el tipo de movimiento que se puede esperar de un eslabonamiento de cuatro barras con base en los valores de sus relaciones de eslabones. Las características de movimiento angular de un eslabonamiento son independientes de los valores absolutos de las longitudes de sus eslabones. Esto permite que las longitudes de los eslabones se normalicen al dividir tres de ellas entre la cuarta para crear tres relaciones adimensionales que definan su geometría.

Sean las longitudes de los eslabones designados r_1 , r_2 , r_3 y r_4 (todas positivas y no cero), donde el subíndice 1 indica la bancada, 2 el eslabón impulsor, 3 el acoplador y 4 el eslabón restante (de salida). Las relaciones de eslabón se forman entonces al dividir cada longitud de eslabón entre r_2 y se obtiene: $\lambda_1 = r_1/r_2$, $\lambda_3 = r_3/r_2$, $\lambda_4 = r_4/r_2$.

Cada eslabón se designará con una letra basada en su tipo de movimiento cuando se conecta a los demás eslabones. Si un eslabón puede realizar una revolución completa con respecto a los demás eslabones, se llama manivela (C), y si no, balancín (R). Al movimiento del eslabonamiento ensamblado basado en su condición de Grashof e inversión se le puede dar entonces un código de letra tal como GCRR para una manivela-balancín de Grashof o GCCC para un mecanismo de doble manivela Grashof (eslabón de arrastre). Los diseñadores de movimiento C y R siempre se mencionan con el fin

* Vea el video “La condición de Grashof” en el DVD del libro para una exposición más detallada y completa de este tema.

de eslabón de entrada, acoplador, eslabón de salida. El prefijo G indica un eslabonamiento de Grashof, S un caso especial de Grashof (punto de cambio) y sin prefijo un eslabonamiento de no Grashof.

La tabla 2-4 muestra 14 tipos de eslabonamientos de cuatro barras de Barker basados en este esquema de designación. Las primeras cuatro filas son las inversiones Grashof, las cuatro siguientes son los balancines triples de no Grashof y las últimas seis son eslabonamientos Grashof de caso especial. Le dan nombres únicos a cada tipo basados en una combinación de su condición de Grashof e inversión. Los nombres tradicionales de las mismas inversiones también se muestran para comparación y son menos específicos que la nomenclatura de Barker. Hay que observar su diferenciación entre el manivela-balancín de Grashof (subclase 2) y manivela-balancín (subclase 4). Para impulsar un eslabonamiento GRRC con el balancín, se requiere agregar un volante a la manivela como se hizo con el mecanismo manivela-corredora del motor de combustión interna (el cual es un eslabonamiento GPRC). Véase la figura 2-12a (p. 46).

Barker también define un “espacio de solución” cuyos ejes son las relaciones de eslabón λ_1 , λ_3 , λ_4 como se muestra en la figura 2-20. Estos valores de las relaciones teóricamente se extienden hasta el infinito, pero en cualesquiera eslabonamientos prácticos, las relaciones pueden limitarse a un valor razonable.

Con el fin de que los cuatro eslabones se ensamblen, el más largo debe ser más corto que la suma de los otros tres,

$$L < (S + P + Q) \quad (2.9)$$

Si $L = (S + P + Q)$, entonces los eslabones pueden ser ensamblados pero no se moverán, así que esta condición proporciona un criterio para separar las regiones de no movilidad de las regiones que permiten movimiento dentro del espacio de solución. La aplicación de este criterio en función de las tres relaciones de eslabón define cuatro planos de movilidad cero que limitan el espacio de solución.

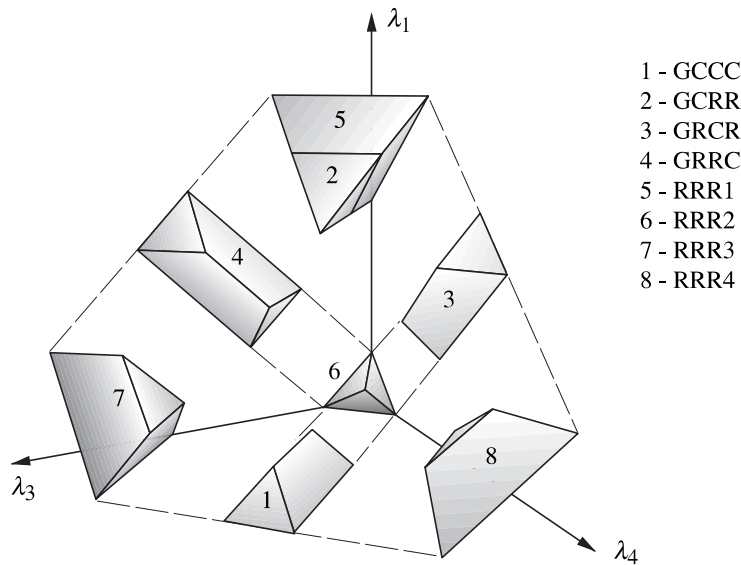
$$\begin{aligned} 1 &= \lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 \\ \lambda_3 &= \lambda_1 + 1 + \lambda_4 \\ \lambda_4 &= \lambda_1 + 1 + \lambda_3 \\ \lambda_1 &= 1 + \lambda_3 + \lambda_4 \end{aligned} \quad (2.10)$$

TABLA 2-4 Clasificación completa de Barker de mecanismos planos de cuatro barras

Tomada de la ref. (10), s = eslabón más corto, l = eslabón más largo, Gxxx = Grashof, RRRx = no Grashof, Sxx = Caso especial

Tipo	s + l vs. p + q	Inversión	Clase	Designación de Barker	Código	También conocido como
1	<	$L_1 = s =$ bancada	I-1	manivela-manivela-manivela de Grashof	GCCC	doble manivela
2	<	$L_2 = s =$ entrada	I-2	manivela-balancín-balancín de Grashof	GCRR	manivela-balancín
3	<	$L_3 = s =$ acoplador	I-3	balancín-manivela-balancín de Grashof	GRCR	doble balancín
4	<	$L_4 = s =$ salida	I-4	balancín-balancín-manivela de Grashof	GRRC	balancín-manivela
5	>	$L_1 = l =$ bancada	II-1	balancín-balancín-balancín clase 1	RRR1	triple balancín
6	>	$L_2 = l =$ entrada	II-2	balancín-balancín-balancín clase 2	RRR2	triple balancín
7	>	$L_3 = l =$ acoplador	II-3	balancín-balancín-balancín clase 3	RRR3	triple balancín
8	>	$L_4 = l =$ salida	II-4	balancín-balancín-balancín clase 4	RRR4	triple balancín
9	=	$L_1 = s =$ bancada	III-1	manivela-manivela-manivela con punto de cambio	SCCC	doble manivela SC*
10	=	$L_2 = s =$ entrada	III-2	manivela-balancín-balancín con punto de cambio	SCRR	manivela-balancín SC
11	=	$L_3 = s =$ acoplador	III-3	balancín-manivela-balancín con punto de cambio	SRCR	doble balancín SC
12	=	$L_4 = s =$ salida	III-4	balancín-balancín-manivela con punto de cambio	SRRC	balancín-manivela SC
13	=	dos pares iguales	III-5	punto de cambio doble	S2X	paralelogramo o deltoide
14	=	$L_1 = L_2 = L_3 = L_4$	III-6	punto de cambio triple	S3X	cuadrado

* SC = caso especial.



