

# Programación no lineal Parte II

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

# Mapa curricular de la materia

Simulación



Optimización

# Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización



```
graph TD; A[Simulación] --> B[Optimización]
```

# Mapa curricular de Optimización

Definiciones

Modelo de optimización

Programación no lineal

Programación lineal

Análisis de sensibilidad



# Mapa curricular de Optimización

Definiciones

Modelo de optimización

Programación no lineal

Programación lineal

Análisis de sensibilidad

# Mapa curricular de programación no lineal

1. Simplificación de la FO
2. Reconciliación de lecturas
3. Calculabilidad
4. Instrumentación
5. Óptimo global
6. Condiciones de optimalidad
7. *Simulated annealing*
8. Algoritmo genético

# Regresión

# Línea de tendencia

$T$ (K)	$\sigma_{\text{Ge}}$ ( $10^{-4}$ S/cm)
400	0.05
500	0.10
600	0.20
700	0.40
800	1.00
900	2.00
1000	4.00



Conductividad Ge - Regresión.xlsx

# Regresión

- $n$ : Cantidad de puntos  $(x_i, y_i)$  a ajustar.
- $y = f(x, \theta)$
- $\theta$ : Parámetros a ajustar.
- Función objetivo: Suma de errores cuadrados.

$$\text{Min}_{\theta} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \theta))^2$$

# Regresión lineal

- $n$ : Cantidad de puntos  $(x_i, y_i)$  a ajustar.
- $y = a x + b$
- $a$  y  $b$ : Parámetros a ajustar.

$$\text{Min}_{a,b} \sum_{i=1}^n (y_i - (a x_i + b))^2$$

# Simplificación de la función objetivo

# Simplificación de la FO

Sea  $f(x)$  con un punto máximo en  $x^{\text{opt}}$ , este punto también será un punto óptimo de la función  $g(x)$  definida como:

$$g(x) = \alpha f(x) + \beta$$

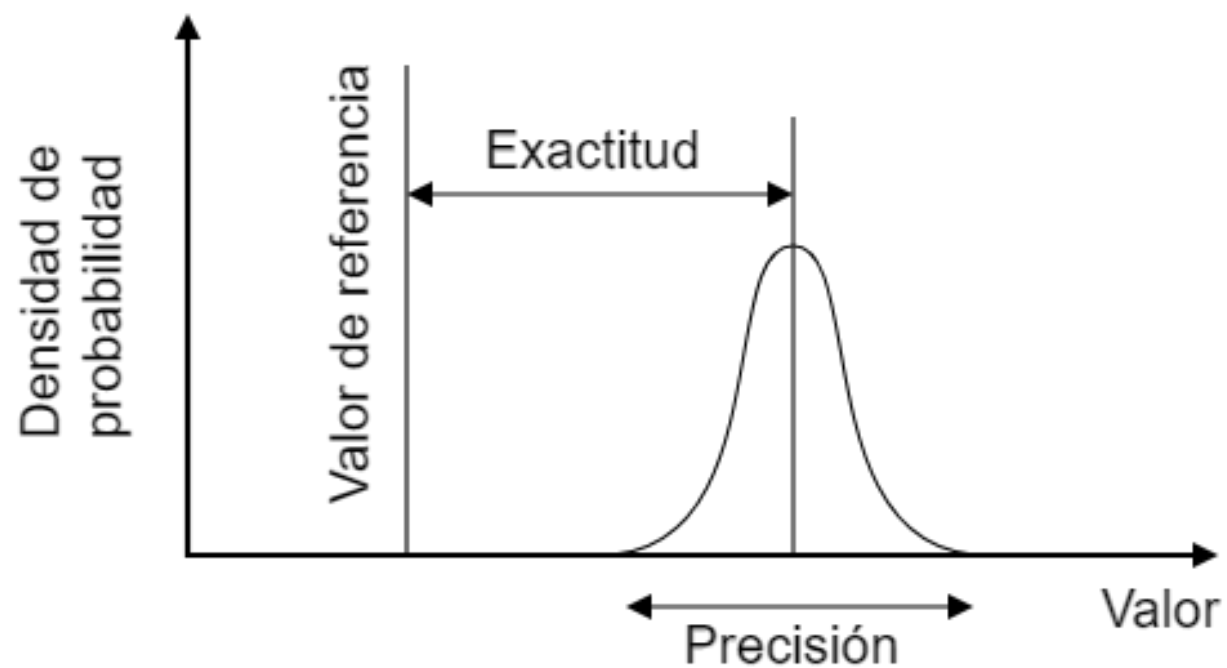
$$\text{Max} \{g(x)\} = \alpha \text{Max} \{f(x)\} + \beta \quad \alpha > 0$$

