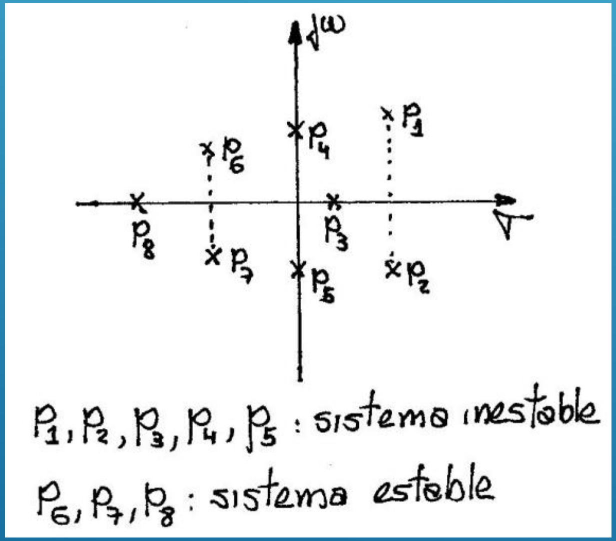
ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

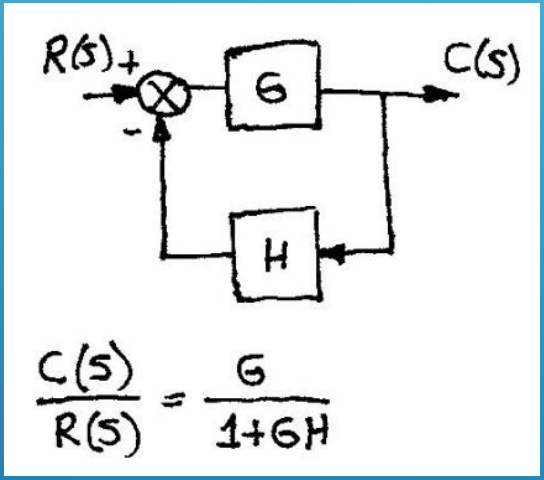
ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

UN SISTEMA DE CONTROL , LINEAL E INVARIANTE EN EL TIEMPO ES *ESTABLE* , SI FINALMENTE LA SALIDA RETORNA A SU ESTADO DE EQUILIBRIO CUANDO EL SISTEMA ES SOMETIDO A UNA PERTURBACIÓN.

En un Sistema realimentado la estabilidad se relaciona con las raíces de la ecuación característica.

Si las raíces de un sistema de control de lazo cerrado tienen parte real positiva , el sistema es *inestable*.





1+GH=0 Ecuación Característica

La respuesta de un sistema a una perturbación puede ser creciente , decreciente o neutra

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

METODOS PARA ANALIZAR LA ESTABILIDAD DE UN SISTEMA

Estos métodos se utilizan para encontrar si el sistema es estable , sin necesidad de hallar las raíces de la Ecuación Característica.

- Criterio de Routh-Hurtwitz
- Criterio de Nyquist
- Diagramas de Bode

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ROUTH-HURTWITZ

Permite analizar la estabilidad absoluta o relativa de un sistema de control analizando los coeficientes de la ecuación característica.

Procedimiento

- Escribir el polinomio resultante de la Ec. Característica en s en la forma siguiente :

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0 \qquad\qquad a_n \neq 0$$

- Todos los coeficientes $a_0, a_1, \ldots, a_n$ deben ser positivos y deben estar presentes
  Si alguno de ellos son cero ó negativos el Sistema es inestable.

- Si todos los coeficientes son (+) , agrupar en filas y columnas según el siguiente esquema

$$\begin{array}{l|lll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & \vdots & & \\
 & \vdots & & \\
s^2 & e_1 & e_2 & \\
s^1 & f_1 & & \\
s^0 & g_1 & &
\end{array}$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \qquad b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ROUTH-HURTWITZ

Luego , una vez realizados estos pasos ,el Criterio de R-H establece que la cantidad de raíces de la Ecuación Característica con parte real positiva , es igual al n° de cambios de signo de los coeficientes de la 1° columna del conjunto.

