

CAPITULO 2

ORGANIZACIÓN Y PRESENTACIÓN DE LOS DATOS

OBJETIVOS

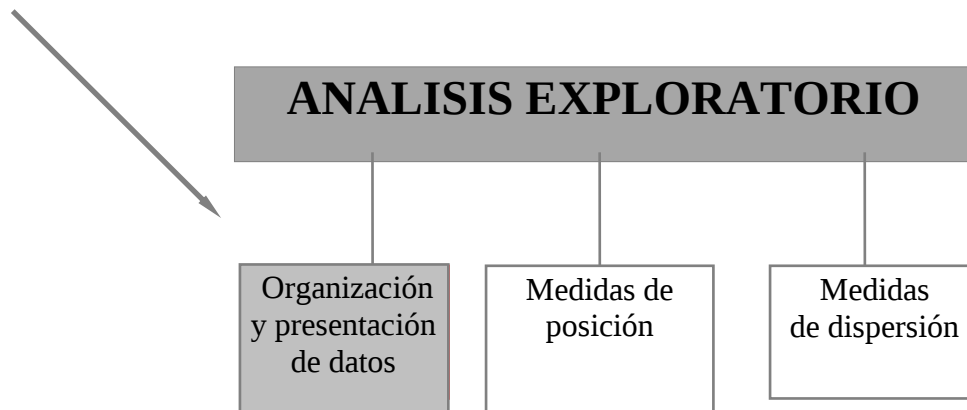
- Poder organizar de manera correcta los datos recolectados.
- Construir tablas de frecuencias e interpretarlas.
- Representar los datos a través de cuadros y gráficos estadísticos.
- Presentar en forma adecuada los datos estadísticos.

CONTENIDOS

- 2. Introducción
- 2.1 Arreglo
- 2.2 Tabla de distribución de frecuencias
 - 2.2.1 Frecuencia absoluta
 - 2.2.2 Tabla de distribución de frecuencias con variables cuantitativas
 - 2.2.3 Frecuencia relativa
 - 2.2.4 Frecuencia relativa porcentual
 - 2.2.5 Frecuencias acumuladas
 - 2.2.6 Tabla de distribución de frecuencias con variables cuantitativas agrupadas en intervalos de clase
 - 2.2.6.1 Límites de clase
 - 2.2.6.2 Amplitud de intervalos de clase
 - 2.2.6.3 Marca de clase
 - 2.2.6.4 Construcción de intervalos
 - 2.2.6.5 Determinación del número de intervalos de clase
 - 2.2.7 Tabla de distribución de frecuencias con variables cualitativas
- 2.3 Diagrama de tallo y hojas
- 2.4 Representación gráfica de las distribuciones de frecuencias
 - 2.4.1 Gráfico de Bastones
 - 2.4.2 Gráfico de Escalones
 - 2.4.3 Histograma
 - 2.4.4 Polígono de Frecuencias
 - 2.4.5 Ojivas
- 2.5 Cuadros estadísticos
 - 2.5.1 Partes de un cuadro estadístico
- 2.6 Gráficos estadísticos
 - 2.6.1 Concepto de un gráfico estadístico
 - 2.6.2 Partes de un gráfico estadístico
 - 2.6.3 Tipos de gráficos
 - 2.6.3.1 Gráfico de líneas
 - 2.6.3.2 Gráfico de barras
 - 2.6.3.3 Gráfico de fajas
 - 2.6.3.4 Pictogramas
 - 2.6.3.5 Gráfico Logarítmico
 - 2.6.3.6 Gráfico de Sector Circular
 - 2.6.3.7 Gráfico Angular
 - 2.6.3.8 Pirámide Poblacional
- 2.7 Indicadores de control

2.8 Problemas propuestos

Usted está aquí



2. Introducción

Una vez que se ha obtenido una muestra y se han compilado las observaciones de todos los elementos de ella, se ha concluido la tarea de recopilación y obtención de los datos estadísticos. Esos datos obtenidos son datos en bruto, los cuales no son significativos ni útiles sin organizarlos ni tabularlos. De esto es lo que trata este capítulo.

2.1 Arreglo

Vamos a comenzar presentando el procedimiento más sencillo cuando los datos no están organizados, a través de un ejemplo:

Ejemplo 2.0 En una universidad hay estudiantes que trabajan los días sábado. Se saca una muestra de los estudiantes que trabajan, y se les pregunta el ingreso que perciben. Se seleccionan al azar 20 de tales estudiantes y se obtienen los ingresos, en pesos, que adquirieron el sábado anterior:

30	11	42	8	30	18	25	25	17	30
29	21	23	25	15	35	26	13	21	36

Estas 20 observaciones no tienen significado ni utilidad a menos que se la organicen adecuadamente. La forma más sencilla de organizar datos en bruto es formar un **arreglo**, es decir colocar las observaciones en orden de su magnitud. Esto puede ser en un orden ascendente o descendiente:

8	18	25	30
11	21	25	30
13	21	26	35
15	23	29	36
17	25	30	42

Este arreglo lo hicimos en un orden ascendente. Esto me permite observar que la diferencia entre el ingreso mayor, \$42.- y el ingreso menor, \$8.-, es de \$34. Sin embargo, esta es una forma básica de organización de los datos, que sería muy complicada si el número de observaciones es muy grande. Cuando se trata de grandes cantidades de datos, es recomendable presentarlos en una

tabla de distribución de frecuencias. Esto se desarrollará en toda su extensión, en el punto 2.2 del que sigue a continuación.

2.2 Tablas de distribuciones de frecuencias

Cuando disponemos de numerosos valores de la variable en estudio que se repiten, es necesario ordenarlos y concentrarlos en un cuadro o tabla de frecuencias que permita resumirlos y analizarlos claramente. La construcción de una tabla de frecuencias se realiza de la siguiente manera: la primera columna corresponde a la variable y sus respectivos valores o categorías, en el caso que se tratara de una variable cuantitativa o cualitativa. En forma contigua la columna siguiente corresponderá a la cantidad de veces que se repite cada valor o categoría. Luego armaremos otras columnas de distintos tipos de frecuencias y conceptos que desarrollaremos seguidamente. Ese cuadro o tabla donde organizamos los datos es lo que se llama **Tabla de distribución de frecuencias** o simplemente **Tabla de frecuencias**.

2.2.1 Frecuencia Absoluta

Indica la cantidad de veces que se presenta o se repite cada valor de la variable. Se simboliza como “**fi**”. Las frecuencias absolutas son siempre números enteros no negativos. Es decir,

$$f_i \geq 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, m$$

Cuando vale “0” significa y muestra que no hay observaciones. Por ejemplo, si la variable es calificaciones, el valor 0 de frecuencia si fuera en la calificación 1, me indica que ningún alumno obtuvo 1 punto.

La suma de todas las frecuencias absolutas es igual al número total del conjunto de observaciones de la población o de la muestra.

$$\sum_{i=1}^m f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_m = n$$

Las definiciones de frecuencias que se tratan en esta parte se refieren exclusivamente a variables cuantitativas. El caso de variables cualitativas se considera por separado.

NOTA

2.2.2 Tabla de distribución de frecuencias con variables cuantitativas

Una tabla de distribución de frecuencias se puede construir a través de variables cuantitativas. Veamos con un ejemplo:

Ejemplo 2.1 En un barrio precario de una ciudad, la presidenta del centro vecinal, necesita saber el número de hijos promedio de las familias de ese barrio. Esa información es necesaria para colocarla en un proyecto social que desea implementar en el barrio. Se obtiene una muestra aleatoria de 20 familias, se les realiza una encuesta y se les pregunta cuántos hijos tienen a cada familia seleccionada. De dicha encuesta, surgen los siguientes datos:



3,5,5,4,6,3,4,4,2,1,3,4,6,0,2,5,4,3,5 y 6.

Una vez recolectados estos datos, nos preguntamos:

- ¿Cuál es la variable que estamos estudiando y qué tipo de variable es?
- ¿Qué valores adopta la variable?
- ¿Qué hacemos con esos valores de la variable?
- ¿Cuántas veces se repite cada valor de la variable?
- ¿Cómo los organizo a estos datos?

Respuesta:

- La variable en estudio es: “número o cantidad de hijos de las familias del barrio”. La variable es cuantitativa discreta.
- Observamos que los valores que toma la variable son: 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
- Dado que los datos están desordenados, el paso siguiente es ordenarlos, por lo general se los ordenan en forma ascendente para su mejor comprensión y practicidad.
- La respuesta es calcular las frecuencias absolutas. Cuento cuantas veces se repite cada valor de la variable, la suma de repeticiones de cada valor, es la frecuencia absoluta.
- Los organizo y los condenso a través de una tabla de frecuencias.

Las dos últimas preguntas se extienden a continuación, siguiendo los siguientes pasos:

1. En primer lugar, se observa que el conjunto de observaciones de la muestra es de tamaño 20, es decir, $n = 20$ elementos seleccionados.
2. En segundo lugar, identificamos los valores que toma o adopta la variable. Estos valores son: 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, los cuales se van a ubicar (en ese orden) en la primera columna de la tabla que vamos a construir con el encabezado del nombre de la variable. Esa primera columna corresponde a la variable en estudio y los valores que adopta la misma.
3. En tercer lugar contamos ahora el número de hijos de las familias con 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 hijos respectivamente. Una forma es agregar una segunda columna en la tabla, usando el “**método de los palotes**”, que consiste en poner una raya vertical (/) cada vez que aparece el valor en cuestión, destacando cada cinco unidades con el fin de facilitar el cómputo final con una raya cortando cuatro como se indica a continuación (///). Finalmente se cuenta el número de palotes, obteniendo las frecuencias absolutas. De esta manera se ha construido la siguiente tabla de frecuencias :

Número de hijos x_i	Conteo Método de palotes	Frecuencias Absolutas f_i
0	/	1
1	/	1
2	//	2
3	////	4
4	////	5
5	////	4
6	///	3
Total		20

Observación: También podemos contar sin necesidad de los palotes, que en la práctica se cuenta simplemente sin ningún inconveniente al ordenar los valores de menor a mayor. También si son pocos valores de una variable continua se opera de la misma manera.

Interpretación de las frecuencias absolutas:

$f_1 = 1$, significa que en las familias encuestadas, una no tiene hijos.

$f_2 = 1$, significa que en las familias encuestadas, una tienen un hijo.

Así sucesivamente,

$f_5 = 5$, significa que en las familias encuestadas, cinco tienen cuatro hijos cada una.

De manera similar se interpretan las otras frecuencias absolutas.

2.2.3 Frecuencia relativa

Se llama frecuencia relativa de cada valor que adopta la variable, al cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de observaciones. Se simboliza como r . La importancia que tiene la frecuencia relativa, es que mide el “peso” que tiene cada frecuencia absoluta respecto al número total de observaciones.

$$r_i = \frac{\text{frecuencia absoluta de } x_i}{\text{número total de observaciones}}$$

$$r_i = \frac{f_i}{n}$$

Las frecuencias relativas adoptan valores entre 0 y 1.

$$0 \leq r_i \leq 1$$

Esto es, las frecuencias relativas son siempre números fraccionarios no negativos y no mayores que uno. Si observamos su cálculo e interpretación no son ni más ni menos que proporciones. Así como la suma de las frecuencias absolutas es igual al total de observaciones, en el caso de las frecuencias relativas, la suma de todas las frecuencias relativas es igual a “1”.

$$\sum_{i=1}^m r_i = r_1 + r_2 + \dots + r_m = 1$$

Las definiciones de frecuencias que se tratan en esta parte se refieren exclusivamente a variables cuantitativas. El caso de variables cualitativas se considera por separado.

Siguiendo con el ejemplo, colocamos otra columna para las frecuencias relativas:

Número de hijos x_i	Frecuencias Absolutas f_i	Frecuencias Relativas r_i
0	1	0,05
1	1	0,05
2	2	0,10
3	4	0,20
4	5	0,25
5	4	0,20
6	3	0,15
Total	20	1

Interpretación de las frecuencias relativas:

$r_1 = 0.05$, se interpreta como la proporción de familias que no tienen hijos en la muestra.

$r_2 = 0.05$, es la proporción de familias que tienen 1 hijo en la muestra.

$r_6 = 0.20$, es la proporción de familias que tienen 5 hijos en la muestra o la proporción de familias que tienen 5 hijos es de 0.20.

De la tabla surge que las familias que tienen mayor proporción de hijos, cuentan con 4 hijos.

2.2.4 Frecuencia relativa porcentual

Se llama frecuencia relativa porcentual, a la frecuencia relativa multiplicada por 100, y representa el porcentaje de observaciones que corresponde a cada valor que asume la variable. La frecuencia porcentual estará comprendida lógicamente entre 0 y 100 y se expresa por $r\%$. La suma de todas las frecuencias relativas porcentuales es igual a "100".

Así en el ejemplo, colocamos otra columna para las frecuencias relativas porcentuales:

$r\%$
5,0
5,0
10,0
20,0
25,0
20,0
15,0
<u>100</u>

Interpretación de las frecuencias relativas porcentuales:

$r_1\% =$ El 5% de las familias no tiene hijos.

$r_4\% =$ El 20% de las familias tienen 3 hijos.

$r_7\% =$ El 15% de las familias tienen 6 hijos.

Las frecuencias relativas porcentuales tienen la ventaja de ser fáciles de interpretar por los usuarios, por ser la palabra “porcentaje” muy difundida en la sociedad.

2.2.5 Frecuencias acumuladas

Tanto las frecuencias absolutas, como las frecuencias relativas y las frecuencias relativas porcentuales se pueden acumular; y las denominamos **frecuencias acumuladas**. Tenemos dos tipos de frecuencias acumuladas que denominaremos: “Menor **que**” y “Mayor **que**”. Pasamos a definir las a continuación:

- **Frecuencia absoluta acumulada “menor que”**: llamamos frecuencia absoluta acumulada menor que, correspondiente al valor x_i , al número de observaciones de la variable x en las cuales el valor registrado es menor o igual a x_i . Denotamos a esta frecuencia como $F_i \leq$, entonces tenemos:

$$F_i = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_i$$

Usando la notación de sumatoria, tenemos:

$$F_i = \sum_{h=1}^i f_h$$

Siguiendo el ejemplo calculamos las frecuencias absolutas acumuladas:

$$F_1 = \sum_{h=1}^1 f_h = f_1 = 1$$

$$F_2 = \sum_{h=1}^2 f_h = f_1 + f_2 = 1 + 1 = 2$$

$$F_3 = \sum_{h=1}^3 f_h = f_1 + f_2 + f_3 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$F_4 = \sum_{h=1}^4 f_h = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 + 1 + 2 + 4 = 8$$

$$F_5 = \sum_{h=1}^5 f_h = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 1 + 1 + 2 + 4 + 5 = 13$$

$$F_6 = \sum_{h=1}^6 f_h = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = 1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 = 17$$

$$F_7 = \sum_{h=1}^7 f_h = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 3 = 20$$

Una vez hecho los cálculos, colocamos los resultados en la tabla de frecuencias:

Número de hijos x_i	Frecuencias Absolutas f_i	Frecuencias Absolutas Acumuladas $F_{i\leq}$
0	1	1
1	1	2
2	2	4
3	4	8
4	5	13
5	4	17
6	3	20
Total	20	

Interpretación:

$F_2 = 2$, significa, que en la muestra hay 2 familias con 1 o ningún hijo.

$F_3 = 4$, significa, que 4 familias intervinientes en la muestra tienen 2 hijos o menos o ninguno.

$F_7 = 20$, significa, que las familias encuestadas en la muestra, tienen hasta 6 hijos, es decir, 6 hijos y menos o ninguno.

Por ejemplo, para $x_i = 3$ la frecuencia absoluta acumulada igual a 8, significa que hay 8 observaciones en las cuales el valor de x es menor o igual a 3.

Las frecuencias acumuladas son siempre enteros no negativos. El primer valor de la frecuencia acumulada “menor que”, coincide con la primera frecuencia absoluta correspondiente al primer valor que adquiere la variable. Además, la frecuencia absoluta acumulada “menor que” correspondiente al valor x_m coincide con el número total de observaciones de la población o de la muestra (n). Es decir:

$$F_m = \sum_{h=1}^m f_h = n$$

Número de hijos x_i	Frecuencias Absolutas f_i	Frecuencias Absolutas Acumuladas $F_{i\leq}$
0	1	1
6	3	20

n



- **Frecuencia absoluta acumulada “mayor que”:** llamamos frecuencia absoluta acumulada mayor que, correspondiente al valor x_i , al número de observaciones de la variable x en las cuales el valor registrado es mayor o igual a x_i . Denotamos a esta frecuencia como $F_i \geq$, entonces tenemos:

$$F_i = f_i + f_{i+1} + \dots + f_m$$

Si estamos posicionados en F_2 correspondería: f_2 + las frecuencias absolutas posteriores. Para calcular F_3 sumamos f_3 + las frecuencias absolutas posteriores. y así sucesivamente hasta el último valor de frecuencia. Usando la notación de sumatoria, tenemos:

$$F_i = \sum_{h=1}^m f_h$$

Siguiendo el ejemplo calculamos las frecuencias absolutas acumuladas:

$$F_1 = \sum_{h=1}^7 f_h = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 3 = 20$$

$$F_2 = \sum_{h=2}^7 f_h = f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 3 = 19$$

$$F_3 = \sum_{h=3}^7 f_h = f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 2 + 4 + 5 + 4 + 3 = 18$$

$$F_4 = \sum_{h=4}^7 f_h = f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 4 + 5 + 4 + 3 = 16$$

$$F_5 = \sum_{h=5}^7 f_h = f_5 + f_6 + f_7 = 5 + 4 + 3 = 12$$

$$F_6 = \sum_{h=6}^7 f_h = f_6 + f_7 = 4 + 3 = 7$$

$$F_7 = \sum_{h=7}^7 f_h = f_7 = 3$$

Una vez realizados los cálculos, colocamos los resultados en la tabla de frecuencias:

Número de hijos x_i	Frecuencias Absolutas Acumuladas $F_i \geq$
0	20
1	19
2	18
3	16
4	12
5	7
6	3

Interpretaciones:

$F_1 = 20$, significa que las 20 familias tienen hasta 6 hijos.

$F_2 = 19$, significa que 19 familias tienen entre 1 y 6 hijos.

$F_6 = 7$, significa que 7 familias tienen entre 5 y 6 hijos.

$F_7 = 3$, significa que 3 familias tienen 6 hijos.

