Minimización de la función

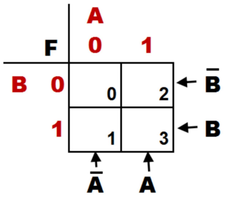
$$f(a,b,c,d) = \bar{a}.\bar{c}.(\overline{b \oplus d}) + \bar{a}.\bar{c}.(b \oplus d) + a.\bar{b}.\bar{c} + a.b.\bar{c} + \bar{a}.c$$

usando el método de Karnaugh.

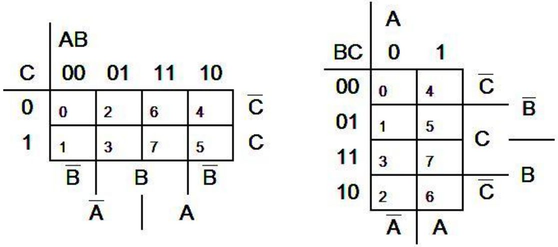
Este método se aplica para funciones de hasta 6 variables. Al ser un método gráfico y sistemático cobra ventaja sobre el método algebraico, sobre todo si la función lógica tiene muchas variables o mucha complejidad.

Para aplicar el método se debe partir de una función canónica ΣΠ ó ΠΣ ó de una función pseudocanónica. Todos los minitérminos de una ΣΠ o los maxitérminos de una ΠΣ deben marcarse sobre un mapa, cuyo formato depende de la cantidad de variables de la función:

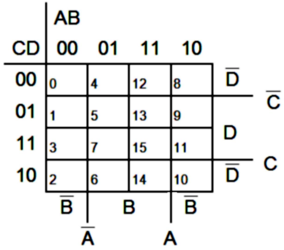
2 variables



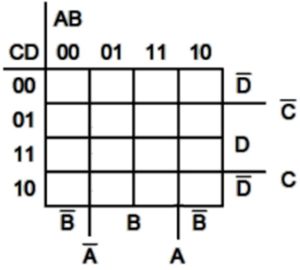
3 variables



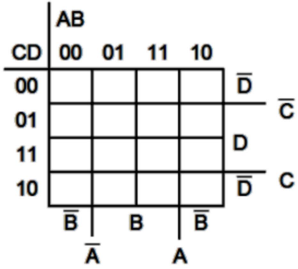
4 variables



5 variables

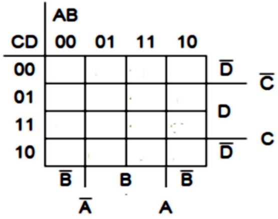


$\overline{E}$ (ó E=0)

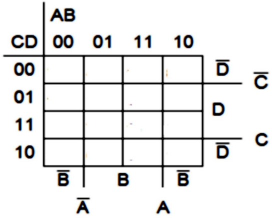


E (ó E=1)

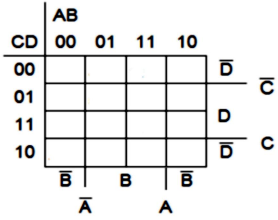
6 variables



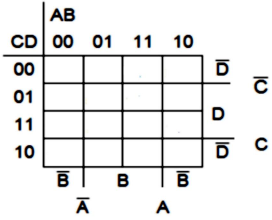
$\overline{E}$ $\overline{F}$ (ó E=0 , F=0)



$\overline{E}$ F (ó E=0 , F=1)



E $\overline{F}$ (ó E=1 , F=0)



E F (ó E=1 , F=1)

Nótese que cada estructura tiene 2^n celdas y que dentro de cada celda (en 2, 3 y 4 variables) se colocó un número decimal equivalente a cada combinación binaria de las variables de la función cuyos valores se encuentran en las filas y columnas. Por ejemplo, la celda 25 del mapa de Karnaugh para 6 variables corresponde a la combinación $\overline{A}B$ (0 y 1 de la columna) $C\overline{D}$ (1 y 0 de la fila) $\overline{E}F$ (0 y 1 fuera del mapa), se forma la secuencia 011001_2 equivalente 25_{10}.
Con esta explicación se puede decir ahora que se marcarán las celdas cuyos decimales correspondan a los 1's de la tabla de verdad de una función o 0's de la misma, de acuerdo a la decisión de trabajar con la forma canónica ΣΠ ó ΠΣ respectivamente.