Condición de Estabilidad del Sistema de Control de Lazo Cerrado según R-H

La condición necesaria y suficiente para que todas las raíces de la Ecuación Característica queden en el semiplano izquierdo del plano s , es que todos los coeficientes sean positivos y que todos los términos en la 1° columna del conjunto , tengan signo (+).

Si se cumple esto , **el sistema es ESTABLE**.

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ROUTH-HURTWITZ

$$G(s).H(s)=\frac{1}{s(s^2+2s+2)(s+1)}=\frac{1}{s^4+3s^3+4s^2+2s}$$

$$1+G(s).H(s)=1+\frac{1}{s^4+3s^3+4s^2+2s}$$

$$1+G(s).H(s)=\frac{s^4+3s^3+4s^2+2s+100}{s^4+3s^3+4s^2+2s}$$

$$\begin{array}{l|lll}
s^4 & 1 & 4 & 100 \\
s^3 & 3 & 2 & \\
s^2 & \frac{10}{3} & 100 & \\
s & -88 & & \\
s^0 & 100 & &
\end{array}$$

CS

CS

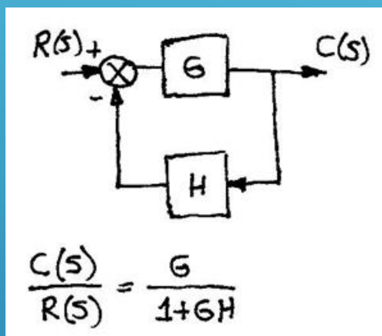
C=2

SISTEMA INESTABLE

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

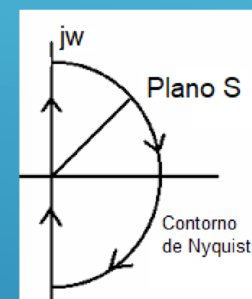
CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

Este criterio utiliza el TEOREMA DE LA REPRESENTACION para determinar la estabilidad de un sistema de lazo cerrado.



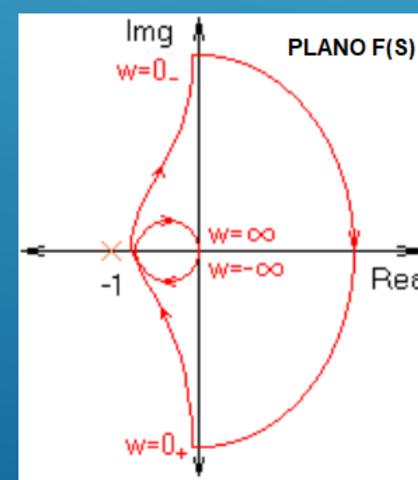
Si tenemos una ecuación característica

$F(s)=1+G(s).H(s)=0$



Luego, si recorremos todo el semiplano derecho del Plano S Entonces

Para una trayectoria cerrada continua en el plano **s**=a+jb ,le corresponde una curva cerrada en el plano **F(s)= Re + j Im**. (Teorema de la Transformación)



$$Z=\overset{\curvearrowright}{N}+P$$

Z: N° de ceros de F(s) a parte real (+)

P: N° de polos de F(s) a parte real (+)