- 1 - GCCC
- 2 - GCRR
- 3 - GRCR
- 4 - GRRC
- 5 - RRR1
- 6 - RRR2
- 7 - RRR3
- 8 - RRR4

FIGURA 2-20

Espacio para la solución de Barker del eslabonamiento de cuatro barras Adaptado de la referencia (10).

La aplicación de la condición de Grashof $S + L = P + Q$ (en función de las relaciones de eslabón) define tres planos adicionales en los que quedan todos los mecanismos de punto de cambio.

$$\begin{aligned}
 1 + \lambda_1 &= \lambda_3 + \lambda_4 \\
 1 + \lambda_3 &= \lambda_1 + \lambda_4 \\
 1 + \lambda_4 &= \lambda_1 + \lambda_3
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

El octante positivo de este espacio, limitado por los planos $\lambda_1-\lambda_3$, $\lambda_1-\lambda_4$, $\lambda_3-\lambda_4$ y los cuatro planos de movilidad cero (ecuación 2.10) contiene ocho volúmenes que están separados por los planos de punto de cambio (ecuación 2.11). Cada volumen contiene mecanismos únicos para una de las primeras ocho clasificaciones de la tabla 2-4 (p. 54). Estos ocho volúmenes están en contacto uno con el otro en el espacio de solución, pero para mostrar sus formas se “separaron en piezas” en la figura 2-20. Los seis mecanismos de punto de cambio restantes de la tabla 2-4 (p. 54) existen sólo en los planos de punto de cambio que son las caras de contacto entre los ocho volúmenes. Para más detalles sobre este espacio de solución y el sistema de clasificación de Barker de los que permite el espacio aquí, vea la referencia [10].

2.14 ESLABONAMIENTOS DE MÁS DE CUATRO BARRAS

Eslabonamientos de cinco barras engranados

Se ha visto que el eslabonamiento más simple con un *GDL* es el mecanismo de cuatro barras. Es un dispositivo extremadamente versátil y útil. Muchos problemas de control de movimiento bastante complejos se pueden resolver con sólo cuatro eslabones y cuatro pasadores. Así pues, por simplicidad, los diseñadores siempre, en primer lugar, deberán tratar de resolver sus problemas con un eslabonamiento de cuatro barras. Sin embargo, habrá casos en los que se requiere una solución más complicada. Si se agrega un eslabón y una junta para formar un eslabonamiento de cinco barras (figura 2-21a) se incrementará el *GDL* de uno, a dos. Si se agrega un par de engranes para vincular los dos eslabones con una nueva semijunta, el *GDL* se reduce de nuevo a uno, y se crea el **mecanismo de cinco barras engranado (GFBM)** de la figura 2-21b*.

El mecanismo de cinco barras engranado produce movimientos más complejos que el mecanismo de cuatro barras a expensas del eslabón agregado y el juego de engranes como se puede ver en

* Esta figura incluye el archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es igual al número de la figura.

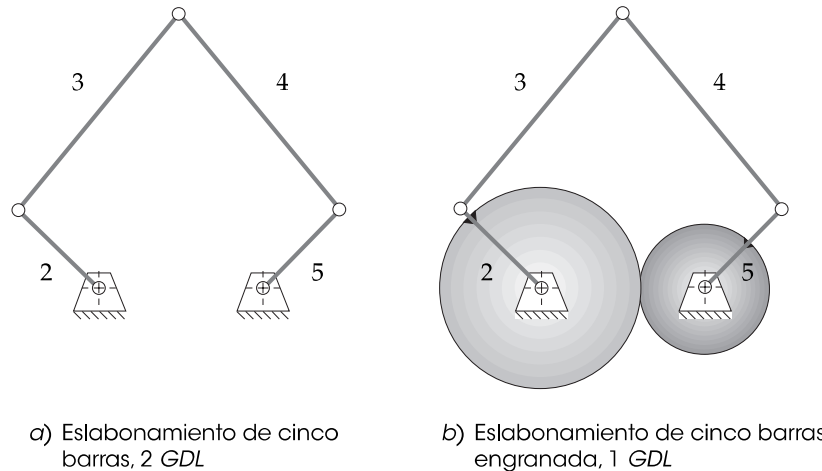


FIGURA 2-21

Dos formas del eslabonamiento de cinco barras

el apéndice E. El lector también puede observar el comportamiento dinámico del eslabonamiento mostrado en la figura 2-21b si ejecuta el programa FIVEBAR adjunto con este texto y abre el archivo de datos F02-21b.5br. Véase el apéndice A para instrucciones sobre cómo ejecutar el programa. Acepte todos los valores predeterminados y anime el eslabonamiento.

Eslabonamientos de seis barras

Ya se han considerado los mecanismos de seis barras de Watt y Stephenson. Vea la figura 2-16 (p. 50). El mecanismo de **seis barras de Watt** se puede considerar como *dos eslabonamientos de cuatro barras en serie* y que comparten dos eslabones en común. El mecanismo de **seis barras de Stephenson** puede ser considerado como *dos eslabonamientos de cuatro barras conectadas en paralelo* y que comparten dos eslabones en común. Muchos eslabonamientos se pueden diseñar con la técnica de combinar múltiples cadenas de cuatro barras como *bloques de construcción básicos* en ensamblajes más complejos. Muchos problemas de diseño reales requerirán soluciones que consisten en más de cuatro barras. Algunos eslabonamientos de Watt y Stephenson se dan como ejemplos incorporados al programa SIXBAR adjunto con este texto. Puede ejecutarlo para observar estos eslabonamientos dinámicamente. Seleccione cualquier ejemplo del menú, acepte todas las respuestas predeterminadas y anime los eslabonamientos.

Criterios de rotabilidad tipo Grashof para eslabonamientos de orden alto

Rotabilidad se define como *la capacidad de que por lo menos un eslabón de una cadena cinemática realice una revolución completa con respecto a los otros eslabones* y define la cadena como clase I, II o III.

Revolvabilidad se refiere a *un eslabón específico en una cadena e indica que éste es uno de los eslabones que pueden girar*.

ROTABILIDAD DE ESLABONAMIENTOS DE CINCO BARRAS ENGRANADAS Ting^[11] derivó una expresión para la rotabilidad del eslabonamiento de cinco barras engranado que es similar al criterio de Grashof del eslabonamiento de cuatro barras. Sean las longitudes de los eslabones designadas L_1 a L_5 para incrementar la longitud,

$$\text{luego, si:} \quad L_1 + L_2 + L_5 < L_3 + L_4 \quad (2.12)$$

los dos eslabones más cortos pueden girar por completo con respecto a los otros y el eslabonamiento es designado como cadena cinemática de **clase I**. Si esta desigualdad *no* es cierta, entonces es una

cadena de **clase II** y puede o no permitir que cualesquiera eslabones giren por completo según la relación de engranes y el ángulo de fase entre los engranes. Si la desigualdad de la ecuación 2.12 se reemplaza con un signo igual, el eslabonamiento será una cadena de **clase III** en la cual los dos eslabones más cortos pueden girar por completo pero tendrán puntos de cambio como los eslabonamientos de caso especial de cuatro barras de Grashof.