Para la función

$$f(a,b,c,d)=\bar{a}.\bar{c}.(\overline{b\oplus d})+\bar{a}.\bar{c}.(b\oplus d)+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$$

la tabla de verdad y el mapa de Karnaugh correspondiente son:

Σ	Π	a	b	c	d	$\overline{b\oplus d}$	$b\oplus d$	$\bar{a}.\bar{c}$	$\bar{a}.\bar{c}.(\overline{b\oplus d})$	$\bar{a}.\bar{c}.(b\oplus d)$	$a.\bar{b}.\bar{c}$	$a.b.\bar{c}$	$\bar{a}.c$	f
0	15	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	**1**
1	14	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	**1**
2	13	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	**1**
3	12	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	**1**
4	11	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	**1**
5	10	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	**1**
6	9	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	**1**
7	8	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	**1**
8	7	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	**1**
9	6	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	**1**
10	**5**	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	**0**
11	**4**	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	**0**
12	3	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	**1**
13	2	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	**1**
14	**1**	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	**0**
15	**0**	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	**0**

Se marcaron en el mapa de 4 variables las celdas correspondientes a los minitérminos (celdas amarillas). El objetivo de realizar las marcas en esta disposición particular es agruparlas mediante lazos, esto se hace considerando que:

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

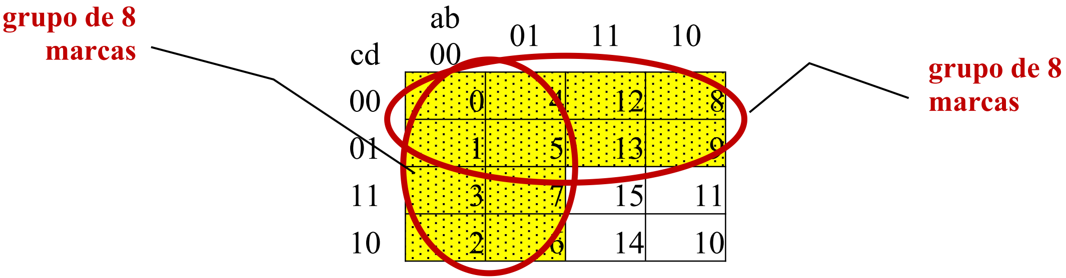
- El lazo debe agrupar marcas adyacentes (sus términos de origen deben diferir en una sola variable) Por ejemplo la marca de la celda 0 es adyacente con las marcas de las celdas 1, 2, 4 y 8 (0000 – 0001 – 0010 – 0100 - 1000)
- El lazo debe agrupar una cantidad de marcas equivalente a una potencia entera de 2 (1, 2, 4, 8, etc.)

- El lazo debe agrupar la mayor cantidad de marcas posible.
- Una marca puede formar parte de más de un lazo o grupo, siempre y cuando, con ello permita armar un grupo más grande.
- No deben quedar marcas sin pertenecer a un grupo.
- No se debe trazar lazos redundantes (donde todas las marcas ya pertenezcan a un lazo más grande)

De acuerdo a las consideraciones se encontraron dos lazos, cada uno agrupa 8 celdas, no hay lazos redundantes, las celdas 0, 1, 4 y 5 forman parte de los dos grupos, lo que es correcto para que cada lazo abarque la mayor cantidad de marcas.

Sólo resta encontrar la función mínima. Esta solución tendrá un formato similar a la suma de productos si partimos de esa estructura y tendrá un formato similar al producto de sumas si se partió de la función canónica producto de sumas.

Para la solución se considera un término algebraico por cada lazo, en el que se suprimen las variables que cambian su valor dentro del mismo lazo, y se conservan las que se mantienen en el mismo valor, de la siguiente manera:



- En el lazo horizontal cambian de valor las variables de las columnas ***a*** y ***b***, entonces se las suprime, en las filas se observa que sólo la variable ***c*** permanece en el valor 0, entonces se suprime ***d*** y como $c = 0$ en todas las celdas este lazo es igual a $\bar{c}$.
- En el lazo vertical cambian de valor las variables de las filas de ***c*** y ***d***, entonces se las suprime, en las columnas se observa que sólo la variable ***a*** permanece en el valor 0, entonces se suprime ***b*** y como $a = 0$ en todas las celdas este lazo es igual $\bar{a}$; la función mínima encontrada es

$$f(a, b, c, d) = \bar{a} + \bar{c}$$

Si hubiéramos partido del formato canónico ΠΣ, sólo debíamos colocar 4 marcas en el mapa (celdas verdes), las cuales son adyacentes, entonces se eliminan 2 variables y quedan dos en la solución, a continuación vemos dicho mapa:

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

Trazamos un lazo de 4 marcas correspondientes a los 4 maxitérminos de *f*, y escribimos la solución:

$$\boldsymbol{f(a,b,c,d) = \overline{a} + \overline{c}}$$

NOTA:

- En un mapa de 5 variables se pueden formar lazos en ambos mapas en forma independiente, con lo que la variable que está afuera del mapa no se suprime, y se la considera negada para el primer mapa y directa para el segundo; también se pueden armar lazos de marcas que se encuentren en los dos cuadros siempre que estas marcas se encuentren en la misma ubicación en los dos mapas, con lo cual la quinta variable se suprime.

- En un mapa de 6 variables se pueden formar lazos en los 4 mapas en forma independiente, con lo que las variables que están fuera del mapa no se suprimen y forman parte de los términos de la solución, también se pueden armar lazos de marcas en la misma ubicación en los 4 mapas, con lo cual se suprimen las 2 variables externas; y por último se pueden armar lazos idénticos tomando de a 2 los cuadros, en forma horizontal y vertical, no en diagonal, de esta manera, en cada término se suprime la variable externa que cambia de valor.