N: N° de rodeos alrededor del origen de F(s) en sentido horario

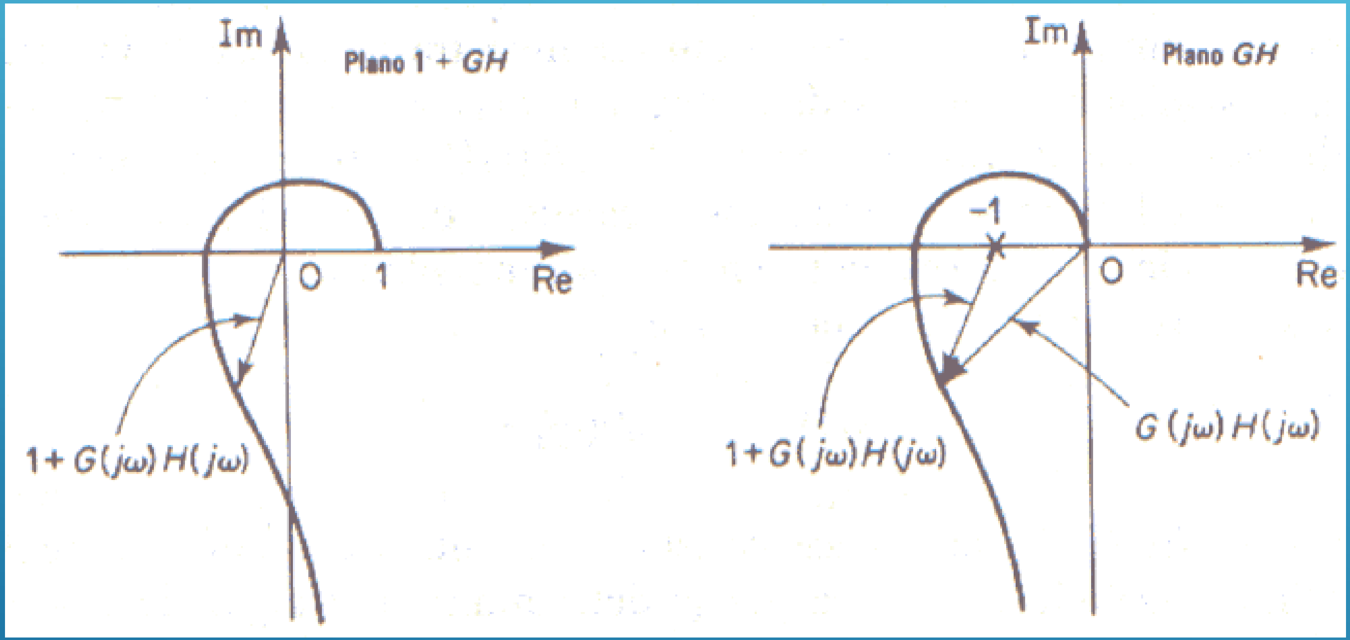
ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

Se puede demostrar que si los rodeos de **F(s)=1+G(s)H(s)=0** son alrededor del origen

Entonces

Los rodeos de **G(s)H(s)=-1** serán alrededor del punto (-1,0) para la misma diferencia.



Esto significa que podemos hacer el mismo análisis anterior, pero ahora referido a la F de T de lazo abierto G(s)H(s) alrededor de -1.

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

Entonces ,para determinar la Estabilidad de un Sistema de Lazo Cerrado , analizamos

$$Z=\overset{\curvearrowright}{N}+P$$

Z: N° de ceros a parte real positiva de F(s)=1+G(s).H(s)

P: N° de polos a parte real positiva de F(s)=1+G(s).H(s) (que es lo mismo que el N° polos de G(s).H(s))

$\overset{\curvearrowright}{N}$: N° de rodeos de F(s) en sentido horario alrededor de -1+j0

- **Si Z=0 el sistema es ESTABLE**

Alternativa 1 :Significa que N=0 y P=0.

Alternativa 2 : Significa que hay polos de GH(s) a parte real positiva , e igual cantidad de rodeos alrededor de -1+j0 en sentido antihorario.

- **Si Z es diferente de cero el sistema es INESTABLE**

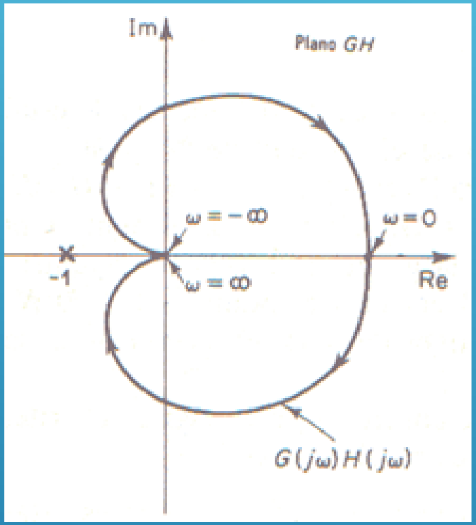
Significa N≠0 , P≠0 , ó alguna combinación , de manera tal que Z≠0 .

