Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Jujuy

TÉCNICAS Y ESTRUCTURAS DIGITALES

Práctica de Algebra Binaria

Álgebra Binaria

- ÁLGEBRA BINARIA
  - Variables Lógicas
  - Operadores Lógicos
    - Básicos
      - NOT (negación)
      - AND (producto lógico)
      - OR (suma lógica)
    - Combinados
      - NAND
      - NOR
      - XOR
      - XNOR
  - Axiomas y Leyes
  - Funciones Lógicas
    - Representación
      - Tabla de Verdad
      - Compuertas Lógicas
      - Esquemas Eléctricos

Variables Lógicas

- Permiten representar eventos o proposiciones que pueden considerarse de 2 estados: VERDADERAS (1) o FALSAS (0).
- Son referidas mediante identificadores: a, b, signo, valor, peso, etc.

EVENTOS

foco	
	apagado
	encendido

estado civil	
	soltero/a
	casado/a
	divorciado/a
	viudo/a

VARIABLES LÓGICAS

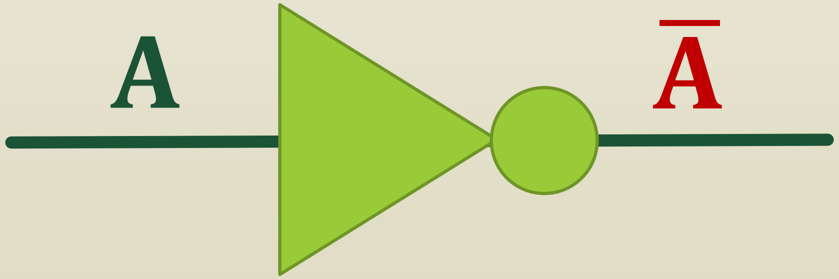
f	
0	apagado
1	encendido

a	b	
0	0	soltero/a
0	1	casado/a
1	0	divorciado/a
1	1	viudo/a

Operadores Lógicos

- Negación

A	NOT A
0	**1**
1	**0**



A: Hoy está soleado


1

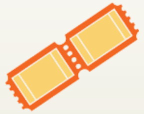

0

Operadores Lógicos

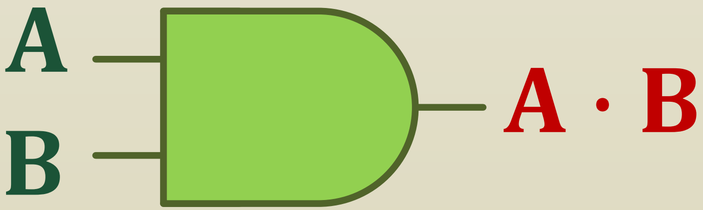
- Producto Lógico (AND)

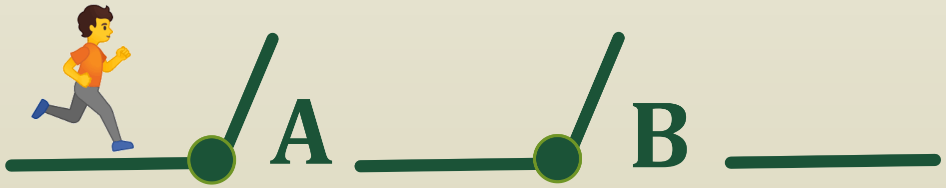
A	B	A AND B
0	0	**0**
0	1	**0**
1	0	**0**
1	1	**1**

A: Tengo dinero 

B: Entradas disponibles 

¿Puedo ir al cine hoy a ver la película más taquillera de la historia?



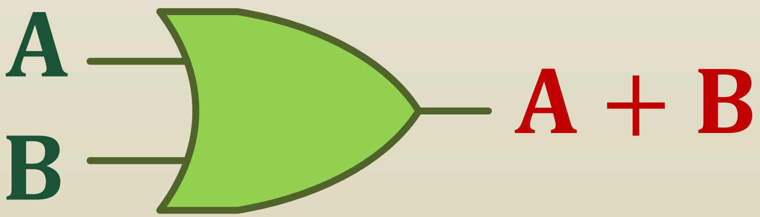


Circuito Serie

Operadores Lógicos

- Suma Lógica (OR)

