# TEMA 1: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN

## *Contextualización*

01-C. Describir las siguientes situaciones mediante un modelo matemático basado en una ecuación diferencial (ED). Indicar cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente:

a) La variación con el tiempo de una población $P$, es proporcional a la $\sqrt{P}$.

b) Una familia de curvas tiene la propiedad de que su pendiente en cualquier punto es igual al doble de la abscisa en dicho punto.

c) Para cierta sustancia la velocidad de cambio de presión de vapor $P$ respecto de la temperatura $P$, es proporcional a $P$ e inversamente proporcional a $T^2$.

d) En una ciudad con una población fija de $P$ personas, la variación con respecto al tiempo del número $N$ de personas que han contraído cierta enfermedad contagiosa, es proporcional al producto del número de quienes están enfermas por el número de las que no lo están.

## *Observación Reflexiva*

01-R. ¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria (EDO)?

02-R. ¿Qué se entiende por solución de una ecuación diferencial ordinaria?

03-R. ¿Cómo se relaciona las ecuaciones diferenciales y sus soluciones con la carrera que cursas?

## *Conceptualización*

01-T. Definí el significado de *orden* de una ecuación diferencial ordinaria

02-T. Establecer las condiciones de linealidad y homogeneidad en una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.

03-T. Establecer la relación entre orden, constantes arbitrarias y condiciones particulares para una ecuación diferencial ordinaria.

04-T. Establecer qué propiedades deben tener dos curvas en el plano y dos familias de curvas en el plano para ser ortogonales. Dada una familia simplemente infinita de curvas $y(x)$, ¿bajo qué condiciones y de qué manera se puede determinar otra familia $u(x)$ tal que sea ortogonal a la primera? Presente un ejemplo.

## *Experimentación Activa*

01-E Clasificar las siguientes ED según: tipo, orden, grado, linealidad y homogeneidad.

a) $y'' - x^2 y' = 3(\cos x) y'''$

b) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \ln x + 3\frac{d^2y}{dx^2} = y$

c) $(y'')^2 - x\, y(1 - y') = y \operatorname{sen} x$

d) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 2z + xe^y$

e) $(y')^2 + x^3 y = (y'')^3$

f) $4\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3=12\text{sen}\,x$

02-E Determinar si las funciones que se indican son soluciones de las EDO dadas:

a) $y=x(\ln x+C);\quad y'-x^{-1}y=1$

b) $y=\frac{Ce^x}{1+Ce^x}\,;\ y'=y(1-y)$

c) $y=\frac{Cx}{\cos x}\,;\ y'-y\tan x=\frac{y}{x}$

03-E Hallar la solución general de las siguientes EDO, y determinar una solución particular que satisfaga la condición inicial dada.

a) $e^y y'=2xe^{-y}$ con $y(2)=0$

b) $xy^2dy-(y+xy)dx=0$ con $y(1)=3$

c) $x^2y'-y^2=1-x^2-x^2y^2$ con $y(1)=0$

d) $y^3y'+y=x^2y$ con $y(2)=2$

04-E Resolver las siguientes EDO, usar una sustitución adecuada.

a) $xy'=e^{-\frac{y}{x}}+y$

b) $3x-2y+y'(2y-3x)=0$

c) $xydy+x^2dx=2y^2dx$

d) $y'=\cos\,(x+y)$

e) $2y+(y+2x)y'=0$

f) $\left(x+\sqrt{y^2+x^2}\right)dy=ydx$

05-E Encontrar la solución general de las siguientes EDO, y en los casos que corresponda una solución particular que satisfaga la condición inicial dada.

a) $y'=x^2e^{-4x}-4y$

b) $xy'-y-x^2\cos 2x=0$ con $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}$

c) $\frac{1}{\sqrt{x}}y'+\sqrt{x}\,y=\sqrt{x}\left(1+e^{\frac{x^2}{2}}\right)$

d) $y'-2xy+x^2y'-2x^3=2x$ con $y(0)=3$

06-E Resolver

a) $xy'+y=y^{-2}$

b) $xy'+y(1-x^4y^2)=0$

c) $y(x+1-6y^{-2})dx+2xdy=0$

d) $xyy'+y^2=x\cos x$

07-E Hallar las trayectorias ortogonales a las familias de curvas dadas:

a) $x^2 - y^2 = C$

b) $y = Ce^{2x}$

c) $\operatorname{sen} y = Cx$

d) $x^2 - xy + y^2 = C$

01-P Se sabe que la población de cierta localidad aumenta de forma proporcional al numero de habitantes actuales. Si después de 2 años la población se ha duplicado y después de 4 años la población es de 20.000 habitantes, determinar el numero de habitantes que había originalmente.

02-P Cuando un objeto absorbe calor del medio que lo rodea sigue la Ley de Newton (expresa que la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la temperatura ambiente). Una sustancia a una temperatura de 100 °C se coloca al aire libre donde la temperatura es de 20 °C. Si después de 10 minutos la temperatura es de 60 °C, determinar la temperatura después de 30 minutos y el tiempo necesario para que la sustancia alcance una temperatura de 25 °C.

03-P Se sabe que un cierto material radioactivo se desintegra proporcionalmente a la cantidad presente. Si inicialmente hay 50 miligramos del material y al cabo de 2 horas se observa que se ha perdido un 10% de su masa original. Determinar la masa después de 4 horas y el tiempo necesario para que el material se desintegra a la mitad de su masa original.

**----ooo0ooo----**