- **Frecuencia relativa acumulada “menor que”**: llamamos frecuencia relativa acumulada menor que, correspondiente al valor x_i , al número de observaciones de la variable x en las cuales el valor registrado es menor o igual a x_i . Denotamos a esta frecuencia como $R_i \leq$, entonces tenemos:

$$R_i = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_i = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_i}{n}$$

Usando la notación de sumatoria, tenemos:

$$R_i = \sum_{h=1}^i r_h$$

Siguiendo el ejemplo calculamos las frecuencias relativas acumuladas:

$$R_1 = \sum_{h=1}^1 r_h = r_1 = 0,05$$

$$R_2 = \sum_{h=1}^2 r_h = r_1 + r_2 = 0,05 + 0,05 = 0,10$$

$$R_3 = \sum_{h=1}^3 r_h = r_1 + r_2 + r_3 = 0,05 + 0,05 + 0,10 = 0,20$$

$$R_4 = \sum_{h=1}^4 r_h = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 0,05 + 0,05 + 0,10 + 0,20 = 0,40$$

$$R_5 = \sum_{h=1}^5 r_h = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 0,05 + 0,05 + 0,10 + 0,20 + 0,25 = 0,65$$

$$R_6 = \sum_{h=1}^6 r_h = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 = 0,05 + 0,05 + 0,10 + 0,20 + 0,25 + 0,20 = 0,85$$

$$R_7 = \sum_{h=1}^7 r_h = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 = 0,05 + 0,05 + 0,10 + 0,20 + 0,25 + 0,20 + 0,15 = 1$$

Una vez hecho los cálculos, los resultados los colocamos en una columna:

Ri≤
0,05
0,10
0,20
0,40
0,65
0,85
1

Siempre coincide con la unidad el total

Interpretaciones:

$R_1 = 0,05$, es la proporción de familias que no tienen hijos.

$R_6 = 0,85$, es la proporción de familias que tienen hasta 6 hijos o ninguno.

*** De la misma forma que calculamos las frecuencias absolutas acumuladas “mayor que”, lo hacemos con las frecuencias relativas acumuladas “mayor que”. La frecuencia relativa acumulada “mayor que”, correspondiente al primer valor de la variable coincide con la unidad.

Ejemplo 2.2 El Departamento de Estadísticas Educativas desea determinar el número de estudiantes que pertenecen a un hogar con jefe/a desocupado. La idea del Ministerio de Educación Provincial, es conocer la situación previa para extender becas a través de un programa social. Para ello se visita los 25 colegios del municipio y registra la cantidad de alumnos en esa situación. Los resultados son los siguientes:

100,102, 105, 100, 120, 101, 103, 120, 102, 120, 120, 120, 125, 101, 103, 125, 102, 103, 103, 125, 120, 125, 120, 100, 105

- Definir la variable en estudio y clasificarla.
- Construir una tabla de distribución de frecuencias.
- Interpretar dos frecuencias de cada tipo.
- ¿Cuál es la proporción de alumnos que más afectados están?

Resultado:

- La variable en estudio es el número de alumnos pertenecientes a hogares con jefes/as desocupados/as. Se trata de una variable cuantitativa discreta.
- Ordenamos los valores de la variable de menor a mayor.

100,100, 100, 101, 101, 102, 102,102, 103, 103, 103, 103, 105, 105, 120, 120, 120, 120, 120, 120, 125, 125, 125, 125

Para construir la tabla de distribución de frecuencias, colocamos en una columna los valores que adopta la variable, contamos cuántas veces se repiten y ya tenemos la columna de las frecuencias absolutas. Luego calculamos las otras frecuencias como se vio anteriormente:

TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

Número de estudiantes x	Frec. absolutas	Frec. relativas	Frec. relativas porcentuales	$F_i \leq$	$F_i \geq$	$R_i \leq$	$R_i \geq$
100	3	0,12	12	3	25	0,12	1
101	2	0,08	8	5	22	0,20	0,88
102	3	0,12	12	8	20	0,32	0,80
103	4	0,16	16	12	17	0,48	0,68
105	2	0,08	8	14	13	0,56	0,52
120	7	0,28	28	21	11	0,84	0,44
125	4	0,16	16	25	4	1	0,16
TOTAL	25	1	100				

c) Interpretación de las frecuencias:

f_1 = En tres colegios del municipio, hay 100 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

f_6 = En siete colegios del municipio, hay 120 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

r_1 = 0,12, es la proporción de colegios donde cursan 100 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

r_6 = 0,28, es la proporción de colegios donde cursan 120 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$r_1\%$ = 12, el 12% de las escuelas cursan 100 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$r_6\%$ = 28, el 28% de las escuelas cursan 120 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$F_{1\leq} = 3$. En tres colegios del municipio, hay 100 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$F_{6\leq} =$ En 21 colegios del municipio, hay entre 100 y 120 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$F_{1\geq} =$ En los 25 colegios del municipio, hay entre 100 y 125 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$F_{6\geq} =$ En 11 colegios del municipio, hay entre 120 y 125 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$R_{1\leq} = 0,12$, es la proporción de colegios del municipio donde cursan entre 100 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$R_{6\leq} = 0,84$, es la proporción de colegios del municipio donde cursan entre 100 y 120 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$R_{1\geq} = 1$, es la proporción de colegios del municipio donde cursan entre 100 y 125 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

$R_{6\geq} = 0,44$, es la proporción de colegios del municipio donde cursan entre 120 y 125 alumnos que pertenecen a hogares con jefe/as desocupado/as.

Ejemplo 2.3

En un día determinado asistieron a la sala de guardia de un Instituto pediátrico 40 niños y sus edades (en años) fueron.

5 – 5 – 4 – 10 – 8 – 8 – 9 – 7 – 6 – 5 – 7 – 7 – 10 – 2 – 1 – 1 – 4 – 5 –
 5 – 7 – 8 – 9 – 11 – 1 – 5 – 3 – 2 – 8 – 7 – 6 – 7 – 5 – 5 – 4 – 6 – 8 –
 9 – 10 – 11 – 3

Se pide:

- Determinar y clasificar la variable en estudio.
- Construir una tabla de distribución de frecuencias donde se observe la información.
- Interpretar algunas frecuencias.

Resultado:

Variable: Edad de los niños que consultaron.

Tipo de variable: Cuantitativa continua.

La variable es continua porque existe por ejemplo la edad de 2,5 años (2 años y medio), el hecho de escribir sólo los años (discretizar la variable) no cambia su condición de continua.

Tabla de distribución de frecuencias:

EDAD	fi	ri	ri%
1	3	0,075	7,5
2	2	0,05	5
3	2	0,05	5
4	3	0,075	7,5
5	8	0,2	20
6	3	0,075	7,5
7	6	0,15	15
8	5	0,125	12,5
9	3	0,075	7,5
10	3	0,075	7,5
11	2	0,05	5
TOTAL	40	1	100



No se suele colocar el símbolo % al lado de cada valor porque se sabe que son porcentajes.

Si en la tabla colocamos todas las frecuencias obtenemos:

EDAD	fi	ri	ri %	F<	R<	R%
1	3	0,075	7,5	3	0,075	7,5
2	2	0,05	5	5	0,125	12,5
3	2	0,05	5	7	0,175	17,5
4	3	0,075	7,5	10	0,25	25
5	8	0,2	20	18	0,45	45
6	3	0,075	7,5	21	0,525	52,5
7	6	0,15	15	27	0,675	67,5
8	5	0,125	12,5	32	0,8	80
9	3	0,075	7,5	35	0,875	87,5
10	3	0,075	7,5	38	0,95	95
11	2	0,05	5	40	1	100
TOTAL	40	1	100			

Observando las frecuencias relativas porcentuales acumuladas menores que, podemos sacar algunas conclusiones por ejemplo:

- El 80% de los niños que asistieron a la consulta tenían entre 1 y 8 años.
- El 25 % de los niños que asistieron a la consulta tenían entre 1 y 4 años.
- El 45% de los niños que asistieron tenían entre 1 y 5 años.

Otras conclusiones posibles

- De lo observado en las $r\%$ podemos decir que el 20% de los niños que acudieron ese día al Instituto Pediátrico eran niños de 5 años y el 15% eran de 7 años.

Destacamos que: Cada uno de los valores de las frecuencias calculadas suelen considerarse medidas que representan los valores individuales del conjunto de datos y nos permiten extraer conclusiones.

Actividad 1:

En el Departamento de Personal de una empresa, se registraron los días trabajados por el personal de la misma, durante un mes. El siguiente cuadro muestra dicha información:



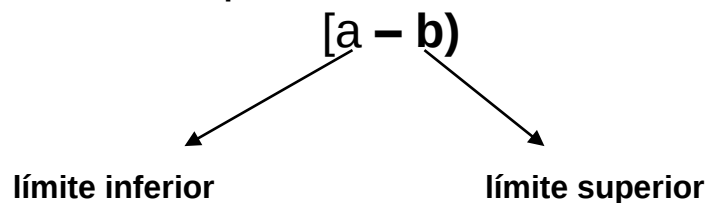
Nº de días trabajados	Nº de empleados
20	6
21	8
22	22
23	20
24	35
25	19
26	11

- Construya una tabla de distribución de frecuencias.
- Calcule las frecuencias absolutas, relativas, relativas porcentuales, y acumuladas. Interprete dos frecuencias de cada tipo.

2.6. Tabla de distribución de frecuencias con variables cuantitativas con agrupamientos en intervalos de clase.

Cuando tratamos o trabajamos con variables continuas, y la cantidad de valores que adopta la variable es numerosa, se utilizan intervalos de clase., designándose a cada uno de los grupos en que se divide el conjunto de datos de la muestra o de la población. Son fraccionamientos del rango o recorrido de la serie de valores para reunir los datos que presentan valores comprendidos entre dos límites.

¿Por qué se construyen intervalos de clase? Se construyen o se agrupan los valores que adopta la variable continua, dado que tendríamos que colocarlos uno por uno en la columna, y no nos alcanzaría la hoja para colocarlos a todos los valores de la variable. Trabajaremos con intervalos de clase **abiertos a la derecha y cerrados a la izquierda**. Vamos a clarificar a través de un ejemplo:



Vemos entonces, que un intervalo de clase consta de un límite inferior y un límite superior. El corchete indica que se trata de un intervalo cerrado a izquierda, es decir que el valor que corresponde al límite inferior está contenido en el intervalo; y el paréntesis indica que se trata de un intervalo abierto a la derecha, es decir, el límite superior no está contenido en ese intervalo.

A través de un ejemplo quedará claro: supongamos que la variable es peso de los alumnos de un colegio y los valores los agrupamos en intervalos de clase:

Peso de los alumnos

X_i
 [30 – 40)
 [40 – 50)
 [50 – 60)
 [60 – 70)
 [70 – 80)
 [80 – 90)

Si uno de los alumnos pesa: 40 Kg., surgen dos preguntas:

- 1) ¿En que intervalos esta contenido?
- 2) Si los intervalos fueran cerrados, ¿donde lo ubicamos?

1- Está contenido en el segundo intervalo, porque el 40 no está comprendido en el primer intervalo al se abierto a la derecha.

2 - Nos quedaría de la siguiente forma:

[30 – 40]
 [40 – 50]
 [50 – 60]
 [60 – 70]
 [70 – 80]
 [80 – 90]

El valor 40 Kg. está incluido tanto en el primer intervalo como en el segundo, por lo tanto, hay una doble registración lo cual cometeríamos un error.

Un intervalo cerrado es aquel en el cual tanto el límite inferior como el superior, están contenidos en dicho intervalo.

Si construyéramos intervalos cerrados de la siguiente forma:

[30 – 40]
[41 – 51]
[52 – 62]
[63 – 73]
[74 – 84]
[85 – 95]

Si un alumno pesa 40.5 Kg. no habría forma de ubicarlo, ni en el primer intervalo ni en el segundo, con lo cual puede observarse que no es conveniente utilizar intervalos cerrados para variables continuas. En el caso de la edad, es una variable continua, pero si la tratamos solo en años, se puede trabajar con intervalos cerrados. De todas formas, en este texto trabajaremos con intervalos cerrados a la izquierda y abiertos a la derecha, tanto para variables discretas como para variables continuas. Pasemos a definir algunos conceptos relacionados con los intervalos de clase:

2.6.1 Límites de clase

Denominamos límites de clase a los extremos de cada intervalo. El menor valor del intervalo es el límite inferior, y el mayor valor el límite superior.

Por ejemplo:

[150 - 154);

límite inferior: 150; límite superior: 154.

2.6.2 Amplitud de un intervalo de clase

Es la diferencia entre el límite superior y el límite inferior del intervalo de clase. Indica la longitud o rango del intervalo que define la clase. La denotamos con la letra **a** y utilizaremos la misma amplitud para todos los intervalos en este texto.

Por ejemplo:

$$[150 - 154) ; \\ a = 154 - 150 = 4.$$

2.6.3 Marca de clase

Es el punto medio de un intervalo de clase y se calcula sumando el límite inferior y el límite superior del intervalo, y a la suma la dividimos por 2.

$$x'_m = \frac{L_{\text{inf}} + L_{\text{sup}}}{2}$$

Debido a que en un intervalo están contenidos una serie determinada de datos, debemos tomar un valor que represente a esa cantidad de datos, para ello, hacemos el supuesto que el punto medio representa a los mismos. De todas formas al trabajar con intervalos de clase y adoptar el supuesto mencionado, se pierde información dado que es un promedio y no un valor exacto.

2.6.4 Construcción de intervalos de clase

Para construir los intervalos de clase, a cada límite inferior de cada intervalo se le suma la amplitud determinada, y obtenemos el límite superior.

Límite inferior: $x_{\min}$
 Límite superior: $x_{\min} + a$ } para cada intervalo de clase

Recordemos que esa amplitud de clase será la misma en todos los intervalos.

2.6.5 Determinación del número de intervalos de clase

Una forma de armar intervalos de clase, es hacerlo en forma empírica, pero teniendo en cuenta la recomendación, de que no sean inferiores a cinco clases, y no más de quince intervalos de clase. En este texto adoptaremos este criterio.

No existe un consenso general entre los diferentes autores con respecto al número de intervalos; Bradfor Hill señala que el número de intervalos debe estar entre 10 y 20. Camel establece que el número apropiado es entre 8 y 15. Hay distintas reglas que se utilizan:

a. El número de intervalos está determinado por el número entero más próximo a:

$$2\sqrt{n} \quad \text{siendo } n, \text{ el } n^{\circ} \text{ de observaciones}$$

Por ejemplo si $n = 50$, nos daría 14.14, el número entero más próximo es 14. Por lo tanto, siguiendo esta regla construiríamos 14 intervalos.

b. Otra regla es la de Herbert **Sturges**, de gran aplicación, según la cual el número de intervalos se determina de esta manera:

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

Para seguir la regla de Sturges se siguen los siguientes pasos:

1) Calcular el rango o recorrido de las observaciones, restando al máximo valor de las observaciones, el valor mínimo de la variable.

$$r = X_{i \max} - X_{i \min}$$

2) Determinar el número de intervalos de clase utilizando la siguiente fórmula:

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

donde:

k = número de intervalos de clase

n = número de observaciones de la muestra

Si el número de intervalos obtenido por esta fórmula es un número fraccionario, redondeamos al número entero inmediato superior.

Por ejemplo:

si $k = 7.6$ nos queda $k = 8$, es decir, deberemos construir ocho intervalos.

- 3) Calcular la amplitud de clase: dividimos el rango por el número de intervalos de clase, ya determinados en los pasos anteriores.

$$a = r / k$$

También redondeamos al número entero inmediato superior.

- 4) Formar los intervalos:

Al límite inferior del primer intervalo le sumamos la amplitud, y obtenemos el límite superior del primer intervalo al igual que los demás intervalos.

Luego calculamos los diferentes tipos de frecuencias en una tabla de distribución de frecuencias, como lo hacíamos para datos no agrupados en intervalos.

3. La otra forma de construir intervalos es en forma **empírica** es decir, elegimos la cantidad de intervalos siguiendo la recomendación de que no sea menor que 5, ni más de 15.

$$5 \leq k \leq 15$$

La amplitud también la determinamos nosotros teniendo en cuenta que es mejor que sea un número entero por simplicidad. El límite inferior no necesariamente debe ser el valor más pequeño de las observaciones, por ejemplo, si el valor mínimo es 1.2, podemos disponer que el límite inferior sea 1. Finalmente, calculamos los diferentes tipos de frecuencias.

Vamos a utilizar a través de un ejemplo la regla de Sturges y la forma empírica para armar intervalos de clase y determinaremos la tabla de frecuencias.

Ejemplo 2.5

Suponga que se han registrado 50 observaciones referentes a los pesos de 50 estudiantes del primer año de la carrera de Educación Física de una facultad, la muestra fue solicitada por el departamento de deportes, y las unidades están dadas en Kg.

53.4	54.0	54.5	55.3	55.4	58.4	58.8	59.2	59.6	60.5
60.6	61.6	61.7	63.8	64.8	64.9	65.0	65.6	65.6	65.7
65.9	66.7	66.7	68.3	68.7	68.7	68.9	69.4	69.7	69.9
70.0	70.0	70.0	70.0	70.4	70.7	70.7	71.3	71.4	71.6
72.5	72.7	73.2	74.7	75.0	75.9	76.6	76.6	77.0	77.4

- a) Construir intervalos de clase, aplicando la regla de Sturges y de forma empírica.
- b) Calcular las frecuencias absolutas, relativas, acumuladas y relativas porcentuales e interpretar dos de cada tipo. Calcular las marcas de clase.

Resultado:**Regla de Sturges**

- 1- El primer paso es ordenar los datos de menor a mayor para poder trabajarlos de una manera comprensible y práctica. En este ejemplo los datos ya están ordenados.
- 2- El segundo paso es calcular el rango o recorrido de los datos. Buscamos el mayor valor que toma la variable y el menor valor, y realizamos la diferencia:

$$R = 77.4 - 53.4 = 24$$

- 3- Determinamos el número de clases :

$$k = 1 + 3.3 \log n$$

$$k = 1 + 3.3 \log 50$$

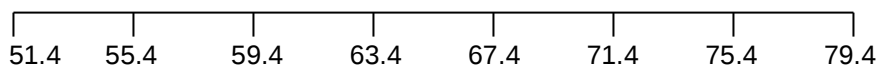
$$k = 6.6 = 7 \text{ clases (redondeamos al siguiente entero superior)}$$

- 4- Calculamos la amplitud de clase :

$$a = r / k$$

$$a = 24 / 7 = 3.42 = 4 \text{ (redondeamos al número entero inmediato superior)}$$

Tendremos que dividir el recorrido en 7 partes iguales o intervalos.



