

Tema 8: Cálculo en campos vectoriales

Contextualización

- 01-C. Represente gráfica y analíticamente la intersección de $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = z$ con el plano $z = 4$.
- 02-C. Exprese cuáles serían sus motivos para optar por uno de estos puntos de partida para llegar al encuentro de Virgen de Copacabana de Punta Corral si ésta se encuentra en el Santuario del mismo nombre: a) Tunalito; b) Tumbaya; c) Tilcara.
Explique cuáles son, a su criterio, las ventajas y desventajas.

Observación Reflexiva

- 01-R. Distinga un campo escalar de uno vectorial.
- 02-R. Interprete qué es la representación paramétrica de una curva en el espacio $\mathbb{R}^3$.
- 03-R. Comente el video “Significado de la divergencia de un campo vectorial”, disponible en el Aula virtual.
- 04-R. Comente el video “Significado del rotacional de un campo vectorial”, disponible en el Aula virtual.

Conceptualización

- 01-T. Mencione dos ejemplos de campos vectoriales.
- 03-T. Defina a través de gráficos el concepto de derivada de la función vectorial $\vec{u}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$
- 04-T. Defina a través de gráficos el concepto de derivada parcial de la función vectorial $\vec{u}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Relacione este concepto con el del problema 03-T.
- 06-T. ¿Cómo puede determinar el vector tangente a una curva definida paramétricamente en un espacio tridimensional?
- 07-T. Defina el gradiente de un campo escalar. ¿Conoce alguna de sus propiedades?
- 08-T. Establezca la relación entre el vector gradiente de un campo escalar y su derivada direccional.
-

Experimentación Activa

- 01-E. Encuentre, aplicando la definición, la derivada de los siguientes campos escalares, con las condiciones que se indican:
- $f(x, y) = xy$; en el punto $A(4, 5)$. Con respecto al vector $\vec{y} = 2\vec{i} + \vec{j}$
 - $u(x, y, z) = x^2 - 3yz + 5$; en el punto $A(1, 2, -1)$. En la dirección que va desde A hasta el punto $B(3, -5, 1)$
 - $f(x, y, z) = x^3 - xy^2 - z$; en el punto $A(1, 1, 0)$. Con respecto la dirección del vector $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$
- 02-E. Realice un esquema de los siguientes campos vectoriales pertenecientes al plano XY
- $\vec{v} = -y\vec{i} + x\vec{j}$
 - $\vec{v} = x^2\vec{i} - y\vec{j}$
 - $\vec{v} = (2 + 2x)\vec{i} + \sqrt{y}\vec{j}$
- 03-E. Determine las derivadas primera y segunda de los siguientes vectores y los módulos de dichas derivadas:
- $u = (t^2 - 1, t, 0)$
 - $u = (t^2 + t - 1, -t^2 + 3t - 3)$
- 04-E. Encuentre, aplicando las propiedades del vector gradiente, la derivada direccional de los siguientes campos escalares, con las condiciones que se indican:
- $f(x, y) = e^{x^2 - 2x + y^2}$; en el punto $A(1, 1)$. En la dirección del vector que une A con $B(0, -1)$. ¿Cuál es el valor máximo que alcanza la derivada direccional en el punto $A(1, 1)$?
 - $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^3$; en el punto $A(3, 2, 1)$.
En la dirección del vector $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$
 - $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + e^x \cos y$; en el punto $A(0, 0)$;
En la dirección dada por el ángulo $\alpha = -30^\circ$ respecto del eje $\vec{X}$
- 05-E. Obtenga la ecuación del plano tangente y la de la normal a la superficie $z = x^2 + y^2$.
En el punto $A(1, 2, 5)$
- 06-E. A partir del punto $A(3, 2, 1)$, ¿Hacia qué dirección hay que dirigirse para que aumente lo más rápidamente posible la función $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^3$?
- 07-E. Represente paramétricamente las siguientes curvas:
- La recta que une los puntos $A(5, 3, -1)$, con $B(-2, -4, -2)$
 - La circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 1$ en R^2
 - La intersección de $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ con la curva $C = \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = z^2 \\ z = y + 1 \end{cases}$
- 08-E. ¿Qué curvas definen las siguientes representaciones paramétricas?
- $(\cos 3t, \sin 3t; t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$
 - $a(t - \sin t)\vec{i} + a(1 - \cos t)\vec{j}$ con $0 \leq t \leq \pi$
 - $(\cosh t, \sinh t, t)$ con $t \in \mathbb{R}$