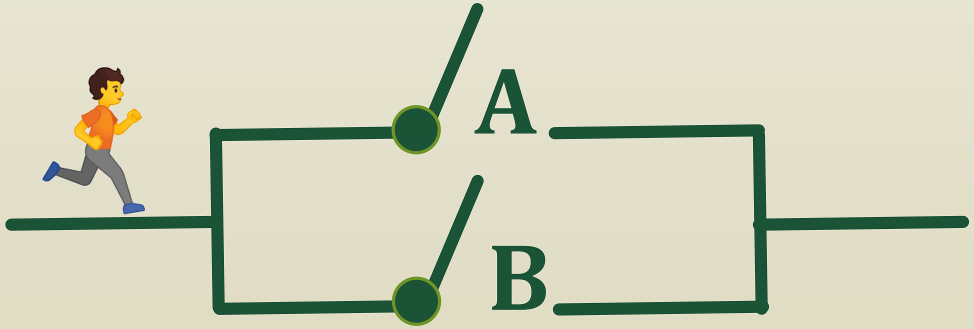
A	B	A OR B
0	0	**0**
0	1	**1**
1	0	**1**
1	1	**1**



A: Tengo pizzas en la heladera

B: Tengo empanadas en el horno

¿Podré cenar está noche
mientras veo un video de TED?



Circuito Paralelo

Operadores Lógicos

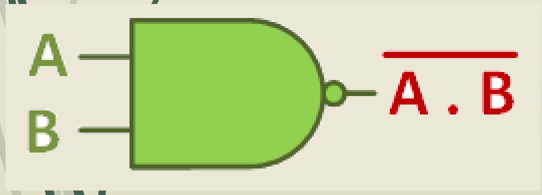
- Operadores Combinados

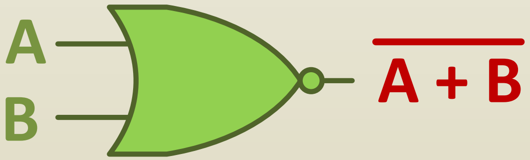
A	B	A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

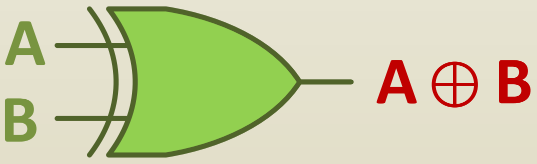
A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

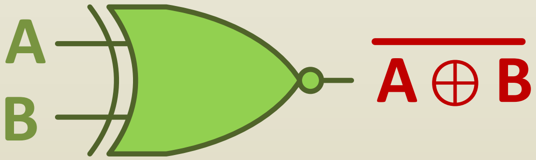
A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A XNOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1









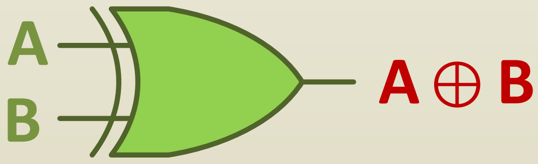
$$\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

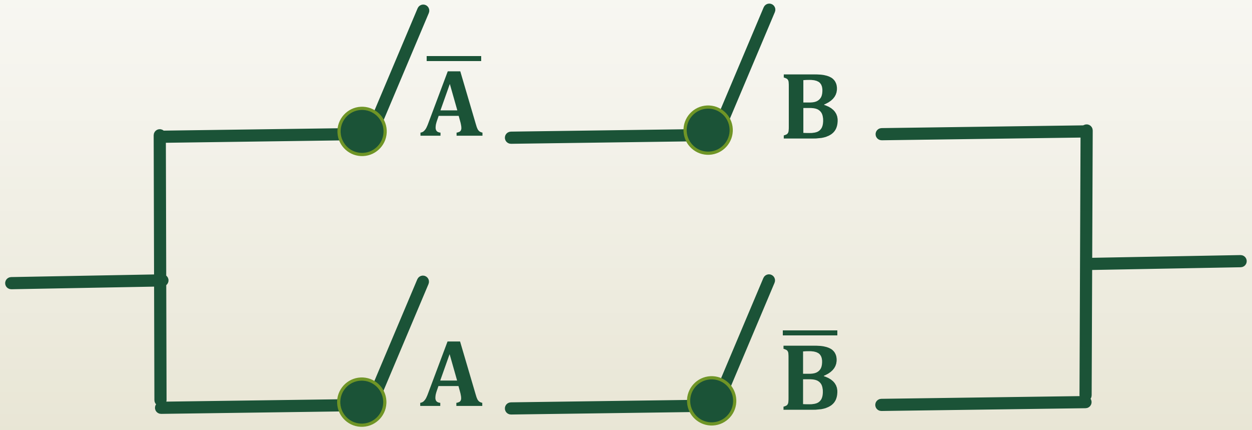
$$A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