Si hacemos pasaje de términos en la fórmula de la amplitud, tenemos:

$$R = a \times k$$

Reemplacemos y nos queda:

$$R = 4 \times 7 = 28$$

Este nuevo recorrido es mayor que el inicial, el exceso es de 4 y proviene de haber aumentado la amplitud de 3.42 a 4. Para obtener la simetría de la distribución de las observaciones, repartimos la mitad de este exceso a los dos extremos del recorrido inicial. En este caso como es número par (4), repartimos 2 y 2. Si fuera número impar el exceso, por ejemplo 5, no nos daría un número entero, en este caso lo descomponemos en 3 y 2. Adoptamos la siguiente regla práctica: sumamos el mayor número (3) al valor máximo y restamos el menor número (2) al valor mínimo del recorrido. Nos queda:

$$53.4 - 2 = 51.4$$

$$77.4 + 3 = 80.4$$

IMPORTANTE:

¿Por qué redondeamos el valor de la amplitud por un número entero inmediato superior?

Si hubiéramos tomado la amplitud igual a 3, el recorrido nos queda:

$R = 3 \times 7 = 21$, lo cual quedarían valores de la variable no incluidos y nos veríamos en la necesidad de aumentar la cantidad de clases.

5- Formamos los intervalos. El menor valor de la variable es el límite inferior del primer intervalo. Al límite inferior le sumamos la amplitud, y obtenemos el límite superior del primer intervalo. Con el resto hacemos lo mismo y no olvidemos que trabajamos con intervalos cerrados a la izquierda y abiertos a la derecha. Si hubiera exceso se opera como se explicó anteriormente, distribuyendo en los dos valores extremos de la serie. Nos queda de la siguiente forma:

[51.4 – 55.4)
 [55.4 – 59.4)
 [59.4 – 63.4)
 [63.4 - 67.4)
 [67.4 – 71.4)
 [71.4 - 75.4)
 [75.4 - 79.4)

También vemos que el límite inferior no coincide con el primer valor de las observaciones, si hubiéramos querido lo hacíamos coincidir, pero por razones prácticas no lo hicimos. De todas formas, podemos hacerlo coincidir con esta regla o la empírica, y sumarle la amplitud con un decimal o dos, según como estén expresados los datos.

Método empírico:

En este método no hay una regla establecida, sino que está determinado por el juicio u ojo del que construye intervalos. Solamente tiene en cuenta que el número de intervalos no sea menor que cinco, ni mayor que quince.

Si los datos no están ordenados, los ordenamos de menor a mayor. Esto nos da una visión o idea sobre los mismos, es decir, donde comenzar y terminar.

Fijamos arbitrariamente la amplitud que van a tener los intervalos, y a partir de ello va a depender el número de intervalos (siempre recordando la recomendación respecto al número de intervalos).

En el ejemplo, supongamos que decidimos que la amplitud sea cuatro. Veamos que pasa:

[53.0 – 57.0)
 [57.0 – 61.0)
 [61.0 – 65.0)
 [65.0 - 69.0)
 [69.0 – 73.0)
 [73.0 - 77.0)
 [77.0 - 81.0)

Como podemos observar, nos quedan siete intervalos. En la medida que primero determinemos la amplitud, a partir de eso, quedará determinado el número de intervalos.

El siguiente paso, es pasar a calcular los distintos tipos de frecuencias para ambos casos, y daremos su interpretación.

Para el primer caso con la regla de Sturges, calcularemos las frecuencias absolutas, una forma es a través del conteo por palotes en cada intervalo y luego los sumamos :

Intervalos	Conteo	Frecuencia absoluta
[51.4 – 55.4)	////	4
[55.4 – 59.4)	////	4
[59.4 – 63.4)	////	5
[63.4 - 67.4)	////	10
[67.4 – 71.4)	////	15
[71.4 - 75.4)	////	7
[75.4 - 79.4)	////	5
Total		50

Pasaremos a calcular los demás tipos de frecuencias que nos piden.

TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

Peso de los estudiantes Intervalos x	Frec. Absolutas fi	Frec. Relativas r	Frec. relativas porcentuales r%	Fi≤	Fi≥	Ri≤	Ri≥	Marca de clase
51.4 - 55.4	4	0.08	8	4	50	0.08	1	53.4
55.4 – 59.4	4	0.08	8	8	46	0.16	0.92	57.4
59.4 – 63.4	5	0.10	10	13	42	0.26	0.84	61.4
63.4 – 67.4	10	0.20	20	23	37	0.46	0.74	65.4
67.4 – 71.4	15	0.30	30	38	27	0.76	0.54	69.4
71.4 – 75.4	7	0.14	14	45	12	0.90	0.24	73.4
75.4 – 79.4	5	0.10	10	50	5	1	0.10	77.4
TOTAL	50	1	100					

Interpretación de las frecuencias:

$f_1 = 4$, cuatro estudiantes pesan 51.4 kg o más y menos de 55.4 Kg.

$f_7 = 5$, cinco estudiantes pesan 75.4 kg o más y menos de 79.4 Kg.

$r_1 = 0,08$, es la proporción de estudiantes que pesan 51.4 kg o más y menos de 55.4 kg.

$r_7 = 0,10$, es la proporción de estudiantes que pesan 75.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$r_1\% = 8$, el 8% de los estudiantes pesan 51.4 kg o más y menos de 55.4 kg.

$r_7\% = 10$, el 10% de los estudiantes pesan 75.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$F_{1\leq} = 4$, cuatro estudiantes pesan 51.4 kg o más y menos de 55.4 kg.
 $F_{7\leq} = 50$, cincuenta estudiantes pesan 51.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$F_{1\geq} = 50$, los cincuenta estudiantes de la muestra pesan 51.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$F_{7\geq} = 5$, estudiantes de la muestra pesan 75.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$R_{1\leq} = 0,08$, es la proporción de estudiantes que pesan 51.4 kg o más y menos de 55.4 kg.

$R_{7\leq} = 1$, es la proporción de estudiantes que pesan 51.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$R_{1\geq} = 1$, es la proporción de estudiantes que pesan 51.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

$R_{7\geq} = 0,10$, es la proporción de estudiantes que pesan 75.4 kg o más y menos de 79.4 kg.

Vamos a construir una tabla de distribución de frecuencias a partir de los intervalos de clase formados a través de la forma arbitraria:

TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

Peso de los estudiantes Intervalos x	Frec. Absolutas fi	Frec. Relativas r	Frec. relativas porcentuales r%	$F_{i\leq}$	$F_{i\geq}$	$R_{i\leq}$	$R_{i\geq}$	Marca de clase
53 - 57	5	0.10	10	5	50	0.10	1	55
57 - 61	6	0.12	12	11	45	0.22	0.90	59
61 - 65	5	0.10	10	16	39	0.32	0.78	63
65 - 69	11	0.22	22	27	34	0.54	0.68	67
69 - 73	15	0.30	30	42	23	0.84	0.46	71
73 - 77	6	0.12	12	48	8	0.96	0.16	75
77 - 81	2	0.04	4	50	2	1	0.04	79
TOTAL	50	1	100					

Como observamos se procede de la misma forma para el cálculo de las frecuencias, sus valores difieren porque se agrupan de otra manera los datos. Las interpretaciones de las frecuencias se realizan de la misma forma de acuerdo al tipo de frecuencia.

Cuando el conjunto de datos de una variable discreta es numeroso, por simplicidad y practicidad, y con alguna pérdida de precisión; se puede tratarla como si los datos provinieran de una variable continua. Por lo tanto, se puede construir intervalos de clase con esos datos.

Ejemplo 2.5

Cuando la cantidad de datos es grande y son varios los valores de la variable, en vez de construir la tabla de distribución de frecuencias listando los distintos

valores se pueden agrupar los mismos en **intervalos o clases**. Del ejemplo 2.3 podríamos agrupar las edades en 6 intervalos de igual amplitud:

De 0 a 2 años, de 2 a 4, de 4 a 6, de 6 a 8, de 8 a 10 y de 10 a 12 años. Cada dato observado debe pertenecer a un solo intervalo y para lograrlo podemos decir que en el intervalo de 0 a 2 pondremos las edades que van de 0 hasta el 2 sin incluir, en el de 2 a 4 las que van de 2 a 4 sin incluir y así sucesivamente.

La tabla de distribución de frecuencias queda:

EDAD	f	r	r %	F<	R<	R%
0 a 2	3	0,075	7,5	3	0,075	7,5
2 a 4	4	0,10	10	7	0,175	17,5
4 a 6	11	0,275	27,5	18	0,45	45
6 a 8	9	0,225	22,5	27	0,675	67,5
8 a 10	8	0,2	20	35	0,875	87,5
10 a 12	5	0,125	12,5	40	1	100
TOTAL	40	1	100			

Actividad 2:



El Ministerio de Economía de un país, decide alentar y apoyar el desarrollo de pequeñas empresas. Para ello implementa 50 líneas de crédito (en miles de pesos) , a través del banco oficial, para los proyectos que presentaron y fueron aprobados. Los montos de los préstamos se detallan a continuación:

15	2	18	24	32	40	12	9	3	60
20	13	7	30	27	30	18	20	10	42
5	10	16	22	55	50	60	27	28	15
8	14	33	24	46	20	35	15	9	4
16	18	20	40	50	14	12	7	3	10

- Definir la variable y clasificarla.
- Construir intervalos de clase con amplitud constante.
- Formar una tabla de distribución de frecuencias.
- Interpretar dos frecuencias de cada tipo.

Recuerde que el primer paso es ordenar los datos de menor a mayor. Lo que llamamos arreglo.

IMPORTANTE

2.7 Tabla de distribución de frecuencias con variable cualitativa.

Si se trata de una variable cualitativa con sus categorías correspondientes, la tabla de distribución de frecuencias tendrá la siguiente forma:

Variable cualitativa	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas	Frecuencias rel. porcentuales
Categoría A	f_a	r_a	$r_a\%$
Categoría B	f_b	r_b	$r_b\%$
Categoría C	f_c	r_c	$r_c\%$
.....	..	..	..
.....	..	..	..
.....	..	..	..
Categoría Z	f_z	r_z	$r_z\%$
Totales	n	1	100%

La tabla de frecuencias cuando utilizamos una variable cualitativa, en la primera columna ubicamos la variable y sus respectivas categorías. Las otras columnas son para calcular las frecuencias.

Ejemplo 2.6

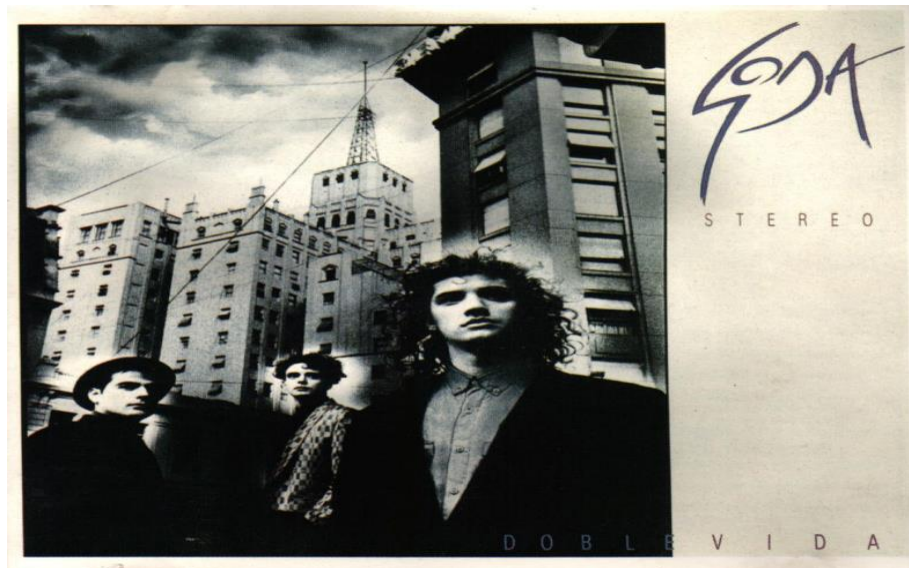
La revista “X” de música especializada en rock & roll, hizo una encuesta a sus lectores sobre sus preferencias. A la revista iba anexado un cupón y un sobre con franqueo pago. En el cupón debían poner los diez grupos o solistas de rock preferidos, en un orden de preferencia de 1 a 10. El objetivo de dicha encuesta, es saber el gusto musical de sus lectores, y en base a ello realizar notas o entrevistas a solistas o grupos de este género musical. Los resultados de la encuesta se presentan en la siguiente tabla:



Grupos o solistas de rock preferidos	Número de votantes
The Beatles	200
The Rolling Stones	180
Soda Stereo	170
Elvis Presley	100
REM	80
Peter Gabriel	70
Charly García	70
Fito Páez	70
David Bowie	68
The Doors	50
Total	1.060

- Interpretar tres frecuencias absolutas.
- Qué proporción de lectores votó al grupo The Beatles?

- c) Qué proporción de lectores votó al grupo Soda Stereo?
- d) Qué proporción de lectores votó a grupos o solistas argentinos?
- e) Qué porcentaje de los lectores votó al grupo The Beatles?
- f) Qué porcentaje de lectores votó al grupo Génesis?



Resultado:

Para responder a las preguntas, nos vemos en la necesidad de construir una tabla de distribución de frecuencias.

Grupos o solistas de rock preferidos por los lectores de la revista X

Grupos o solistas de rock preferidos	Frecuencias Absolutas F_i	Frecuencias relativas r_i	Frec. relativas porcentuales $r_i\%$
The Beatles	200	0.18	18
The Rolling Stones	180	0.17	17
Soda Stéreo	170	0.16	16
Elvis Presley	100	0.09	9
REM	80	0.08	8
Peter Gabriel	70	0.07	7
Charly García	70	0.07	7
Fito Paez	70	0.07	7
David Bowie	68	0.06	6
The Doors	50	0.05	5
Total	1.060	1	100

a)

$f_1 = 200$

200 lectores de la revista X prefieren al grupo The Beatles.

$f_5 = 80$

80 lectores de la revista X prefieren al grupo REM.

$f_8 = 70$

70 lectores de la revista X prefieren a Fito Páez.

b) La proporción de lectores que votó a The Beatles fue de 0.18.

c) La proporción de lectores que votó a Soda Stéreo fue de 0.16.

d) La proporción de lectores que votó a grupos o solistas argentinos fue de 0.30.

e) El 18% de los lectores de la revista X, votó a The Beatles, siendo el más votado.

f) El 16% de los lectores de la revista X votó a Soda Stéreo.

Actividad 3:

Se realizó un censo en un barrio y entre otras cosas que se preguntó fue el sexo de las personas que habitan el barrio. Los resultados fueron:

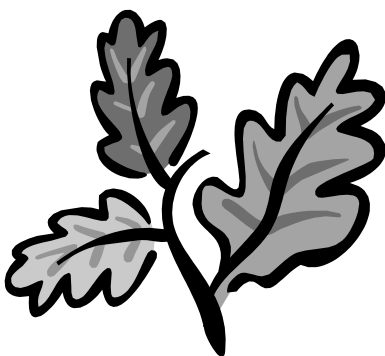
Sexo	Nº de personas
Masculino	250
Femenino	360
No contesta	5
Total	615

a) ¿Cuántas personas pertenecen al sexo femenino?

b) ¿Cuál es la proporción de varones del barrio?

c) ¿Cuál es el porcentaje de mujeres que habitan el barrio?

2.8 Diagrama de hojas y tallos.



Es un procedimiento semi-gráfico para presentar la información proveniente de datos cuantitativos. Se utiliza cuando el número de observaciones es menos que 50. John Tukey diseñó este diagrama, y los pasos para construirlo son los siguientes:

1- Se redondea los datos a 2 ó 3 cifras significativas.

2- Se disponen los datos en una tabla de 2 columnas. Para datos con dos dígitos: se escribe a la izquierda de la línea que separa las dos

columnas los dígitos de las decenas, que forman el tallo, y a la derecha las unidades. Si se tratara de tres dígitos los datos, el tallo estará formado por los dígitos de las centenas y decenas, y a la derecha las unidades.

- 3- Cada tallo define una clase y se escribe una sola vez. El número de hojas representa la frecuencia de cada clase, y se ubica en una tercera columna del diagrama.

Ejemplo:

- Para datos de dos dígitos:

Tallo	Hoja
7	3

- Para datos de tres dígitos:

Tallo	Hoja
74	3

Ejemplo 2.7

Los siguientes datos corresponden a las notas de un parcial de Estadística de una comisión de 50 alumnos:

4.5	7.3	8.0	2.5	0	9.0	9.0	9.5	5.75	3.25
2.0	6.0	6.0	7.5	8.0	6.5	4.0	5.75	7.0	6.50
9.50	8.50	6.6	6.0	5.25	7.0	7.0	6.75	4.0	3.0
7.0	9.5	9.0	2.0	1.0	1.5	5.50	5.0	8.0	6.0
0	2.0	8.5	6.5	7.0	6.5	6.0	5.0	5.5	9.0

Construir un diagrama de tallo y hoja.

