Simulación
y Optimización

Programación lineal
Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización

Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización

Mapa curricular de Optimización

- Definiciones
- Modelo de optimización
- Programación no lineal
- Programación lineal
- Análisis de sensibilidad

Mapa curricular de Optimización

- Definiciones
- Modelo de optimización
- Programación no lineal
- Programación lineal
- Análisis de sensibilidad

Mapa curricular de programación lineal

1. Programación lineal
2. Método gráfico
3. El método simplex
4. Casos problemáticos
5. Problemas LP clásicos
6. Problema de producción
7. Determinación de beneficios
8. Conjuntos en LINGO

Programación matemática

Programación matemática

$$\underset{x_j}{\text{Max}}\, FO\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) \quad j = 1,\, 2, \ldots,\, n$$

s. a:

$$h_i\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = 0 \quad i = 1,\, 2, \ldots,\, m$$

$$g_k\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) \leq 0 \quad k = 1,\, 2, \ldots,\, o$$

$$GL = n - m$$

Clasificación de modelos

- Programación Lineal (LP, *Linear Programming*)
- Programación No Lineal (NLP, *Nonlinear Programning*)
- Programación Lineal Entera (ILP, *Integer Linear Programming*)
- Programación No Lineal Entera (INLP, *Integer Nonlinear Programming*)
- Programación Lineal Entera Mixta (MILP, *Mixed Integer Linear Programming*)
- Programación No Lineal Entera Mixta (MINLP, *Mixed Integer Nonlinear Programming*)

$$FO\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n$$

Programación Lineal

Programación lineal

$$\underset{x_j}{\text{Max}} \quad c_1\,x_1 + c_2\,x_2 + \ldots + c_j\,x_j + \ldots + c_n\,x_n$$

s. a:

$$a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 + \ldots + a_{1j}\,x_j + \ldots + a_{1n}\,x_n \le b_1$$

$$a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 + \ldots + a_{2j}\,x_j + \ldots + a_{2n}\,x_n \le b_2$$

$$\ldots$$

$$a_{i1}\,x_1 + a_{i2}\,x_2 + \ldots + a_{ij}\,x_j + \ldots + a_{in}\,x_{in} \le b_i$$

$$\ldots$$

$$a_{m1}\,x_1 + a_{m2}\,x_2 + \ldots + a_{mj}\,x_j + \ldots + a_{mn}\,x_{mn} \le b_m$$

$$x_j \ge 0 \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$b_i \ge 0 \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$GL = n$$

Programación lineal

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \cdots \\ c_n \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Programación lineal

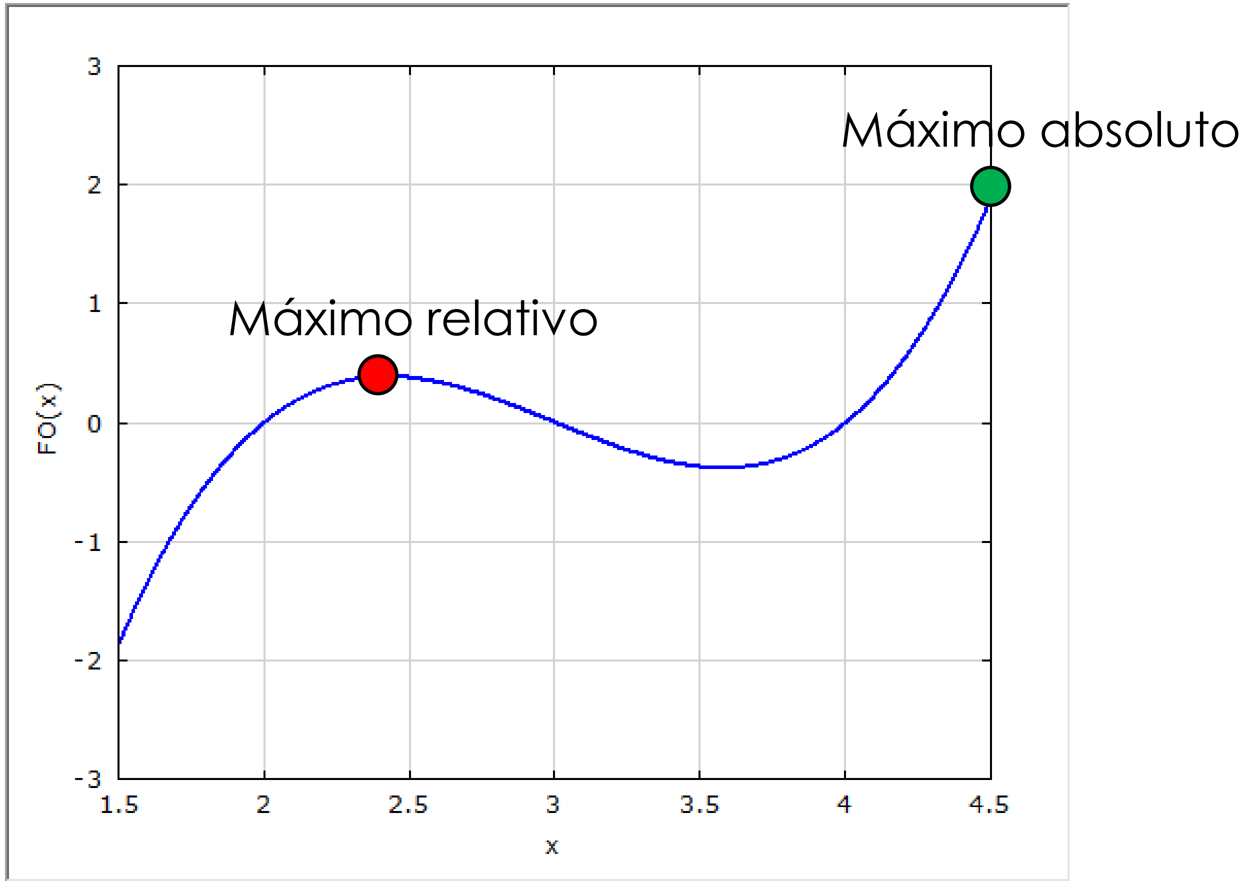
$$\operatorname*{Max}_{x}\; c^{\mathrm{T}} x$$

s. a:

$$A x \le b$$

$$x \ge 0 \quad b \ge 0$$

Modelo no lineal



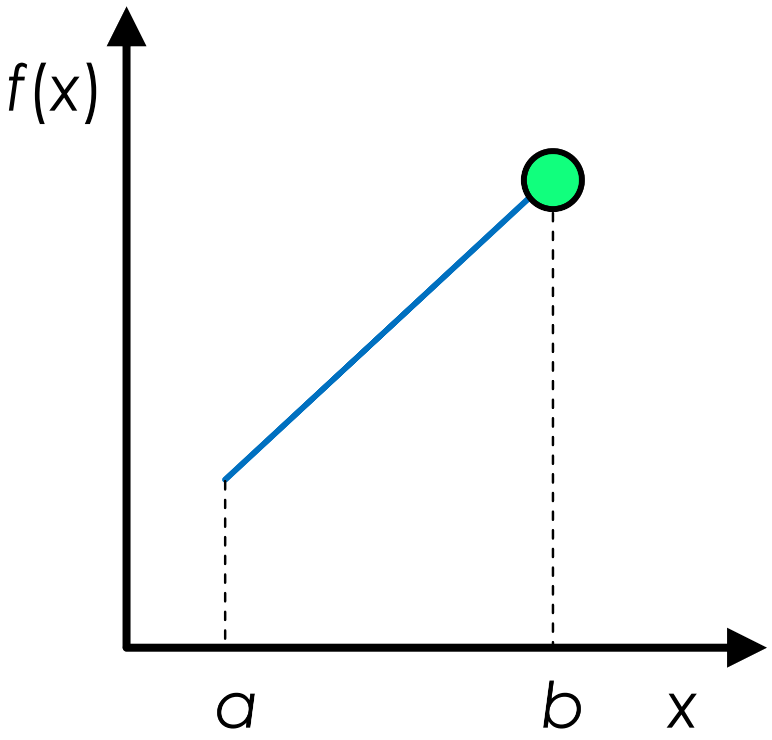
Programación lineal

$$\underset{x}{\text{Max}}\ f(x)$$

s. a:

$$x \geq a$$

$$x \leq b$$



- El óptimo es global.
- Es único.
- Está en un extremo.

Fábrica de vidrio

Artículos de vidrio

Una empresa produce dos tipos de vidrio de alta calidad. Cada producto es producido en sendas plantas. En una tercera, se realiza el *packaging* de ambos. Se desea determinar la proporción correcta a producir.

Parámetros

Planta	Producto 1 (kW·min/m²)	Producto 2 (kW·min/m²)	Capacidad (kW)
1	1	no se fabrica	4
2	no se fabrica	2	12
3	3	2	18

	Producto 1	Producto 2
Beneficios ($/m²)	3	5

Elementos del modelo

- Variables de decisión:
  - x_1: Velocidad de producción del artículo 1 (m^2/min).
  - x_2: Velocidad de producción del artículo 2 (m^2/min).
- Función objetivo:
  - Beneficios ($/min): $3\,x_1 + 5\,x_2$.
- Restricciones:
  - Potencia consumida por la planta 1 (kW): $1\,x_1 \leq 4$.
  - Potencia consumida por la planta 2 (kW): $2\,x_2 \leq 12$.
  - Potencia consumida por la planta 3 (kW): $3\,x_1 + 2\,x_2 \leq 18$.