$$\text{Min} \{g(x)\} = \alpha \text{Max} \{f(x)\} + \beta \quad \alpha < 0$$

$$\text{Min} \{-f(x)\} = -\text{Max} \{f(x)\}$$

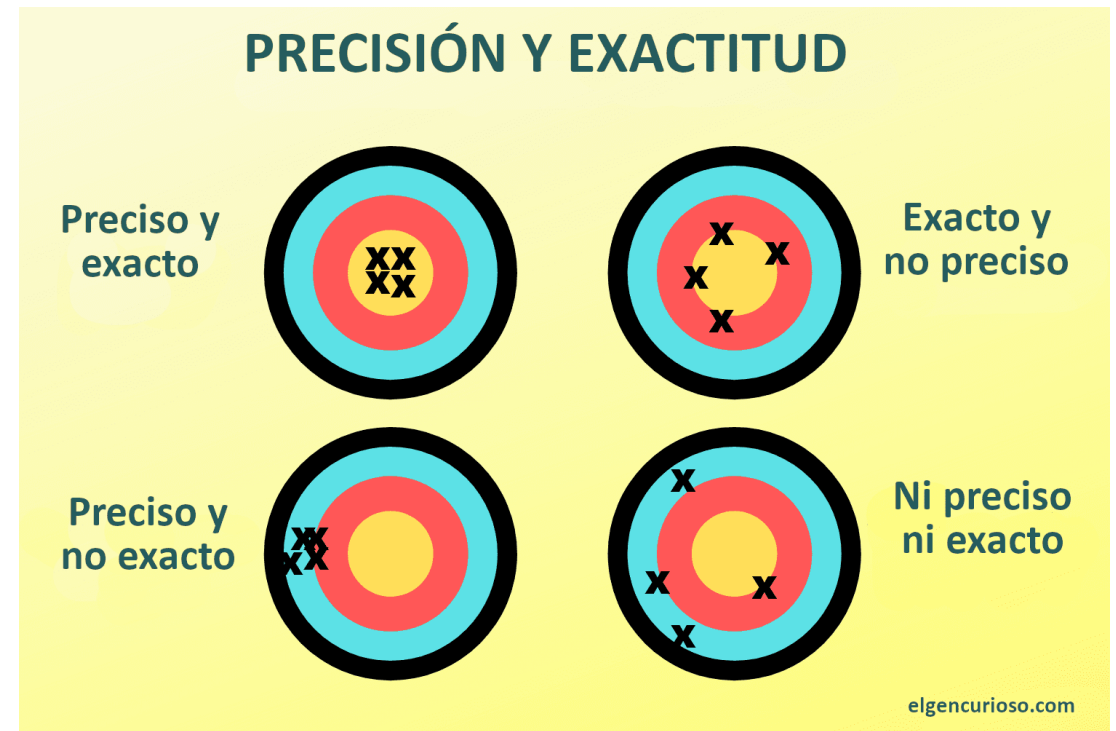
# Instrumentación

# Exactitud y precisión



# Exactitud y precisión

- Exactitud: Diferencia entre el promedio de las mediciones y el valor real.
- Precisión: Dispersión de las mediciones. Se mide con el error o la desviación estándar.
- La calibración mejora la exactitud.



# Reconciliación de lecturas

# Problema

- Los balances no se cumplen por errores en las mediciones.
- Reconciliación de lecturas o de datos: Estima los valores reales de las variables a partir de sus mediciones y del modelo del proceso.
- Asegura el cumplimiento de los balances.