Operadores Lógicos

- Operadores Combinados

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0





$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

Axiomas

AXIOMAS DEL ÁLGEBRA BINARIA		
Leyes conmutativas	$\mathbf{A + B = B + A}$	$\mathbf{A \cdot B = B \cdot A}$
Leyes asociativas	$\mathbf{(A + B) + C = A + (B + C)}$	$\mathbf{(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)}$
Leyes distributivas	$\mathbf{A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C}$	$\mathbf{A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)}$
Leyes de tautología	$\mathbf{A + 0 = A}$	$\mathbf{A \cdot 1 = A}$
Leyes del complemento	$\mathbf{A + \overline{A} = 1}$	$\mathbf{A \cdot \overline{A} = 0}$
Leyes de idempotencia	$\mathbf{A + A = A}$	$\mathbf{A \cdot A = A}$
Leyes de invarianza	$\mathbf{A + 1 = 1}$	$\mathbf{A \,.\, 0 = 0}$
Ley de involución	$\mathbf{\overline{\overline{A}} = A}$	$\mathbf{\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}}$

Postulados

POSTULADOS DEL ÁLGEBRA BINARIA		
Ley de dualidad	Las identidades se mantienen si se intercambian 0 por 1 y viceversa, y OR por AND y viceversa	
Leyes de absorción	$\mathbf{A \cdot (A + B) = A}$	$\mathbf{A + A \cdot B = A}$
	$\mathbf{A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A}$	$\mathbf{(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A}$
Leyes de De Morgan	$\mathbf{\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}}$	$\mathbf{\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}}$
	$\mathbf{\overline{A + B + C + D + \ldots} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \cdots}$	$\mathbf{\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot \ldots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} + \cdots}$

Funciones

- Dada la siguiente función

a) Tabla de Verdad

b) Logigrama

c) Esquema Eléctrico

$$F(a,b,c) = \underbrace{\underbrace{\overline{a + \underbrace{b \cdot c}}}\cdot\underbrace{\overline{a \oplus c}}}$$

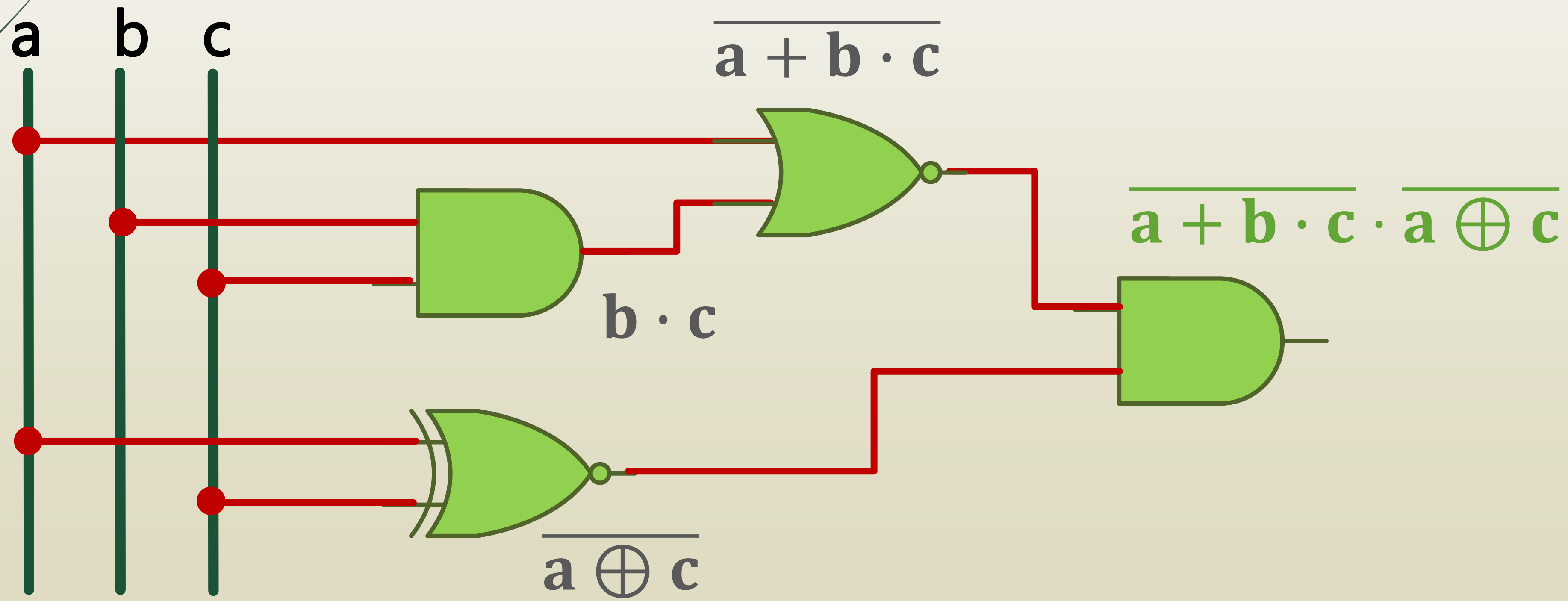
a	b	c	$b \cdot c$	$\overline{a + b \cdot c}$	$\overline{a \oplus c}$	F
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0

