Lenguajes Formales

Equivalencia entre AFND y AFD - AF y G3

Ing. Fabiana R. Aragón

Gramáticas Regulares

GRAMATICAS	LENGUAJES	MAQUINAS
Sin restricciones o de Tipo 0	Sin restricciones o de Tipo 0	Máquina de Turing
Sensible al contexto o de Tipo 1	Sensible al contexto o de Tipo 1	Autómata Linealmente Acotado
Libre de contexto o de Tipo 2	Libre de contexto o de Tipo 2	Autómata a Pila
Regular o de Tipo 3	**Regular o de Tipo 3**	**Autómata Finito**

Equivalencia entre AFND y AFD

Para cada AFD existe un AFND equivalente y viceversa.

AFD $\longrightarrow$ AFND

Los AFD´s son un caso particular de los AFND teniendo en cuenta que $\forall\ p \in Q,\ a \in \Sigma,\ |f(p,a)| = 1$ y no hay transiciones nulas ($\forall q \in Q,\ f''(q,\lambda)=\varnothing$)

Equivalencia entre AFND y AFD

AFND $\longrightarrow$ AFD

Se puede construir un AFD (Σ,Q', f',q'$_0$, F) a partir de un AFND (Σ,Q, f, q_0, F) mediante un algoritmo.

Equivalencia entre AFND y AFD

Ejemplo: A_4=({0,1}, {q_0 , q_1 , q_2 , q_3}, q_0 ,{q_1}, f)

$f(q_0,0)= \{q_0\}$

$f(q_0,1)= \{q_1, q_2\}$

$f(q_1,0)= q_0$

$f(q_1,1)= \{q_0, q_1\}$

$f(q_2,0)= \{ q_2, q_3 \}$

$f(q_2,1)= \varnothing$

$f(q_3,0)= q_0$

$f(q_3,1)= q_1$

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2 , q_3	
q_3	q_0	q_1

Equivalencia entre AFND y AFD

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$^*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2, q_3	
q_3	q_0	q_1

A'_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2

Equivalencia entre AFND y AFD

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2, q_3	
q_3	q_0	q_1

A'_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1, q_2$	q_0, q_2, q_3	q_0, q_1

Equivalencia entre AFND y AFD

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2, q_3	
q_3	q_0	q_1

A'_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1, q_2$	q_0, q_2, q_3	q_0, q_1
q_0, q_2, q_3	q_0, q_2, q_3	q_1, q_2

Equivalencia entre AFND y AFD

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2, q_3	
q_3	q_0	q_1

A'_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1, q_2$	q_0, q_2, q_3	q_0, q_1
q_0, q_2, q_3	q_0, q_2, q_3	q_1, q_2
$*q_0, q_1$	q_0	q_0, q_1, q_2

Equivalencia entre AFND y AFD

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2 , q_3	
q_3	q_0	q_1

A'_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1, q_2$	q_0, q_2 , q_3	q_0, q_1
q_0, q_2 , q_3	q_0, q_2 , q_3	q_1, q_2
$*q_0, q_1$	q_0	q_0, q_1, q_2
$*q_0, q_1, q_2$	q_0, q_2 , q_3	q_0, q_1, q_2

Equivalencia entre AFND y AFD

A_4	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*q_1$	q_0	q_0, q_1
q_2	q_2 , q_3	
q_3	q_0	q_1

	A'_4	0	1
$\rightarrow C_0$	$\rightarrow q_0$	q_0	q_1, q_2
$*C_1$	$*q_1, q_2$	q_0, q_2 , q_3	q_0, q_1
C_2	q_0, q_2 , q_3	q_0, q_2 , q_3	q_1, q_2
$*C_3$	$*q_0, q_1$	q_0	q_0, q_1, q_2
$*C_4$	$*q_0, q_1, q_2$	q_0, q_2 , q_3	q_0, q_1, q_2