La referencia [11] describe las condiciones bajo las cuales un eslabonamiento de cuatro barras engranados de clase II será y no será rotatorio. En términos de diseño práctico, tiene sentido obedecer la ecuación 2.12 para garantizar una condición de “Grashof”. También tiene sentido evitar la condición de punto de cambio clase III. Hay que observar que si uno de los eslabones cortos (por ejemplo L_2) se hace cero, la ecuación 2.12 se reduce a la fórmula Grashof de la ecuación 2.8 (p. 50).

Además de la rotatibilidad del eslabonamiento, sería adecuado conocer las clases de movimientos que son posibles con cada una de las cinco inversiones de una cadena de cinco barras. Ting^[11] las describe en detalle. Pero, si se desea aplicar un juego de engranes entre dos eslabones de la cadena de cinco barras (para reducir su GDL a 1), en realidad se necesita unir un eslabonamiento de doble manivela, con los engranes fijos en las dos manivelas. Una cadena de cinco barras de clase I será un mecanismo de **doble manivela** si los dos eslabones más cortos se encuentran entre el juego de tres eslabones que comprende la bancada del mecanismo y las dos manivelas pivotadas a la bancada^[11].

ROTABILIDAD DE ESLABONAMIENTO DE N BARRAS Ting y colaboradores^{[12], [13]} ampliaron los criterios de rotatibilidad a todos los eslabonamientos de lazo simple de N barras conectadas con juntas revolutas y desarrollaron teoremas generales para la **rotatibilidad de eslabonamientos** y la **revolvabilidad** de eslabones individuales basados en las longitudes de los eslabones. Sean los eslabones de un eslabonamiento de N barras denotados por L_i ($i = 1, 2, \dots, N$), con $L_1 \leq L_2 \leq \dots \leq L_N$. Los eslabones no necesitan estar conectados en cualquier orden particular, ya que los criterios de rotatibilidad son independientes de ese factor.

Un eslabonamiento de junta revoluta de lazo simple de N eslabones tendrá un GDL de $(N - 3)$. La condición necesaria y suficiente para el **ensamblaje** de un eslabonamiento de N barras es:

$$L_N \leq \sum_{k=1}^{N-1} L_k \quad (2.13)$$

Un eslabón K será un eslabón *corto* si

$$\{K\}_{k=1}^{N-3} \quad (2.14a)$$

y *largo* si

$$\{K\}_{k=N-2}^N \quad (2.14b)$$

Habrán tres eslabones largos y $(N - 3)$ cortos en cada eslabonamiento de este tipo.

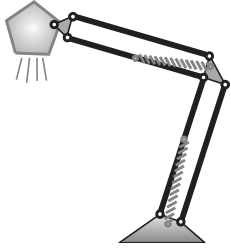
Una cadena cinemática de N barras de lazo simple que contiene sólo juntas revolutas de primer orden, será un eslabonamiento de clase I, clase II o clase III, dependiendo de si la suma de las longitudes de su eslabón más largo y sus eslabones más cortos $(N - 3)$ es, respectivamente, mayor que, o igual a la suma de las longitudes de los dos eslabones largos restantes.

$$\begin{aligned} \text{Clase I:} & \quad L_N + (L_1 + L_2 + \dots + L_{N-3}) < L_{N-2} + L_{N-1} \\ \text{Clase II:} & \quad L_N + (L_1 + L_2 + \dots + L_{N-3}) > L_{N-2} + L_{N-1} \\ \text{Clase III:} & \quad L_N + (L_1 + L_2 + \dots + L_{N-3}) = L_{N-2} + L_{N-1} \end{aligned} \quad (2.15)$$

y, para un eslabonamiento de clase I, debe haber uno y sólo un eslabón largo entre dos ángulos no de entrada. Estas condiciones son necesarias y suficientes para definir la rotatibilidad.

La **revolvabilidad** de cualquier eslabón L_i se define como su capacidad de girar por completo, con respecto a los demás eslabones de la cadena y se puede determinar con:

$$L_i + L_N \leq \sum_{k=1, k \neq i}^{N-1} L_k \quad (2.16)$$

**FIGURA 2-22**

Un mecanismo de eslabonamiento balanceado con resorte

Además, si L_i es un eslabón giratorio, cualquier eslabón que no sea más largo que L_i también será giratorio.

En las referencias [12] y [13] se pueden encontrar más teoremas y corolarios con respecto a límites en los movimientos de eslabones. El espacio no permite su completa exposición aquí. Obsérvese que las reglas con respecto al comportamiento de eslabonamientos de cinco y cuatro barras engranados (ley de Grashof) antes enunciadas son consistentes con, y están contenidas dentro de estos teoremas generales de rotabilidad.

2.15 LOS RESORTES COMO ESLABONES

Hasta aquí se han abordado sólo los eslabones rígidos. En muchos mecanismos y máquinas es necesario equilibrar las cargas estáticas aplicadas al dispositivo. Un ejemplo común es el mecanismo de bisagra del cofre del automóvil. A menos que se trate del modelo (barato) con la varilla que se inserta en un orificio para sostener el cofre, probablemente se trate de un eslabonamiento de cuatro o seis barras que conecta el cofre a la carrocería en cada lado. El cofre puede ser el acoplador de un eslabonamiento de no Grashof cuyos dos balancines están pivotados en la carrocería. Un resorte instalado entre dos de los eslabones proporciona una fuerza para detener el cofre en la posición abierta. El resorte en este caso es un eslabón adicional de longitud variable. En tanto puede proporcionar la cantidad correcta de fuerza, actúa para reducir el *GDL* del mecanismo a cero, y mantiene el sistema en equilibrio estático. Sin embargo, puede forzarse de nuevo a ser un sistema con un *GDL* al vencer la fuerza del resorte cuando jala el cofre para cerrarlo.

Otro ejemplo es la omnipresente lámpara de escritorio de brazo ajustable, mostrada en la figura 2-22.* Este dispositivo tiene dos resortes para contrabalancear el peso de los eslabones y el cabezal de la lámpara. Si está bien diseñada y fabricada, permanecerá estable en un rango bastante amplio de posiciones a pesar de la variación del momento de volteo causado por el momento cambiante del brazo del cabezal de la lámpara. Esto se logra con un diseño cuidadoso de la geometría de las relaciones resorte-eslabón, de tal suerte que, a medida que cambia la fuerza del resorte con la longitud creciente, su brazo de momento también cambia de una manera que equilibra continuamente el momento cambiante del cabezal de la lámpara.

Un resorte lineal se puede caracterizar por su constante, $k = F/x$, donde F es fuerza y x desplazamiento del resorte. Al duplicar su deflexión, se duplicará la fuerza. La mayoría de los resortes helicoidales del tipo utilizado en estos ejemplos son lineales.

