

Actividad 7**A) PRACTICA**

1.- Analizar si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones. Sin resolver las integrales, justificar su respuesta

a) $\int_2^6 \frac{1}{[x]} dx$ es una integral definida.

Verdadero: Ya que $f(x)$ presenta un número finito de discontinuidades finitas en el intervalo de integración

b) La función dada por $f(x) = \frac{2}{x-3}$, es integrable en el intervalo $[3, 4]$.

Falso: Ya que $f(x)$ no es acotada en el intervalo de integración

c) $\int_1^0 x^4 dx \geq 0$

Falso: La función $f(x) = x^4$ es ≥ 0 intervalo de integración, pero por propiedad de las integrales definidas se tiene que: $-\int_0^1 x^4 dx$

d) $\int_{-6}^8 x^n dx = \int_{-6}^{10} x^n dx + \int_{10}^8 x^n dx$, con $n \in \mathbb{N}$

Verdadero: $\int_{-6}^{10} x^n dx = \int_{-6}^8 x^n dx + \int_8^{10} x^n dx$ $\int_{-6}^8 x^n dx = \int_{-6}^{10} x^n dx - \int_8^{10} x^n dx$

e) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (x^2 + \cos x) dx = -2 \int_{\sqrt{2}}^0 (x^2 + \cos x) dx$

Verdadero: $f(x) = x^2 + \cos x$ es una función par $f(-x) = f(x)$ y el intervalo de integración es un intervalo simétrico y también tenemos en cuenta propiedades de las integrales definidas

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$f(-x) = (-x)^2 + \cos(-x) = x^2 + \cos x = f(x)$$

f) $\int_7^{13} (x-1) dx \geq \int_7^{13} (2x+3) dx$

Falso: Ya que en el intervalo de integración $2x + 3 \geq x - 1$ y por propiedades de las integrales definidas: si $f(x) \geq g(x) \forall x \in [a, b]$, $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

2. – Hallar en cada caso, la derivada solicitada:

$$\text{a) } G'(x) \quad \text{si} \quad G(x) = \int_x^6 (e^t + \sqrt[3]{t}) dt \quad G'(x) = -(e^x + \sqrt[3]{x})$$

$$\text{b) } \frac{dF}{dx} \quad \text{si} \quad F(x) = \int_1^{\cos x} t^4 dt + \int_2^6 t^4 dt \quad F'(x) = (\cos x)^4 \cdot (-\sin x)$$

$$f(x) = \int_a^{g(x)} f(t) dt$$

$$f'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\text{c) } f'(x) \quad \text{si} \quad f(x) = \int_{\sqrt{x}}^{\operatorname{tg} x} (t^3 - 4t) dt = \int_{\sqrt{x}}^2 (t^3 - 4t) dt + \int_2^{\operatorname{tg} x} (t^3 - 4t) dt$$

$$f(x) = -\int_2^{\sqrt{x}} (t^3 - 4t) dt + \int_2^{\operatorname{tg} x} (t^3 - 4t) dt$$

$$f'(x) = -\left((\sqrt{x})^3 - 4\sqrt{x}\right) \frac{1}{2\sqrt{x}} + ((\operatorname{tg} x)^3 - 4\operatorname{tg} x) \sec^2 x$$

3. – Hallar el área de la región limitada por las curvas cuyas ecuaciones se indican:

$$\text{a) } y = 2x \quad y = x^2 - 4x$$

Pasos:

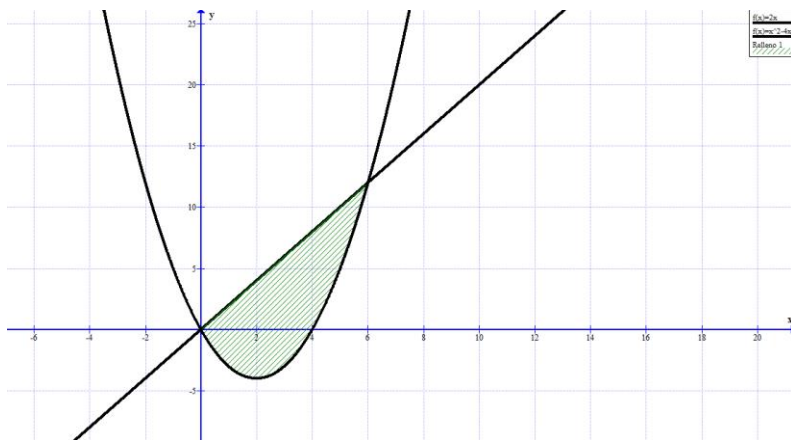
1) Graficar

2) Identifico la Región

3) Determino las intersecciones de las curvas (porque esas intersecciones me determinan los límites de integración)