# Parámetros

- $n$ : Cantidad de variables medidas  $x$ .
- $l_j$ : Cantidad de mediciones de la variable  $x_j$ .
- $m$ : Cantidad de variables no medidas  $y$ .
- $s_{i,k}$ : Medición  $k$  de la variable  $x_i$ .
- $\sigma_{i,k}$ : Desviación estándar de  $s_{i,k}$ .
- Ejemplo:
  - $P$  y  $T$  medidas en un reactor.
  - Medidas: 2 para  $P$  y 3 para  $T$ .
  - $n = 2$
  - $x_1 = P$  y  $x_2 = T$ .
  - $l_1 = 2$  y  $l_2 = 3$ .
  - $s_{1,1}, s_{1,2}, \sigma_{1,1}$  y  $\sigma_{1,2}$  para  $P$ .
  - $s_{2,1}, s_{2,2}, s_{2,3}, \sigma_{2,1}, \sigma_{2,2}$  y  $\sigma_{2,3}$  para  $T$ .

# Condiciones necesarias

- $n_1$ : Cantidad de mediciones,  $n_1 = \sum_{i=1}^n l_i$ .
- $m_1$ : Cantidad de restricciones de igualdad.
- Redundancia de sensores:  $grs = n_1 - n \geq 0$ .
- Redundancia topológica:  $grt = m_1 - m \geq 0$ .
- Se debe cumplir  $grs + grt > 0$ .

# Elementos del modelo

- Variables de decisión:  $x_i$  y  $y_j$ , en total  $n + m$ .
- Función objetivo: Suma de errores cuadrados,  $\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{l_i} \left( \frac{s_{i,k} - x_i}{\sigma_{i,k}} \right)^2$ .
- La función objetivo tiene  $m_1$  términos, uno por cada medición  $s$ .
- La división por  $\sigma$  cumple con dos funciones:
  - Hacer que cada término sea adimensional.
  - Otorgar más pesos a las medidas más precisas.
- Restricciones: Modelo del sistema,  $F(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = 0$ , en total  $m_1$  ecuaciones de igualdad.

# Modelo estándar

$$\text{Min}_{x_i, y_j} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{l_i} \left( \frac{s_{i,k} - x_i}{\sigma_{i,k}} \right)^2$$

s. a:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = 0$$

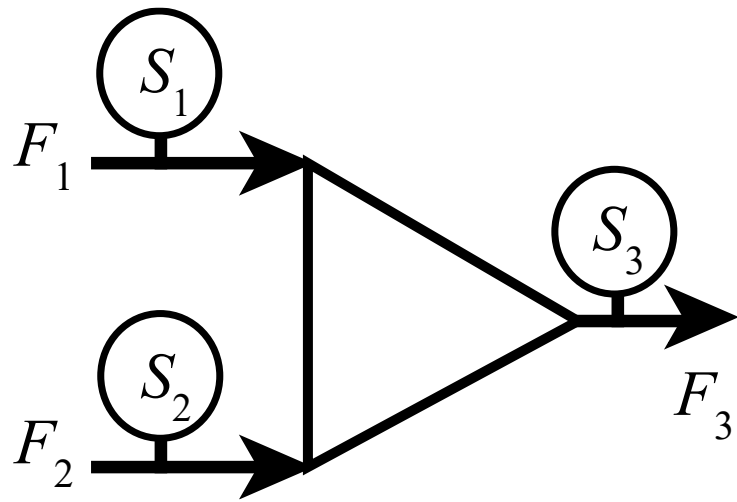
$$x_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j$$

- Estima los valores de  $n$  variables medidas  $x$  y los valores de  $m$  variables no medidas y a partir de  $n_1$  mediciones  $s$  con desviación estándar  $\sigma$ .