Respuesta:

Redondeamos los datos, dejándolos con un solo decimal. Luego los ubicamos en la tabla y calculamos las frecuencias, tal como sigue:

Tallos	Hojas	Frecuencia
0	00	2
1	05	2
2	5000	4
3	30	2
4	500	3
5	8835005	7
6	00556080550	11
7	3500000	7
8	00505	5
9	0055500	7

Nos permite visualmente observar la distribución de los datos:

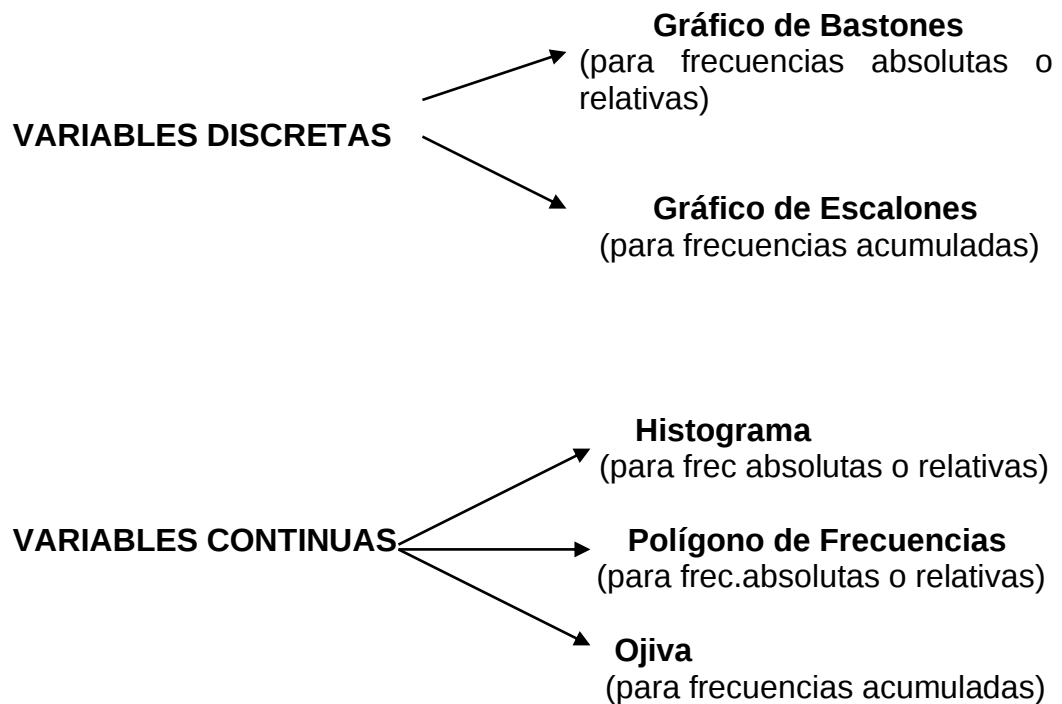
Tallos	Hojas	Frecuencia
0	00	2
1	05	2
2	5000	4
3	30	2
4	500	3
5	8835005	7
6	00556080550	11
7	3500000	7
8	00505	5
9	0055500	7

↙ Distribución de los datos

4. Representación gráfica de las distribuciones de frecuencias

Todas las distribuciones de frecuencias pueden representarse gráficamente, tanto para variables discretas como para variables continuas.

GRAFICOS



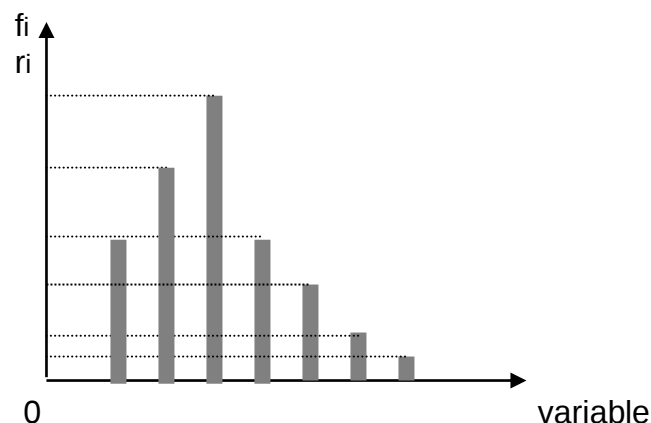
Para variables discretas se utilizan dos tipos de gráficos: el gráfico de bastones y el gráfico de escalones. Acá se hace la salvedad que si se tratara de una variable continua con pocos valores, también la podríamos representar en un gráfico de bastones.

Para variables continuas se utilizan tres tipos de gráficos: histogramas, polígonos de frecuencias y ojivas.

Estas distribuciones de frecuencias se pueden representar geoméricamente utilizando un sistema de ejes coordenados, colocando los valores de la variable en el eje de las abscisas, mientras que las frecuencias van en el eje de ordenada, un eje que habla de las veces que se han presentado los valores de la variable.

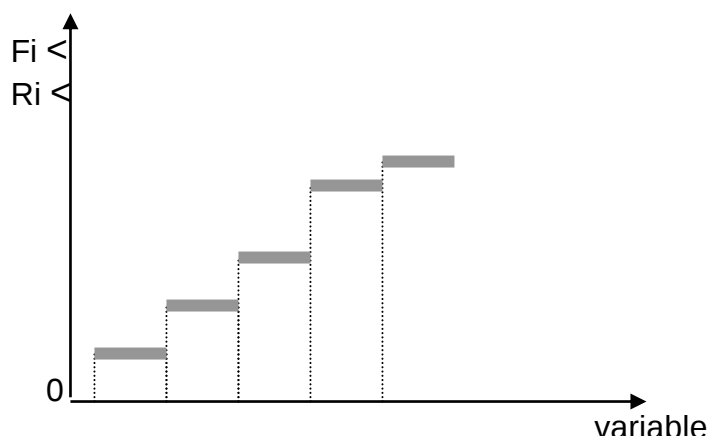
4.1 Gráfico de bastones

Se utiliza para la representación de las frecuencias absolutas y relativas de una variable discreta. Se elabora señalando en el eje de abscisa del sistema de ejes de coordenadas los valores de la variable y construyendo sobre ellos segmentos verticales de longitud igual a la frecuencia absoluta o relativa de cada uno de los valores, medidos en el sentido del eje de ordenadas (donde se representa las frecuencias).



4.2 Gráfico de escalones

Se utiliza para representar las frecuencias acumuladas de una variable discreta. Se levanta sobre cada valor de la variable, un segmento vertical de longitud igual a la frecuencia acumulada correspondiente y se completa con tramos horizontales hasta el valor inmediato siguiente.



4.3 Histograma

Se usa para representar gráficamente las distribuciones de frecuencias absolutas o relativas de variables cuantitativas continuas agrupadas en intervalos de clases. El gráfico queda representado por una serie de rectángulos semejantes al gráfico de barras verticales; sin embargo las barras del histograma deben ir una al lado de la otra sin que haya espacio que las separe. Para construirlo se colocan en el eje de abscisas de un sistema de ejes cartesianos los intervalos de clase de la variable. Sobre ellos, tomándolos como base (b), se construye un rectángulo cuya área sea igual a la frecuencia absoluta o relativa del intervalo correspondiente, por lo que la altura h , de cada rectángulo se calculará de la siguiente forma:

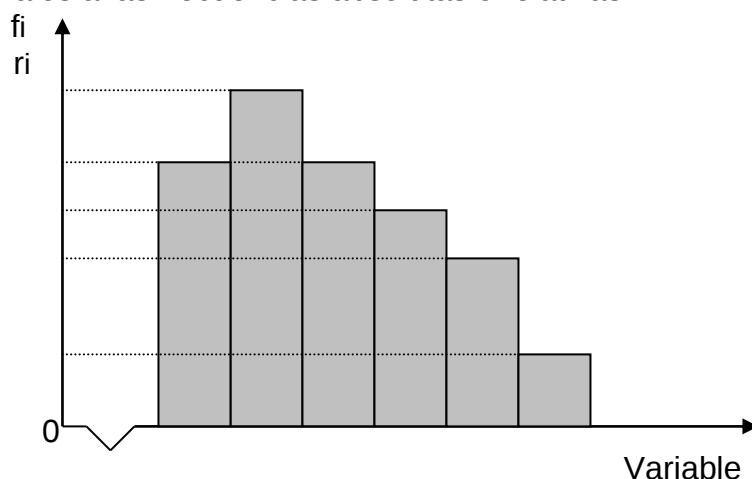
$$h_i = \frac{f_i}{b_i}$$

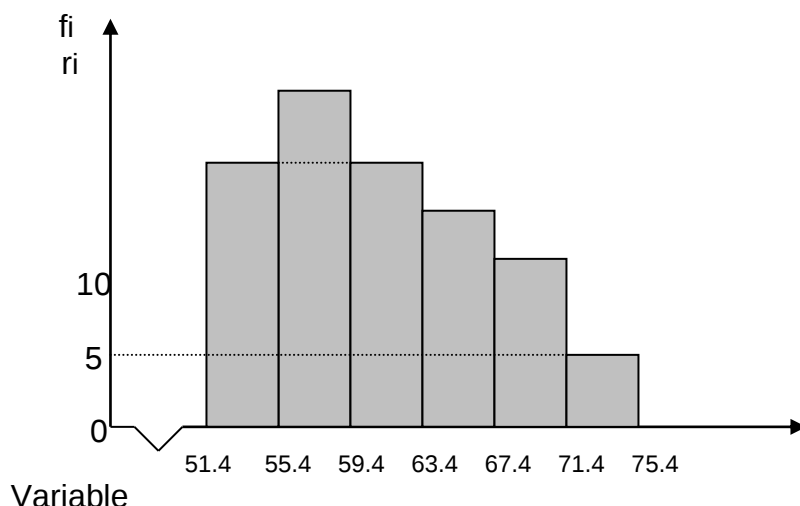
Recuerde que el área de un rectángulo es: **base x altura**



En el caso en que los intervalos sean todos ellos de igual amplitud, la construcción del histograma experimenta una simplificación: las alturas pueden tomarse iguales a las frecuencias. Las áreas no serán iguales a la frecuencia, pero sí proporcionales. En este libro, trabajaremos con intervalos de igual amplitud.

La base de cada rectángulo es la amplitud de cada intervalo de clase, que en este caso es la misma para cada intervalo. Las alturas de cada rectángulo serán proporcionales a las frecuencias absolutas o relativas.

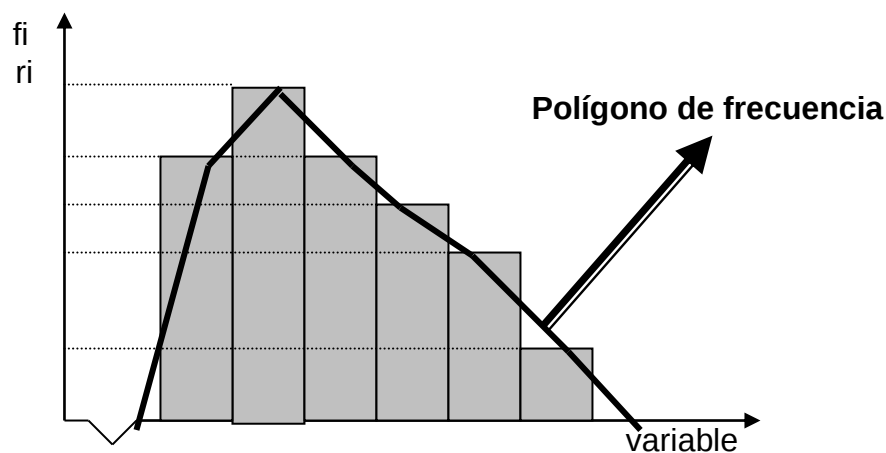




4.4 Polígono de frecuencias

Se construye uniendo los puntos medios de las bases superiores de los rectángulos del histograma de frecuencia. La curva comienza en el punto medio de la clase inmediata anterior de la más baja, luego trazamos una línea recta hasta el valor de la primera frecuencia y que coincida con el punto medio del primer intervalo, y así sucesivamente con las demás frecuencias, y termina en el punto medio de la clase inmediatamente después de la más alta. Es decir, se han agregado un intervalo de clase de cero observaciones en ambos extremos.

Podría demostrarse que el área encerrada por los rectángulos del histograma coincide con el área contenida en el polígono de frecuencias; por lo tanto, no hay diferencia entre ambos gráficos.

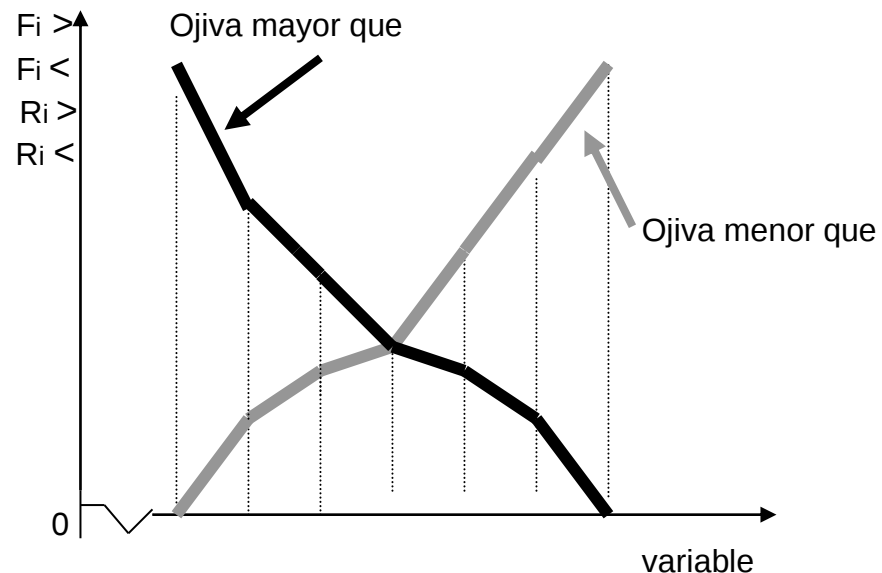


Tanto el histograma como el polígono de frecuencias nos permiten obtener una imagen de las principales características de los datos (altos, bajos, concentración y dispersión de los datos, etc.).

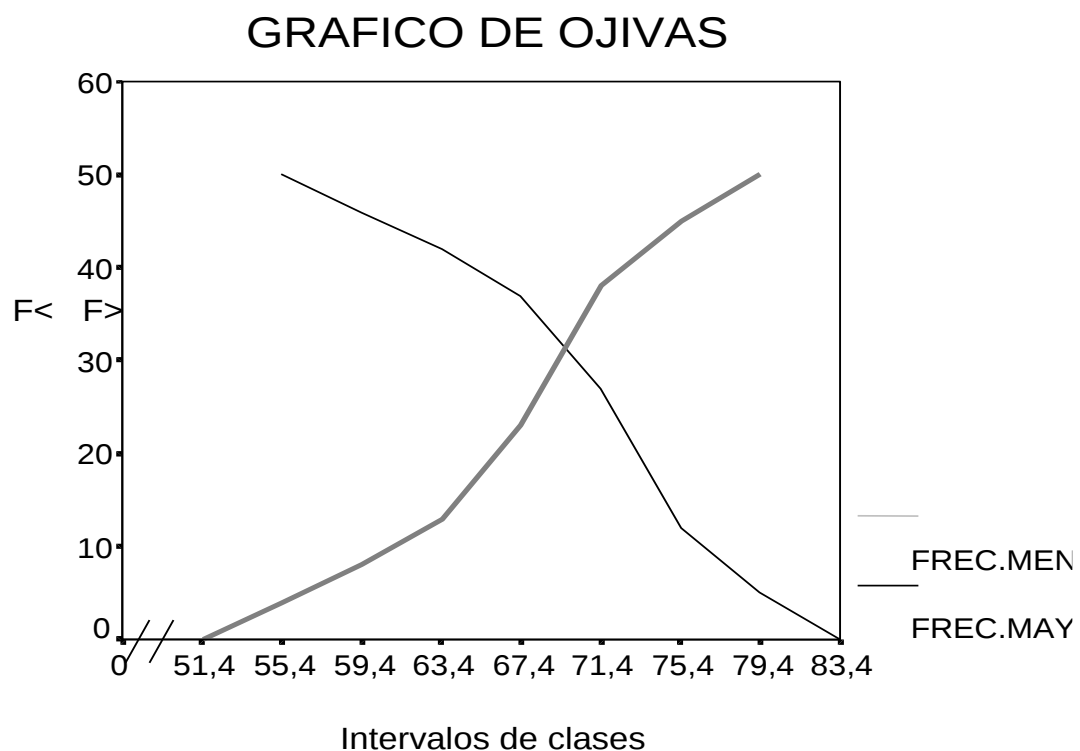
4.5 Ojivas

Se utiliza para representar las distribuciones de frecuencias acumuladas. Para construir una ojiva, colóquese primero un punto en el límite inferior de la clase más baja sobre el eje X, para mostrar que no existe observación de esta magnitud o menor. Después, directamente encima del límite superior de la clase más baja, colóquese un punto en la altura igual a la frecuencia de la

clase. Ahora, en el límite superior de la clase después de la más baja, colóquese un punto a la altura igual a la frecuencia acumulada(esto es, la suma de las frecuencias de la clase más baja y de la siguiente). Continúese de esa forma hasta que se coloque un punto que represente a la frecuencia acumulada total en un lugar inmediatamente encima del límite superior de la clase más alta. Por último, únanse estos puntos mediante líneas rectas.



Del ejemplo que utilizamos para armar intervalos de clases, lo aplicamos construyendo el gráfico de ojivas con los datos del mismo:



5. Cuadros o tablas estadísticas

Una vez recolectada la información, se procede a organizarla. Se debe clasificar y tabular los datos y presentarlos en cuadros estadísticos y gráficos. En este capítulo nos ocuparemos de los cuadros estadísticos, y los distintos tipos de gráficos estadísticos.

Un **cuadro estadístico** es un arreglo ordenado de filas y columnas de los datos estadísticos. La finalidad de representar los datos a través de cuadros, es brindar u ofrecer información de fácil lectura, comparación e interpretación de los mismos. La tabla de distribución de frecuencias es un caso especial de un cuadro estadístico.

Los cuadros o tablas estadísticas se presentan de muchas maneras distintas. Contienen las variables y los valores asignados a ellas, si se trata de variables cuantitativas, y categorías en el caso de variables cualitativas.

5.1. Partes de un cuadro estadístico

Las partes principales de un cuadro estadístico son:

- a) Número
- b) Título
- c) El cuadro en sí
- d) Notas explicativas o calce
- a) Es el código de identificación del cuadro. Ejemplo:

Cuadro o Tabla 2.3



Indica el tercer cuadro del capítulo 2 de un libro o de un trabajo de investigación.

- b) Es la descripción breve y completa del contenido del cuadro y preside al mismo. Se encuentra ubicado en la parte superior del cuadro. El título debe responder a las siguientes preguntas:
 - Qué
 - Cómo
 - Donde
 - Cuándo

Qué: ¿Qué es lo que estudia el cuadro, o qué estoy representando?

Cómo: ¿Cómo se clasifican los datos (individuos, objetos, etc), de acuerdo a qué características significativas?

Dónde: Se refiere al lugar de los datos.

Cuándo: Lapso o período de tiempo a que se refiere la información.

Ejemplo 2.9

Primero colocamos el número correspondiente del cuadro. Seguidamente el título completo y que debe responder a las preguntas mencionadas. Veamos el siguiente título:

Cuadro 2.2 Lugar de nacimiento de los alumnos de colegios primarios de la provincia de Jujuy, por sexo. 2012.