2.16 MECANISMOS FLEXIBLES

Hasta ahora todos los mecanismos descritos en este capítulo se componen de elementos discretos en la forma de eslabones rígidos o resortes conectados por juntas de varios tipos. Los mecanismos flexibles producen movimientos similares con pocas partes y pocas (incluso cero) juntas físicas. Flexibilidad es lo opuesto de rigidez. Un miembro o “eslabón” que es flexible es capaz de sufrir deflexiones significativas en respuesta a una carga. Un antiguo ejemplo de mecanismo flexible es el arco y la flecha, en el que la deflexión del arco en respuesta al jalón hacia atrás de la cuerda almacena energía de deformación elástica en el arco flexible, y esa energía lanza la flecha.

El arco y la cuerda comprenden dos partes, pero en su forma más pura el mecanismo flexible consiste en un eslabón único cuya forma es diseñada con cuidado para proporcionar áreas de flexibilidad que sirven como pseudojuntas. Probablemente el ejemplo más comúnmente disponible de un mecanismo flexible simple es la omnipresente caja de tachuelas de plástico o la caja de herramientas hecha con “bisagra viva”, como se muestra en la figura 2-23. Ésta es una díada o un mecanismo de dos eslabones (caja y tapa) con una delgada sección de material que conecta las dos partes. Ciertos termoplásticos, como el prolipropileno, permiten que la sección delgada se flexione repetidamente sin falla. Cuando la parte se saca del molde, y aún está caliente, la bisagra debe flexionarse una vez para alinear las moléculas del material. Una vez que se enfría, puede soportar millones de ciclos de apertura-cierre sin falla. La figura 2-24 muestra un prototipo de un interruptor de volquete de eslabonamiento de cuatro barras hecho de una pieza de plástico como mecanismo flexible. Se mueve entre

**FIGURA 2-23**

Una caja de herramienta con “bisagra viva”
Cortesía de Penn Plastics
Inc., Bridgeport, CT.

* La figura incluye el archivo AVI y archivo de Working Model en el DVD. Su nombre de archivo es el mismo que el número de la figura.

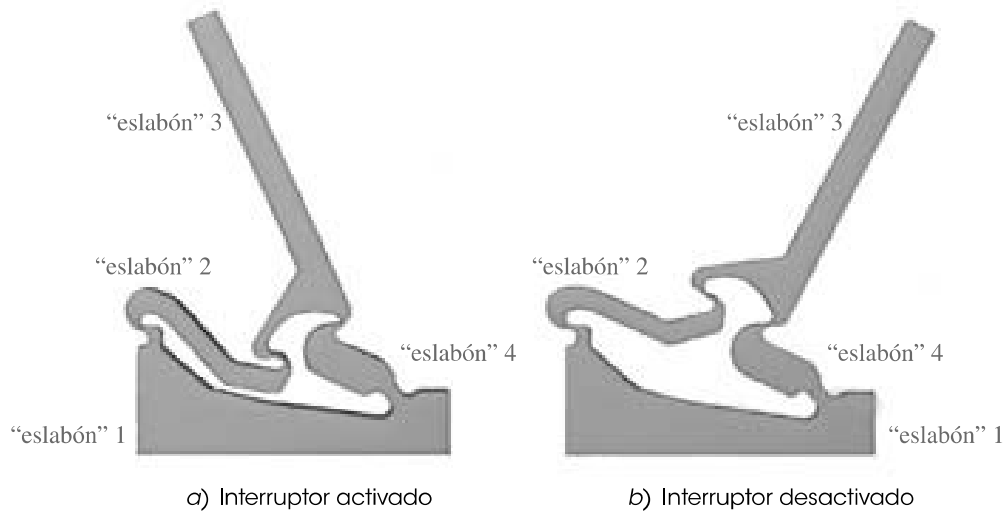


FIGURA 2-24

Interruptor flexible de una pieza *Cortesía del profesor Larry L. Howell, Brigham Young University*

las posiciones activado y desactivado por flexión de las delgadas secciones de bisagra que sirven como pseudojuntas entre los “eslabones”. El caso de estudio que se analizó en el capítulo 1 describe el diseño de un mecanismo flexible que también se muestra en la figura 6-13 (p. 264).

La figura 2-25a muestra un fórceps diseñado como mecanismo flexible de una pieza. En lugar de las dos piezas convencionales conectadas por una junta de pasador, este fórceps tiene secciones transversales pequeñas diseñadas para que funcionen como pseudojuntas. Es moldeado por inyección de termoplástico de polietileno con “bisagras vivas”. Obsérvese que hay un eslabonamiento de cuatro barras 1, 2, 3, 4 en el centro cuyas “juntas” son las secciones flexibles de pequeña dimensión en A, B, C y D. La flexibilidad del material en estas pequeñas secciones proporciona un efecto de resorte integrado para mantenerlo abierto en la condición de reposo. Las demás partes del dispositivo tales como las manijas y quijadas están diseñadas con geometría más rígida para reducir al mínimo sus deflexiones. Cuando el usuario cierra las quijadas, los ganchos en las manijas se cierran, y sujetan el elemento. La figura 2-25b muestra un gancho de resorte de dos piezas que utiliza la flexibilidad del cierre de resorte que resulta de la oreja del resorte pivotada en diferentes lugares A_1 y A_2 .

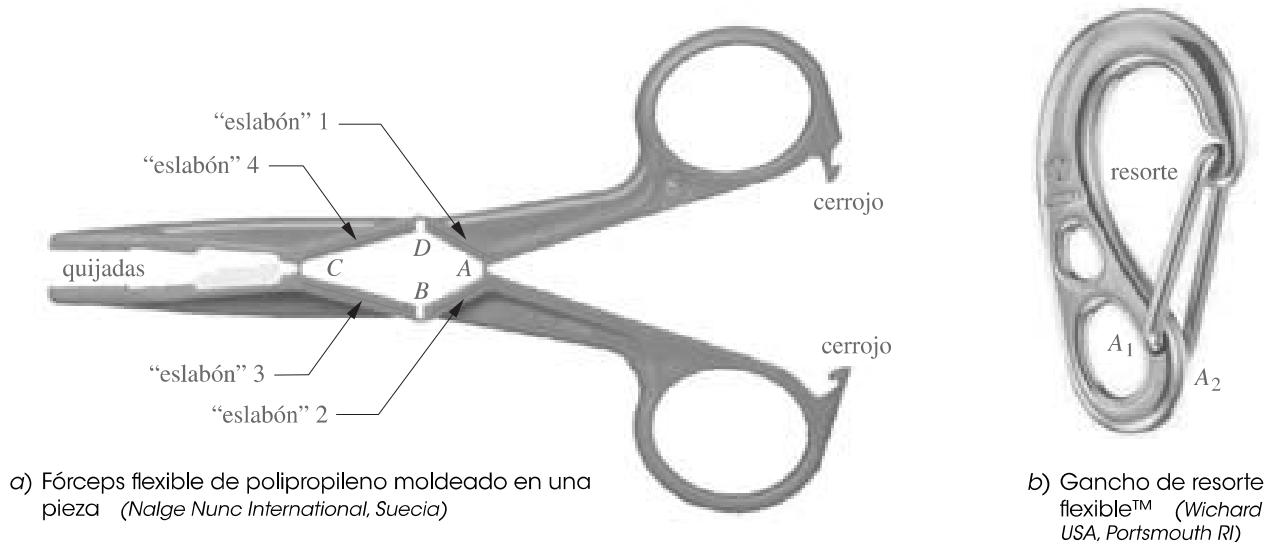


FIGURA 2-25

Los mecanismos flexibles

Estos ejemplos muestran algunas ventajas de los mecanismos flexibles sobre los convencionales. No se requiere ninguna operación de ensamble, ya que sólo hay una pieza. El efecto de resorte necesario se produce por el control de la geometría en áreas locales. La parte terminada está lista para usarse como sale del molde. Todas estas características reducen el costo.