# Mezclador 1

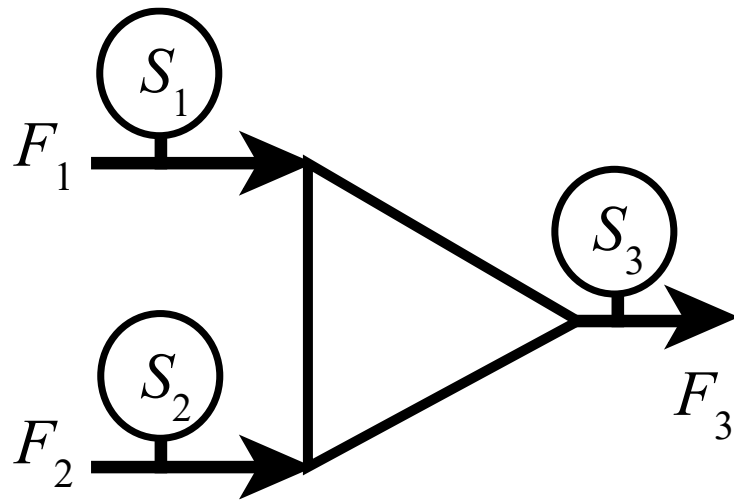
# Mediciones



$S_1$ (l/s)	$S_2$ (l/s)	$S_3$ (l/s)
10	15	27

No se verifica el balance de materia.

# Modelo



Mezclador 1.lg4

$$\frac{1}{\sigma^2} \text{Min}_{F_1, F_2, F_3} \sum_{i=1}^3 (S_i - F_i)^2$$

s. a:

$$F_1 + F_2 = F_3$$

$$F_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

- $grs = n_1 - n = 3 - 3 = 0 \geq 0$
- $grt = m_1 - m = 1 - 0 = 1 \geq 0$
- $grs + grt = 0 + 1 = 1 > 0$

# Modelo en LINGO

```
Lingo Model - Mezclador 1
1  ! Mezclador 1;
2  ! Reconciliación de lecturas;
3
4  Data:
5      S1 = 10; !(1/s);
6      S2 = 15; !(1/s);
7      S3 = 27; !(1/s);
8  EndData
9
10 [FO]  Min = (S1-F1)^2+(S2-F2)^2+(S3-F3)^2;
11
12 [RBM] F1+F2 = F3;
```

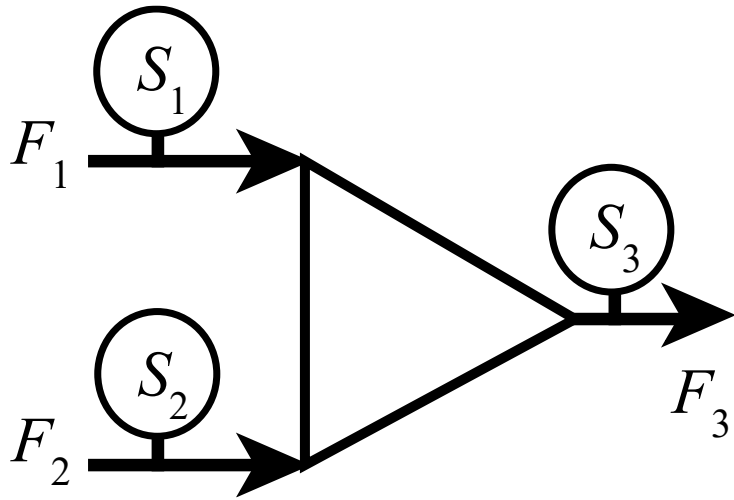
# Resultados en LINGO

Variable	Value	Reduced Cost
S1	10.00000	0.000000
S2	15.00000	0.000000
S3	27.00000	0.000000
F1	10.66667	0.7982303E-07
F2	15.66667	0.1457392E-07
F3	26.33333	0.6592139E-08

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	1.333333	-1.000000
RBM	0.000000	-1.333333