Comprobemos si el título es correcto:

Qué: Lugar de nacimiento de los alumnos de colegios primarios.

Cómo: Se clasifica a los estudiantes por sexo.

Dónde: En la provincia de Jujuy.

Cuándo: En el año 2012.

El título del ejemplo, responde a los requisitos que debe cumplir.

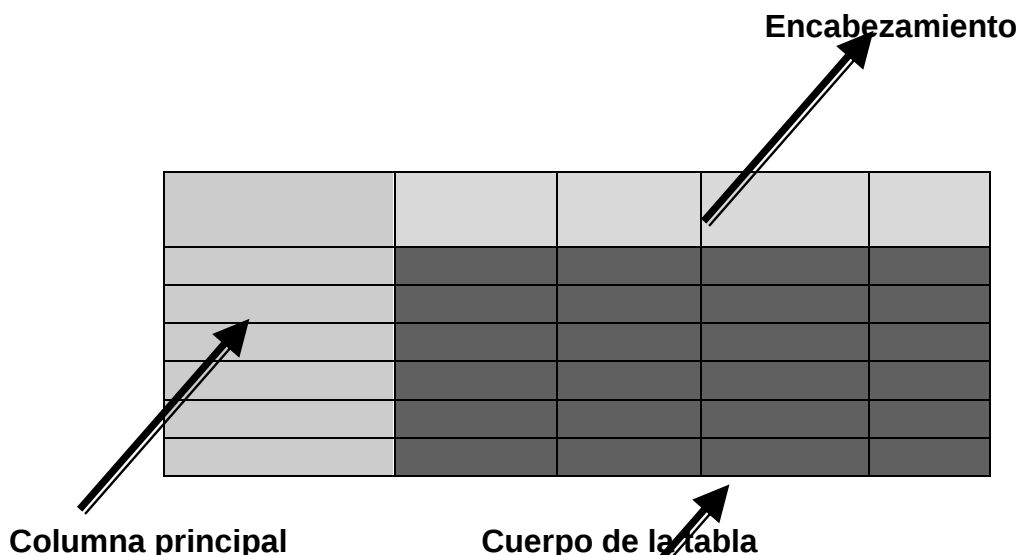
- c) El cuadro en sí, es la parte del cuadro en donde se encuentra la información, y está formado por celdas dispuestas en columnas y filas.

Sus partes principales son: encabezamiento, columna principal y cuerpo.

El **encabezamiento** es la primera fila del cuadro donde se incluyen las categorías de la variable. En el ejemplo anterior, la variable sexo consta de dos categorías: masculino y femenino ó varones y mujeres, otra forma de clasificarla. Otra forma de colocar es poner el nombre de la variable en la primera fila, y en la segunda fila sus categorías respectivas.

La **columna principal** es aquella donde se coloca la variable o fenómeno en estudio, y debajo de ella sus respectivas categorías o valores.

El **cuerpo** es el conjunto de celdas, es decir, las intersecciones de filas y columnas donde se usan los datos.



- d) Corresponde a la fuente donde proviene la información que cuenta el cuadro. También se puede colocarse una nota aclaratoria referida al cuadro. Las fuentes pueden ser primarias o secundarias. Las fuentes primarias son las que originaron la información, en cambio, las fuentes secundarias son las que se adquieren la información de otra fuente, tal

como un libro, periódico, etc. Por ejemplo, las encuestas que realiza el Instituto de Estadísticas y Censos (I.N.D.E.C.), es la fuente primaria, porque produce los datos. Una fuente secundaria sería aquella publicación o libro que publica la información del mencionado organismo.

Otro elemento a tener en cuenta importante, es que al final del título se debe colocar la unidad de la variable. Por ejemplo, miles de pesos, kilogramos, etc. Vamos a presentar cuadros estadísticos con distintos diseños del ejemplo anterior:

Cuadro 2.2 Lugar de nacimiento de los alumnos de colegios primarios de la provincia de Jujuy, por sexo. 2002.

LUGAR DE NACIMIENTO	VARONES	MUJERES	TOTAL
Jujuy			
Salta			
Tucumán			
Buenos Aires			
..			
..			
..			

LUGAR DE NACIMIENTO	SEXO		TOTAL
	VARONES	MUJERES	
Jujuy			
Salta			
Tucumán			
Buenos Aires			
..			
..			
..			

La misma tabla dispuestas las variables de otra forma:

SEXO LUGAR DE NACIMIENTO	VARONES	MUJERES	TOTAL
Jujuy			
Salta			
Tucumán			
Buenos Aires			
..			
..			

..			
TOTAL			

Otro tipo de tabla a modo de ejemplo, compuesta de tres variables. Se ha clasificado el personal de una empresa según sección, sexo y antigüedad, de la siguiente manera:

Sección Antigüedad	Contaduría		Tesorería		Personal		Total	
	Varones	Mujeres	Varones	Mujeres	Varones	Mujeres	Varones	Mujeres
Menos de 1 año	4	2	2	0	6	4	12	6
De 1 a 5 años	6	8	4	4	14	18	24	30
De 5 a 10 años	14	16	12	8	12	26	38	50
Más de 10 años	4	6	14	6	8	2	26	14
Total	28	32	32	18	40	50	100	100

Como vimos los cuadros o tablas estadísticas se presentan de muchas maneras distintas. Contienen las variables que pueden ser cuantitativas o cualitativas.

6. Gráficos estadísticos

6.1 Concepto

Un gráfico estadístico es la representación a través de figuras geométricas (puntos, líneas, rectángulos, círculos, etc), cuyas dimensiones deben ser proporcionales a la magnitud de los datos representados. A William Playfair se le atribuye la aplicación de gráficos para la representación de los fenómenos estadísticos a fines del siglo XVIII.

¿Cuál es el objetivo de un gráfico estadístico?



Permitir, en forma visual y rápida, sacar conclusiones sobre las características o evolución de un fenómeno de cualquier tipo: económico, social, educativo, cultural, etc. Un gráfico estadístico es un auxiliar del cuadro estadístico, no lo sustituye sino que sirve como complemento, pero tiene la ventaja sobre él de permitir apreciar más rápidamente los datos.

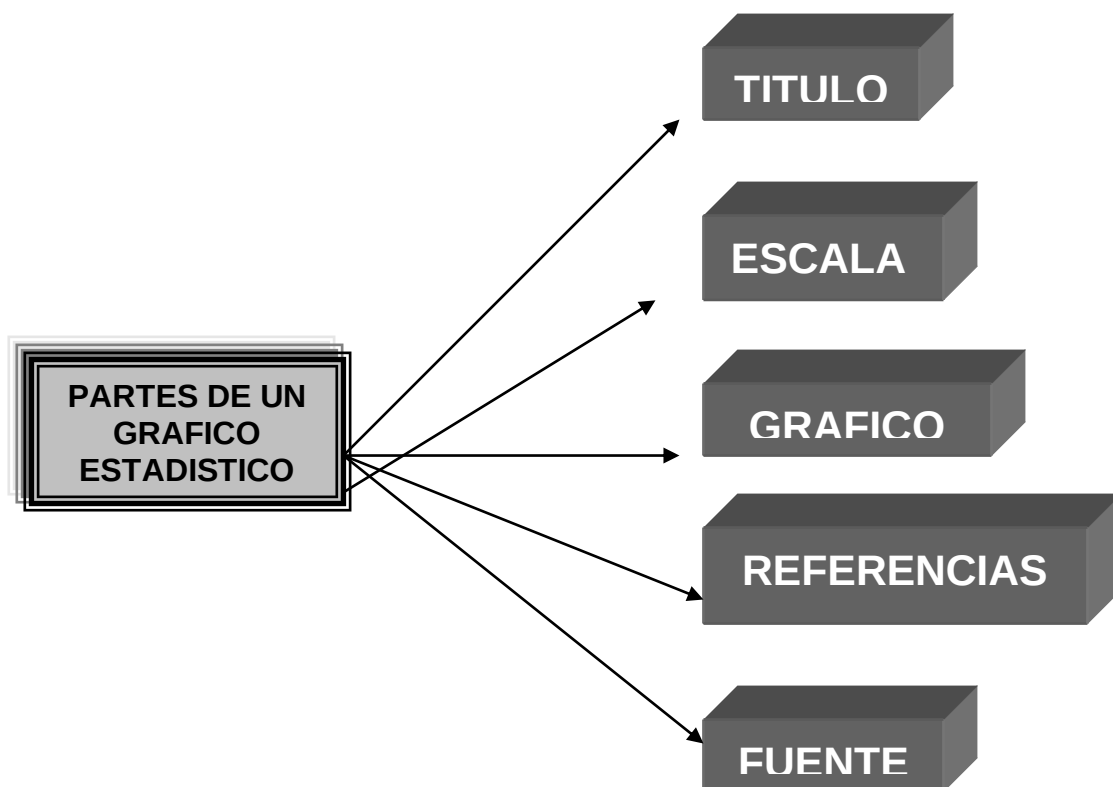
También es importante destacar que cuando hablamos de representación gráfica de fenómenos, estamos haciendo referencia a la representación de variables ya sean éstas cualitativas como cuantitativas, y un gráfico estadístico constituye un recurso muy importante para representar los datos y poder ser analizado y utilizado por el usuario, quien es el destinatario.

Los gráficos son medios popularizados y a menudo los más convenientes para presentar datos, se emplean para tener una representación visual de la totalidad de la información. Los gráficos estadísticos presentan los datos en forma de dibujo de tal modo que se pueda percibir fácilmente los hechos esenciales y compararlos con otros.

6.2 Partes de un gráfico estadístico

La información que debe brindar un gráfico tiene que ser completa, para ello es necesario que cuente de las siguientes partes:

- Título
- Escala
- Gráfico
- Referencias
- Fuente



Describiremos cada componente de un gráfico estadístico:

TITULO

TITULO: nos describe el contenido del gráfico. Para que el título sea completo, éste debe responder a las preguntas:

- **QUE:** Se refiere al fenómeno que se representa gráficamente y se está estudiando.
- **COMO:** Nos indica cómo está expresada la variable que representamos, esto es, las unidades de la variable o formas de la misma.
- **DONDE:** Responde al lugar donde ocurrió el fenómeno o está referido.
- **CUANDO:** Implica temporalidad, es decir, cuándo ocurrió el fenómeno.

Veamos con un ejemplo:

“Tasa de desocupación (en porcentajes de la PEA) en el total de aglomerados de Argentina (1991- 2001).”

- **QUE:** El fenómeno que representamos gráficamente es **la tasa de desocupación**.
- **COMO:** La tasa de desocupación está expresada en **porcentajes de la PEA (Población económicamente activa)**.
- **DONDE:** El lugar donde ocurrió el fenómeno es **Argentina**.
- **CUANDO:** El período que ocurrió es entre **1991 hasta el año 2001**.

GRAFICO

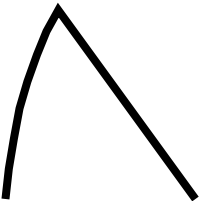


GRAFICO O DIAGRAMA: Se refiere a los dibujos que se utilizan para representar los datos estadísticos. Más adelante desarrollaremos los distintos tipos de gráficos que más se utilizan.

REFERENCIAS



REFERENCIAS: Nos permite indicar los distintos tiempos, lugares, categorías, etc, cuyo fin es hacer más claro el gráfico para el usuario. Suele utilizarse distintos rallados o colores para indicar, por ejemplo, las distintas categorías de la variable que se representa. Sin las referencias no podríamos saber cuáles son las categorías. Al lado de cada rectángulo o círculo o rallado se escribe el nombre de la categoría, el tiempo, el lugar, etc, va a depender de la variable que estemos representando.

FUENTE

FUENTE: Es una nota que se ubica debajo del gráfico e indica el lugar de donde provienen los datos que se utilizan como base para construir el gráfico. Lo mismo ocurre para los cuadros estadísticos, la fuente puede ser primaria o secundaria. La fuente es primaria quien produjo los datos, por ejemplo, el I.N.D.E.C. produce los datos sobre los indicadores laborales, a través de la Encuesta Permanente de Hogares, todo el relevamiento está a cargo de este organismo oficial. Ahora, si esa información, es publicada por algún periódico, publicación o libro, se cita la fuente, en este caso, el medio que publica constituye una fuente secundaria. Antes de la nota se pone Fuente:

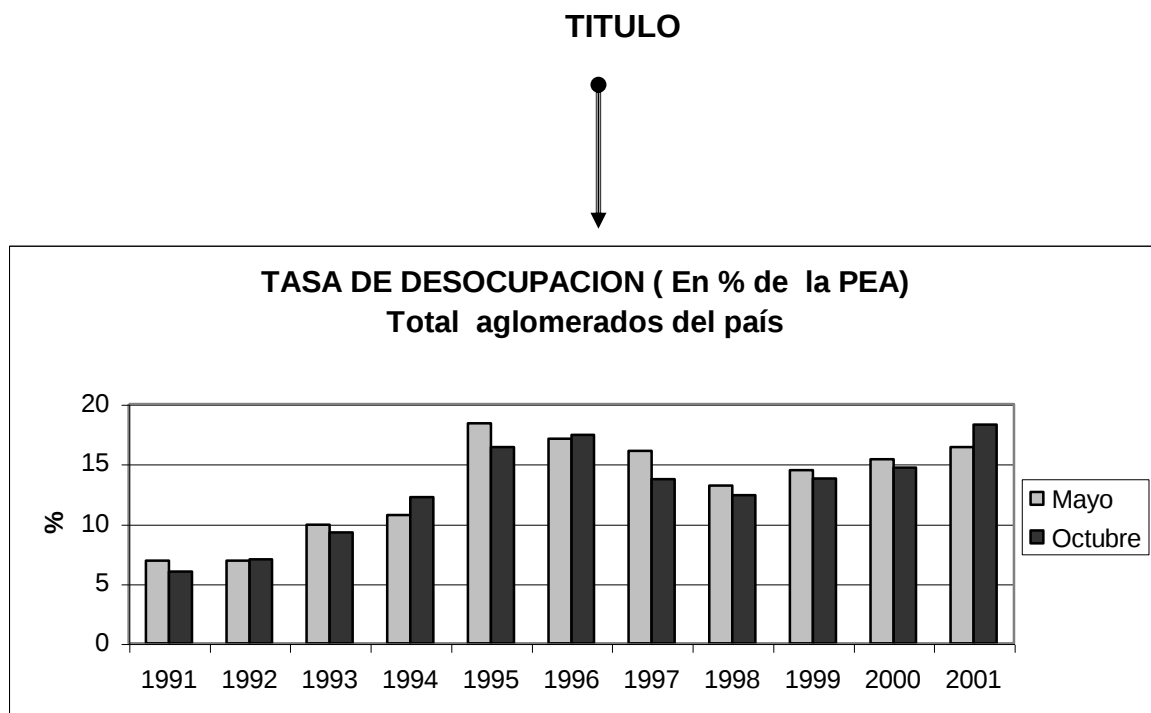
ESCALA



ESCALA: Es la relación que existe entre la unidad del dibujo y la unidad de la variable que se representa. La unidad del dibujo es a elección del que realiza el gráfico.

Ejemplo 3.0

Observemos las distintas partes de un gráfico a través de un ejemplo.



Fuente: I.N.D.E.C.

Podemos observar las partes del gráfico: arriba el título que también puede ubicarse abajo, el diagrama constituido por los rectángulos, las referencias (las ondas mayo y octubre) utilizando distintos colores o rayados en los rectángulos, la escala en los ejes la cual es a elección y finalmente la fuente ubicada abajo del gráfico.

6.3 Tipos de gráficos

6.3.1. Gráfico de líneas

El gráfico de líneas se construye para representar la evolución de un fenómeno a través del tiempo. Veamos como se grafica:

A través de un sistema de ejes coordenados, en el eje de abscisas se representa el tiempo, y en el eje de ordenadas representamos la variable en estudio. Los datos se marcan a través de puntos en base a las escalas de los ejes, y luego se unen entre sí por líneas rectas.

Las escalas en los dos ejes deben ser proporcionales. Se recomienda una proporción de 1 a 1 o de 1 a 2. Si la ordenada mide 5 unidades, la abscisa debe estar entre 5 y 10 unidades. Si no se respeta estas consideraciones puede llevar a mostrar un fenómeno distorsionado, con o sin intención.

Observemos que ocurre cuando las escalas no son proporcionales:

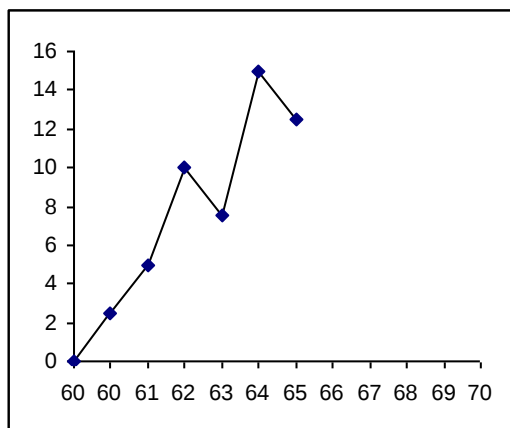


Gráfico incorrecto

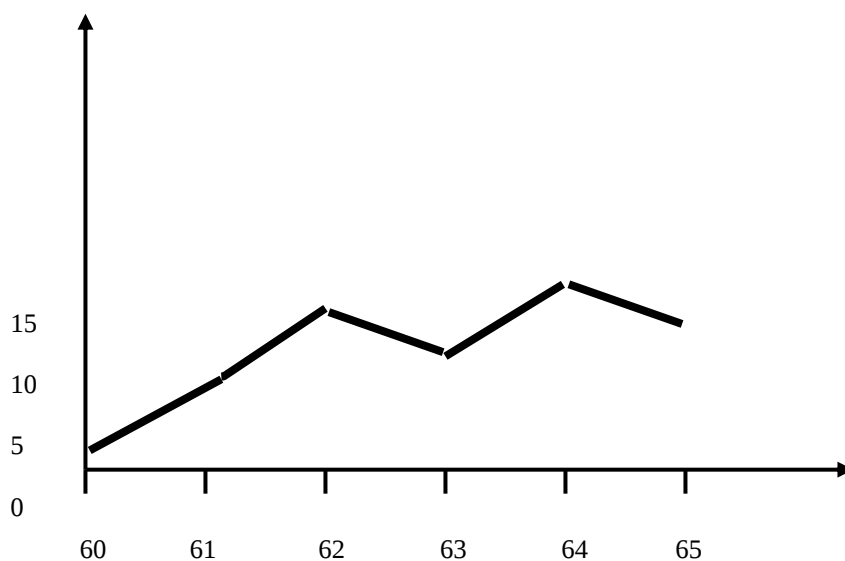
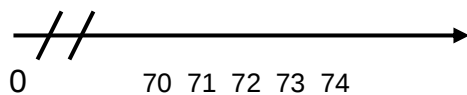


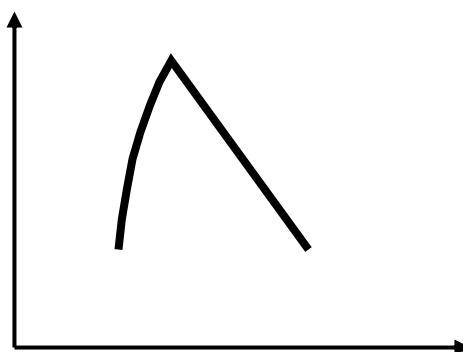
Gráfico incorrecto

Vemos que ambos gráficos con los mismos datos difieren en las escalas, las cuales no son proporcionales y dan una impresión distinta con el mismo fenómeno.