Funciones

- Dada la siguiente función

$$F(a,b,c) = \overline{a + b \cdot c} \cdot \overline{a \oplus c}$$

a) Tabla de Verdad
b) Logigrama
c) Esquema Eléctrico



Funciones

- Dada la siguiente función

a) Tabla de Verdad

b) Logigrama

c) Esquema Eléctrico

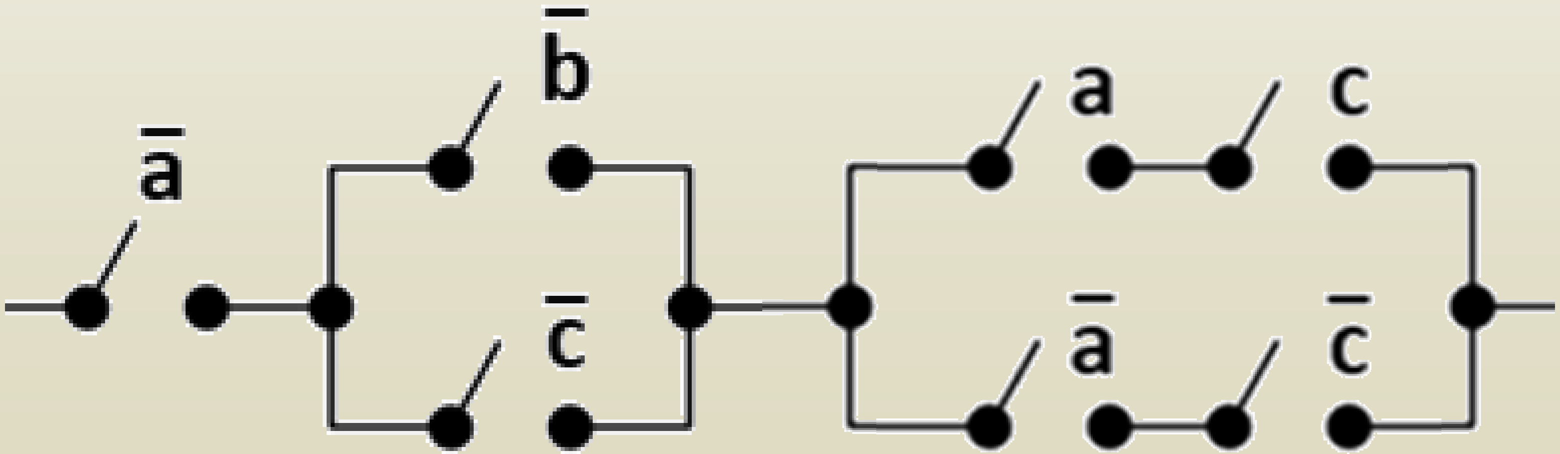
$$F(a,b,c) = \overline{a + b \cdot c} \cdot \overline{a \oplus c}$$

De Morgan **Desarrollo XNOR**

$$(\bar{a} \cdot \overline{b \cdot c}) \cdot (a \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{c})$$