4) Plantear la integral

5) Resolver



$$A = \int_0^6 (2x - (x^2 - 4x)) dx$$

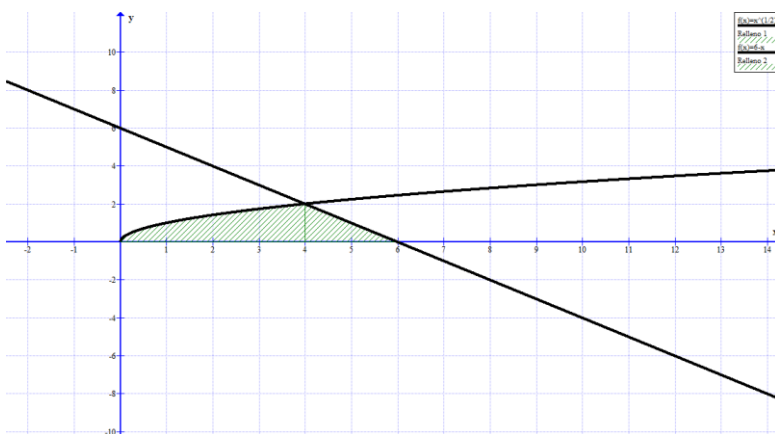
$$A = \int_0^6 (2x - x^2 + 4x) dx = \int_0^6 (6x - x^2) dx = 3x^2 - \frac{x^3}{3} = \left(3 \cdot 6^2 - \frac{6^3}{3}\right) - 0 =$$

C.A.

$$\int (6x - x^2) dx = 3x^2 - \frac{x^3}{3}$$

b) $y = \sqrt{x}$, $x + y = 6$, $y = 0$

Siguiendo los pasos indicados en el ejercicio anterior, se tiene:



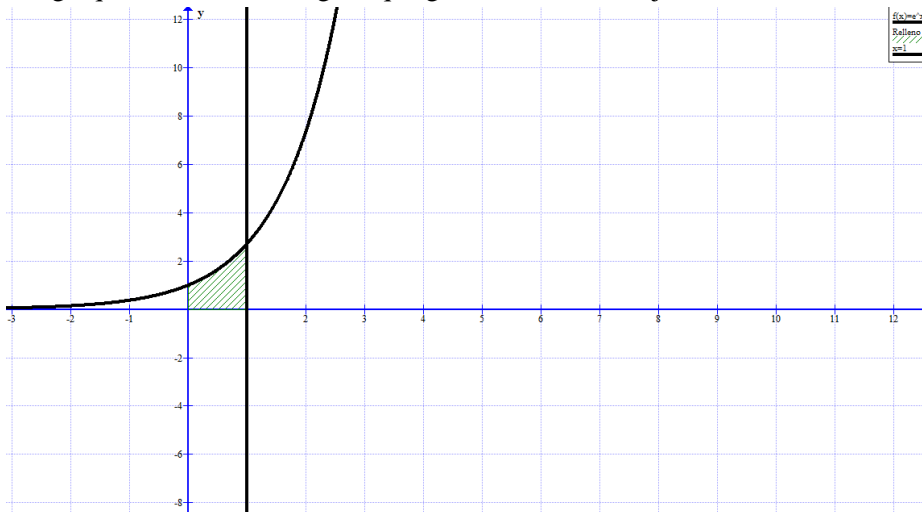
$$A = \int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 (6 - x) dx$$

4.- Calcular el volumen del sólido de revolución que se obtiene cuando la región limitada por las curvas de ecuación:

a) $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ alrededor del eje x

Resolución

Tengo que identificar la región que gira alrededor del eje x



$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \frac{1}{2} e^{2x} = \pi \frac{1}{2} (e^{2 \cdot 1} - e^{2 \cdot 0})$$

CA

$$\int e^{2x} dx = \int e^u \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^u = \frac{1}{2} e^{2x}$$

Por sustitución

$$u = 2x \quad du = 2dx$$

B) TEORIA

1.- Realice un cuadro o esquema que indique

a) Los teoremas de Integrabilidad

b) Las propiedades de las integrales definidas

2.- Enuncie la segunda forma del teorema fundamental del cálculo

4.- Realice un cuadro de fórmulas de las aplicaciones de las integrales definidas vistas

El formato de presentación de la parte teórica es libre: Mapa conceptual, un listado en Word, pdf, un video, etc. La parte teórica se puede realizar en grupo.

*Nota: La presentación de la Actividad 7 debe realizarla en dos archivos, uno correspondiente a la Parte Práctica y otro correspondiente a la Parte teórica y **se debe presentar en el aula virtual.***

En ambos debe indicar:

- *Apellido y Nombre (Si la parte teórica la realiza en grupo debe indicar los integrantes del grupo solo nombre y apellido)*
- *DNI*
- *Carrera*

La presentación es hasta el 26 de septiembre 23:59 hs