Fábrica de vidrio

$$\underset{x_1, x_2}{\text{Max}}\ 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Solución gráfica

Método gráfico

Región factible y curvas de nivel

$$z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

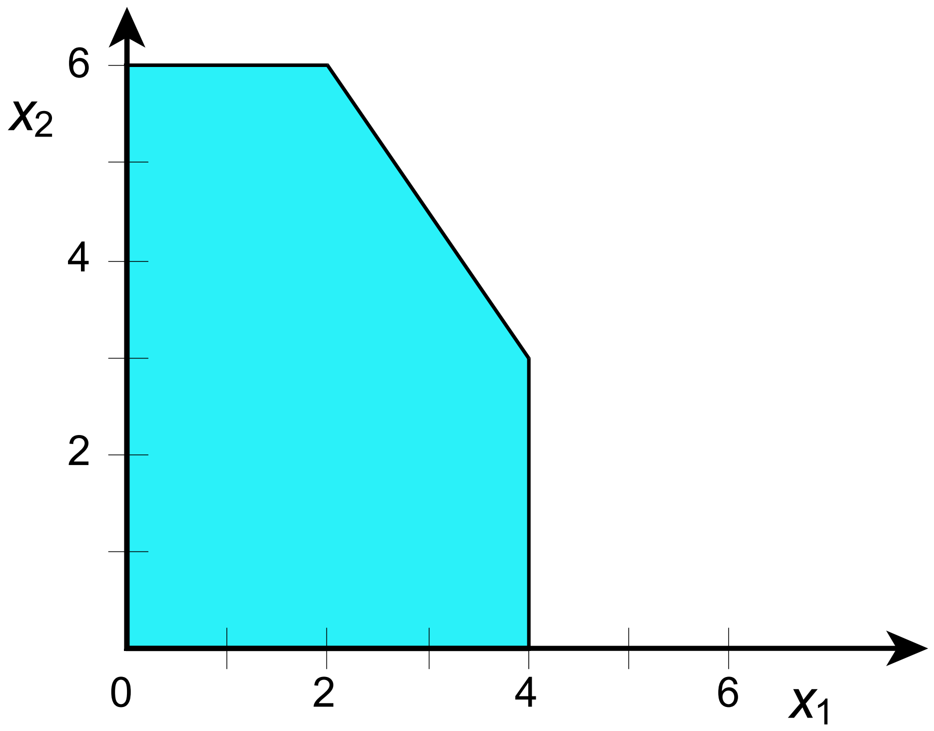
$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Región factible y curvas de nivel

$z = 3x_1 + 5x_2$

s. a:

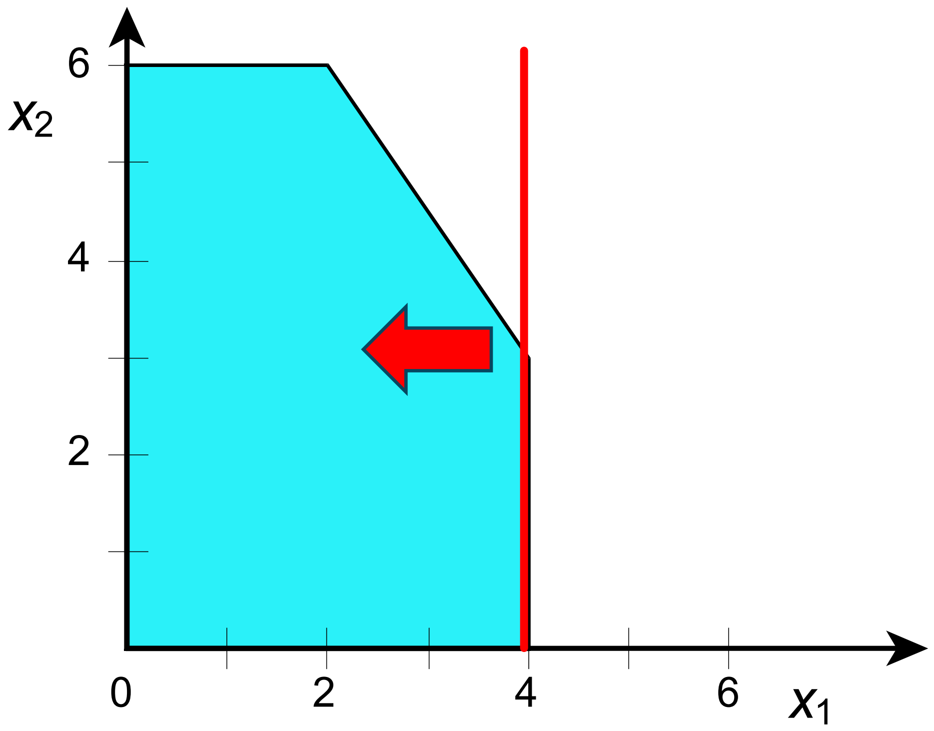
$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$



Región factible y curvas de nivel

$z = 3x_1 + 5x_2$

s. a:

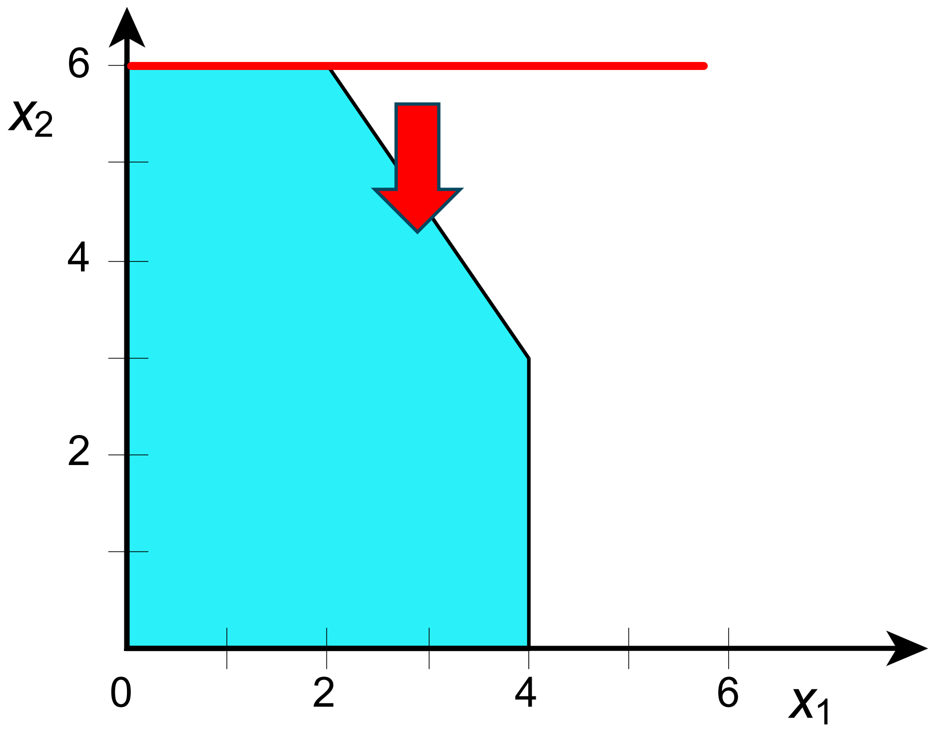
$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$



Región factible y curvas de nivel

$z = 3x_1 + 5x_2$

s. a:

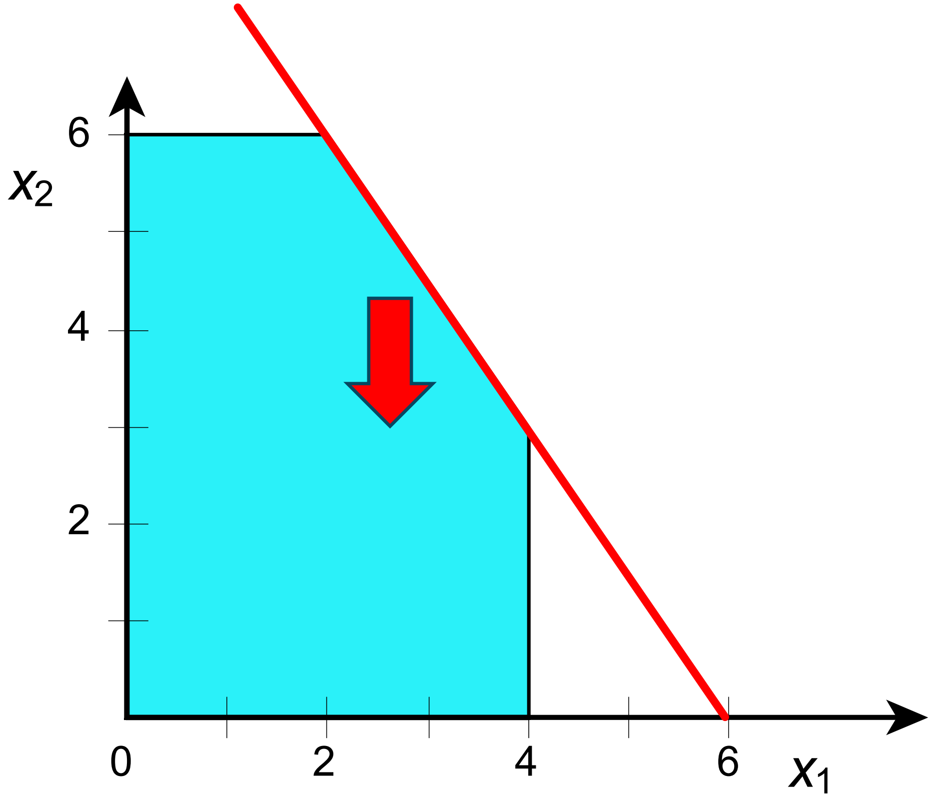
$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$



Región factible y curvas de nivel

$$z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

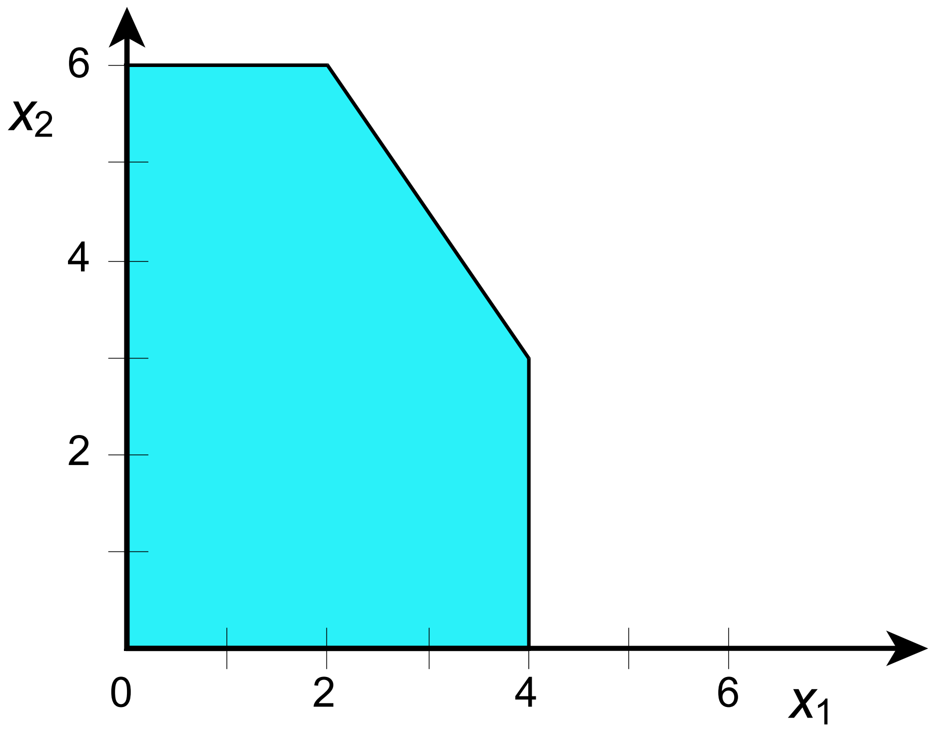
$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