- **Si N pasa por el punto -1+j0 , significa que el Sistema de Control de lazo cerrado está en su <u>NIVEL CRITICO DE ESTABILIDAD</u>**

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

EJEMPLO 1



$$G(s)H(s)=\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

P=0
N=0

Z=N+P=0 SISTEMA ESTABLE

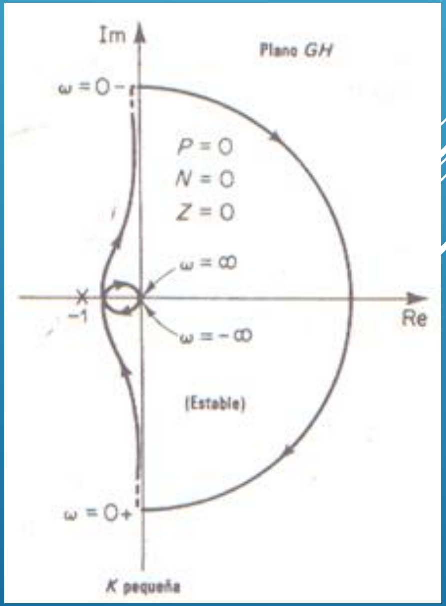
EJEMPLO 2

$$G(s)H(s)=\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

K pequeño

P=0
N=0

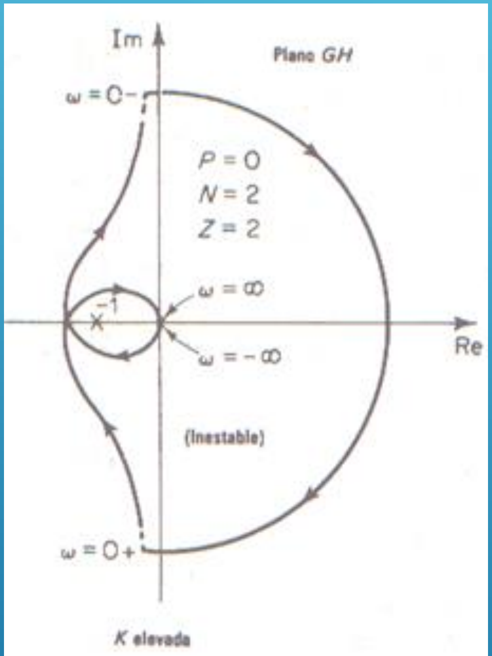
Z=N+P=0 SISTEMA ESTABLE



ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

EJEMPLO 3



$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

K elevado

P=0
N=2

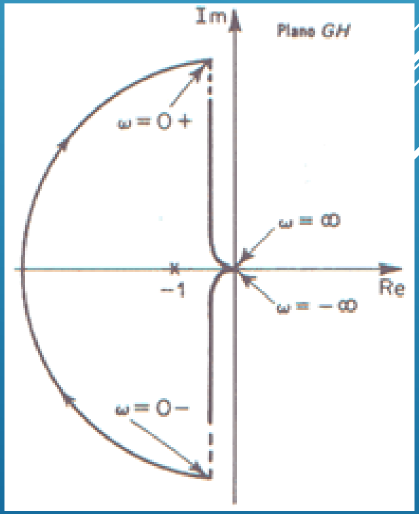
Z=N+P=2 SISTEMA INESTABLE

EJEMPLO 4

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(T_1 s - 1)}$$

P=1
N=1

Z=N+P=2 SISTEMA INESTABLE

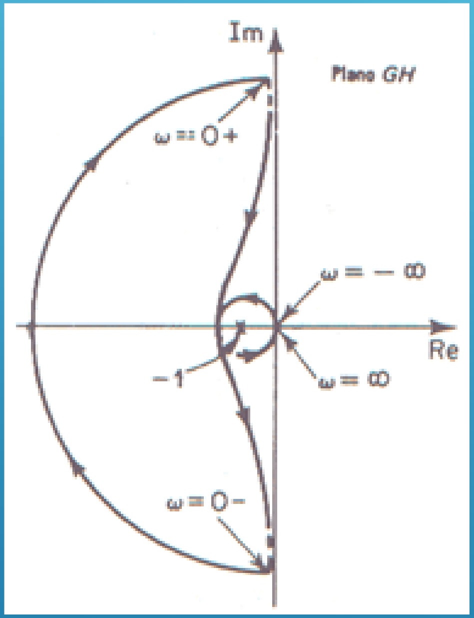


ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

EJEMPLO 5

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{s(s-1)}$$



