## TEMA 1: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN

### *Contextualización*

01-C. Describir las siguientes situaciones mediante un modelo matemático basado en una ecuación diferencial. Indicar cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente:

a) La variación con el tiempo de una población $P$, es proporcional a la $\sqrt{P}$.

b) Una familia de curvas tiene la propiedad de que su pendiente en cualquier punto es igual al doble de la abscisa en dicho punto.

c) Para cierta sustancia la velocidad de cambio de presión de vapor $P$ respecto de la temperatura $P$, es proporcional a $P$ e inversamente proporcional a $T^2$.

d) En una ciudad con una población fija de $P$ personas, la variación con respecto al tiempo del número $N$ de personas que han contraído cierta enfermedad contagiosa, es proporcional al producto del número de quienes están enfermas por el número de las que no lo están.

### *Observación Reflexiva*

01-R. ¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

02-R. ¿Qué se entiende por solución de una ecuación diferencial ordinaria?

03-R. ¿Cómo se relaciona las ecuaciones diferenciales y sus soluciones con la carrera que cursa?

### *Conceptualización*

01-T. Definir el significado de orden de una ecuación diferencial ordinaria

02-T. Establecer las condiciones de linealidad y homogeneidad en una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.

03-T. Establecer la relación entre orden, constantes arbitrarias y condiciones particulares para una ecuación diferencial ordinaria.

04-T. Establecer qué propiedades deben tener dos curvas en el plano y dos familias de curvas en el plano para ser ortogonales. Dada una familia simplemente infinita de curvas $y(x)$, ¿bajo qué condiciones y de qué manera se puede determinar otra familia $u(x)$ tal que sea ortogonal a la primera? Presente un ejemplo.

### *Experimentación Activa*

01-E Clasifique las siguientes ED según: tipo, orden, grado, linealidad y homogeneidad

a) $y'' - xy^2 - xy' = 0$

b) $(\cos x)y' + y = C \operatorname{sen} x$

c) $x^2y + x(y''')^2 = x^3$

d) $\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial x}{\partial v} = u \operatorname{sen} v$

e) $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial y}{\partial t} = t$

02-E Hallar la solución general de las siguientes EDO, y determinar la solución particular que satisfaga la condición dada.

a) $yy' = -x$ con $y(1) = 2$

b) $(y+1)y' = (2xy + 8x)$ con $y(1) = -3$

c) $(2y + x^2y)y' + (3x + xy^2) = 0$ con $y(2) = 1$

d) $2xydx + (x^2 + 1)dy = 0$ con $y(1) = -3$

03-E Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $y' - y = \frac{y}{x^3}$

b) $y'y^2e^{9x^2+3x+3y} = 6x + 1$

c) $(y\,sen(2y)\cos(3x) + y\cos(3x))dy = sen(3x)\,dx$

d) $(x^3y - 5x^3)y' = (y^2x^3 - 2y^2)$

04-E Resuelva, usar una sustitución adecuada ecuaciones diferenciales

a) $(4y - x)dx + (y - 4x)dy = 0$

b) $(x - 3y + 5)dx + (3x - 9y + 9)dy = 0$

c) $xy' = y + y\,ln(y/x)$

d) $\left(x + y\sqrt{y/x}\right)dx - x\sqrt{y/x}dy = 0$

e) $y' = \frac{\left[x\cos\left(\frac{y}{x}\right) + y\,sen\left(\frac{y}{x}\right)\right]y}{\left[y\,sen\left(\frac{y}{x}\right) - x\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right]x}$

f) $y' = \frac{x^2+3y^2}{2xy}$

05-E Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $\frac{x}{3}y' + y = 27\,sen(9x)$

b) $y' - (x+2)y = (x+2)$

c) $cosx\,y' + senx\,y = senx\,cosx$

d) $\sqrt{2x-6}\,y' + x^2\,y = 0$

06-E Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $y' + xy = xy^3$

b) $y' + (x + x^3) = (x + x^3)y^5$

c) $y' + y = cosx\,y^{-3}$

07-E Encuentre las trayectorias ortogonales de las siguientes familias de curvas:

a) $y = C\,x^2 + 9$

b) $y = Cx + 7$

c) $4x^2 + y^2 = C$

d) $y = Cx^4$

e) $y = Ce^x$

01-P Un tanque contiene 20 kg de sal disuelta en 5000 litros de agua. Se introduce salmuera al tanque que contiene 0,03 kg de sal por litro de agua a razón de 25 l/m.
La solución se mantiene mezclada por completo y sale del recipiente con la misma razón. ¿Cuánta sal queda en el recipiente después de media hora?

02-P Una esfera de radio 1 m tiene temperatura 15 °C. Se encuentra dentro de otra esfera concéntrica de radio 2 m y temperatura 25 °C. La temperatura $T(r)$ a una distancia r desde el centro común de las esferas satisface la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dT}{dr} = 0$$

Si hacemos que $S = dT/dr$ , entonces S satisface la ecuación diferencial de primer orden. Resuélvala a fin de hallar una expresión para la temperatura entre las esferas, calcule la temperatura a 0,6 m de la esfera interior.

**----ooo0ooo----**