Las escalas de las dos variables deben empezar en cero. Cuando los valores de la variable comienza en una cifra muy distante de cero, se corta el eje con una línea en zig – zag o con dos líneas inclinadas como puede observarse en la figura de abajo.



Las líneas del propio gráfico deben dibujarse más gruesas que los ejes para que se diferencie el gráfico de los ejes de coordenadas.

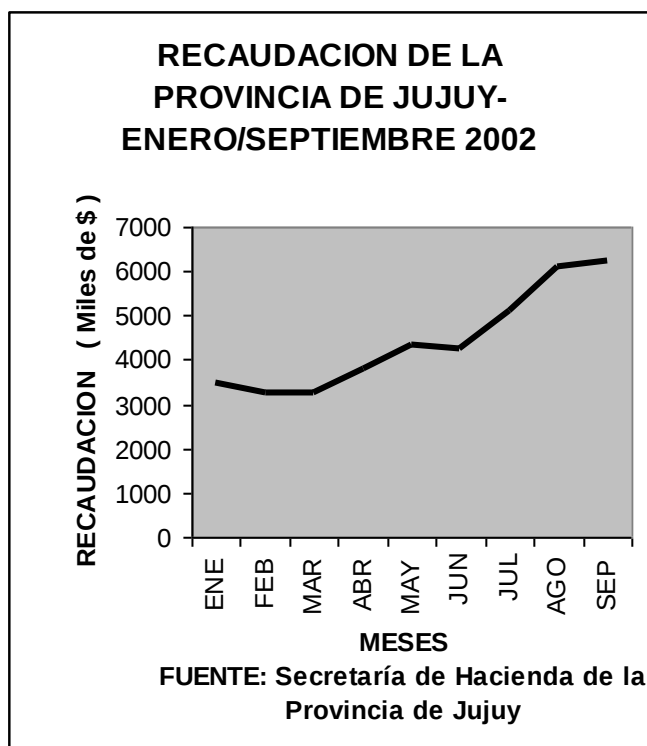


Ejemplo 3.1

La recaudación general de la provincia de Jujuy al mes de septiembre del año 2002, en miles de pesos, puede observarse en el siguiente cuadro:

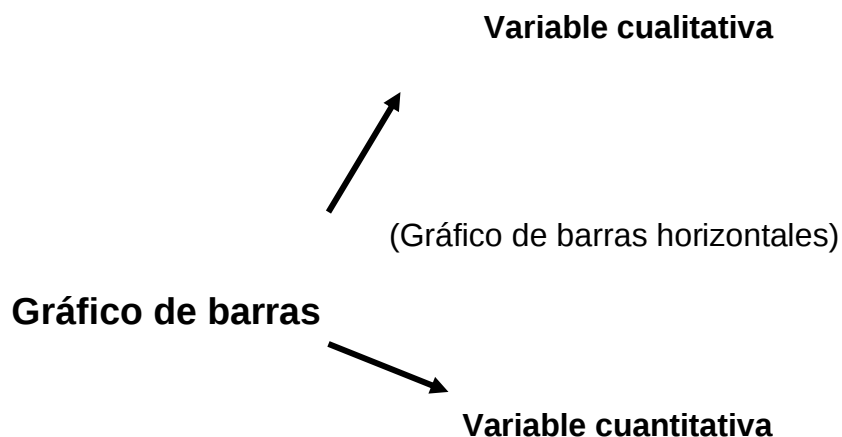
MESES	RECAUDACION
Enero	3.492
Febrero	3.234
Marzo	3.245
Abril	3.784
Mayo	4.317
Junio	4.229
Julio	5.089
Agosto	6.083
Setiembre	6.210

Ahora representamos los datos a través del gráfico de línea:



6.3.2. Gráfico de barras

El fenómeno que se estudia se representa a través de rectángulos, los cuales pueden ser horizontales o verticales, según se trate el tipo de variable. Si se trata de una variable cualitativa se representa las categorías a través de rectángulos horizontales. Si la variable es cuantitativa, se representa gráficamente por rectángulos verticales¹.



¹ En algunos libros se representan las variables cualitativas a través de barras verticales. Es como que no hay nada estricto al respecto. Acá adoptaremos barras horizontales para representar gráficamente las variables mencionadas.

(Gráfico de barras verticales)

Además de esta clasificación, los gráficos de barras pueden ser simples o superpuestos, con partes componentes, comparativas, etc. Ya veremos en qué consiste cada gráfico¹.

¿Cómo se construyen?

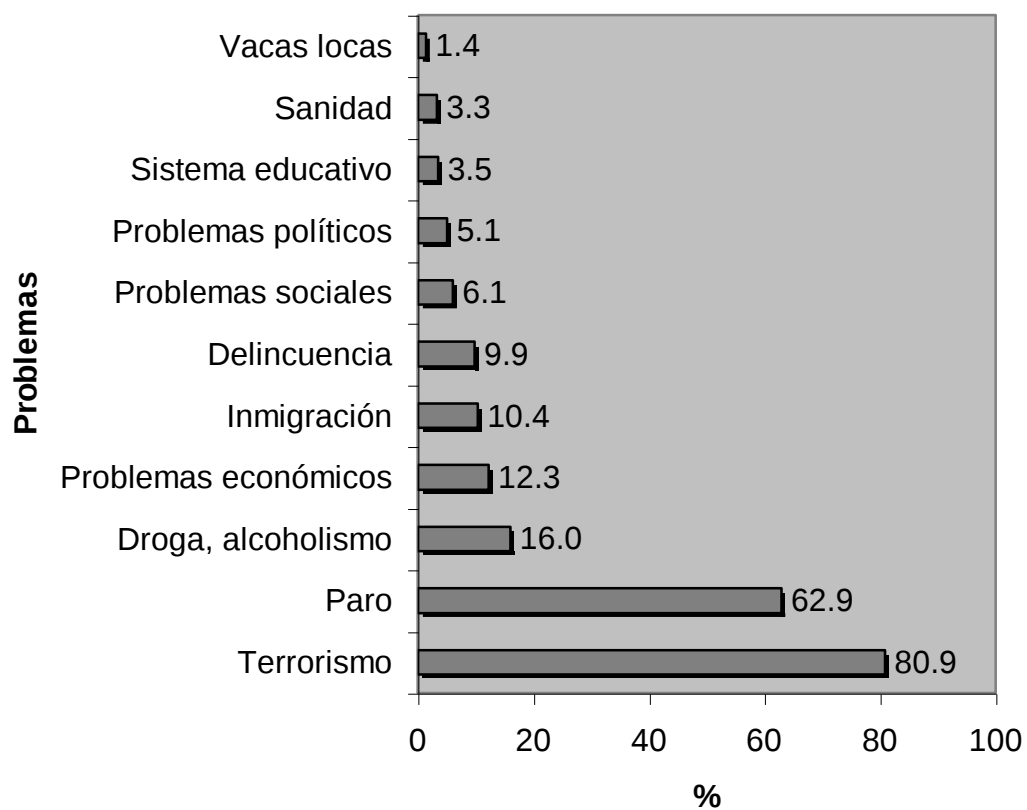
Para su construcción tendremos en cuenta las siguientes consideraciones:

- ✓ Todas las barras o rectángulos deben tener el mismo ancho. Las alturas de los mismos son proporcionales a los datos respectivos.
- ✓ El espacio entre barras deben ser de la misma magnitud. Por lo general, se adopta el criterio de que la distancia entre barras por cuestiones estéticas.
- ✓ Cada barra, en la mayoría de los casos, tiene distinto rayado o distinto color con respecto al resto de las barras.
- ✓ Cuando el gráfico tiene excesivas barras es aconsejable reemplazarlo por el gráfico de líneas.

Gráfico de barras simples: En él, cada rectángulo va a estar representando una categoría de la variable si es cualitativa; y si la variable es cuantitativa cada valor que tome a través del tiempo, estará representado por un rectángulo. Si se trata de un gráfico de barras horizontales, en el eje de ordenada se ubica la variable en estudio con sus respectivas categorías.

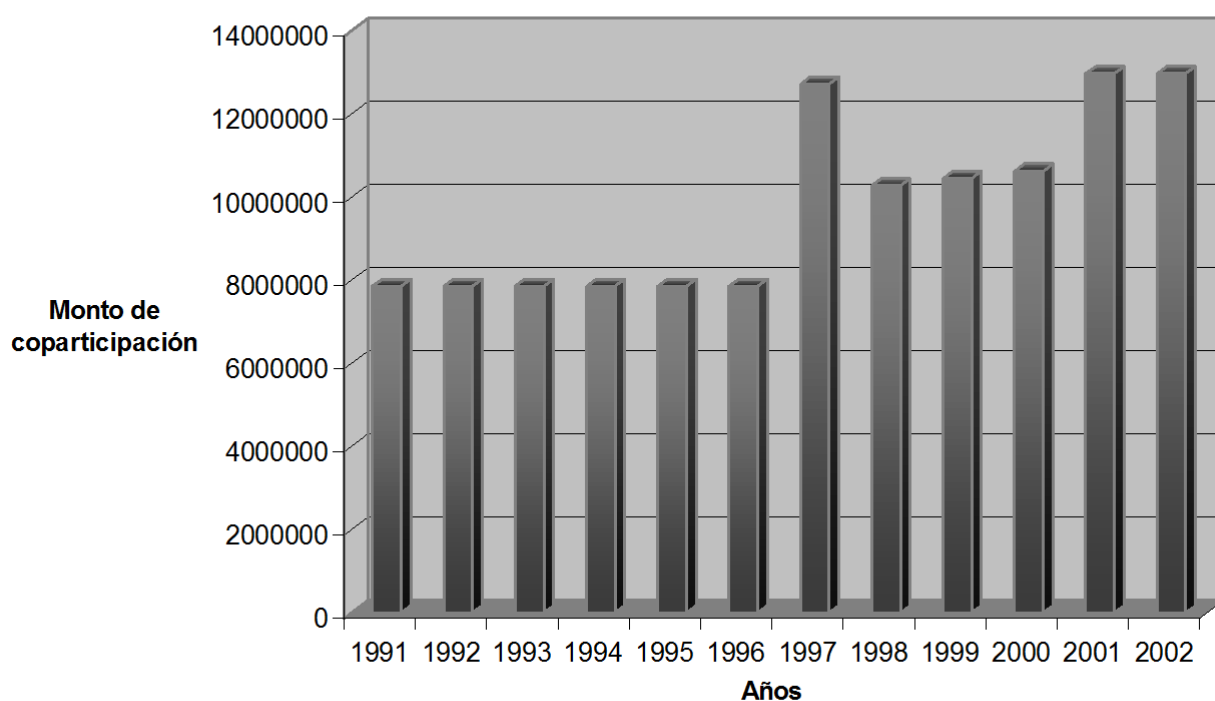
A continuación, en la página siguiente, podemos observar: **gráficos de barras simples horizontales y verticales.**

Los tres principales problemas que existen actualmente(año 2000) en España, considerados por personas a través de una encuesta



FUENTE: Diario ABC (26/01/01)

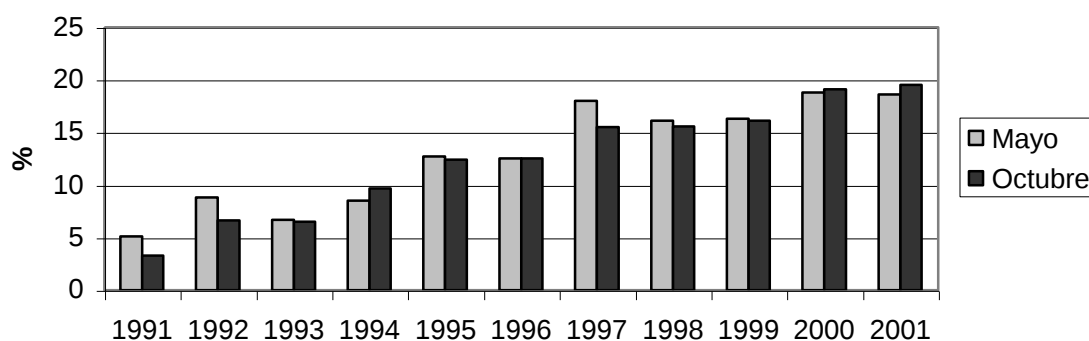
COPARTICIPACION EN CONCEPTOS TOTALES REMITIDAS A 21 MUNICIPALIDADES- PROV. DE JUJUY



Fuente: I.N.D.E.C.

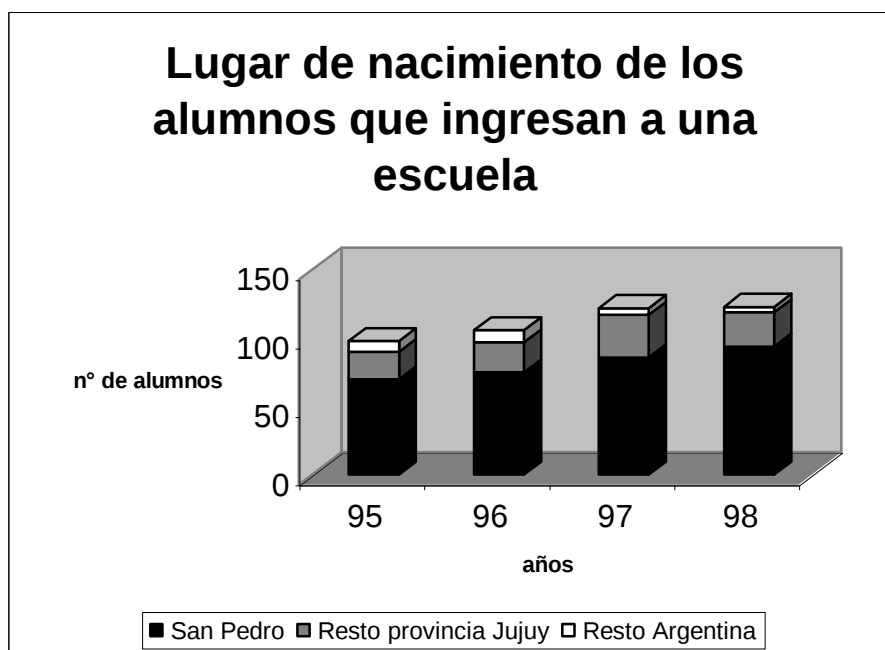
Gráfico de barras superpuestas: Sirven a los fines de poder realizar comparaciones entre una o más series estadísticas con otra u otras. Las barras de cada grupo serán ubicadas una al lado de otra. La separación de cada grupo de barras, sigue las consideraciones hechas en la construcción de los gráficos de barras.

TASA DE DESOCUPACION (en % de la PEA) Provincia de Jujuy*

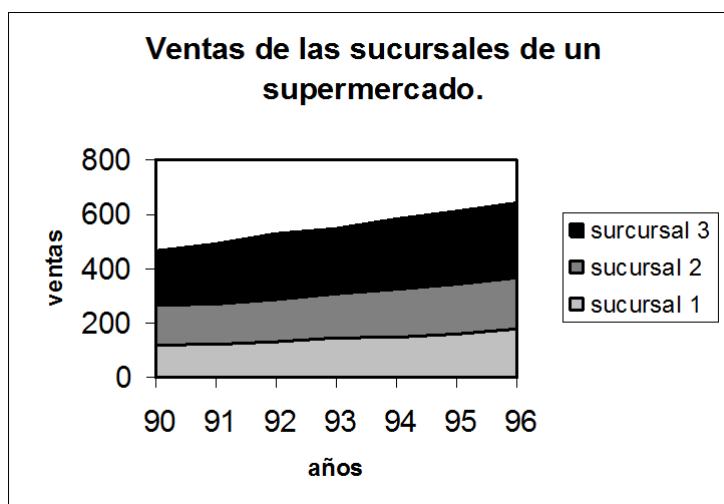


FUENTE: I. N.D.E.C.

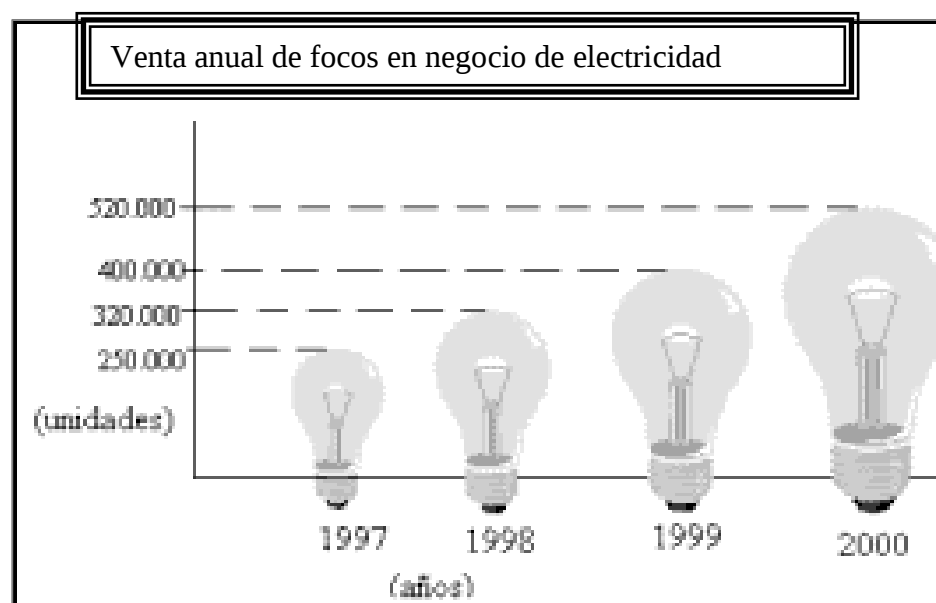
Gráfico de Barras de partes componentes: Este gráfico muestra las barras en cada período. En cada barra o rectángulo, se grafica las partes componentes y al estar divididas en porciones, pueden representar también el peso porcentual de cada una de las partes con relación al total de ellas. Todos los datos están representados en una sola barra, para cada período.



