TEMA 2: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE SEGUNDO ORDEN

Contextualización

01-C. Describí las siguientes situaciones mediante un modelo matemático basado en una ecuación diferencial. Indicar cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente:

a) El movimiento de un péndulo de masa m sujeto por una varilla rígida de longitud l, con y sin rozamiento.

b) La temperatura de un disipador para microprocesador, compuesto de una serie de barras paralelas sujetas por un extremo al micro, como se muestra en la figura.[1]

02-C. Determina la ecuación diferencial de la familia de todas las rectas del plano $y = Ax + B$.

Observación Reflexiva

01-R. ¿Se podrá encontrar una solución para una Ecuación Diferencial Ordinaria de Segundo Orden?

02-R. ¿Cómo se representará gráficamente la solución general de una Ecuación Diferencial Ordinaria de Segundo Orden? ¿En el plano? ¿En el espacio?

03-R. ¿Alguna vez antes de esta cursada viste en alguna materia una Ecuación Diferencial Ordinaria de Segundo Orden? Si la respuesta es "si", ¿En qué materia? ¿Qué ecuación?

Conceptualización

01-T. La expresión *"La resolución de las ecuaciones diferenciales de segundo orden homogéneas se apoya en dos resultados básicos: la combinación lineal de dos soluciones es otra solución y toda solución es combinación lineal de dos soluciones linealmente independientes"* ¿tiene sentido para vos? ¿Cuál?

02-T. Encontrar una función que satisfaga la ecuación diferencial de segundo orden dada, que pase por determinado punto del plano xy y que en ese punto tenga una pendiente dada significa resolver la ecuación y establecer una solución particular. ¿Hay otra forma de hacerlo?

03-T. ¿Cómo explicarías el Teorema 7: Existencia y unicidad de la solución de una EDO lineal homogénea de orden n?

Experimentación Activa

01-E. Reduce el orden de las siguientes ecuaciones diferenciales y resuélvelas:

a) $xy'' = x^2 + y'$

b) $yy'' - \left(y'\right)^2 = y''$

c) $2xy'' + (y')^{-1} = y'$

---

[1] Fuente: Ecuaciones en Derivadas Parciales y Análisis Numérico
http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/pangulo/edpan/solucion.entrega1.pdf

02-E. Encuentra la solución general de las siguientes EDO:

a) $y'' - 3y' - 4y = 0$

b) $4y'' - 12y' + 9y = 0$

c) $y'' + 2y = 0$

d) $y'' + 5\,y' = 0$

e) $y'' + 8y' + 25y = 0$

03-E. Encuentra las soluciones particulares que satisfagan las condiciones que se indican:

a) $y'' + 6y' + 9y = 0$ $\quad y(0) = -\frac{1}{6},\ y'(0) = 4$

b) $8y'' + 6y = 0$ $\quad y(0) = 2,\ y'(0) = -9$

c) $9y'' + 6y' - 8y = 0$ $\quad y(0) = \frac{3}{2},\ y'(0) = -5$

04-E. Resuelve utilizando el método de variación de parámetros:

a) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$

b) $y'' + 9y = 2\sec\,(3x)$

c) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}\mathrm{sen}\,x$

d) $y'' + 4y' = \mathrm{sen}^2\,x$

05-E. Resuelve utilizando el método de coeficientes indeterminados:

a) $4y'' + 4y' + y = 3xe^x$

b) $y'' + 3y' = x^2 + 2e^{-3x}$

c) $y'' - 2y' + 5y = e^x\,\mathrm{sen}\,x$

d) $y'' + y' - 2y = 9e^{-2x} + 40\,\mathrm{sen}\,(5x)$

e) $y'' + 4y = 3x\cos(2x)$

06 -E. Resuelve:

a) $y^{(IV)} + 3y''' + 3y'' + 3y' + 2y = 0$

b) $y''' - 4y' = 8x - 1$

c) $y''' - 5y'' + 12y' - 8y = 12xe^{2x}$

01-P. Oscilaciones libres: sistema masa-resorte. Un resorte que resiste tanto la compresión como la expansión se fija verticalmente a un punto desde su extremo superior. Del extremo inferior se cuelga un cuerpo de masa lo suficientemente grande como para poder despreciar la propia del resorte. Si se tira del cuerpo una cierta distancia verticalmente hacia abajo, luego se suelta, este comienza a moverse oscilando verticalmente.
Determina la ecuación del movimiento y la posición en cada instante, teniendo en cuenta los siguientes datos: una fuerza de 400 N estira el resorte 2 m. Una masa de 50 kilogramos se sujeta al extremo del resorte y se la suelta desde la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia arriba de 10 m/s.

02-P. Consideremos un circuito eléctrico simple RLC donde R = 80 Ω, L = 20 H y C = 10^{-2} F y con voltaje externo E(t) = 50 sen(2t). $\left(L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = \frac{dE}{dt}\right)$
Determina la intensidad de corriente en el circuito en cada instante.