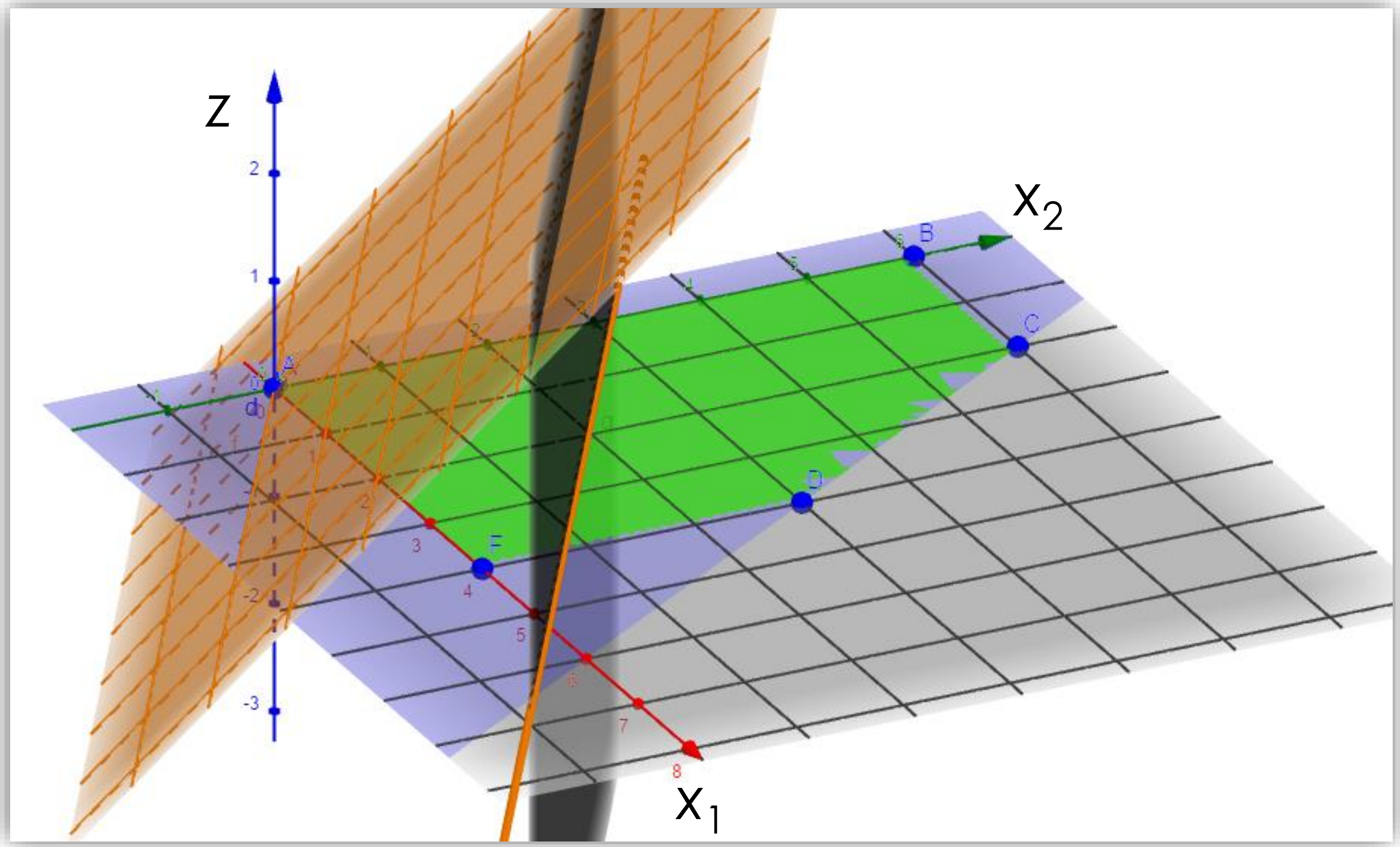
$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Región factible y curvas de nivel



Región factible y curvas de nivel

$$z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_2 = \frac{1}{5}z - \frac{3}{5}x_1$$

s. a:

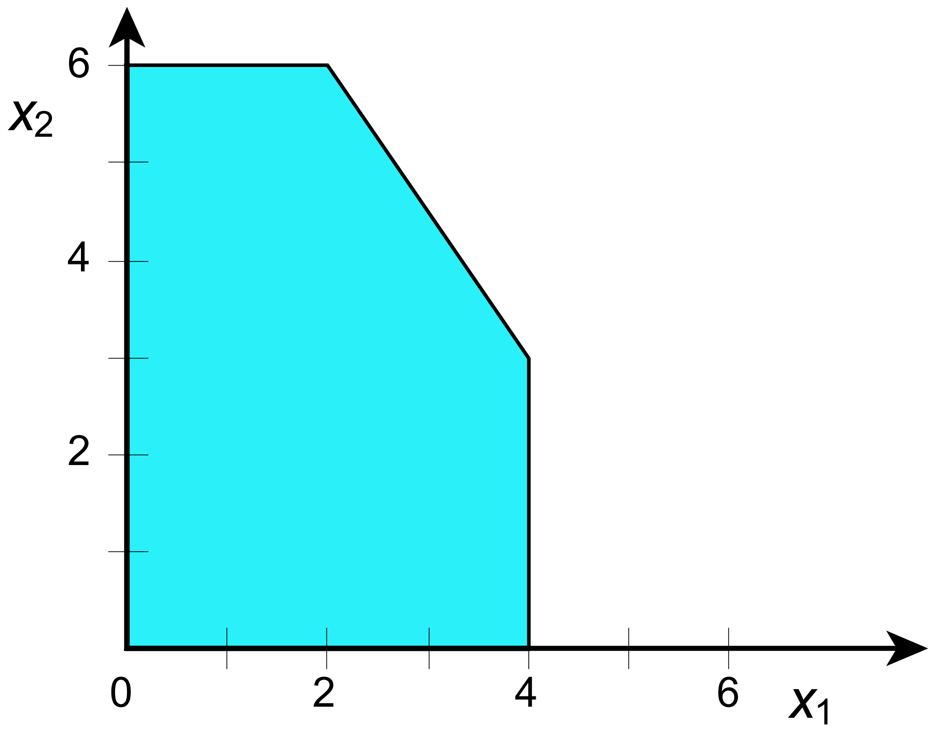
$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_2 \leq 9 - \frac{3}{2}x_1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Región factible y curvas de nivel

$$z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_2 = \frac{1}{5}z - \frac{3}{5}x_1$$

s. a:

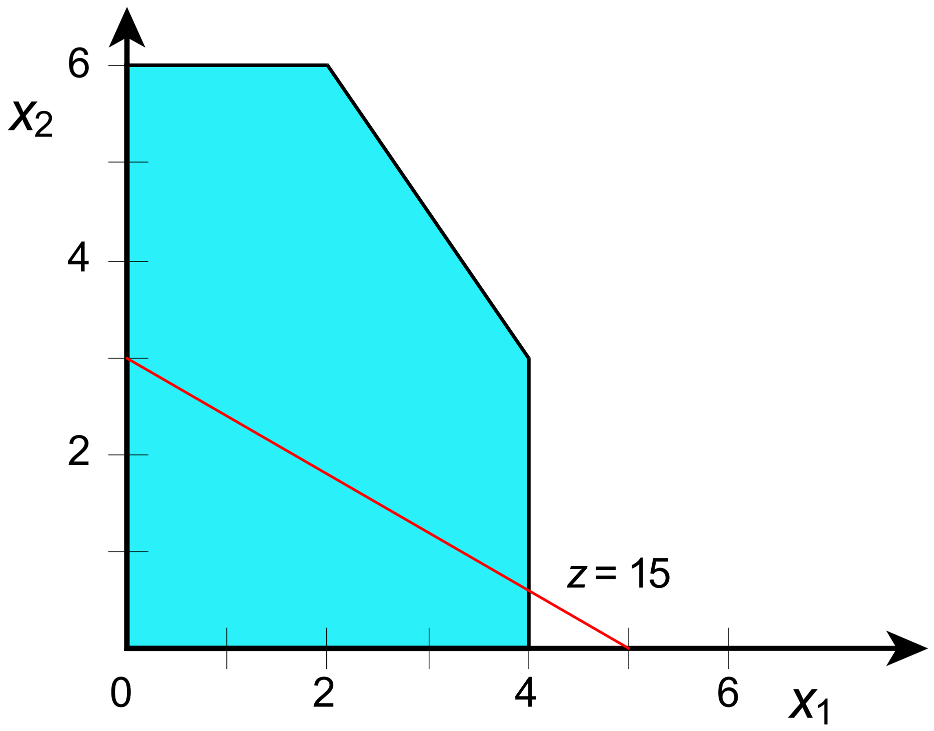
$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_2 \leq 9 - \frac{3}{2}x_1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Región factible y curvas de nivel

$$z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_2 = \frac{1}{5}z - \frac{3}{5}x_1$$

s. a:

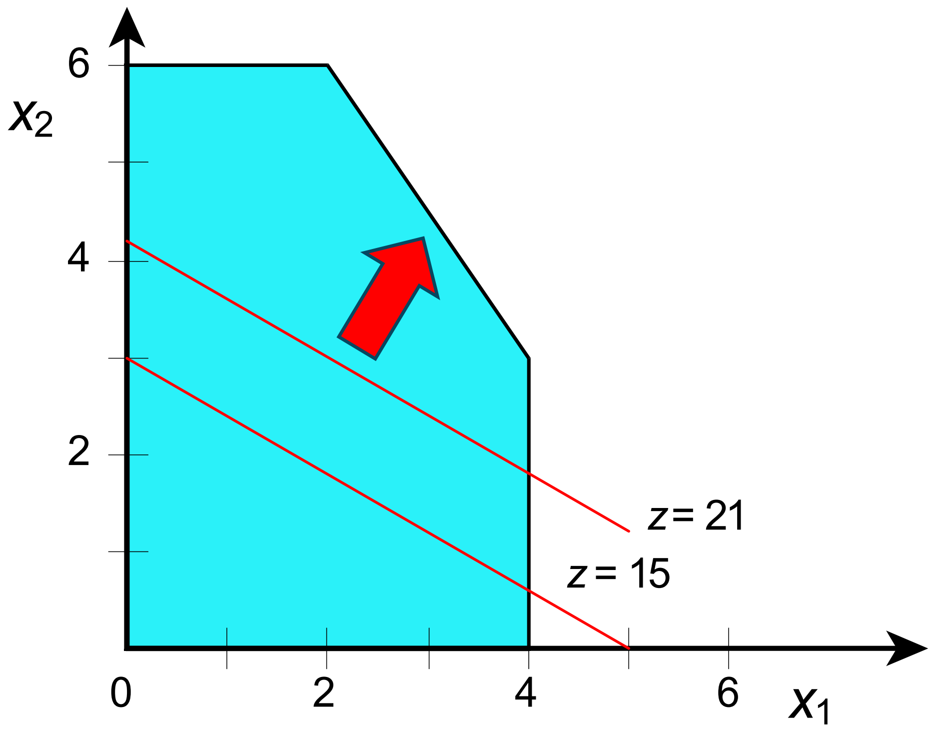
$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_2 \leq 9 - \frac{3}{2}x_1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Región factible y curvas de nivel

$$z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_2 = \frac{1}{5}z - \frac{3}{5}x_1$$

s. a:

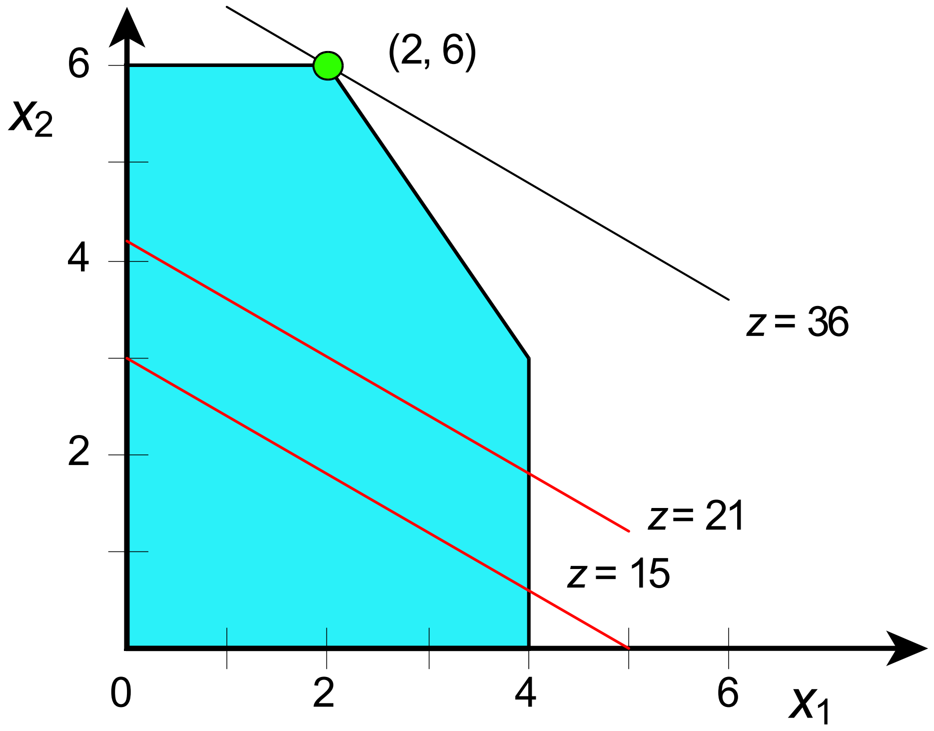
$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_2 \leq 9 - \frac{3}{2}x_1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Solución gráfica

$$\max_{x_1, x_2} 3x_1 + 5x_2$$

s. a:

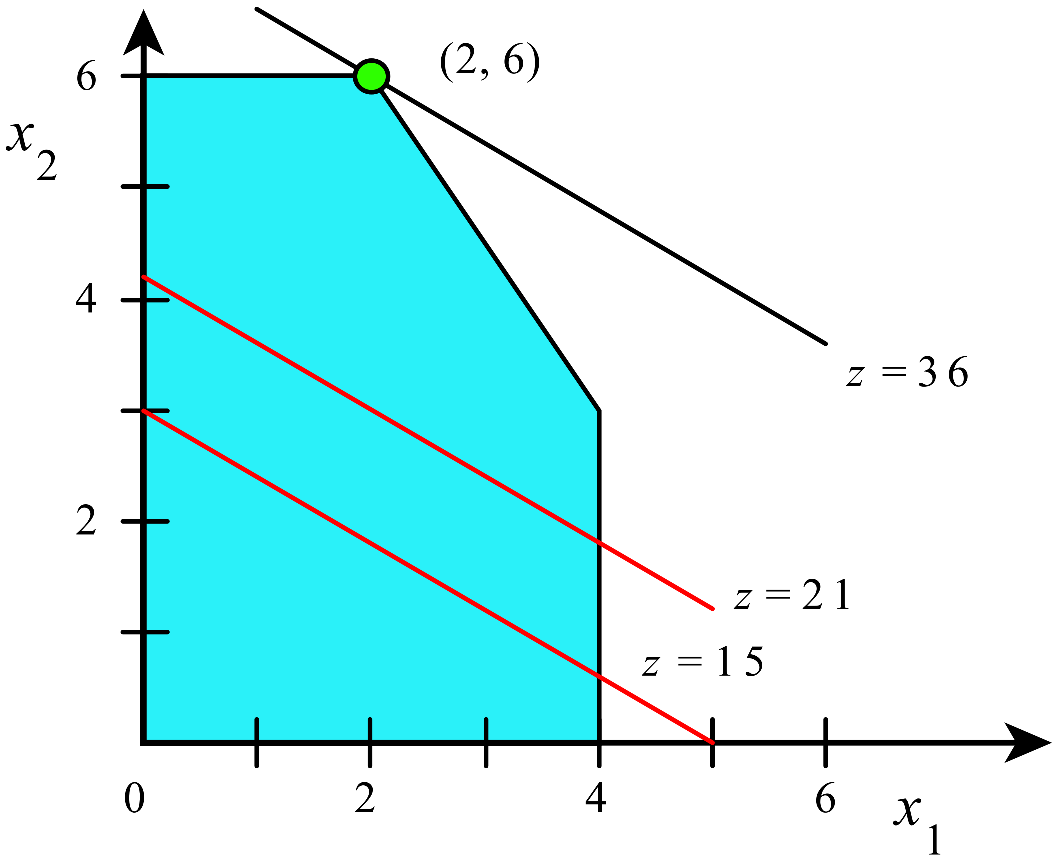
$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

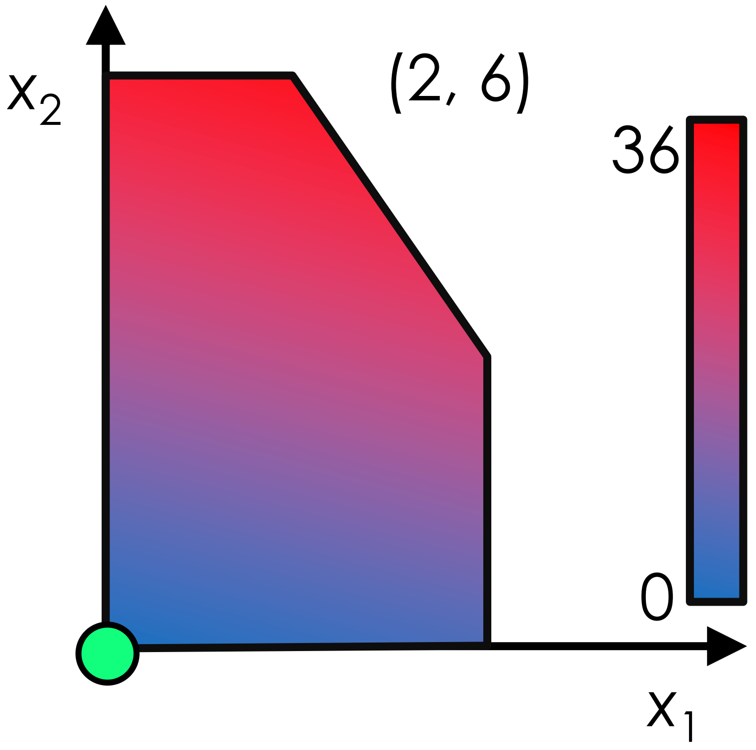
$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$



El método simplex

Simplex (Dantzig, 1947)



Vidrio.lg4

Modelo en LINGO

Lingo Model - Vidrio

```
! Artículos de vidrio;
[FO] MAX = 3*x1+5*x2;

! Restricciones;
[R1] x1 <= 4;
[R2] 2*x2 <= 12;
[R3] 3*x1+2*x2 <= 18;
```

Resultados en LINGO

Variable	Value	Reduced Cost
X1	2.000000	0.000000
X2	6.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	36.00000	1.000000
R1	2.000000	0.000000
R2	0.000000	1.500000
R3	0.000000	1.000000

Se activaron R2 y R3. Hacen valer la igualdad. Determinan el óptimo.

Artículos de vidrio

Enter the linear programming problem here:

- (•) Maximize
- ( ) Minimize

$z =$ 3 x+5 y subject to the constraints:

- ( ) Show only the region defined by the following contraints:

```
x <= 4
2 y <= 12
3 x+2 y <= 18
```

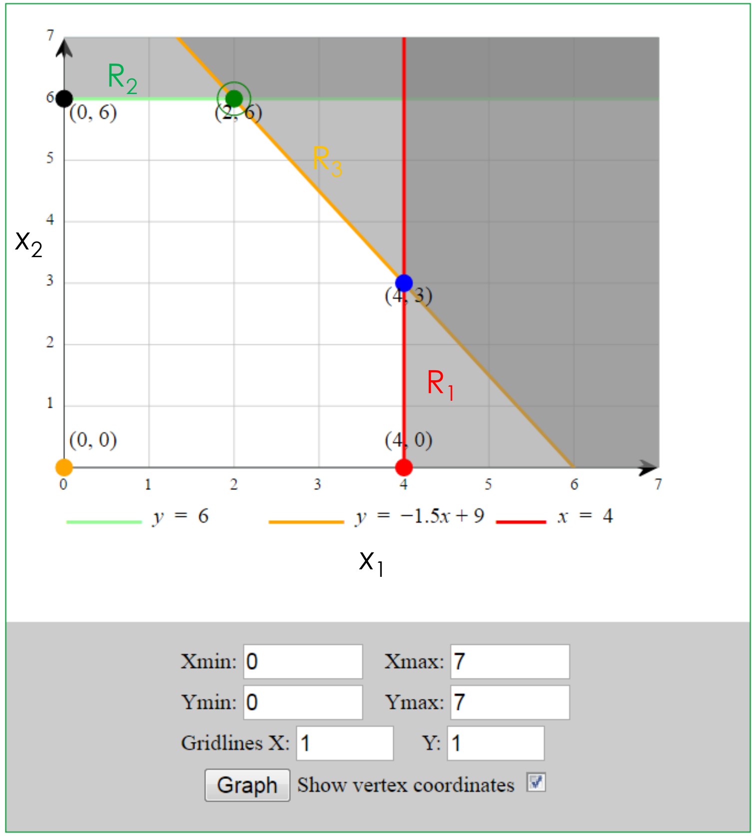
LP Examples | Graphing Examples | Solve

Rounding: 4 decimal places Fraction Mode

Erase Everything

The solution will appear below.