P=1

N=-1

Z=N+P=0

SISTEMA ESTABLE

ESTABILIDAD RELATIVA

En muchos casos podemos variar la estabilidad de un sistema de control , variando la Ganancia del mismo.

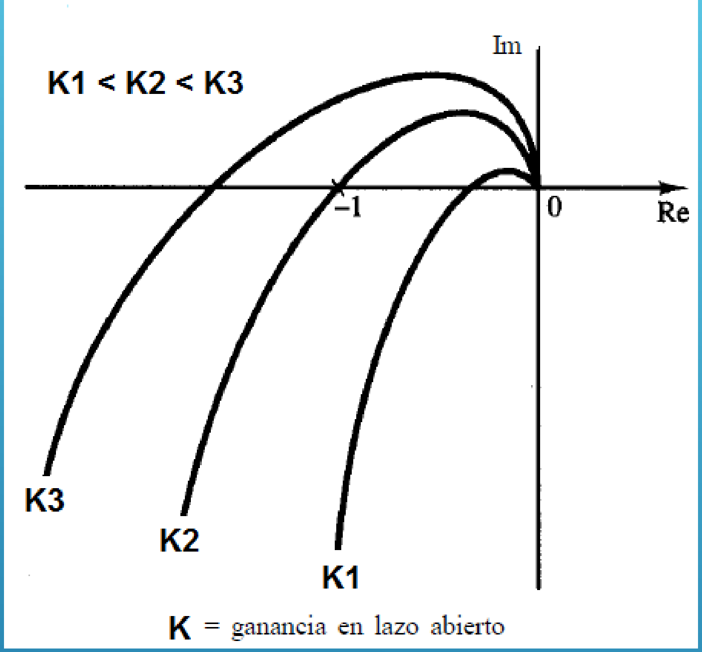
Supongamos la F. de T. siguiente

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

K=K1 Sistema Estable

K=K2 Sistema Oscilante (Límite de Estabilidad)

K=K3 Sistema Inestable



<u>Sistema de Fase Mínima</u>: Sistema en que la Función de Transferencia de lazo abierto G(s)H(s) no tiene polos ni ceros en el semiplano derecho del plano s .

ESTABILIDAD RELATIVA

Margen de Ganancia

Se denomina así al valor inverso de |GH(jw)| a la frecuencia de cruce w_1 , que es la frecuencia que corresponde para un ángulo de fase ϕ=-180° de la Función de Transferencia de lazo abierto G(jw)H(jw).

$$MG = \frac{1}{|GH(jw1)|}$$

$$MG_{db} = 20\log MG = -20\log|GH(jw1)|$$

Para un Sistema de Fase mínima estable , el MG indica en cuanto se puede incrementar la ganancia antes que el sistema se haga inestable.