Los mecanismos flexibles se han usado por mucho tiempo (p. ej., el arco y la flecha, el cortauñas, las grapas para papel), pero encontraron nuevas aplicaciones a finales del siglo xx debido en parte a la disponibilidad de materiales nuevos y procesos de manufactura modernos. Algunas de sus ventajas sobre los mecanismos convencionales son la reducción del número de partes, la eliminación de holguras en las juntas, la inherente carga de resorte y las potenciales reducciones del costo, el peso, el desgaste y el mantenimiento en comparación con los mecanismos convencionales. Son, sin embargo, más difíciles de diseñar y analizar a causa de sus relativamente grandes deflexiones que excluyen el uso de la teoría convencional de pequeñas deflexiones. Este texto considerará sólo el diseño y análisis de eslabones y mecanismos no flexibles (es decir, supuestos rígidos) con juntas físicas. Para información sobre el diseño y análisis de mecanismos flexibles consúltese la referencia [16].

2.17 SISTEMAS MICROELECTROMECÁNICOS (MEMS, POR SUS SIGLAS EN INGLÉS)*

Avances recientes en la manufactura de microcircuitos tales como “chips” de computadora han conducido a una nueva forma de mecanismo conocido como sistema microelectromecánico o MEMS. Estos dispositivos contienen elementos medidos en micrómetros y micromáquinas que varían en tamaño desde unos cuantos micrómetros hasta unos cuantos milímetros. Están hechos de las mismas obleas de silicio que se utilizan para circuitos integrados o microchips. La forma o configuración del dispositivo deseado (mecanismo, engrane, etc.) se genera por computadora a gran escala y luego fotográficamente se reduce y proyecta sobre la oblea. Un proceso de ataque químico elimina entonces el material de silicio donde la imagen alteró o no el recubrimiento fotosensible en el silicio (el proceso se puede preparar para que realice una u otra cosa). Lo que permanece es una diminuta reproducción de la configuración geométrica original en el silicio. La figura 2-26a muestra microengranes de silicio fabricados mediante este método. Son de sólo unos cuantos micrómetros de diámetro.

* Se puede encontrar más información sobre MEMS en <http://www.sandia.gov/> y en <http://www.memsnet.org/mems/>

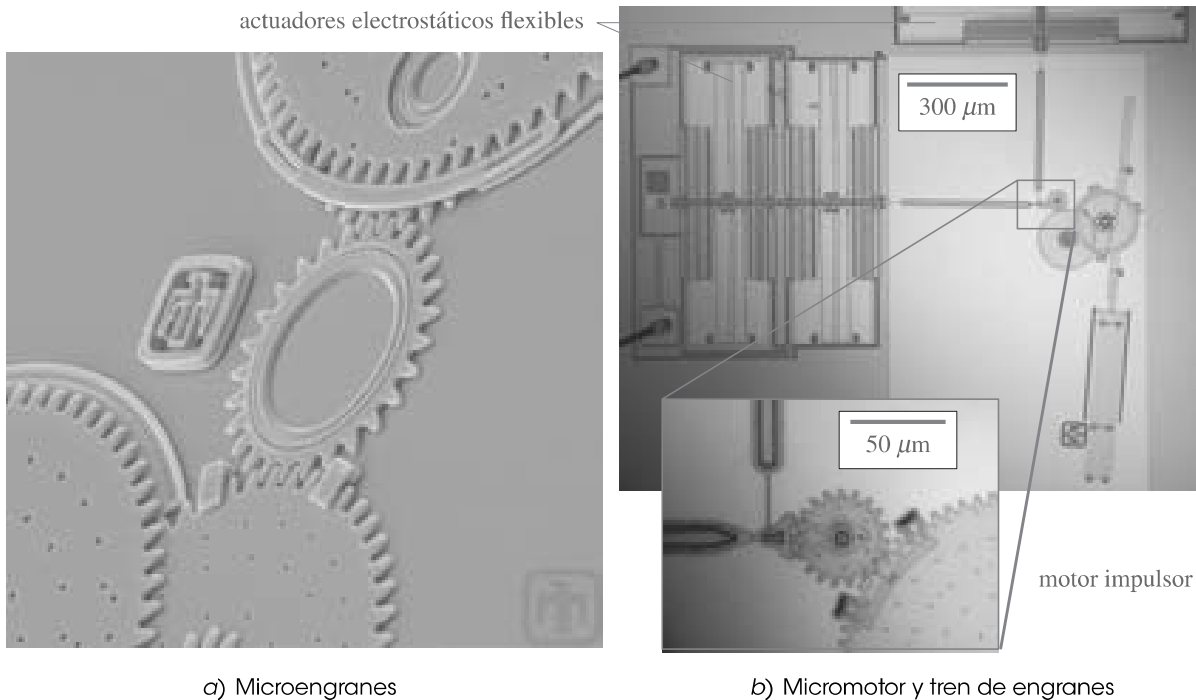


FIGURA 2-26

MEMS de silicio químicamente atacado a) microengranes Cortesía de Sandia National Laboratories b) micromotor de Sandia Labs SEM fotografías cortesía del profesor Cosme Furlong, Worcester Polytechnic Institute

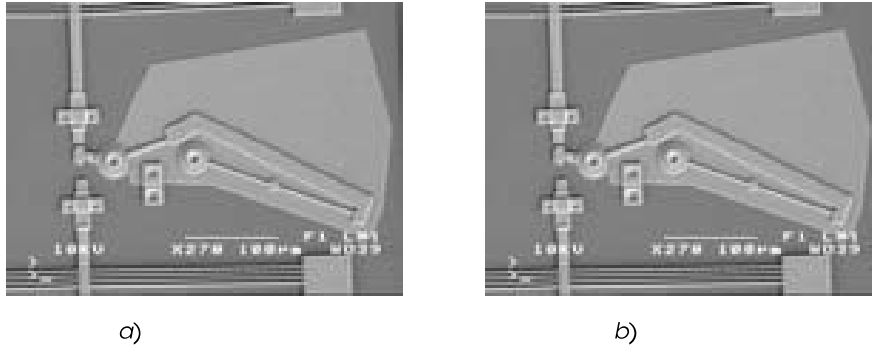


FIGURA 2-27

Micromecanismo de silicio biestable flexible en dos posiciones. Cortesía del profesor Larry L. Howeell, Brigham Young University

Los mecanismos flexibles se adaptan muy bien a esta técnica de manufactura. La figura 2-26b muestra un micromotor que utiliza los engranes de la figura 2-26a y su tamaño es de unos cuantos milímetros. El mecanismo motriz es una serie de eslabonamientos flexibles que oscilan por la acción de un campo electrostático para impulsar la manivela mostrada en la vista ampliada de la figura 2-26b. Dos de estos actuadores electrostáticos operan en la misma manivela a 90° fuera de fase para arrastrar las posiciones de punto muerto. Este motor es capaz de manejar velocidades continuas de 360 000 rpm y ráfagas cortas hasta de millones de rpm antes de que se sobrecaliente por la fricción causada por esas altas velocidades.