Vertex	Lines through vertex	Value of objective
(4, 3)	$x = 4$ $3x + 2y = 18$	27
(4, 0)	$x = 4$ $y = 0$	12
(2, 6)	$2y = 12$ $3x + 2y = 18$	36 Maximum
(0, 6)	$2y = 12$ $x = 0$	30
(0, 0)	$x = 0$ $y = 0$	0

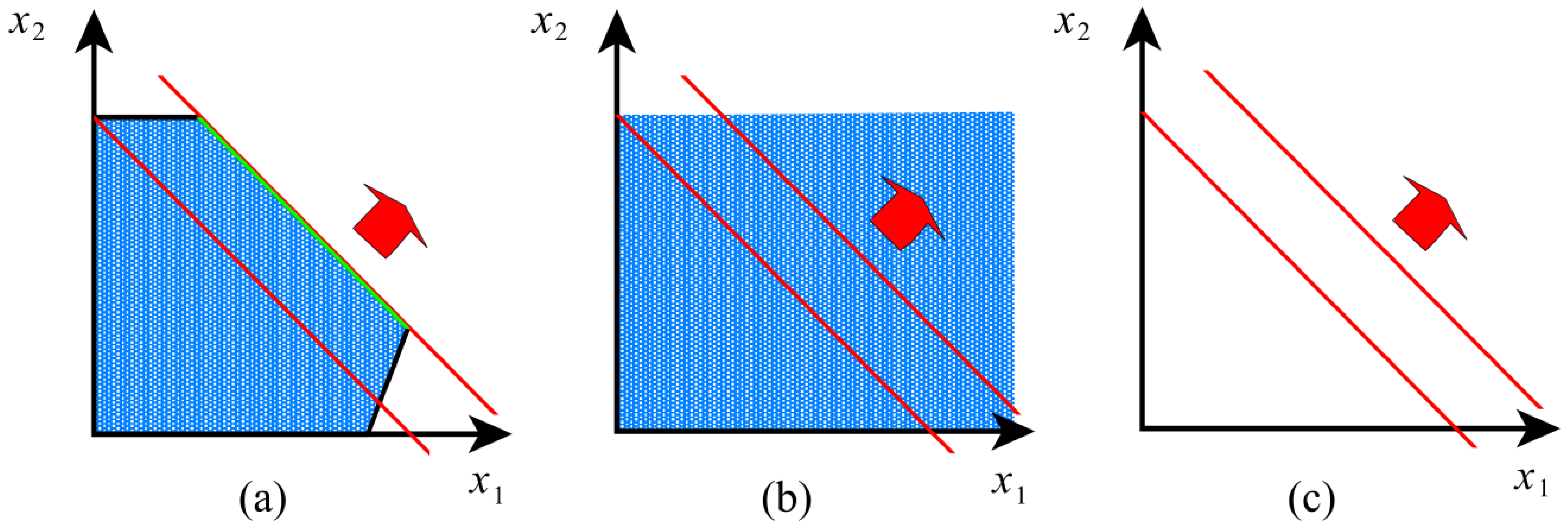


Simplex

Casos problemáticos

Casos problemáticos

- En el caso (a), la solución obtenida no es única. En el caso (b), la solución no está acotada. En el caso (c), la región factible es nula.



Solución no única

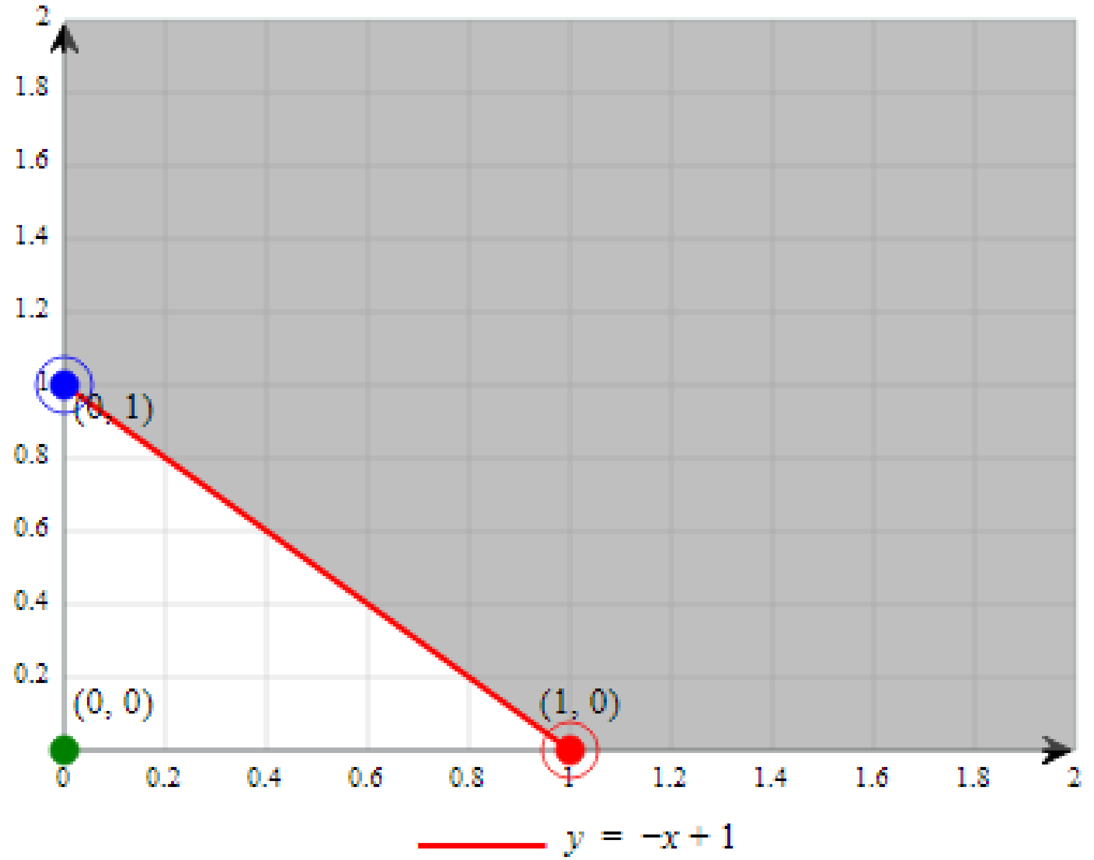
$$\underset{x_1, x_2}{\text{Max}}\ x_1 + x_2$$

$$\text{s. a :}$$

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

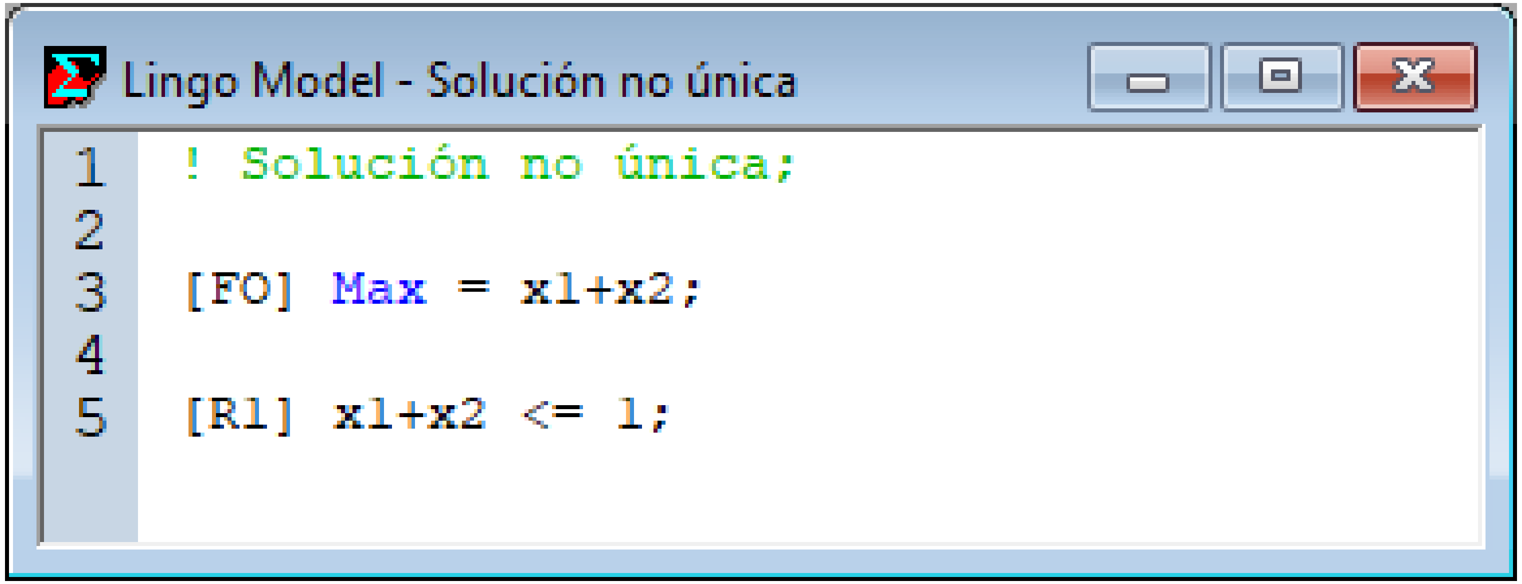
$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Solución no única.lg4

Solución no única



Solución no única

Variable	Value	Reduced Cost
X1	0.000000	0.000000
X2	1.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	1.000000	1.000000
R1	0.000000	1.000000

Ojos de serpiente: solución múltiple.

