TEMA 1: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN

Contextualización

01-C. Describir las siguientes situaciones mediante un modelo matemático basado en una ecuación diferencial. Indicar cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente:

a) La variación con el tiempo de una población P, es proporcional a la $\sqrt{P}$.

b) Una familia de curvas tiene la propiedad de que su pendiente en cualquier punto es igual al doble de la abscisa en dicho punto.

c) Para cierta sustancia la velocidad de cambio de presión de vapor P respecto de la temperatura P, es proporcional a P e inversamente proporcional a T^2.

d) En una ciudad con una población fija de P personas, la variación con respecto al tiempo del número N de personas que han contraído cierta enfermedad contagiosa, es proporcional al producto del número de quienes están enfermas por el número de las que no lo están.

Observación Reflexiva

01-R. ¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

02-R. ¿Qué se entiende por solución de una ecuación diferencial ordinaria?

03-R. ¿Cómo se relacionan las ecuaciones diferenciales y sus soluciones con la carrera que cursa?

Conceptualización

01-T. Definir el significado de orden de una ecuación diferencial ordinaria

02-T. Establecer las condiciones de linealidad y homogeneidad en una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.

03-T. Establecer la relación entre orden, constantes arbitrarias y condiciones particulares para una ecuación diferencial ordinaria.

04-T. Establecer qué propiedades deben tener dos curvas en el plano y dos familias de curvas en el plano para ser ortogonales. Dada una familia simplemente infinita de curvas $y(x)$, ¿bajo qué condiciones y de qué manera se puede determinar otra familia $u(x)$ tal que sea ortogonal a la primera? Presente un ejemplo.

Experimentación Activa

01-E Clasificar las siguientes ED según: tipo, orden, grado, linealidad y homogeneidad

a) $y'' - x^2 y' = \cos x$

b) $x^2 y + (y''')^2 = xy$

c) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = xze^y$

d) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 3\frac{d^2y}{dx^2} = \mathrm{y}\ln x$

02-E Determinar si la función dada es una solución de la ecuación diferencial.

a) $y' + y \tan x = 0$, $\quad y = C \cos x$
b) $y' + y\ \cos x = \cos x \operatorname{sen} x$, $\quad y = Ce^{-\operatorname{sen} x} + \operatorname{sen} x + 1$
c) $y' = \frac{y}{x} + 1$, $\quad y = x\,(\ln x + C)$

03-E Hallar la solución general de las siguientes EDO, y determinar la solución particular que satisfaga la condición dada.

a) $y + x^2 y' = xy$ con $y(1) = \mathrm{e}$
b) $(y + xy)dx = (xy - x)dy$ con $y(1) = 1$
c) $x^2(1 + y^2) + (1 + x^3)yy' = 0$ con $y(0) = 2$
d) $3xy^2dx - 2ydy = 6xdx$ con $y(0) = 3$

04-E Resolver las siguientes EDO, usar una sustitución adecuada.

a) $y' = 2 + \sqrt{y - 2x + 3}$
b) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 6x^2$
c) $(x + y - 1)dx - (2x + 2y + 1)dy = 0$
d) $xy' = y(\ln y - \ln x + 1)$
e) $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$

05-E Encuentre la solución general y en los casos que corresponda la solución particular de las siguientes ecuaciones diferenciales.

a) $y' + x^2 y' - 2xy - 2x - 2x^3 = 0$
b) $(2x^2 - ye^x)dx - e^x dy = 0, \quad y(0) = 2$
c) $xy' + y = xy + e^x, \quad y(2) = 0$

06-E Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{y^2}{x}$
b) $xy^2y' + y^3 = xycosx$
c) $y(6y^2 - x - 1)dx + 2xdy = 0$

07-E Encuentre las trayectorias ortogonales de las siguientes familias de curvas:

a) $y = C\,x^2$
b) $x^2 - y^2 = C$
c) $3xy^2 = 2 + 3Cx$

01-P Hallar la curva en la cual la pendiente de la tangente en cualquiera de sus puntos es igual a la abscisa del mismo punto multiplicada por 2 y que pase por el punto (2,1).

02-P Este es un modelo para la propagación de una infección o un rumor en una población fija. Supóngase que un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario, aislado, que tiene 1000 estudiante. Supongamos que la rapidez con que el virus se propaga es proporcional no sólo al número de estudiantes contagiados, sino también, al número de estudiantes no contagiados. Determinar el número de estudiantes contagiados después de 6 días, si además se observa que después de 4 días ya eran 50 los estudiantes contagiados.

03-P Se ha encontrado que un hueso antiguo contiene 1/8 de la cantidad original de ^{14}C de un hueso actual. Supóngase que la rapidez con la que ^{14}C se desintegra es proporcional a la cantidad de ^{14}C presente. Determinar cuál es la antigüedad del fósil si la vida media del ^{14}C es de 5568 años.

----ooo0ooo----