La figura 2-27 muestra “un mecanismo flexible biestable (conocido como mecanismo de Young) en sus dos posiciones estables. Actuadores térmicos amplifican la expansión térmica para hacer que el dispositivo oscile entre sus dos posiciones. Se puede utilizar como microinterruptor o microelevador. Por ser muy pequeño, puede ser actuado en unos cuantos microsegundos”.*

Apenas empiezan las aplicaciones de estos microdispositivos. En la actualidad se utilizan microsensores hechos con esta tecnología en ensambles de bolsas de aire automotrices para detectar la desaceleración repentina y disparar el inflador de la bolsa de aire. Se han fabricado monitores MEMS de presión sanguínea que pueden ser colocados en los vasos sanguíneos. Los sensores MEMS de presión son instalados en las llantas de automóvil para monitorear continuamente su presión. Muchas otras aplicaciones que utilizarán esta tecnología en el futuro están siendo y serán desarrolladas.

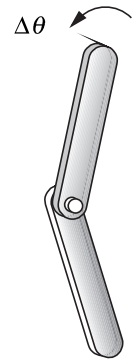
2.18 CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

Existen muchos factores que deben considerarse para crear diseños de buena calidad. No todos ellos están contenidos dentro de las teorías aplicables. En el diseño también interviene una gran cantidad de arte basado en la experiencia. Esta sección intenta describir algunas de tales consideraciones prácticas en el diseño de máquinas.

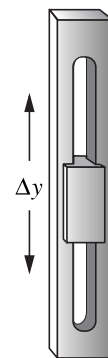
Juntas de pasador contra correderas y semijuntas

La selección del material apropiado y una buena lubricación son la clave para una larga vida en cualquier situación, tal como una junta, donde dos materiales se frotan entre sí. La superficie de contacto rozante se llama **cojinete de apoyo**. Si se supone que se eligen los materiales apropiados, la elección del tipo de junta puede tener un efecto significativo en la capacidad de proporcionar una buena y limpia lubricación durante el tiempo de vida de la máquina.

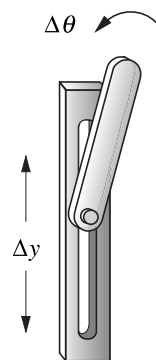
JUNTAS REVOLUTAS (PASADOR) La junta de pasador o revoluta simple (figura 2-28a) es la opción ideal aquí por varias razones. Es relativamente fácil y barato diseñar y construir una junta de pasador de buena calidad. En su forma pura, el llamado cojinete de manguito o muñón, la geometría del pasador en el orificio atrapa una película de lubricante dentro de su superficie de contacto anular



a) Junta de pasador



b) Junta deslizante

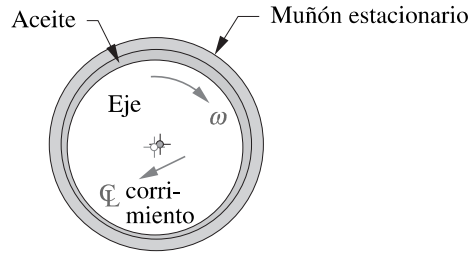


c) Semijunta

FIGURA 2-28

Juntas de tipos variables

* Profesor Larry L. Howeell (2002), comunicación personal.



- Eje girando con rapidez
- lubricación hidrodinámica
 - contacto no metálico
 - fluido bombeado por el eje
 - flecha descentrado con respecto a la línea de centros del cojinete

FIGURA 2-29

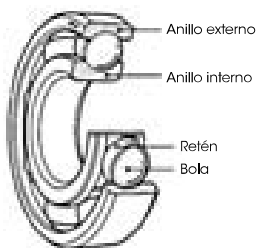
Lubricación hidrodinámica en un cojinete de manguito-holguras y movimientos exagerados

por acción capilar y promueve una condición llamada *lubricación hidrodinámica*, en la cual las partes están separadas por una delgada película de lubricante, como se muestra en la figura 2-29. En los extremos del orificio es fácil instalar sellos, envueltos alrededor del pasador, para evitar la pérdida de lubricante. Se puede introducir lubricante de reemplazo a través de orificios radiales al interior de la superficie de contacto del cojinete, o de manera continua o periódica, sin desensamblable.

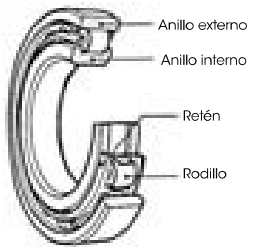
Comercialmente, se dispone de una forma conveniente de cojinete para eslabonamientos pivotados como **barra de extremo esférico**, semejante a las mostradas en la figura 2-30. Éste es un cojinete tipo manguito esférico que se *autoalinea* a una flecha que puede estar no paralela. Su cuerpo se enrosca en el eslabón, lo que permite que los eslabones se fabriquen con varillas redondas con extremos roscados que permiten ajustar la longitud del eslabón.

Cojinetes de bolas y rodillos relativamente baratos están disponibles en una gran variedad de tamaños para juntas revolutas, como se muestra en la figura 2-31. Algunos de estos cojinetes (principalmente el tipo de bolas) se pueden obtener prelubricados y con extremos sellados. Sus elementos rodantes proporcionan operación a baja fricción y un buen control dimensional. Obsérvese que los *cojinetes de elementos rodantes* en realidad contienen superficies de contacto de junta superior (semijuntas) en cada bola o rodillo, lo cual es potencialmente un problema, como se señala a continuación. Sin embargo, la capacidad de atrapar lubricante dentro de la caja de los rodillos (por los sellos extremos) combinada con velocidad de rodamiento relativamente alta de las bolas o rodillos promueve la lubricación hidrodinámica y una larga vida. Para más información detallada sobre cojinetes y lubricación, vea la referencia [15].