$A'_4=(\{0,1\}, \{c_0 , c_1 , c_2 , c_3 , c_4\}, c_0 ,\{ c_1 , c_3 , c_4\}, f')$

$f'(c_0,0)= c_0$ $\qquad f'(c_0,1)= c_1$

$f'(c_1,0)= c_2$ $\qquad f'(c_1,1)= c_3$

$f'(c_2,0)= c_2$ $\qquad f'(c_2,1)= c_4$

$f'(c_3,0)= c_0$ $\qquad f'(c_3,1)= c_4$

$f'(c_4,0)= c_2$ $\qquad f'(c_4,1)= c_4$

Equivalencia entre AFND y AFD

$A'_4=(\{0,1\}, \{c_0, c_1, c_2, c_3, c_4\}, c_0, \{c_1, c_3, c_4\}, f')$

$f'(c_0,0)= c_0$ $f'(c_0,1)= c_1$
$f'(c_1,0)= c_2$ $f'(c_1,1)= c_3$
$f'(c_2,0)= c_2$ $f'(c_2,1)= c_4$
$f'(c_3,0)= c_0$ $f'(c_3,1)= c_4$
$f'(c_4,0)= c_2$ $f'(c_4,1)= c_4$

A'_4	0	1
$\rightarrow C_0$	C_0	C_1
$*C_1$	C_2	C_3
C_2	C_2	C_4
$*C_3$	C_0	C_4
$*C_4$	C_2	C_4

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

A_5=({0,1, λ}, {A, B, C, F}, A ,{F}, f)

donde f:

f(A,0)= B

f(A,λ)= F

f(C,0)= B

f(B,1)= C,F

A_5	0	1	λ
→A	B		F
B		C, F	
C	B		
*F			

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

1. Eliminamos las transiciones λ

f_5	0	1	λ
→A	B		F
B		C, F	
C	B		
*F			

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Aplicamos el mismo algoritmo utilizado de AFND a AFD para contruir los estados.

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

f_5''	0	1
→A	{B, F}	F
*{B, F}		
*F		

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Aplicamos el mismo algoritmo utilizado de AFND a AFD para contruir los estados.

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

f_5''	0	1
→A	{B, F}	F
*{B, F}		{C, F}
*F		

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Aplicamos el mismo algoritmo utilizado de AFND a AFD para contruir los estados.

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

f_5''	0	1
→A	{B, F}	F
*{B, F}		{C, F}
*F		
*{C, F}		

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Aplicamos el mismo algoritmo utilizado de AFND a AFD para contruir los estados.

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

f_5''	0	1
→A	{B, F}	F
*{B, F}		{C, F}
*F		
*{C, F}	B	

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Aplicamos el mismo algoritmo utilizado de AFND a AFD para contruir los estados.

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

f_5''	0	1
→A	{B, F}	F
*{B, F}		{C, F}
*F		
*{C, F}	B	
B		

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Aplicamos el mismo algoritmo utilizado de AFND a AFD para contruir los estados.

f'_5	0	1
→A	B, F	F
B		C, F
C	B	
*F		

f_5''	0	1
→A	{B, F}	F
*{B, F}		{C, F}
*F		
*{C, F}	B	
B		{C, F}

Equivalencia entre AFND-λ y AFD

2. Renombramos estados y calculamos la función de transición.

	f_5''	0	1
C_0	→A	{B, F}	F
C_1	*{B, F}		{C, F}
C_2	*F		
C_3	*{C, F}	B	
C_4	B		{C, F}

f_5''	0	1
→C_0	C_1	C_2
*C_1		C_3
*C_2		
*C_3	C_4	
C_4		C_3

$A_5'' = (\{0,1\}, \{c_0, c_1, c_2, c_3, c_4\}, c_0, \{c_1, c_2, c_3\}, f'')$

$f''(C_0,0) = C_1$ $\quad$ $f''(C_0,1) = C_2$

$f''(C_1,0) = \emptyset$ $\quad$ $f''(C_1,1) = C_3$

$f''(C_2,0) = \emptyset$ $\quad$ $f''(C_2,1) = \emptyset$

$f''(C_3,0) = C_4$ $\quad$ $f''(C_3,1) = \emptyset$

$f''(C_4,0) = \emptyset$ $\quad$ $f''(C_4,1) = C_3$

Automatas Finitos Asociado a una Gramáticas Regulares

Gramática regular asociada a un AFD

AFD a G3

Si L es aceptado por un AFD entonces L puede generarse mediante una gramática regular.