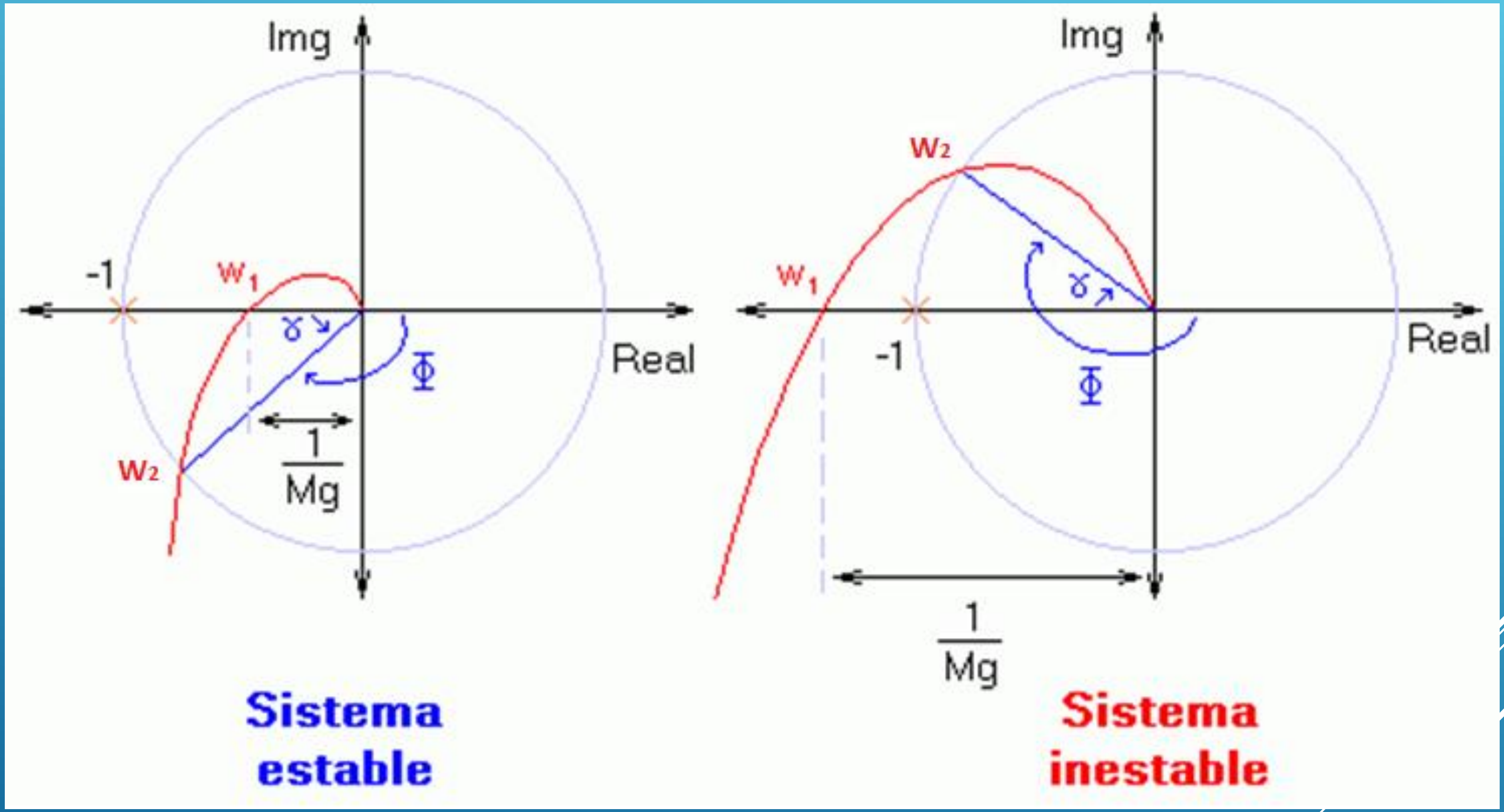
Margen de fase

El margen de fase es la cantidad de retardo de fase necesaria para que el sistema quede al borde de la inestabilidad a la frecuencia de corte w_2 o de transición de ganancia , es decir aquella en que $|GH(jw)|_{db} = 0\ db$