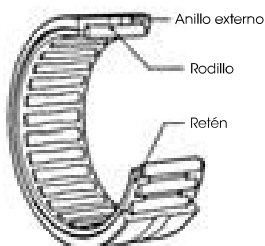
Para juntas revolutas pivotadas a la bancada, varios tipos de cojinetes comercialmente disponibles facilitan el empacamiento. Los **cojinetes de chumacera** y los de **montaje con brida** (figura 2-32) (p. 63) están disponibles con cojinetes de elementos rodantes (bolas, rodillos) o cojinetes de manguito tipo muñón. El cojinete de chumacera permite un montaje conveniente en una superficie al eje del pasador y los cojinetes montados en bridas se fijan en superficies perpendiculares al eje del pasador.



a) Cojinete de bolas



b) Cojinete de rodillos



c) Cojinete de agujas

FIGURA 2-31

Cojinetes de bolas, rodillos y agujas para juntas revolutas

Cortesía de NTM Corporation, Japón



FIGURA 2-30

Extremo de barra esférico Cortesía de Emerson Power Transmission, Ithaca, NY

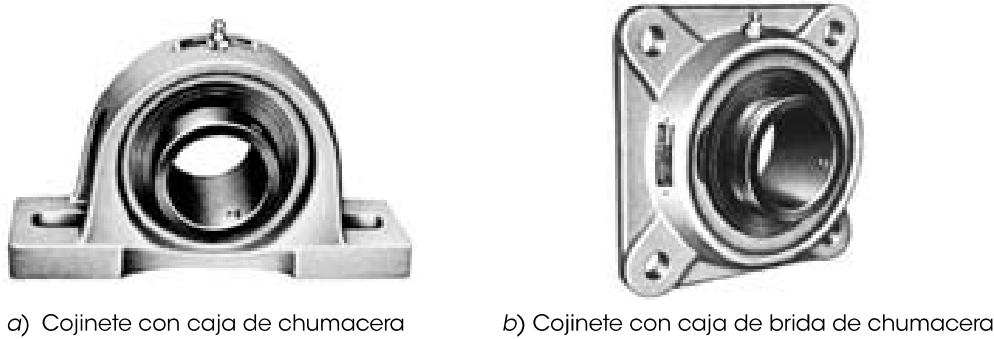


FIGURA 2-32

Cojinetes con caja de chumacera y brida de montaje Cortesía de Emerson Power Transmisión, Ithaca, NY



FIGURA 2-33

Bujete de bolas lineal Cortesía de Thomson Industries, Port Washington, NY

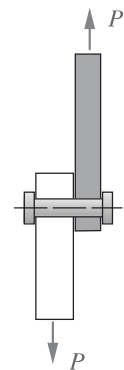
JUNTAS PRISMÁTICAS (CORREDERAS) Requieren un cuidadoso maquinado y una ranura o barra recta (figura 2-28b, p. 61). Los cojinetes a menudo se fabrican al gusto del cliente, aunque los de bolas lineales (figura 2-33) están comercialmente disponibles, se deben usar sobre ejes endurecidos y rectificadas. La lubricación es difícil de mantener en cualquier junta de corredera. El lubricante no es geoméricamente capturado, y se debe reponer al introducir la junta en un baño de aceite o mediante reengrase manual periódico. Una ranura abierta o eje tiende a acumular partículas de suciedad transportadas por el aire que pueden actuar como compuesto abrasivo cuando se quedan atrapadas en el lubricante. Esto acelerará el desgaste.

JUNTAS SUPERIORES (SEMIJUNTAS) Tales como un pasador redondo en una ranura (figura 2-28c, p. 61) o una junta de leva y seguidor (figura 2-12c, p. 46) sufren aún más por los problemas de lubricación de la corredera, porque por lo general tienen dos superficies curvas opuestas en contacto lineal, que tienden a expulsar el lubricante de la junta. Este tipo de junta necesita funcionar en un baño de aceite para una larga duración. Esto requiere que el ensamble sea alojado en una costosa caja hermética al aceite, con sellos en todos los ejes salientes.

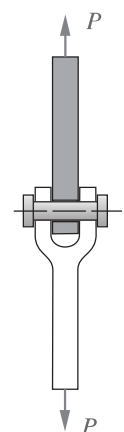
Estos tipos de juntas se utilizan mucho en maquinaria con mucho éxito. En tanto se preste la debida *atención a los detalles de ingeniería*, el diseño puede ser exitoso. Algunos ejemplos comunes de los tres tipos de juntas se pueden encontrar en un automóvil. El mecanismo de limpiaparabrisas es un eslabonamiento de pasador puro. Los pistones en los cilindros de motor son correderas reales y están bañados en el aceite del motor. Las válvulas en el motor se abren y cierran mediante juntas de leva y seguidor (semijuntas) que están sumergidas en el aceite del motor. Probablemente cambia el aceite de su motor con frecuencia. ¿Cuándo fue la última vez que lubricó el eslabonamiento de su limpiaparabrisas? ¿Alguna vez ha fallado este eslabonamiento (no el motor)?

¿En voladizo o en doble voladizo?

Cualquier junta se debe soportar contra las cargas en la junta. Son posibles dos métodos básicos como se muestra en la figura 2-34. Una junta en voladizo tiene sólo el pasador (muñón) soportado, como una viga en voladizo. Esto en ocasiones es necesario como en una manivela que debe pasar sobre el acoplador y no puede tener nada en el otro lado de éste. Sin embargo, una viga en voladizo es inherentemente más débil (con la misma sección transversal y carga) que una viga en doble voladizo (simplemente apoyada). La viga en doble voladizo puede evitar la aplicación de un momento de flexión a los eslabones al mantener las fuerzas en el mismo plano. El pasador sentirá un momento de flexión en ambos casos, pero el pasador de la viga en voladizo está en cortante doble, dos secciones transversales comparten la carga. Un pasador en voladizo está en cortante simple. Es buena práctica utilizar juntas en doble voladizo (ya sean revolutas, prismáticas o superiores) siempre que sea posible. Si se debe utilizar un pasador en voladizo, entonces un tornillo de resalto comercial con vástago endurecido y rectificado, como se muestra en la figura 2-35 (p. 64), en algunas ocasiones puede servir como pasador pivote.



a) Montaje en voladizo-cortante simple



b) Montaje en doble voladizo-cortante doble

FIGURA 2-34

Juntas de pasador montadas en voladizo y en doble voladizo



FIGURA 2-35

Tornillo de resalto Cor-
tesía de Cordova Bolt Inc.,
Buena Park, CA

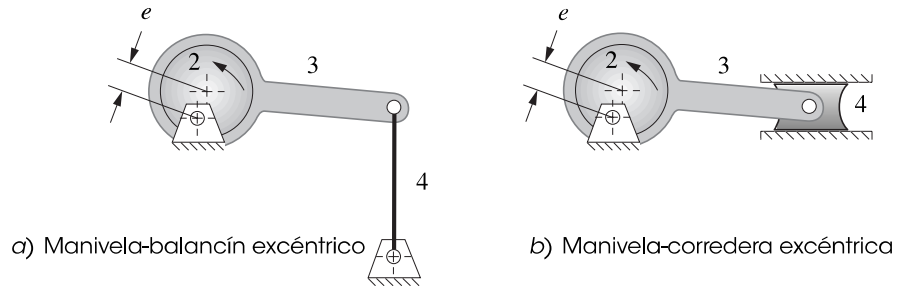


FIGURA 2-36

Manivelas excéntricas

Eslabones cortos

En ocasiones sucede que la longitud requerida de una manivela es tan corta que no es posible utilizar pasadores o cojinetes de tamaño apropiado en cada uno de sus pivotes. La solución es diseñar el eslabón como una **manivela excéntrica**, como se muestra en la figura 2-36. Un pasador pivote se agranda al punto en que, en realidad, contiene el eslabón. El diámetro externo de la manivela circular se convierte en el muñón del pivote móvil. El pivote fijo se coloca a una distancia e del centro de este círculo igual a la longitud requerida de la manivela. La distancia e es la excentricidad de la manivela (la longitud de la manivela). Este arreglo tiene la ventaja de una gran área de superficie dentro del cojinete para reducir el desgaste, aunque es difícil mantener lubricado el muñón de gran diámetro.