# Estimaciones



$S_1$ (l/s)	$S_2$ (l/s)	$S_3$ (l/s)
10	15	27

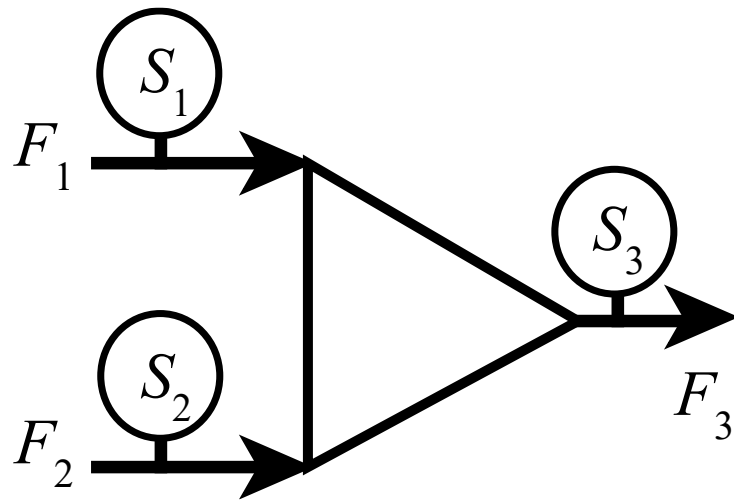


$F_1$ (l/s)	$F_2$ (l/s)	$F_3$ (l/s)
10.67	15.67	26.34



# Mezclador 2

# Mediciones



s	Corrientes		
	1	2	3
F (l/s)	10.0	20.0	27.0
C (mol/l)	30	10	15

- Agua y metanol.
- C es la concentración de metanol.

- $E_F$ : 0.1 l/s
- $E_C$ : 0.5 mol/l

# Modelo

$$\text{Min}_{F_i, C_i} \frac{1}{0.1^2} \left( (10 - F_1)^2 + (20 - F_2)^2 + (27 - F_3)^2 \right) + \frac{1}{0.5^2} \left( (30 - C_1)^2 + (10 - C_2)^2 + (15 - C_3)^2 \right)$$

s. a:

$$F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$C_1 F_1 + C_2 F_2 - C_3 F_3 = 0$$

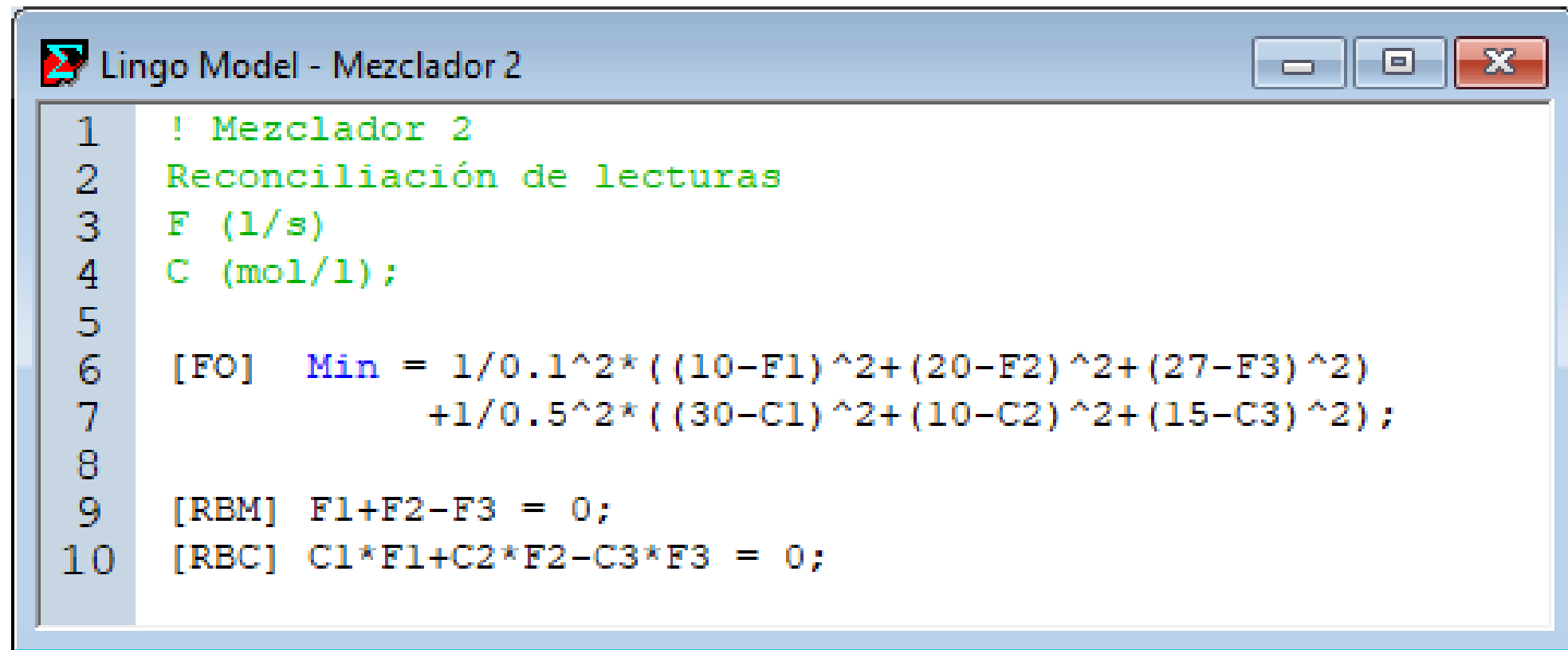
$$F_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$C_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