6.3.3 Gráfico de fajas: Este tipo de gráfico sirve para mostrar la evolución de un fenómeno y de sus partes componentes, a través del tiempo. Puede realizarse con cifras absolutas o porcentuales.



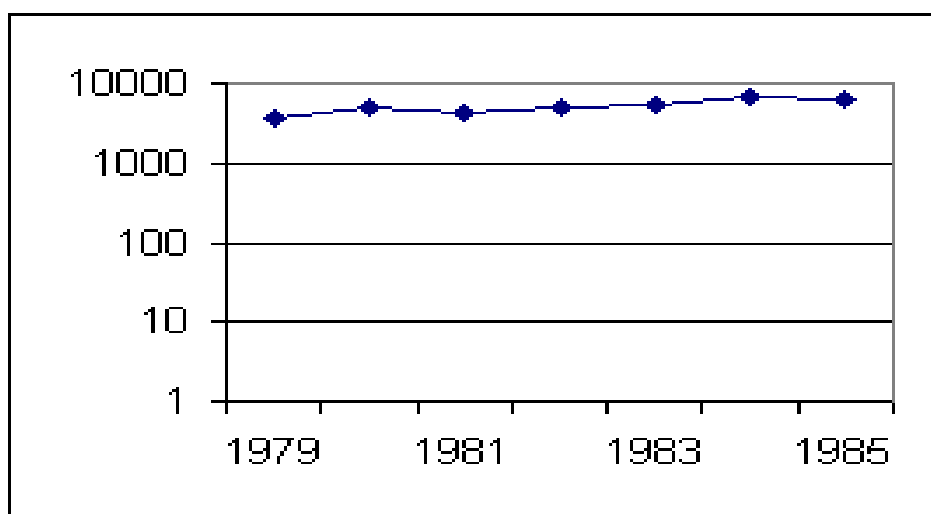
6.3.4 Pictogramas:



Los pictogramas son los más llamativos, ya que se representan por medio de dibujos. Se usan para lograr el entendimiento masivo del público. Son gráficos similares a los gráficos de barras, pero empleando un dibujo alusivo a la variable, en una determinada escala para expresar la unidad de medida de los datos. Generalmente este dibujo debe cortarse para representar los datos.

6.3.5 Gráfico Logarítmico:

Estos gráficos se utilizan para representar valores con grandes incrementos o decrecimientos entre sí durante períodos de tiempo.

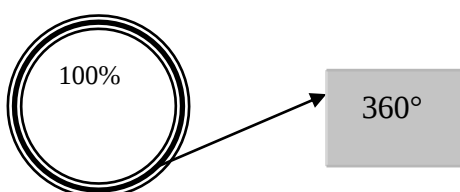


6.3.6 Gráfico de Sector Circular ó de Pastel:

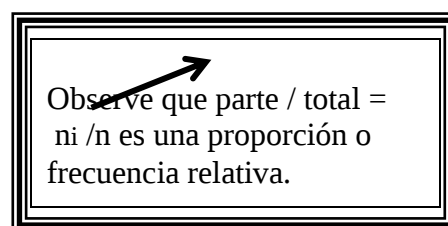
Son utilizados cuando se quiere representar la distribución de un atributo en sus partes componentes. Cada parte componente está referida a un total, es decir hay que representar cada proporción. Para ello se divide un círculo en las partes componentes proporcionalmente de acuerdo a las cifras porcentuales que se representan.

Al total del círculo en grados, 360° , le hacemos corresponder el 100%. Para obtener en grados cada parte componente, utilizamos regla de tres simple directa:

$$\begin{array}{l} \text{Total (n)} \text{-----} 360^\circ \\ \text{Parte componente (ni)} \text{-----} x^\circ \\ \text{Con } n = \sum n_i \end{array}$$



Entonces, el número de grados que corresponde a una parte componente será en general:

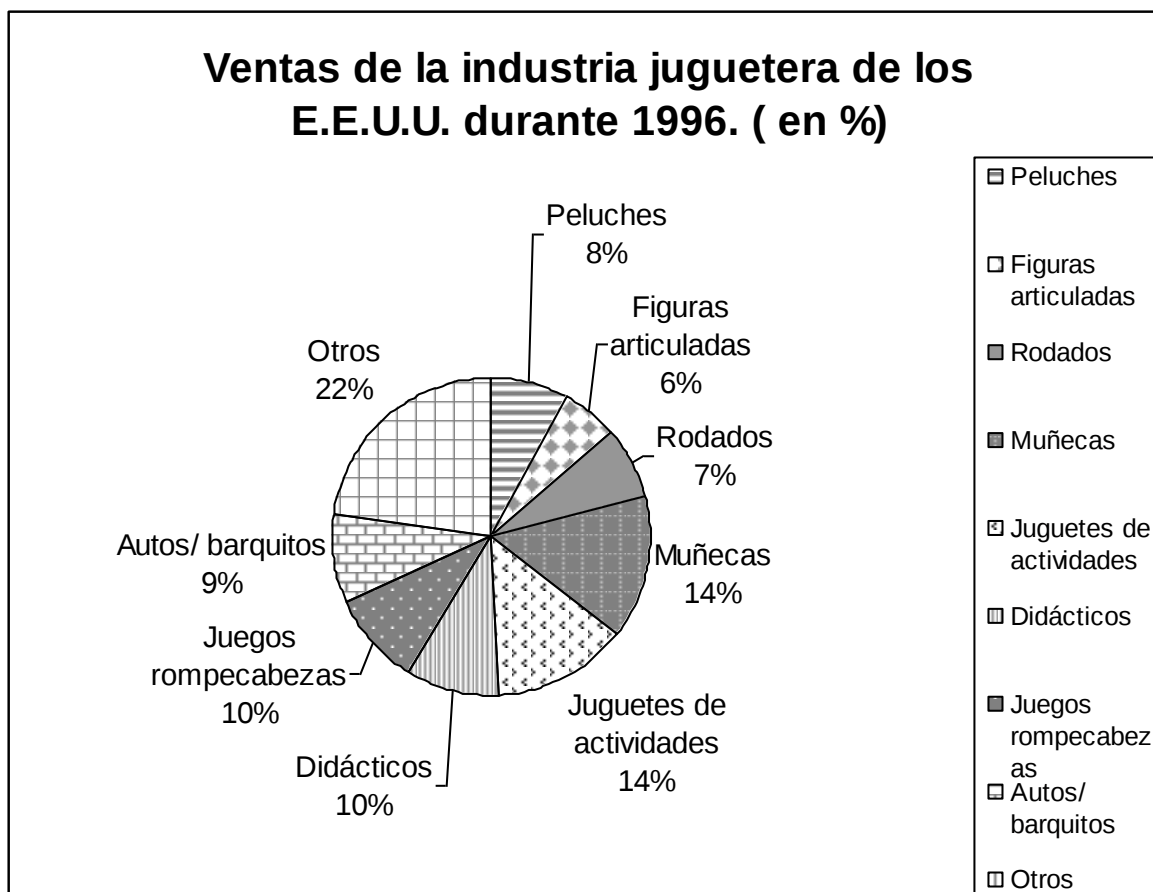


IMPORTANTE

Tanto la parte como el total pueden estar expresados en valores absolutos o en porcentajes, en el último caso el total será 100%. Luego los porcentajes se simplifican y queda el cociente expresado en grados. Ejemplo:

$$x^\circ = \frac{1128 \times 360^\circ}{14306} = 28.4^\circ \cong 28^\circ$$

Se traza la diagonal horizontal del círculo, cuya medida depende del tamaño que se desee dar al círculo. A partir del primer radio con un semicírculo o círculo se marca los grados correspondientes a la parte componente que estoy representando. Luego sigo con la segunda y así sucesivamente hasta completar el círculo.



6.3.7. Gráfico angular:

Estos gráficos se utilizan en casos especiales para representar datos mensuales en el transcurso de un año, como por ejemplo, las ventas de un determinado producto durante todos los meses del año, el ingreso de pacientes con una determinada patología o enfermedad a la guardia de un hospital durante el transcurso de un año, etc.

Construcción: Se traza una circunferencia cuyo radio va a ser equivalente al promedio aritmético de los 12 valores observados. Para ello se determina arbitrariamente: tantos cm equivalen al promedio de los datos. Luego, por regla de tres simple directa, se calculan el valor de los segmentos correspondientes

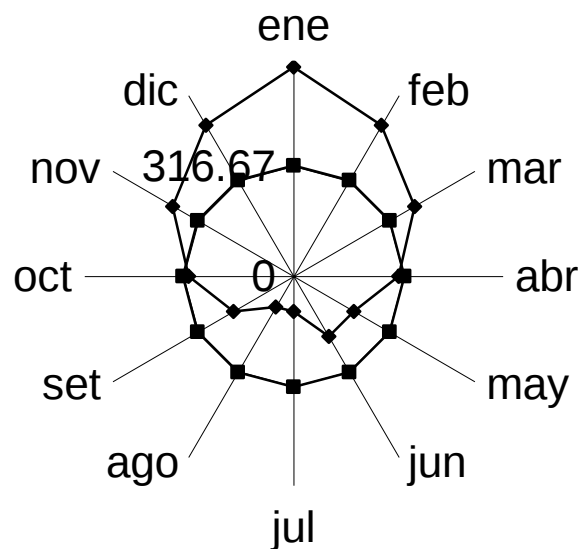
a los doce meses del año. Ejemplo:

ENERO

$$\begin{array}{l} \bar{a} \text{-----} 3\text{cm} \\ 10 \text{-----} 10 * 3\text{cm} / \bar{a} = x \text{ cm} \end{array}$$

Así, para los distintos meses del año voy a obtener valores mayores, menores o iguales que el promedio. Luego se unen todos los puntos obtenidos con una línea quebrada. Los valores que se encuentren dentro de la circunferencia, significan que en esos meses las ventas, por ejemplo, están debajo del promedio. Los valores que se encuentren fuera de la circunferencia, se hallan por encima del promedio. Estos gráficos tienen la virtud de mostrar si existe alguna **“estacionalidad”**.

VENTA DE AIRES ACONDICIONADOS



5.3.8. Pirámide poblacional:

Este gráfico nos permite representar la estructura de una población clasificada por sexo y edad.

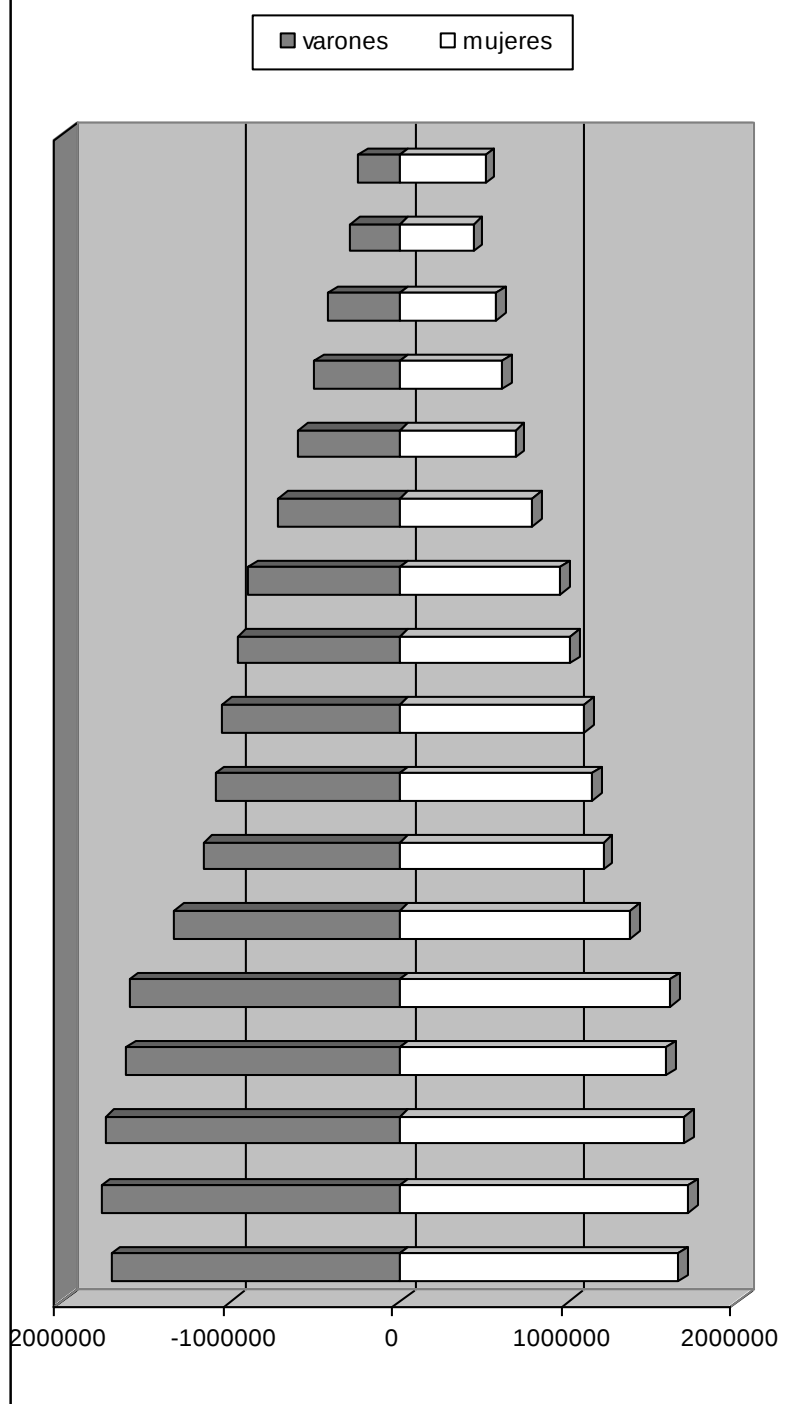
Construcción: Se colocan las edades o grupos de edades en un eje vertical. Para cada grupo de edad tendremos una barra horizontal para cada lado. A la izquierda se representan las personas de sexo masculino y a la derecha las de sexo femenino. La longitud de la barra o rectángulo es igual a la cantidad de personas que pertenecen al grupo de edad correspondiente.

Los datos que hacen posible la construcción de pirámides poblacionales, surgen de los censos de población que se realizan cada diez años. Es como una fotografía de ese momento.

La forma de la pirámide se debe a tres indicadores:

- ✓ Tasa de natalidad.
- ✓ Tasa de mortalidad.
- ✓ Saldo migratorio.

Pirámide Poblacional- Censo 2001- República Argentina



Fuente: I.N.D.E.C.

7.

INDICADORES DE CONTROL

Actividad 1:

En el Departamento de Personal de una empresa, se registraron los días trabajados por el personal de la misma, durante un mes. El siguiente cuadro muestra dicha información:

Nº de días trabajados	Nº de empleados
20	6
21	8
22	22
23	20
24	35
25	19
26	11

- Construya una tabla de distribución de frecuencias.
- Calcule las frecuencias absolutas, relativas, relativas porcentuales, y acumuladas. Interprete dos frecuencias de cada tipo.

RESOLUCIÓN:

Nº de días trabajados	Frecuencias Absolutas	Frecuencias Relativas	Frecuencias Relativas Porcentuales	Frecuencia Acumulada Menor que
20	6	0.05	5	6
21	8	0.07	7	14
22	22	0.18	18	36
23	20	0.17	17	56
24	35	0.28	28	91
25	19	0.16	16	110
26	11	0.09	9	121
Total	121	1	100	

$f_1 = 6$ empleados de la empresa, trabajaron durante el mes 20 días.

$f_5 = 35$ empleados de la empresa, trabajaron durante el mes 24 días.

$r_1 = 0.05$, es la proporción de empleados de la empresa, que trabajaron durante el mes 20 días.

$r_5 = 0.28$, es la proporción de empleados de la empresa, que trabajaron durante el mes 24 días.

$r1\% = 5$, el 5% de los empleados de la empresa, trabajaron 20 días durante el mes.

$r5\% = 28$, el 28% de los empleados de la empresa, trabajaron 24 días durante el mes.

$F1 = 6$ empleados de la empresa, trabajaron durante el mes 20 días.

$F5 = 91$ empleados de la empresa, trabajaron durante el mes entre 20 y 24 días.

Actividad 2:

El Ministerio de Economía de un país, decide alentar y apoyar el desarrollo de pequeñas empresas. Para ello implementa 50 líneas de crédito (en miles de pesos) , a través del banco oficial, para los proyectos que presentaron y fueron aprobados. Los montos de los préstamos se detallan a continuación:

15	2	18	24	32	40	12	9	3	60
20	13	7	30	27	30	18	20	10	42
5	10	16	22	55	50	60	27	28	15
8	14	33	24	46	20	35	15	9	4
16	18	20	40	50	14	12	7	3	10

1. Definir la variable y clasificarla.
2. Construir intervalos de clase con amplitud constante.
3. Formar una tabla de distribución de frecuencias.
4. Interpretar dos frecuencias de cada tipo.

RESOLUCIÓN:

1.Variable: montos de préstamos otorgados a pequeñas empresas. Tipo de variable: cuantitativa, continua.

2.

1. Ordenamos los datos:

2	3	3	4	5	7	7	8	9	9
10	10	10	12	12	13	14	14	15	15
15	16	16	18	18	18	20	20	20	20
22	24	24	27	27	28	30	30	32	33
35	40	40	42	46	50	50	55	60	60

Una vez ordenados armamos los intervalos en forma arbitraria:

0 – 10
 10 – 20
 20 – 30
 30 – 40
 40 – 50
 50 – 60
 60 – 70

3.