Relación de apoyo

La necesidad de movimiento en línea recta en maquinaria requiere un uso extenso de juntas de corredera en traslación. Existe una relación geométrica básica llamada *relación de apoyo*, que si se ignora o viola, invariablemente conducirá a problemas.

La **relación de apoyo** (BR , por sus siglas en inglés) se define como *la longitud efectiva de la corredera sobre el diámetro efectivo del cojinete*: $BR = L/D$. Para una operación suave **esta relación deberá ser mayor que 1.5 y nunca menor que 1**. Mientras más grande sea, mejor. La **longitud efectiva** se define como *la distancia sobre la cual la corredera móvil está en contacto con la guía estacionaria*. No debe ser un contacto continuo sobre esa distancia. Esto es, dos collares cortos, espaciados a gran distancia, son efectivamente tan largos como su separación total, más sus propias longitudes, y son cinemáticamente equivalentes a un tubo largo. El **diámetro efectivo** es *la distancia más larga a través de las guías estacionarias*, en cualquier plano perpendicular al movimiento deslizante.

Si la junta de corredera es sólo una barra en un buje, como se muestra en la figura 2-37a, el diámetro y longitud efectivos son idénticos al diámetro de la barra y la longitud del buje. Si la corredera es una plataforma que se desliza sobre dos barras y bujes múltiples, como se muestra en la figura 2-37b, entonces el diámetro y longitud efectivos son el ancho y longitud totales, respectivamente, del ensamble de plataforma. Este caso con frecuencia conduce a deficientes relaciones de apoyo.

Un ejemplo común de un dispositivo con una deficiente relación de apoyo es el cajón de un mueble barato. Si las únicas guías para el movimiento deslizante del cajón son sus costados que se mueven en contacto con el armazón, tendrá una relación de apoyo menor que 1, puesto que es más ancho que profundo. Probablemente haya experimentado el trabamiento que ocurre con un cajón como éste. Un mueble con cajones de mejor calidad tendrá una guía central con una gran relación L/D , bajo el fondo del cajón y se deslizará con suavidad.

Correderas comerciales

Muchas compañías suministran correderas lineales estándar que se pueden utilizar como eslabonamientos de manivela-corredera y sistemas de leva y seguidor con seguidores de traslación. Éstos están disponibles con cojinetes de bolas lineales que se deslizan sobre guías de acero endurecido a

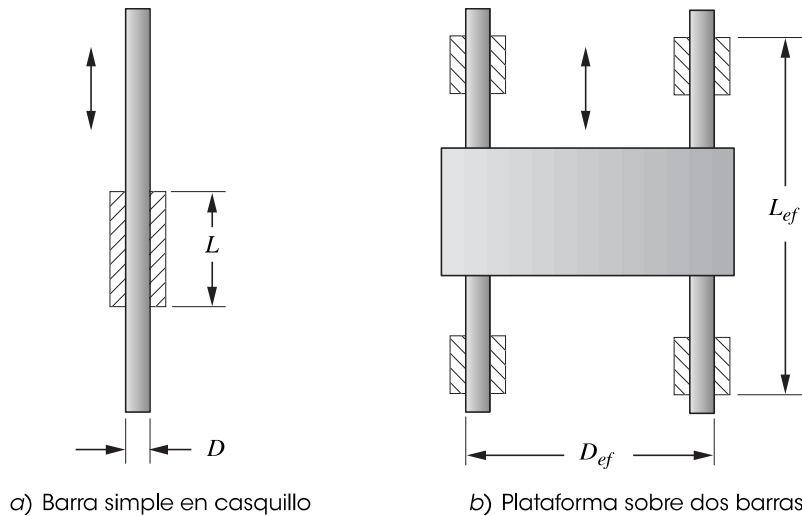


FIGURA 2-37

Relación de apoyo

muy baja fricción. Algunos están precargados para eliminar el error por holgura o juego. Otros se encuentran disponibles con cojinetes ordinarios. La figura 2-38 muestra un ejemplo de una corredera lineal con cojinetes de bolas con dos carros montados sobre un riel simple. Se proporcionan orificios de montaje para fijar el riel en el plano de la bancada y en los carros para fijar los elementos que van a ser guiados.

Eslabonamientos contra levas

Los eslabonamientos de pasador tienen todas las ventajas de las juntas revolutas antes mencionadas. El mecanismo de leva y seguidor (figura 2-12c, p. 46) tiene todos los problemas asociados con la semijunta mencionada con anterioridad. Pero, ambos mecanismos son muy utilizados en el diseño de máquinas, con frecuencia en la misma máquina y en combinación (levas que impulsan eslabonamientos). Así que, ¿por qué elegir uno sobre el otro?

El eslabonamiento de pasador “puro” con buenos cojinetes en las juntas es un diseño potencialmente superior, con todo lo demás igual, y deberá ser la primera posibilidad a explorar en cualquier problema de diseño de máquinas. Sin embargo, habrá muchos problemas donde se requiere un movimiento deslizante recto o las detenciones exactas de una leva y seguidor. En tal caso, las limitaciones prácticas de las juntas de leva y correderas se deben analizar.

Los eslabonamientos tienen la desventaja de su tamaño relativamente grande en comparación con el desplazamiento de salida de la parte de trabajo; de este modo pueden ser un tanto difíciles de empacar. Las levas tienden a ser de tamaño compacto comparadas con el desplazamiento del seguidor. Los eslabonamientos son relativamente difíciles de sintetizar, y las levas son relativamente fáciles de diseñar (siempre y cuando se disponga de un programa de computadora como Dynacam). Pero los eslabonamientos son mucho más fáciles y baratos de fabricar con una alta precisión que las levas. Las detenciones son fáciles de obtener con levas y difíciles con eslabonamientos. Estos últimos pueden sobrevivir en ambientes muy hostiles, con lubricación deficiente, mientras que las levas no, a menos que estén selladas para evitar la entrada de contaminantes ambientales. Los eslabonamientos tienen un mejor comportamiento dinámico a altas velocidades que las levas, son menos sensibles a errores de fabricación y pueden manejar cargas muy altas, pero las levas pueden adaptarse mejor a movimientos específicos.

Así que la respuesta está lejos de ser clara. Es otra *situación de intercambio de diseño* en la cual deben ponderarse todos los factores para hacer la mejor elección. Por las ventajas potenciales del eslabonamiento puro es importante considerar un diseño de eslabonamientos antes de elegir una tarea de diseño potencialmente más fácil, pero más cara.



FIGURA 2-38

Corredera lineal con cojinetes de bolas
Cortesía de THK America Inc., Schaumburg, IL