MF= 180º + Φ

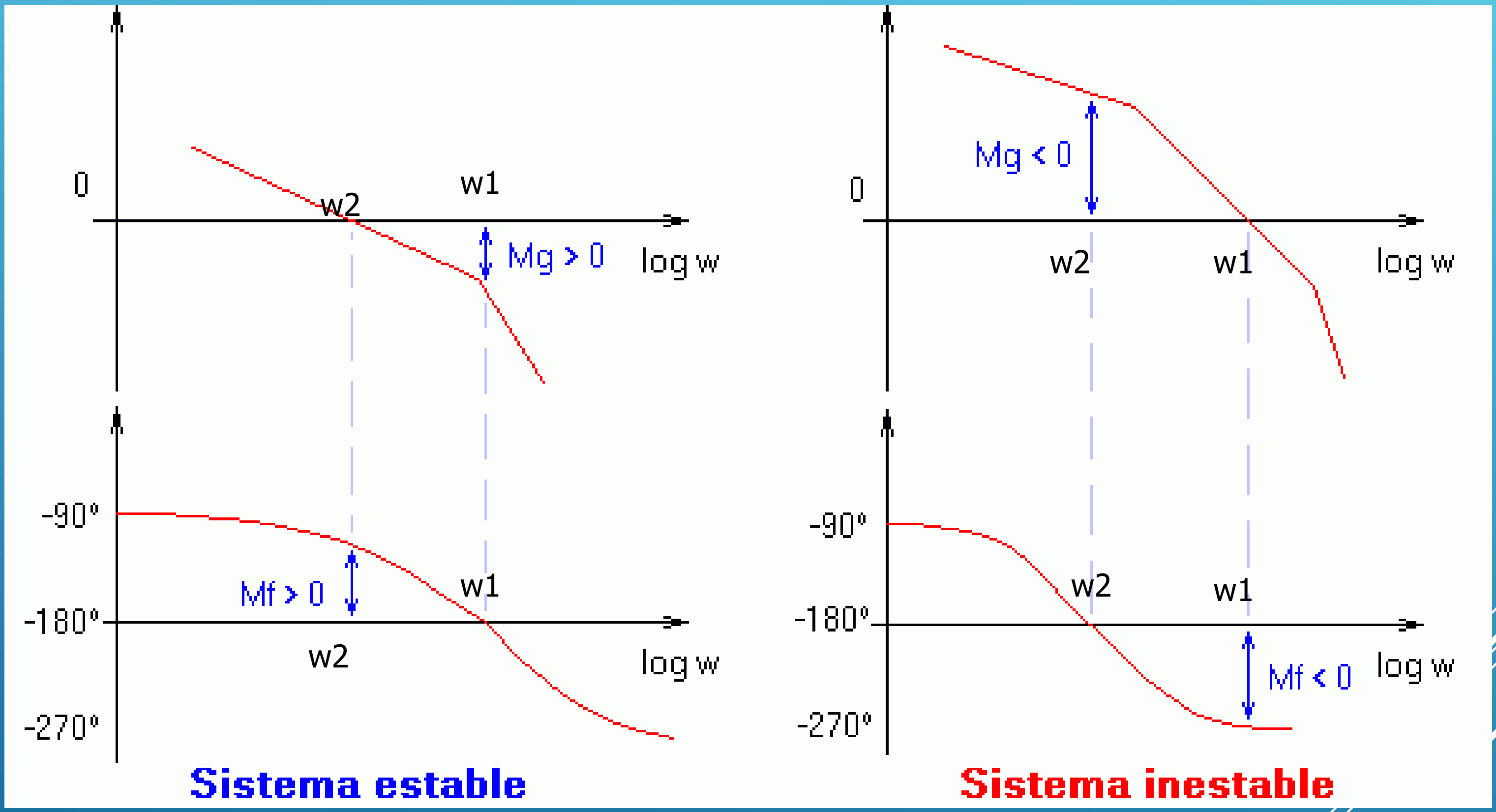
ESTABILIDAD RELATIVA

Margen de fase y ganancia en Diagramas Polares



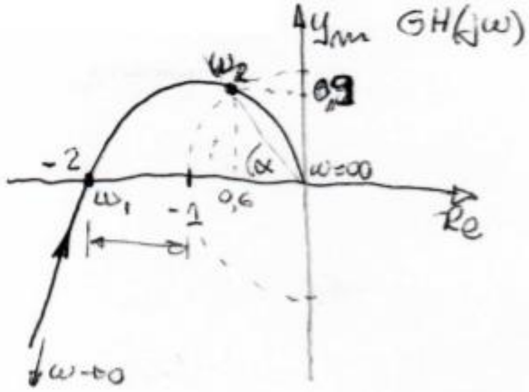
ESTABILIDAD RELATIVA

Margen de fase y ganancia en Diagramas de Bode



EJEMPLO

SISTEMA INESTABLE



$$MG = \frac{1}{|-2|} = \frac{1}{2} = 0,5$$

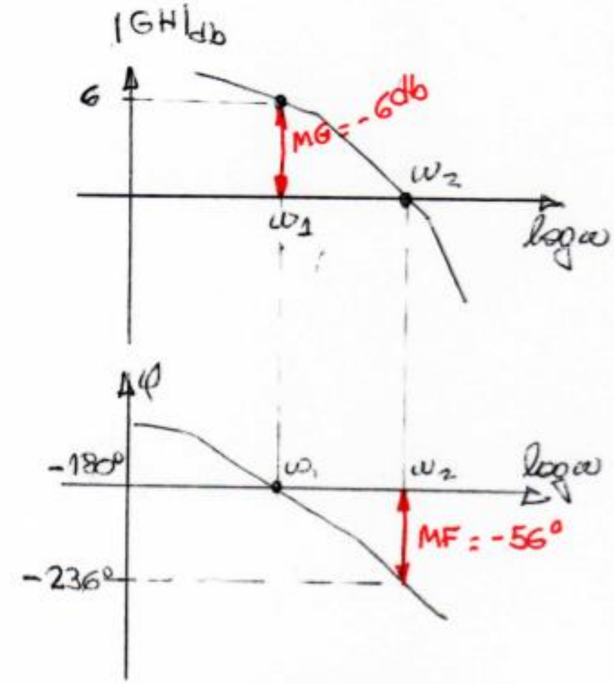
$$MG_{db} = 20 \log 0,5 = -6\ db$$

$$\boxed{MG_{db} = -6db}$$ A frec. ω_1