Sea $A=(Q, \Sigma, f, q_0, F)$, la gramática regular equivalente es aquella definida como

$G=(Q,\Sigma, P, q_0)$, donde P viene dado por:

Si $f(q,a)=p$ entonces añadir a P la producción $q \rightarrow ap$.

Si $f(q,a)=p$ y $p \in F$ entonces añadir a P la producción $q \rightarrow a$.

Si $q_0 \in F$ entonces añadir a P la producción $q_0 \rightarrow \lambda$

Automatas Finitos Asociado a una Gramáticas Regulares G3 a AFD

Ejemplo: A partir del

$A'_4=(\{0,1\}, \{C_0 , C_1 , C_2 , C_3 , C_4\}, C_0 ,\{ C_1 , C_3 , C_4\}, f')$

$f'(C_0,0)= C_0$	$f'(C_0,1)= C_1$
$f'(C_1,0)= C_2$	$f'(C_1,1)= C_3$
$f'(C_2,0)= C_2$	$f'(C_2,1)= C_4$
$f'(C_3,0)= C_0$	$f'(C_3,1)= C_4$
$f'(C_4,0)= C_2$	$f'(C_4,1)= C_4$

1. Si $f(q,a)=p$ entonces $q \rightarrow ap$
2. Si $f(q,a)=p$ y $p \in F$ entonces $q \rightarrow a$
3. Si $q_0 \in F$ entonces $q_0 \rightarrow \lambda$

$G= (\{0,1\}, \{C_0 , C_1 , C_2 , C_3 , C_4\}, C_0,P)$

$C_0 = 0C_0$	$C_0 = 1$
$C_1 = 0C_2$	$C_1 = 1$
$C_2 = 0C_2$	$C_2 = 1$
$C_3 = 0C_0$	$C_3 = 1$
$C_4 = 0C_2$	$C_4 = 1$

Autómatas Finitos Asociado a una Gramáticas Regulares

G3 a AFD/AFND

Dada la gramática lineal por la derecha

$G3=(\Sigma_T,\Sigma_N,S, P)$ se construye el autómata equivalente

$A=(\Sigma_T, \Sigma_N \cup \{F\}, f, S, \{F\})$ donde $F \notin \Sigma_N$ es un nuevo símbolo no terminal y

f se construye:

- Si $A::=aB \rightarrow f(A,a)=B$
- Si $A::=a \rightarrow f(A,a)=F$
- Si $S::=\lambda \rightarrow f(S,\lambda)=F$

Autómatas Finitos Asociado a una Gramáticas Regulares G3 a AFD

Ejemplo: Dada la gramática $G=(\{0,1\}, \{A,B,C\},A,P)$

$P=\{(A::=0B), (A::=\lambda), (B::=1C), (B::=1), (C::=0B)\}$

El Autómata que reconoce el lenguaje generado por dicha gramática será.

$A_5=(\{0,1\}, \{A,B,C, F\}, f, A, \{F\})$

donde f:

$f(A,0)= B$
$f(A,\lambda)= F$
$f(B,1)= C$
$f(B,1)= F$
$f(C,0)= B$

f_5	0	1	λ
A	B		F
B		{C,F}	
C	B		
F			

AFND

Autómatas Finitos Asociado a una Gramáticas Regulares G3 a AFD

Finalmente se aplica el algoritmo para obtener el AFD equivalente a partir del AFND del paso anterior.

f_5	0	1	λ
A	B		F
B		{C,F}	
C	B		
F			

AFND

f_5'	0	1
$\rightarrow C_0$	C_1	C_2
$*C_1$		C_3
$*C_2$		
$*C_3$	C_4	
C_4		C_3

$A_5' = (\{0,1\}, \{c_0, c_1, c_2, c_3, c_4\}, c_0, \{c_1, c_2, c_3\}, f')$

$f'(C_0,0) = C_1$	$f'(C_0,1) = C_2$
$f'(C_1,0) = \emptyset$	$f'(C_1,1) = C_3$
$f'(C_2,0) = \emptyset$	$f'(C_2,1) = \emptyset$
$f'(C_3,0) = C_4$	$f'(C_3,1) = \emptyset$
$f'(C_4,0) = \emptyset$	$f'(C_4,1) = C_3$

AFD equivalente