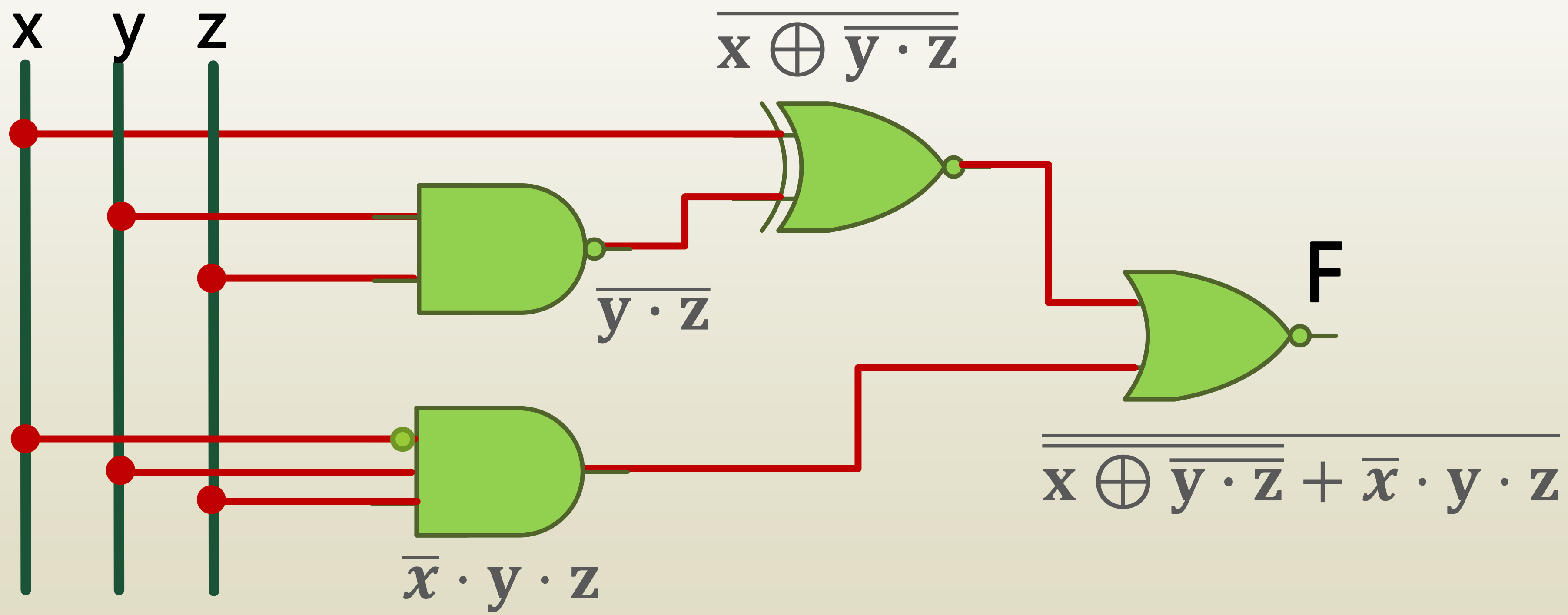
De Morgan

$$(\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c})) . (a \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{c})$$



Funciones

- Dado el siguiente logigrama obtenga la función lógica correspondiente en formato algebraico.



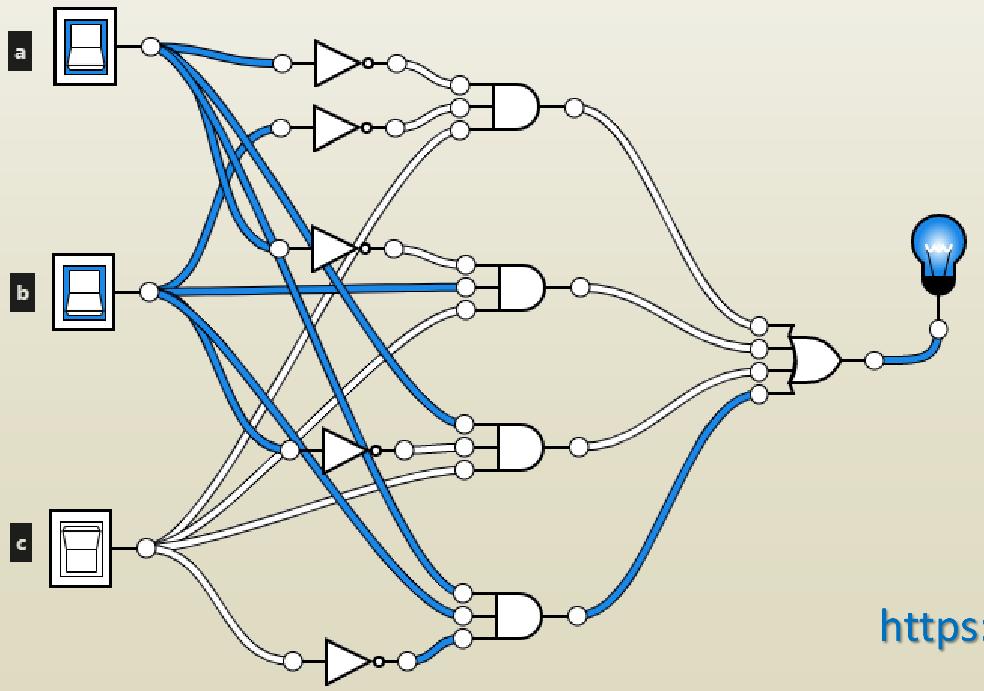
$$\mathbf{F}(x, y, z) = \overline{\overline{x \oplus \overline{y \cdot z}} + \bar{x} \cdot y \cdot z}$$