Mezclador 2.lg4

- $grs = n_1 - n = 6 - 6 = 0 \geq 0$
- $grt = m_1 - m = 2 - 0 = 2 \geq 0$
- $grs + grt = 0 + 2 = 2 > 0$

# Modelo en LINGO



```
1  ! Mezclador 2
2  Reconciliación de lecturas
3  F (1/s)
4  C (mol/l);
5
6  [FO]  Min = 1/0.1^2*((10-F1)^2+(20-F2)^2+(27-F3)^2)
7         +1/0.5^2*((30-C1)^2+(10-C2)^2+(15-C3)^2);
8
9  [RBM] F1+F2-F3 = 0;
10 [RBC] C1*F1+C2*F2-C3*F3 = 0;
```

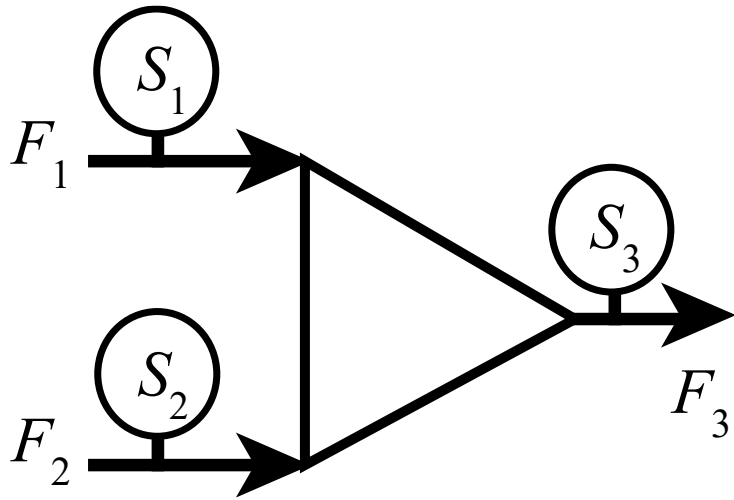
# Resultados en LINGO

Variable	Value	Reduced Cost
F1	8.985258	-0.2514405E-06
F2	19.01160	0.000000
F3	27.99686	0.6813677E-06
C1	29.70889	0.000000
C2	9.384048	-0.2909656E-07
C3	15.90706	0.5286781E-07

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	305.1838	-1.000000
RBM	0.000000	195.2482
RBC	0.000000	0.2591901