Solución no acotada

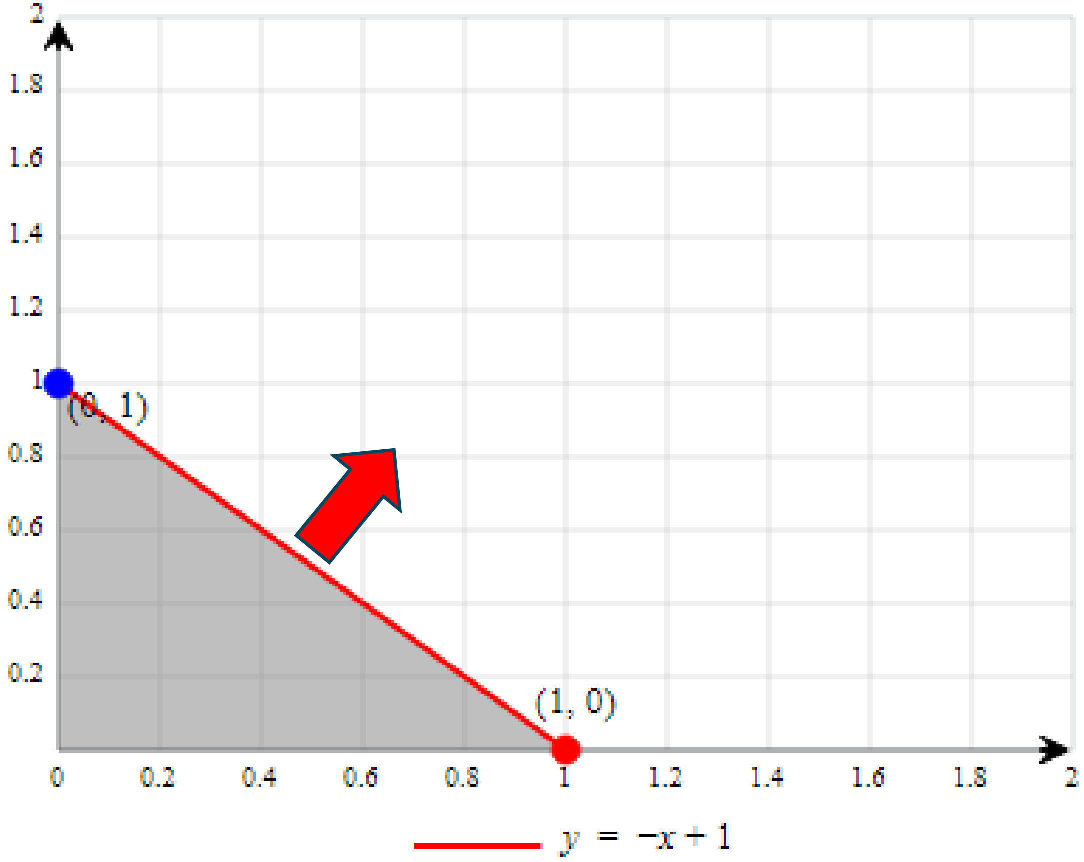
$$\underset{x_1, x_2}{\text{Max}}\ x_1 + x_2$$

s. a :

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



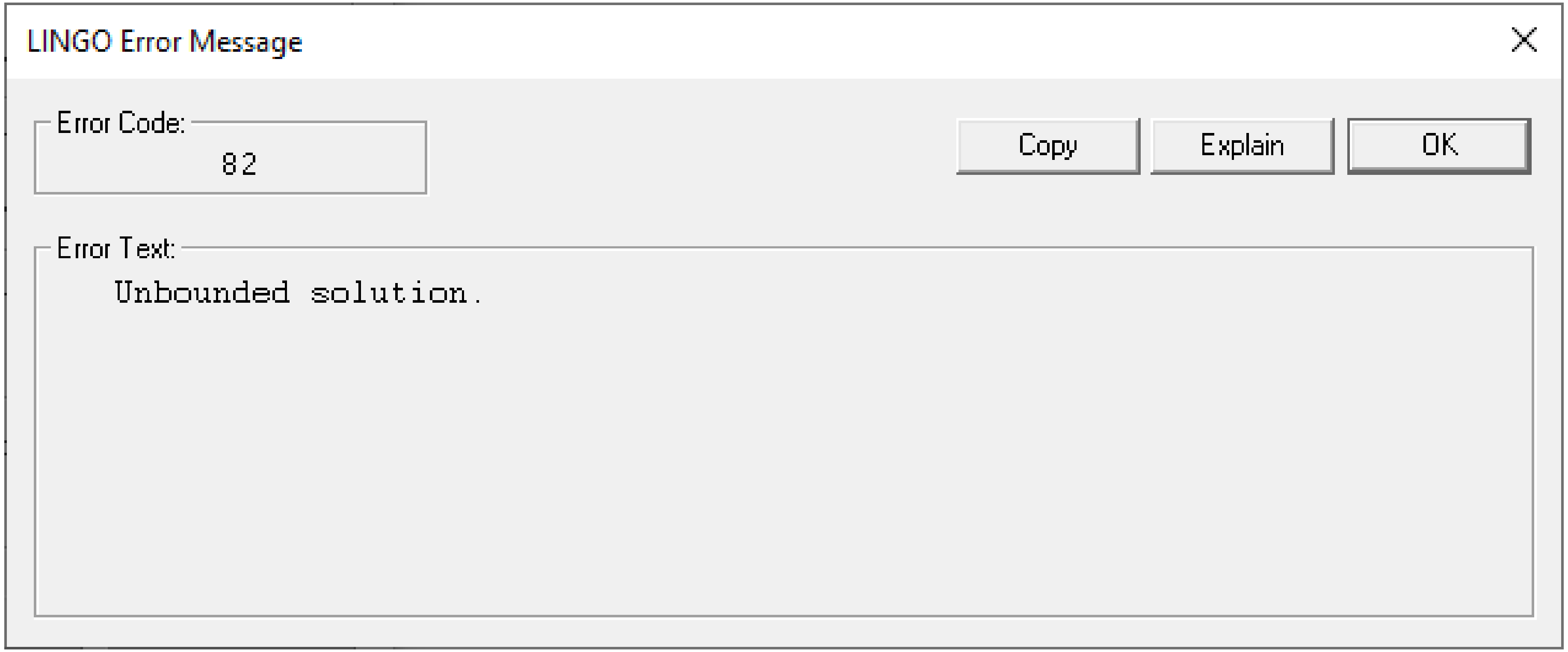
Solución no acotada.lg4

Solución no acotada

Lingo Model - Solución no acotada

```
! Solución no acotada;

[FO] Max = x1+x2;

[R1] x1+x2 >= 1;
```

Solución no acotada



No factible

$$\max_{x_1, x_2} x_1 + x_2$$

$$\text{s. a}:$$

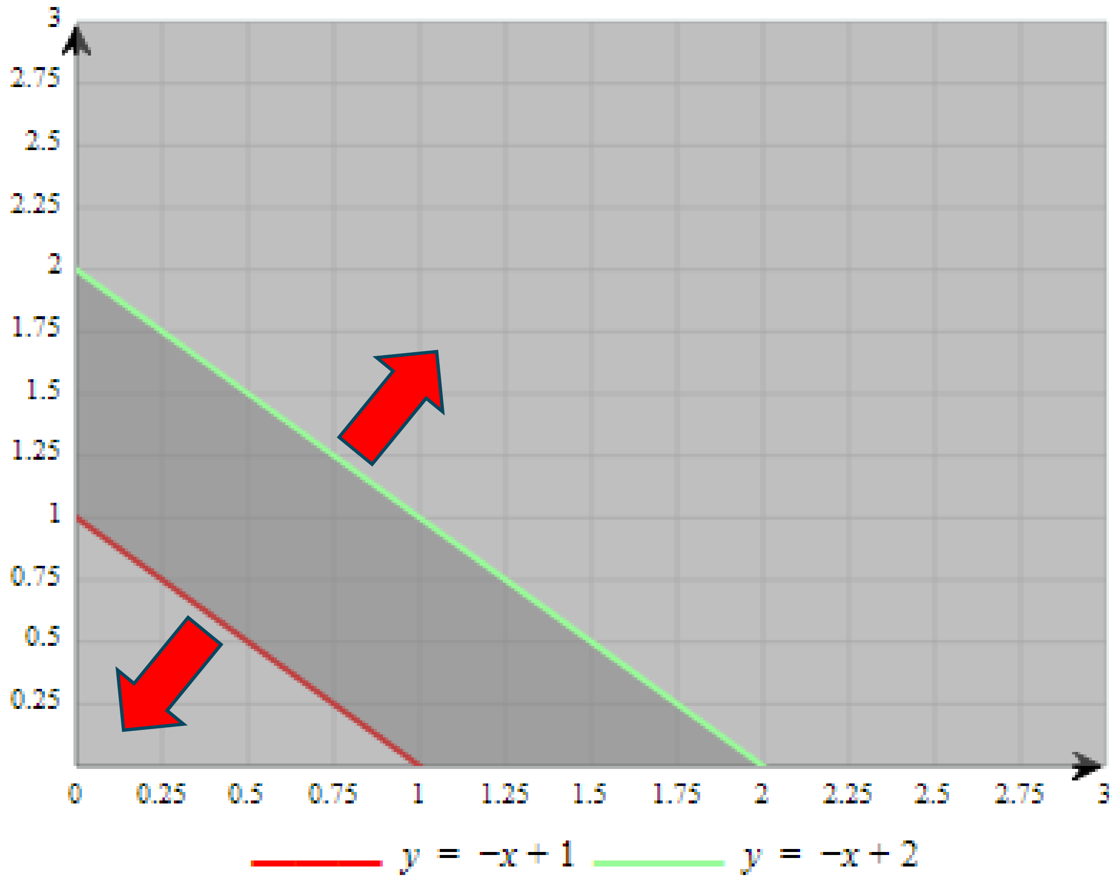
$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

