Minimización de la función

$$f(a,b,c,d) = \bar{a}.\bar{c}.(\overline{b \oplus d})+\bar{a}.\bar{c}.(b \oplus d)+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$$

usando el método algebraico.

Este método es el más directo de aplicar para simplificar o minimizar funciones lógicas porque no impone restricciones a la forma algebraica de las mismas; sin embargo es el más laborioso cuando la función tiene muchas variables o su estructura es compleja.

Básicamente consiste en aplicar convenientemente las propiedades del álgebra binaria para ir transformando la función en forma equivalente, buscando eliminar términos y/o variables. Debe considerarse que no se trata de un método exhaustivo, y la obtención de la expresión mínima depende principalmente de la experiencia en el manejo de funciones y la habilidad para aplicar las propiedades.

Para el ejemplo se muestra paso a paso el procedimiento y las propiedades aplicadas:

$f(a,b,c,d) = \bar{a}.\bar{c}.(\overline{b \oplus d})+\bar{a}.\bar{c}.(b \oplus d)+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Función original

$=\bar{a}.\bar{c}.(\bar{b}.\bar{d}+b.d)+\bar{a}.\bar{c}.(\bar{b}.d+b.\bar{d})+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por desarrollo de XOR y XNOR

$=\bar{a}.\bar{c}.(\bar{b}.\bar{d}+b.d+\bar{b}.d+b.\bar{d})+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por ley distributiva

$=\bar{a}.\bar{c}.((\bar{b}.\bar{d}+\bar{b}.d)+(b.d+b.\bar{d}))+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por leyes conmutativa y asociativa

$=\bar{a}.\bar{c}.(\bar{b}.(\bar{d}+d)+b.(d+\bar{d}))+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por ley distributiva

$=\bar{a}.\bar{c}.(\bar{b}.1+b.1)+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por ley del complemento

$=\bar{a}.\bar{c}.(\bar{b}+b)+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ ....Por ley de tautología

$=\bar{a}.\bar{c}.(1)+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por ley del complemento

$=\bar{a}.\bar{c}+(a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c})+\bar{a}.c$ .... Por ley de tautología y asociativa

$=\bar{a}.\bar{c}+a.\bar{c}.(\bar{b}+b)+\bar{a}.c$ .... Por ley distributiva

$=\bar{a}.\bar{c}+a.\bar{c}.(1)+\bar{a}.c$ .... Por ley del complemento

$=\bar{a}.\bar{c}+a.\bar{c}+\bar{a}.c$ .... Por ley de tautología

$=(\bar{a}.\bar{c}+a.\bar{c})+(\bar{a}.\bar{c}+\bar{a}.c)$ ....Por ley de idempotencia, conmutativa y asociativa

$=\bar{c}.(\bar{a}+a)+\bar{a}.(\bar{c}+c)$ ....Por ley distributiva

$=\bar{c}.(1)+\bar{a}.(1)$ .... Por ley del complemento

$=\bar{c}+\bar{a}$ .... Por ley del complemento

Como práctica general es conveniente efectuar en primer lugar el desarrollo de aquellos operadores secundarios (como XOR y XNOR), en segundo lugar eliminar las negaciones múltiples (aplicando leyes de De Morgan) y luego tratar de simplificar la función eliminando términos y/o variables. En tercer lugar, y como estrategia muy útil, colocar paréntesis antes de desarmar cada negación múltiple para no perder de vista la jerarquía de las operaciones.

$\blacksquare$