Funciones

- Dada la siguiente TV (tabla de verdad) obtenga la función lógica en formato algebraico y el logigrama correspondientes.

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F(a,b,c) = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot c + \bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot\bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot\bar{c}$$



https://logic.ly/demo

Identidades

- Determine si se verifica la siguiente igualdad (identidad lógica)

$$\overline{\overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}\oplus\overline{a\cdot b}}+\bar{b}=\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{b}$$

$\overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}\cdot\overline{a\cdot b}+\overline{\overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}}\cdot\overline{\overline{a\cdot b}}+\bar{b}$ Desarrollo de XNOR

$(\overline{\overline{a\cdot b}}+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b})+(\overline{a\cdot b}\cdot c)\cdot(a\cdot b)\ +\bar{b}$ De Morgan e Involución

$(a\cdot b+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b})+((\bar{a}+\bar{b})\cdot c)\cdot(a\cdot b)\ +\bar{b}$ Involución y De Morgan

$(a\cdot b+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b})+(\bar{a}+\bar{b})\cdot c\cdot a\cdot b\ +\bar{b}$ Eliminar paréntesis innecesarios

$(a\cdot b\cdot\bar{a}+a\cdot b\cdot\bar{b}+\bar{c}\cdot\bar{a}+\bar{c}\cdot\bar{b})+(\bar{a}\cdot c\cdot a\cdot b+\bar{b}\cdot c\cdot a\cdot b)\ +\bar{b}$ Distributiva

$0+0+\bar{c}\cdot\bar{a}+\bar{c}\cdot\bar{b}+0+0\ +\bar{b}$ Complemento e Invarianza

$\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{b}$ Tautología

$\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{b}$ Absorción

Identidades

- Determine si se verifica la siguiente igualdad (identidad lógica)

$$\overline{\overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}\oplus\overline{a\cdot b}}+\overline{b}=\overline{a}\cdot\overline{c}+\overline{b}$$

a	b	c	$\overline{a\cdot b}$	$\overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}$	$\overline{a\cdot b}$	$\overline{\overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}\oplus\overline{a\cdot b}}$	$\overline{b}$	F
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0

a	b	c	$\overline{a}\cdot\overline{c}$	$\overline{b}$	F
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0

Grupos Lógicos NOR y NAND

- Dada la siguiente función lógica represéntela exclusivamente con compuertas NOR

$$F(x, y, z) = \overline{x \oplus \overline{y \cdot z}}$$

Desarrollo de XNOR

$$x \cdot \overline{y \cdot z} + \bar{x} \cdot \overline{\overline{y \cdot z}}$$

De Morgan

$$x \cdot (\bar{y} + \bar{z}) + \bar{x} \cdot \overline{\bar{y} + \bar{z}}$$

Doble Negación (involución)

$$\overline{\overline{x \cdot (\bar{y} + \bar{z})}} + \overline{\overline{\bar{x} \cdot \overline{\bar{y} + \bar{z}}}}$$

De Morgan

$$\overline{\bar{x} + \overline{\bar{y} + \bar{z}}} + \overline{\bar{\bar{x}} + \overline{\overline{\overline{\bar{y} + \bar{z}}}}}$$

Doble Negación (involución)

$$\overline{\overline{\overline{\bar{x} + \overline{\bar{y} + \bar{z}}} + \overline{x + \bar{y} + \bar{z}}}}$$