No factible.lg4

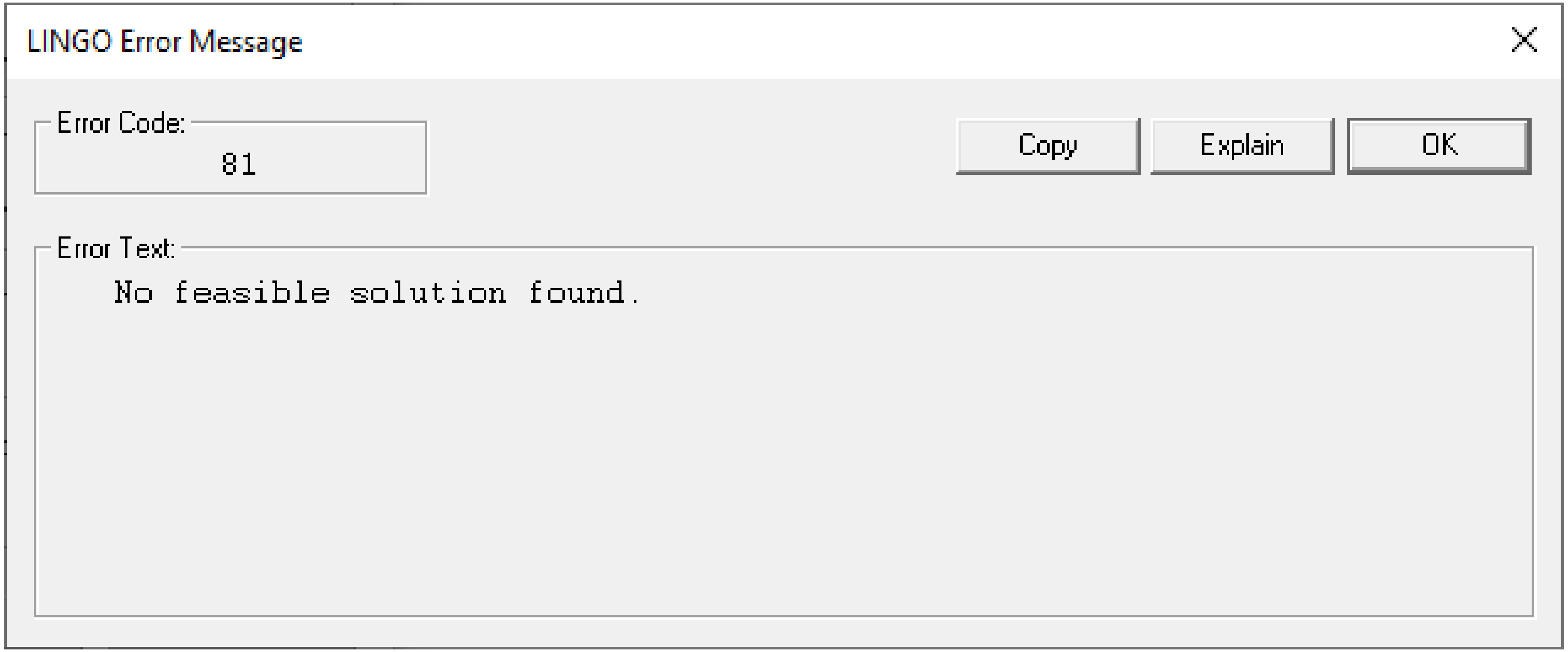


No factible

Lingo Model - No factible

```
! No factible;

[FO] Max = x1+x2;

[R1] x1+x2 <= 1;
[R2] x1+x2 >= 2;
```

No factible



LINGO Error Message
Error Code:
81
Copy
Explain
OK
Error Text:
No feasible solution found.

Problemas LP clásicos

Problemas LP clásicos

- Problema de Producción: Determina cómo deben emplearse los recursos disponibles en actividades que maximicen los beneficios.
- Problema de Mezcla: Determina la combinación óptima de ingredientes en una mezcla para cumplir con ciertos requerimientos al menor costo posible.

Problemas LP clásicos

- Problema de Transporte: Optimiza las rutas de distribución de mercancías desde varios orígenes a varios destinos para minimizar los costos de envío.
- Problemas de Asignación: Distribuye eficientemente recursos limitados (personal, maquinarias, presupuestos) para maximizar los beneficios.

Problema de producción

Problema de producción

Se maximizan los beneficios originados por n actividades que compiten por m recursos. La actividad j se ejecuta a velocidad x_j (kg/h), tiene una demanda d_j (\$/kg) y produce un beneficio unitario b_j (\$/kg). Además, tiene un consumo específico a_{ij} (kg/kg) del recurso i, cuya disponibilidad es s_i (kg/h).

Elementos del modelo

- Índices:
  - Para recursos: $i = 1, 2, \ldots, m$.
  - Para actividades: $j = 1, 2, \ldots, n$.

Elementos del modelo

- Parámetros (en total, $2 + m + 2\,n + m\,n$):
  - m: Tipos de recursos.
  - n: Tipos de actividades.
  - s_i: Disponibilidad del recurso i (kg/h).
  - b_j: Beneficio unitario de la actividad j ($/kg).
  - d_j: Demanda de la actividad j ($/kg).
  - a_{ij}: Consumo específico del recurso i por la actividad j (kg/kg).

Elementos del modelo

- Variables de decisión (en total, n):
  - x_j: Velocidad de ejecución de la actividad j (kg/h).
- Función objetivo:
  - Beneficios ($/h): $\sum_{j=1}^{n} b_j\, x_j$.
- Restricciones (en total, $m + n$ y las de no negatividad):
  - Disponibilidad del recurso *i* (kg/h): $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \leq s_i$.
  - Demanda de la actividad *j* (kg/h): $x_j \leq d_{\mathrm{j}}$.

Problema de producción

$$\underset{x_j}{\text{Max}} \sum_{j=1}^{n} b_j \, x_j$$

s. a :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \, x_j \leq s_i \qquad i = 1,\ldots,m$$

$$x_j \leq d_j \qquad j = 1,\ldots,n$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1,\ldots,n$$

Fábrica de pinturas

Fábrica de pinturas

Una fábrica produce pintura amarilla (A) y pintura celeste (C). Existen dos líneas de producción, una para cada color. La capacidad de la línea A es 60 m^3 por día, mientras que la capacidad de la línea C es 50 m^3 por día. Un metro cúbico de A requiere 1 h-hombre de labor, mientras que un metro cúbico de C requiere 2 h-hombre. Se disponen de 120 h-hombre como máximo por día que pueden ser asignadas indistintamente a la producción de ambos colores. La contribución a los beneficios de la empresa es \$20 y \$30 por metro cúbico de A y C, respectivamente. Se debe determinar el plan de producción diaria óptimo.

Elementos del modelo

- Parámetros:
  - m = 3, LA, LC y MO
  - n = 2, A y C
  - b = 20 30 ($/m³)
  - s = 60 (m³/d)

    50 (m³/d)

    120 (h-hombre/d)

$$
\begin{array}{rcc}
 & \begin{array}{cc} A & C \end{array} & \\
A = & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} LA \\ LC \\ MO \end{array}
\end{array}
$$

Elementos del modelo

- Variables de decisión:
  - x = A C (m^3/d)
- Función objetivo:
  - Beneficios ($/d): $20\ A + 30\ C$
- Restricciones:
  - Capacidad de la línea A (m^3/d): $A \leq 60$
  - Capacidad de la línea C (m^3/d): $C \leq 50$
  - Mano de obra (h-hombre/d): $A + 2\ C \leq 120$

Fábrica de pinturas

$$\max_{A,C} 20A + 30C$$

$$\text{s. a}:$$

$$A \le 60$$

$$C \le 50$$

$$A + 2C \le 120$$

$$A \ge 0, C \ge 0$$

Pinturas.lg4

Modelo en LINGO

Lingo Model - Pinturas

```
! Fábrica de pinturas;
[FO] MAX = 20*A+30*C;

[LA] A <= 60;
[LC] C <= 50;
[MO] A+2*C <= 120;
```

Resultados en LINGO

Variable	Value	Reduced Cost
A	60.00000	0.000000
C	30.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	2100.000	1.000000
LA	0.000000	5.000000
LC	20.00000	0.000000
MO	0.000000	15.00000

Se activaron LA y MO. Hacen valer la igualdad. Se acabaron esos recursos.

Fábrica de pinturas

Enter the linear programming problem here:

- (•) Maximize
- ( ) Minimize

z = 20x+30y subject to the constraints:

( ) Show only the region defined by the following contraints:

```
x <= 60
y <= 50
x+2y <= 120
```

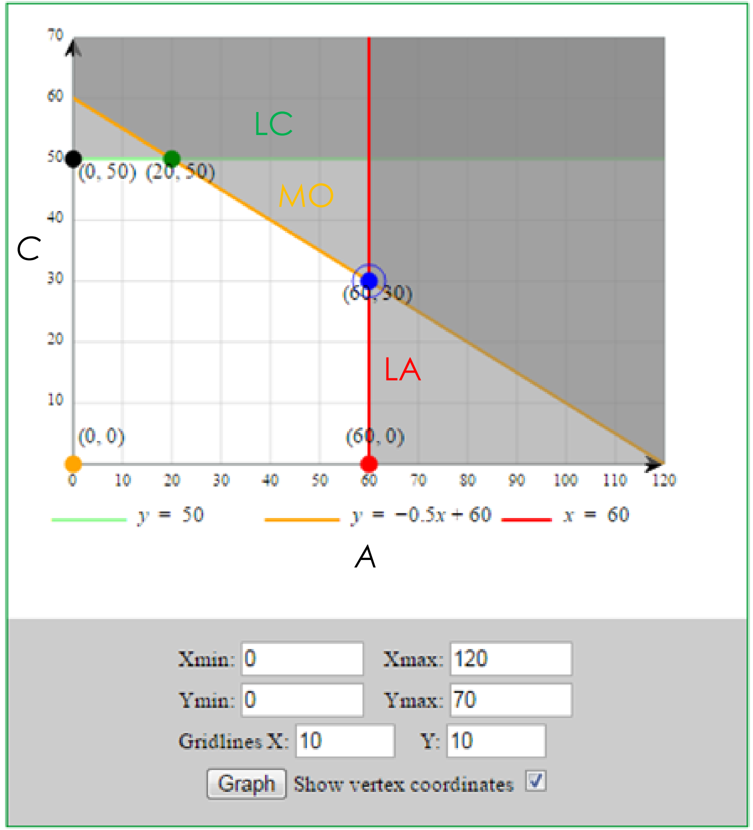
LP Examples | Graphing Examples | Solve

Rounding: 4 decimal places Fraction Mode

Erase Everything

The solution will appear below.

Vertex	Lines through vertex	Value of objective
● (60, 30)	$x = 60$ $x + 2y = 120$	2100 Maximum
● (60, 0)	$x = 60$ $y = 0$	1200
● (20, 50)	$y = 50$ $x + 2y = 120$	1900
● (0, 50)	$y = 50$ $x = 0$	1500
● (0, 0)	$x = 0$ $y = 0$	0



Simplex

Fábrica de químicos

Fábrica de químicos

Una fábrica de químicos produce dos tipos de combos: el especial y el estándar. Cada combo contiene 8 kg del químico A. El especial tiene 2 kg del químico B y requiere 3 h-hombre de mano de obra, mientras que la estándar contiene 1.5 kg del químico B y requiere 2 h-hombre de mano de obra. La fábrica solo puede producir 400 kg de A y 80 kg de B por semana. La capacidad de mano de obra es de 2 hombres trabajando cada uno 40 h/semana, pero podrían trabajar hasta 10 horas extras cobrando el doble. El precio de venta de cada tipo de combo es de $50 y $40, respectivamente. La mano de obra tiene un costo de 2 $/h-hombre, el costo de A es 0.5 $/kg y el costo de B es 10 $/kg. Se desea organizar la producción semanal para obtener el máximo beneficio.

Variables de decisión

- x_1: Especiales producidos por semana en la jornada normal.
- x_2: Estándares producidos por semana en la jornada normal.
- x_3: Especiales producidos por semana en la jornada extra.
- x_4: Estándares producidas por semana en la jornada extra.