# Estimaciones



s	Corrientes		
	1	2	3
$F$ (l/s)	10.0	20.0	27.0
$C$ (mol/l)	30	10	15

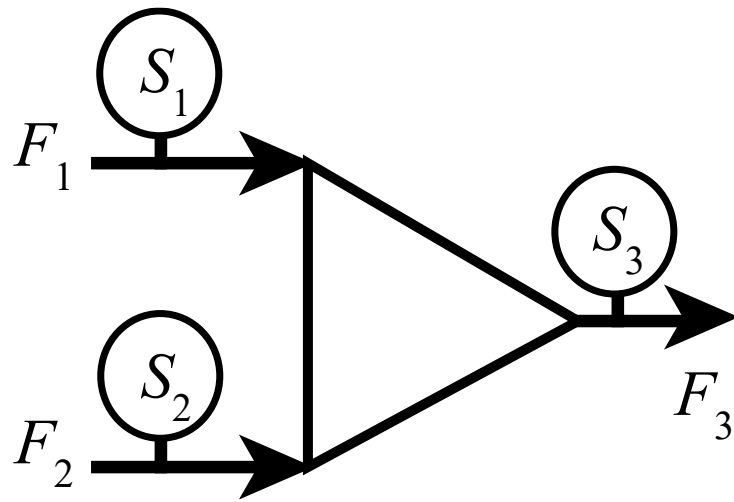


x	Corrientes		
	1	2	3
$F$ (l/s)	8.99	19.01	28.00
$C$ (mol/l)	29.71	9.38	15.91



Mezclador 2b

# Mediciones



s	Corrientes		
	1	2	3
$F$ (l/s)	10.0	20.0	27.0
$C$ (mol/l)	30	10	<del>15</del>

$E_F$ : 0.1 l/s  
 $E_C$ : 0.5 mol/l

# Modelo

$$\text{Min}_{F_i, C_i} \frac{1}{0.1^2} \left( (10 - F_1)^2 + (20 - F_2)^2 + (27 - F_3)^2 \right) + \frac{1}{0.5^2} \left( (30 - C_1)^2 + (10 - C_2)^2 + (15 - C_3)^2 \right)$$

s. a:

$$F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$C_1 F_1 + C_2 F_2 - C_3 F_3 = 0$$

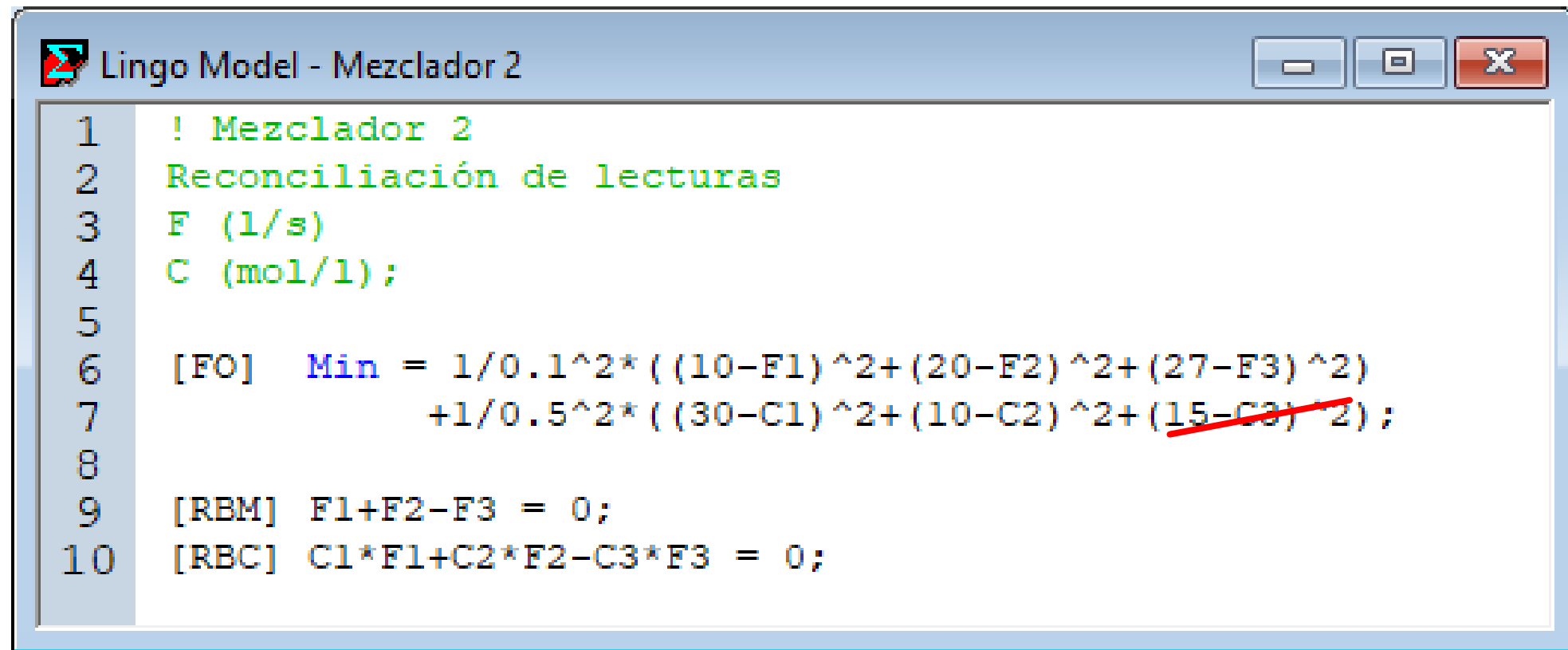
$$F_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$C_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