Montos de préstamos	N° de empresas f_i	r_i	$r_i\%$	$F_i<$	$F_i>$
0 – 10	10	0.20	20	10	50
10 – 20	16	0.32	32	26	40
20 – 30	10	0.20	20	36	24
30 – 40	5	0.10	10	41	14
40 – 50	4	0.08	8	45	9
50 – 60	3	0.06	6	48	5
60 – 70	2	0.04	4	50	2
Total	50	1	100		

4.

f_1 : 10 empresas obtuvieron un préstamo menor de \$ 10.000.

f_2 : 16 empresas obtuvieron un préstamo entre \$ 10.000 y más, y menos de \$ 20.000.

r_1 : 0.20 es la proporción de empresas que obtuvieron un préstamo menor de \$ 10.000.

r_2 : 0.32 es la proporción de empresas que obtuvieron un préstamo entre \$ 10.000 y más, y menos de \$ 20.000.

$r_1\%$: el 20% de las empresas obtuvieron un préstamo menor de \$ 10.000.

$r_2\%$: el 32% es de las empresas obtuvieron un préstamo entre \$ 10.000 y más, y menos de \$ 20.000.

$F_1<$: 10 empresas obtuvieron un préstamo menor de \$ 10.000.

$F_2<$: 16 empresas obtuvieron un préstamo menor de \$ 20.000.

$F_1>$: 50 empresas obtuvieron un préstamo hasta menos de \$ 70.000.

$F_2>$: 40 empresas obtuvieron un préstamo entre \$ 20.000 y menos de \$ 70.000.

Actividad 3:

Se realizó un censo en un barrio y entre otras cosas que se preguntó fue el sexo de las personas que habitan el barrio. Los resultados fueron:

Sexo	Nº de personas
Masculino	250
Femenino	360
No contesta	5
Total	615

- ¿ Cuántas personas pertenecen al sexo femenino?
- ¿Cuál es la proporción de varones del barrio?
- ¿Cuál es el porcentaje de mujeres que habitan el barrio?

Resolución:

- 360 personas pertenecen al sexo femenino.
- $250 / 615 = 0.40$.
- $(360 / 615) \times 100 = 58.54 \%$.

Nota: Todas estas respuestas y más, se logran construyendo una tabla de frecuencias. En el primer caso se trata de una frecuencia absoluta, en el segundo caso de una frecuencia relativa, y en el último caso se trata de una frecuencia relativa porcentual. Para el resto de las categorías tenemos la siguiente tabla:

Sexo	Nº de personas f_i	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual
Masculino	250	0.40	40
Femenino	360	0.59	59
No contesta	5	0.01	1
Total	615	1	100

8.



PRACTICA



PROBLEMAS DE APLICACIÓN – DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS.

1.

Los resultados del lanzamiento de un dado 50 veces, fueron los siguientes :

6	5	2	6	4	3	6	2	6	5
1	6	3	3	5	1	3	6	3	4
5	4	3	1	3	5	4	4	2	6
2	2	5	2	5	1	3	6	5	1
5	6	2	4	6	1	5	2	4	3

Forme una distribución de frecuencias sin intervalos de clase.

2.

Las ventas diarias de un determinado aparato electrónico durante un mes, por una firma comercial, en miles, fueron las siguientes :

14	12	11	13	14	13
12	14	13	14	11	12
12	14	10	13	15	11
15	13	16	17	14	14

Forme una distribución de frecuencias sin intervalos de clase e interprete algunas frecuencias.

3.

Considerando las notas de un test de inteligencia aplicado a 100 alumnos :

64	78	66	82	74	103	78	86	103	87
73	95	82	89	73	92	85	80	81	90
78	86	78	101	85	98	75	73	90	86
86	84	86	76	76	83	103	86	84	85
76	80	92	102	73	87	70	85	79	93
82	90	83	81	85	72	81	96	81	85

68	96	86	70	72	74	84	99	81	89
71	73	63	105	74	98	78	78	83	96
95	94	88	62	91	83	98	93	83	76
94	75	67	95	108	98	71	92	72	73

- Forme una distribución de frecuencias con intervalos de clase.
- Determine las frecuencias absolutas , relativas y relativas porcentuales.
- Determine las frecuencias acumuladas de la forma " menor y mayor que".
- Construya un gráfico representativo para cada caso.

4.

Dada la siguiente distribución de frecuencias :

x	f
3	2
4	5
5	12
6	10
7	8
8	3

determine :

- las frecuencias absolutas , relativas y relativas porcentuales ;
- las frecuencias acumuladas ;
- los gráficos correspondientes.

5.

Sea X el número de personas viviendo en cada granja. En una muestra aleatoria de 50 granjas se obtuvieron los siguientes datos para X :

2	4	5	6	6	7	8	8	9	10
2	4	5	6	7	7	8	9	9	11
3	4	5	6	7	7	8	9	10	11
3	5	5	6	7	7	8	9	10	12
4	5	6	6	7	8	8	9	10	12

Empleando los distintos valores de X como clases, hágase lo siguiente :

- Constrúyanse una distribución de frecuencias, una distribución de frecuencias relativas, una distribución de frecuencias acumuladas y una distribución de frecuencias relativas acumuladas.
- Trácese un histograma, un polígono de frecuencias y una ojiva.

6.

Treinta estudiantes del primer año de universidad trabajaron la tarde de un sábado. A continuación se muestra la distribución de frecuencias de sus salarios.

SALARIOS	Nº DE ESTUDIANTES
X	fi
\$	
7.5-12.5	2
12.5-17.5	5
17.5-22.5	9
22.5-27.5	6
27.5-32.5	3
32.5-37.5	5
Total	30

- Constrúyanse una distribución de frecuencias relativas, una distribución de frecuencias acumuladas y una distribución de frecuencias relativas acumuladas.
- Interpretar cada frecuencia.
- Representar gráficamente las frecuencias.

7.

Los siguientes datos (en miles de \$) corresponden a ventas mensuales de 50 negocios:

10.3 11.1 9.6 9.0 14.5 13.0 6.7 11.0 8.4 10.3
 13.0 11.2 7.3 5.3 12.5 11.8 8.0 10.6 8.7 9.5
 11.1 10.2 9.9 9.8 11.1 11.6 6.5 15.1 7.5 12.5
 10.0 12.9 9.2 10.0 12.8 12.5 9.3 10.4 12.7 10.5
 11.5 10.7 9.3 7.8 11.6 10.5 7.6 10.1 8.9 8.6

- Definir la variable y clasificarla.
- Armar 5 intervalos de clase de amplitud 2.1, siendo el límite inferior del primer intervalo 5.0.
- Calcular las frecuencias absolutas y relativas y graficarlas.

8.

Los siguientes datos corresponden a estaturas (en centímetros) y número de personas que miden dichas estaturas.

Estatura	Número de personas
150 - 156	1
156 - 162	5
162 - 168	8
168 - 174	13

174 - 180

3

- Identificar la variable y clasificarla
- Calcular las frecuencias absolutas y relativas
- Construir los gráficos de frecuencias pertinentes
- Calcular y graficar las frecuencias acumuladas de las formas "mayor y menor que"

9.

En una prueba de coordinación física tomada a 20 personas que habían consumido la cantidad de alcohol límite legalmente permitida para conducir, se obtuvieron las siguientes puntuaciones:

69	84	52	93	61	74	79	65	88	63
57	64	67	72	74	55	82	61	68	77

- Identificar la variable, clasificarla e indicar su escala de medición.
- Ordenar los datos en un diagrama de tallo y hojas. Interpretarlo.

10.

Se registró, para una muestra de 50 bancos comerciales y/o instituciones de préstamos, el número de solicitudes de préstamos para casas otorgados durante un mes en particular. Los datos son los siguientes:

2	9	14	19	4	7	14	8	1	3
18	2	1	24	3	12	2	6	16	4
11	23	32	3	7	4	6	0	2	8
9	1	8	2	13	1	18	5	26	4
2	1	4	0	18	9	2	8	5	6

- Identificar la variable, clasificarla e indicar la escala de medición.
- La salida de SPSS que se presenta a continuación, fue obtenida procesando los datos sin agrupar. INTERPRETARLA.

PRÉSTAMO Stem-and-Leaf Plot (Diagrama de tallo y hojas)

Frequency	Stem &	Leaf
22,00	0 .	0011111222222233344444
14,00	0 .	55666778888999
5,00	1 .	12344
5,00	1 .	68889
2,00	2 .	34
1,00	2 .	6
1,00	Extremes	(>=32)

Stem width: 10
Each leaf: 1 case(s)

☺ PROBLEMAS DE APLICACIÓN- GRAFICOS ESTADÍSTICOS

Guía de lectura

- ¿Por qué son importantes las representaciones gráficas en los trabajos estadísticos?
- ¿Cómo deben ser las escalas de un gráfico?
- Realice una síntesis con los distintos tipos de gráficos estudiados y la oportunidad de uso adecuado de cada uno de ellos.
- Mencione las distintas partes de un gráfico estadístico y descríbalas.

1.

La cantidad de suicidios en Argentina aumentó casi un 60 por ciento entre 1991 y 2001, de acuerdo con una estadística oficial. La información se observa en el siguiente cuadro:

Año	Nº de suicidios
1991	1978
1992	2226
1993	2272
1994	2292
1995	2241
1996	2268
1997	2247
1998	2359
1999	2431
2000	2787
2001	3147

Fuente: Dirección de Estadística e información de Salud.
Diario Pregón, 4/10/03. Pág.5

Represente los datos en el gráfico que Ud. considere más conveniente.

2.

La deuda externa bruta argentina, su evolución a partir de 1990 hasta el año 1999, y su composición, en millones de dólares a fines de cada período, se observa en la siguiente tabla:

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Títulos públicos	8.406	7.378	11.292	41.926	47.421	58.341	68.841	74.054	78.212	85.804
Organismos internacionales	8.222	7.962	7.104	10.501	11.894	15.384	16.367	16.790	19.122	20.311
Deuda bilateral	8.159	8.816	9.001	9.559	10.731	11.614	10.162	8.104	7.455	5.918
Banca comercial	30.944	32.874	30.265	1.180	1.567	1.816	1.452	1.423	3.646	5.029
Deuda de corto plazo	0	0	0	0	0	0	0	0	3.295	4.174
Otros acreedores	1.851	1.811	1.083	580	587	617	283	731	628	641

Total	57.582	58.841	58.745	63.746	72.200	87.772	97.105	101.101	112.358	121.877
--------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	----------------

Fuente. Kulfas, M., Schorr, M.: "La Deuda Externa Argentina: Diagnóstico y lineamientos propositivos para su reestructuración"- Fundación OSDE-CIEPP- 2002.

- Represente gráficamente la evolución de la deuda.
- Represente gráficamente la evolución de la composición de la deuda.
- Identificar la variable y clasificarla.

3.

Según Ultracine, empresa líder en información de Box Office, da cuenta que en el año 2009 estas fueron las diez películas argentinas más vistas, según la cantidad de espectadores en las salas de cine de todo el país. Esta información puede verse en la siguiente tabla:



Películas argentinas más vistas	Nº de espectadores
El secreto de sus ojos	2.410.000
Las viudas de los jueves	538.000
Papá por un día	497.000
Esperando la carroza 2	375.000
Música en espera	235.000
El Ratón Pérez 2	226.000
Cuestión de principios	168.000
Felicitas	128.000
Anita	122.000
El corredor nocturno	96.000

Fuente: Ultracine (ex Dis-Service)

Representar gráficamente esta información de la forma más adecuada..

4.

La suba de precios es el mayor sostén de las cuentas públicas. El impacto fiscal de la inflación es notorio y explica el 51% de la suba de recaudación:

LOS INGRESOS

Inflación 28.944

Actividad 12.205

Otras 10.676

La suba de los precios hace inflar la recaudación y licuar los gastos del Estado. Los datos son el acumulado de 7 meses. La fuente secundaria de los datos es el diario Clarín del 10 de agosto de 2010, surgidos de la Secretaría de Hacienda de la Nación. Grafique los datos de la manera más conveniente de acuerdo a la variable citada.

5.

En el siguiente cuadro se muestra la precipitación pluvial de cada mes en una ciudad de Estados Unidos.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abril	Mayo	Jun.	Jul.	Agto.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
------------	-------------	-------------	-------------	--------------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	-------------	-------------	-------------

Lluvia en pulgadas	2.0	1.8	2.5	3.7	6.8	7.5	6.5	7.1	9.7	8.0	2.6	1.8
---------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Represente los datos estadísticos gráficamente de la manera que considere más adecuada, considerando a los mismos en relación a la media aritmética. Interprete luego el gráfico.

6.

El PBI de Argentina y su evolución en los últimos años (variación porcentual interanual) , puede observarse en el siguiente cuadro:

Años	Variación %
1995	-2.8
1997	8.1
1998	3.9
1999	-3.4
2000	-0.5

Fuente: Dirección Nacional de Cuentas Nacionales

Representar gráficamente.

7.

La población total de la Argentina en 2001, por sexo, según grupos de edad, se refleja en el siguiente cuadro:

Grupos de Edad	Varones	Mujeres	Grupos de Edad	Varones	Mujeres
Total	17.659.072	18.601.058			
0 - 4	1.703.190	1.646.088	50-54	895.127	955.354
5 - 9	1.760.659	1.710.558	55-59	718.159	785.887
10-14	1.738.744	1.688.456	60-64	597.259	687.078
15-19	1.613.030	1.575.274	65-69	499.544	610.244
20-24	1.597.939	1.601.400	70-74	422.426	574.099
25-29	1.329.493	1.365.848	75-79	289.055	438.840
30-34	1.159.698	1.205.205	80 y más	245.867	507.545
35-39	1.086.600	1.143.017			
40-44	1.043.147	1.093.389			
45-49	959.135	1.012.776			

Fuente: INDEC. Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2001.

Representar estos datos gráficamente a través de una pirámide poblacional. Indique cuales son los indicadores que determinan la forma de la pirámide poblacional. Defina envejecimiento poblacional.

8.

Los ingresos anuales de una empresa de la alimentación se muestran en el siguiente cuadro:

Años	Ingresos (en millones de \$)
2000	123
2001	104
2002	98
2003	154
2004	170
2005	208
2006	220
2007	189

2008	167
2009	142

Representar gráficamente la información de la forma más conveniente.

9.

Las complicaciones derivadas de abortos clandestinos son la principal causa de muerte materna en seis provincias con mayores proporciones de pobreza del país: Formosa, Chaco, Tucumán, San Luis, Mendoza y San Juan. Esta conclusión se deriva de un estudio realizado por el Ministerio de Salud de la Nación. Las causas de mortalidad materna se observan en el siguiente cuadro:

Causas de mortalidad materna	Porcentajes (%)
Trastornos hipertensivos	8.4
Hemorragias	22.1
Infecciones/ sepsis	9.5
Abortos	27.4
Otras causas	32.6

Fuente: Diario Pregón, 23/09/04. Página 3

Represente gráficamente y realice los comentarios que le surjan de esta información.

10.

Dadas las condiciones del tipo de cambio favorable para turistas extranjeros y una política turística en marcha, la cantidad en miles de turistas según países y zonas del mundo que ingresaron a la Argentina en el año 2003, según el INDEC y la Dirección Nacional de Cuentas Internacionales, puede observarse en el cuadro siguiente:

Zona	Turistas (en miles)
Chile	796
Paraguay	526
Brasil	503
Europa	491
Uruguay	366
Resto de América	230
EE.UU. y Canadá	227
Bolivia	125
Resto del mundo	109

En base a esta información grafique de la manera más conveniente.

11.

La medición de la desocupación correspondiente al tercer trimestre de 2006, se ubicó en 10.2%. Se considera y se computa como ocupados a los beneficiarios de los planes sociales. En el siguiente cuadro se muestran algunos aglomerados urbanos del país, y la desocupación con planes y sin planes sociales.

LUGAR	Desocupación oficial (%)	Desocupación sin planes (%)	Diferencia
San Luis, El Chorillo	2,1	23,2	21,1
S.S. de Jujuy, Palpalá.	6,3	15,5	9,2
Sgo. del Estero, La Banda	7,3	13,7	6,4
Santa Rosa, Toay	6,6	12,5	5,9
Gran Resistencia	5,6	11,4	5,8
Prov. de Formosa	4,5	10,0	5,5
Prov. de La Rioja	9,8	15,1	5,3
Partidos del GBA	12,1	14,4	2,3

Fuente: Diario Clarín, 22/01/07, pag.12

Graficar esta información en el gráfico conveniente.

12.

El retraso del tipo de cambio y la inflación ya comienzan a afectar entre otras a la industria del plástico, típica sustituidora de importaciones. Según la Cámara Argentina de la Industria Plástica (CAIP), el 37.8% de los productos terminados importados proviene de China (en pleno auge de la Convertibilidad la presencia china llegaba a valores similares a los del 2007). El consumo aparente de productos semielaborados y terminados plásticos, en miles de toneladas, se observa en los siguientes datos de 2007:

- ✓ Producción: 1.584
- ✓ Importación: 214
- ✓ Exportación: 147
- ✓ Consumo aparente: 1.652

Fuente: CAIP

Graficar esta información en un gráfico conveniente

13.

En una encuesta privada se estudia los problemas de la Argentina en el 2010 que a la gente le preocupa:

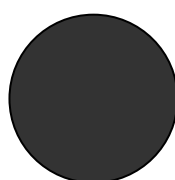
- ✓ Inseguridad 35%
- ✓ Inflación 32%
- ✓ Pobreza 18%
- ✓ Libertad de prensa 10%
- ✓ Corrupción 5%

Representar los datos en un gráfico conveniente. Interprete los resultados.

14.

Durante 2009 se vendieron en Argentina 13.591.618 unidades, incluyendo todos los soportes físicos relacionados con la industria discográfica: CDs, cassettes, singles, videos, vinilos y DVDs musicales.

Las ventas corresponden a los años 2008 y 2009 y una serie histórica desde 1999 al 2008 y se observan en los siguientes cuadros:





FORMATO	2009 unidades	2008 unidades
CD	12.092.076	14.257.587
DVD musical	1.415.109	1.651.105
CASSETTES	74.240	62.894
DVD audio	2.028	14.100
SINGLES	4.302	-
VINILOS	3.863	-
TOTAL	13.591.618	15.985.686

FUENTE: CAPIF

Año	Unidades
2008	13.591.618
2007	15.985.686
2006	18.164.947
2005	17.287.937
2004	13.446.970
2003	11.405.194
2002	6.190.348
2001	11.165.179
2000	15.036.996
1999	23.957.435

FUENTE: CAPIF

Representar gráficamente la información de la forma más adecuada.