Parámetros

- $m = 4$, MO normal, MO extra, A y B.
- $n = 4$, especiales y estándares en turno normal, y especiales y estándares en turno extra.
- Coeficientes de beneficio específico:

Producto	Ingresos (\$/combo)	Mano de obra	A	B	Costo (\$/combo)	Beneficios (\$/combo)
1	50	2·3	0.5·8	10·2	30	**20**
2	40	2·2	0.5·8	10·1.5	23	**17**
3	50	4·3	0.5·8	10·2	36	**14**
4	40	4·2	0.5·8	10·1.5	27	**13**

Elementos del modelo

- Función objetivo:
  - Beneficio ($/semana): $20\,x_1 + 17\,x_2 + 14\,x_3 + 13\,x_4$.
- Restricciones:
  - Horas normales (h-hombre/semana): $3\,x_1 + 2\,x_2 \leq 2 \cdot 40$.
  - Horas extras (h-hombre/semana): $3\,x_3 + 2\,x_4 \leq 2 \cdot 10$.
  - Químico A (kg/semana): $8\,(x_1 + x_3) + 8\,(x_2 + x_4) \leq 400$.
  - Químico B (kg/semana): $2\,(x_1 + x_3) + 1.5\,(x_2 + x_4) \leq 80$.

Fábrica de químicos

$$\underset{x_j}{\text{Max}} \sum_{j=1}^{n} b_j \, x_j$$

s. a :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \, x_j \leq s_i \qquad \forall i$$

$$x_j \geq 0 \qquad \forall j$$

$$\underset{x_1, x_2, x_3, x_4}{\text{Max}} \; 20\,x_1 + 17\,x_2 + 14\,x_3 + 13\,x_4$$

s. a:

$$3\,x_1 + 2\,x_2 \leq 80$$

$$3\,x_3 + 2\,x_4 \leq 20$$

$$8\,x_1 + 8\,x_2 + 8\,x_3 + 8\,x_4 \leq 400$$

$$2\,x_1 + 1.5\,x_2 + 2\,x_3 + 1.5\,x_4 \leq 80$$

x_1, x_2, x_3, x_4 no negativas

```
b = 20 17 14 13
s = 80 20 400 80
a = 3 2 0 0
    0 0 3 2
    8 8 8 8
    2 1.5 2 1.5
```

Químicos.lg4

Modelo en LINGO

Lingo Model - Químicos

```
! Fábrica de químicos;
[FO] MAX = 20*x1+17*x2+14*x3+13*x4;

[RN] 3*x1+2*x2 <= 80;
[RE] 3*x3+2*x4 <= 20;
[RA] 8*x1+8*x2+8*x3+8*x4 <= 400;
[RB] 2*x1+1.5*x2+2*x3+1.5*x4 <= 80;
```

Resultados en LINGO

	Variable	Value	Reduced Cost
Especiales, normal	X1	0.000000	0.000000
Estándares, normal	X2	40.00000	0.000000
Especiales, extra	X3	0.000000	0.000000
Estándares, extra	X4	10.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	810.0000	1.000000
RN	0.000000	3.000000
RE	0.000000	1.000000
RA	0.000000	1.375000
RB	5.000000	0.000000

Conjuntos

Fábrica de químicos

$$\underset{x_j}{\text{Max}} \sum_{j=1}^{n} b_j\, x_j$$

s. a :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \le s_i \qquad \forall i$$

$$x_j \ge 0 \qquad \forall j$$

$$\underset{x_1, x_2, x_3, x_4}{\text{Max}} \; 20\,x_1 + 17\,x_2 + 14\,x_3 + 13\,x_4$$

s. a:

$$3\,x_1 + 2\,x_2 \le 80$$

$$3\,x_3 + 2\,x_4 \le 20$$

$$8\,x_1 + 8\,x_2 + 8\,x_3 + 8\,x_4 \le 400$$

$$2\,x_1 + 1.5\,x_2 + 2\,x_3 + 1.5\,x_4 \le 80$$

x_1, x_2, x_3, x_4 no negativas

```
b = 20 17 14 13
s = 80 20 400 80
a = 3 2 0 0
    0 0 3 2
    8 8 8 8
    2 1.5 2 1.5
```

Químicos.lg4

Fábrica de químicos

$$\underset{x_j}{\text{Max}} \sum_{j=1}^{n} b_j \, x_j$$

$$\text{s. a :}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \, x_j \leq s_i \qquad \forall i$$

$$x_j \geq 0 \qquad \forall j$$

Químicos con sets.lg4

```
! Fábrica de químicos;
Sets:
  Productos/1..4/: x,b;
  Recursos/1..4/: s;
  RxP(Recursos,Productos): a;
EndSets

Data:
  b = 20 17 14 13;
  a = 3 2 0 0
      0 0 3 2
      8 8 8 8
      2 1.5 2 1.5;
  s = 80 20 400 80;
EndData

[FO] MAX = @sum(Productos: b*x);

@for(Recursos(i):
[RR] @sum(Productos(j): a(i,j)*x(j)) <= s(i)
);
```

Modelo en LINGO

Lingo Model - Químicos con sets

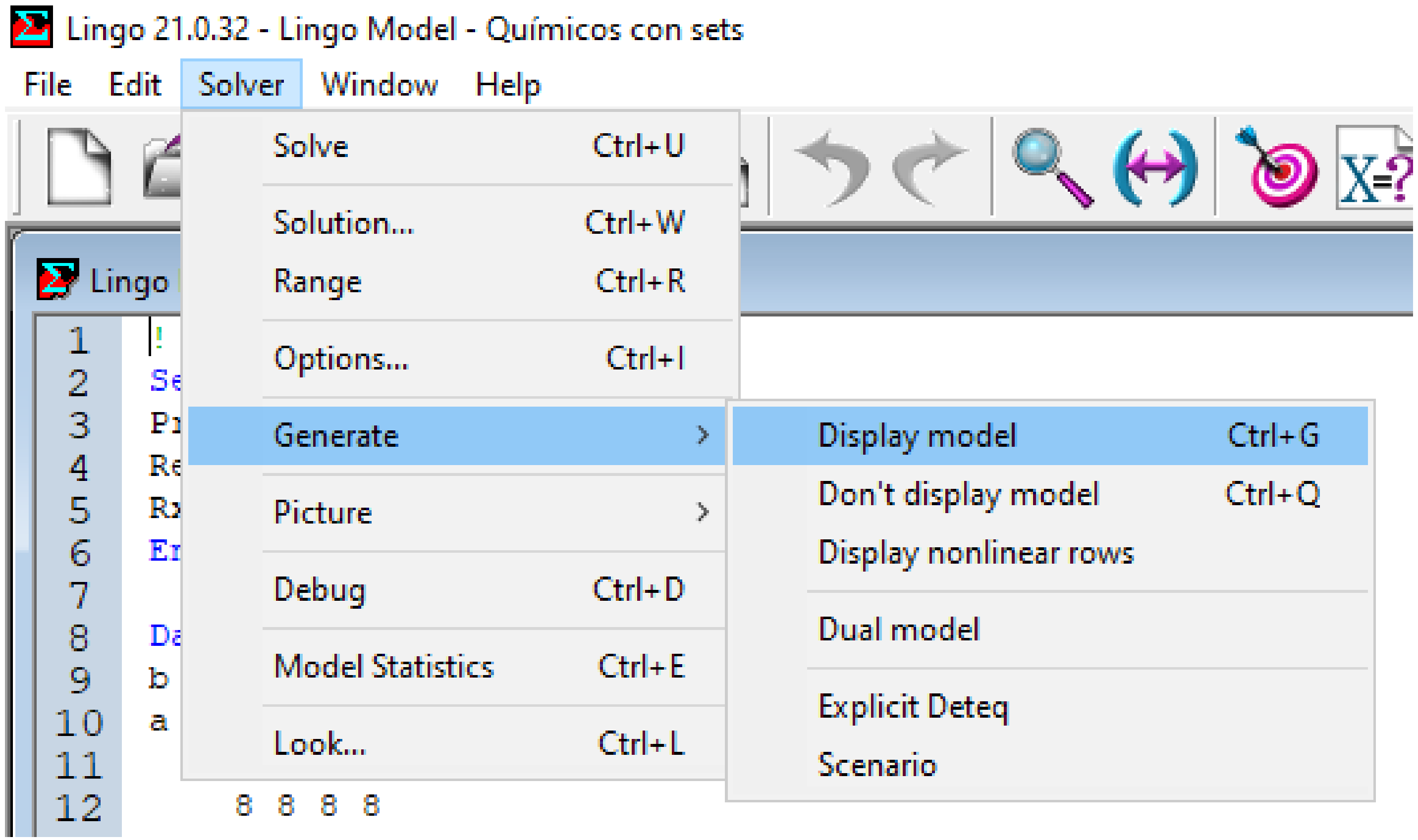
```
! Fábrica de químicos;
Sets:
  Productos/1..4/: x,b;
  Recursos/1..4/: s;
  RxP(Recursos,Productos): a;
EndSets

Data:
  b = 20 17 14 13;
  a = 3 2 0 0
      0 0 3 2
      8 8 8 8
      2 1.5 2 1.5;
  s = 80 20 400 80;
EndData

[FO] MAX = @sum(Productos: b*x);

@for(Recursos(i):
  [RR] @sum(Productos(j): a(i,j)*x(j)) <= s(i)
);
```

Resultados en LINGO

	Variable	Value	Reduced Cost
Especiales, normal	X(1)	0.000000	0.000000
Estándares, normal	X(2)	40.00000	0.000000
Especiales, extra	X(3)	0.000000	0.000000
Estándares, extra	X(4)	10.00000	0.000000
	B(1)	20.00000	0.000000
	...		
	A(1, 1)	3.000000	0.000000
	...		

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	810.0000	1.000000
RR(1)	0.000000	3.000000
RR(2)	0.000000	1.000000
RR(3)	0.000000	1.375000
RR(4)	5.000000	0.000000

Modelo desarrollado



Modelo desarrollado

```
MODEL:
[FO] MAX= 20 * X_1 + 17 * X_2 + 14 * X_3 + 13 * X_4;
[RR_1] 3 * X_1 + 2 * X_2 <= 80;
[RR_2] 3 * X_3 + 2 * X_4 <= 20;
[RR_3] 8 * X_1 + 8 * X_2 + 8 * X_3 + 8 * X_4 <= 400;
[RR_4] 2 * X_1 + 1.5 * X_2 + 2 * X_3 + 1.5 * X_4 <= 80;
END
```

Mapa curricular de programación lineal

1. Programación lineal
2. Método gráfico
3. El método simplex
4. Casos problemáticos
5. Problemas LP clásicos
6. Problema de producción
7. Determinación de beneficios
8. Conjuntos en LINGO