$$tg\ \alpha = \frac{0,9}{-0,6} = -1,5 \Rightarrow \alpha = tg^{-1} -1,5 = -56°,3$$

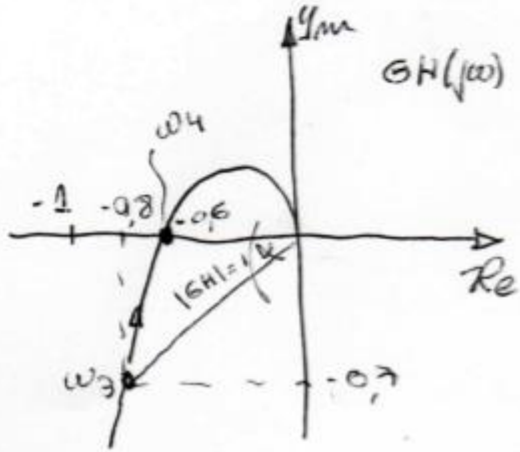
$$\alpha = -56°$$

$$\boxed{MF = -56°}$$



EJEMPLO

SISTEMA ESTABLE



$$MG = \frac{1}{|-0{,}6|} = \frac{1}{0{,}6} = 1{,}67$$

$$MG_{db} = 20 \log 1{,}67 = 4{,}5 \text{ db}$$

$$\boxed{MG_{db} = 4{,}5 \text{ db}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-0{,}7}{-0{,}8} = 0{,}875 \Rightarrow \underline{\alpha = 41^\circ} \Rightarrow \boxed{MF = 41^\circ}$$