Mezclador 2b.lg4

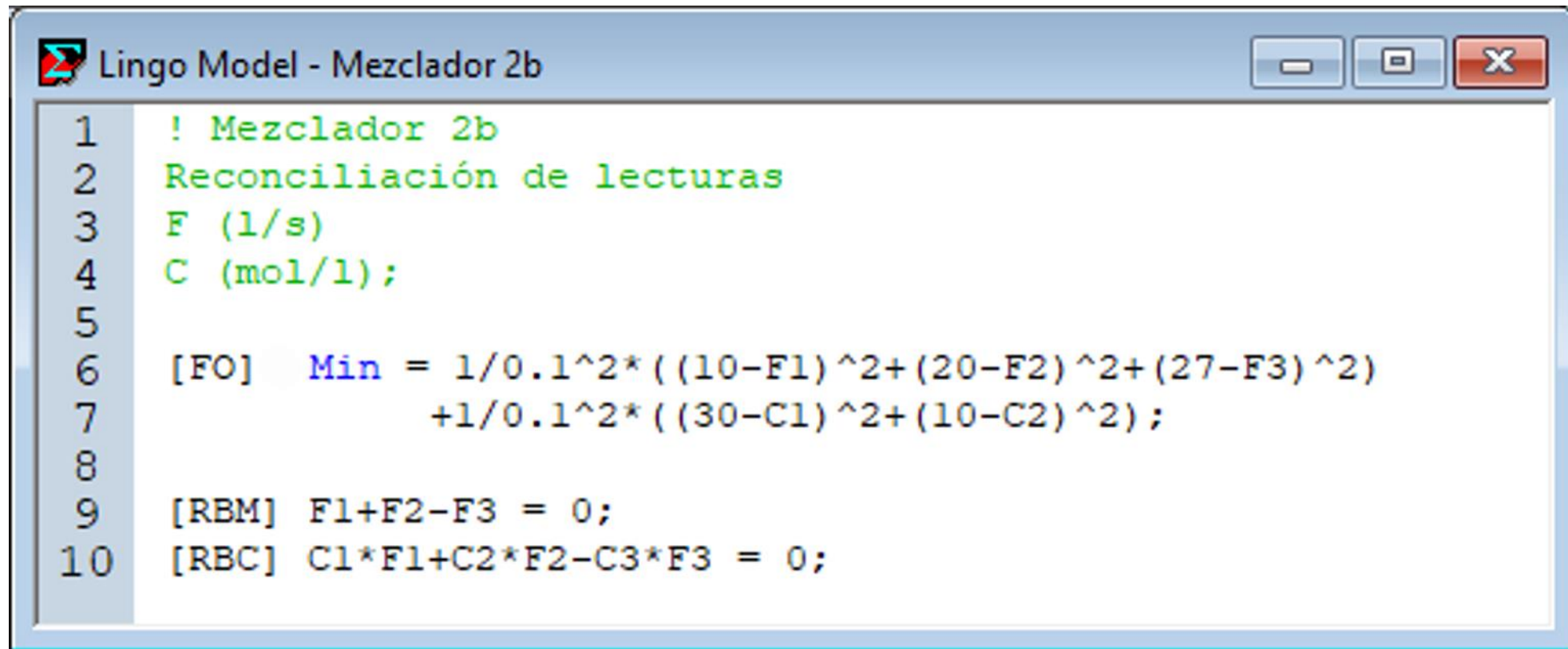
- $grs = n_1 - n = 5 - 5 = 0 \geq 0$
- $grt = m_1 - m = 2 - 1 = 1 \geq 0$
- $grs + grt = 0 + 1 = 1 > 0$

# Modelo en LINGO



```
1  ! Mezclador 2
2  Reconciliación de lecturas
3  F (1/s)
4  C (mol/l);
5
6  [FO]  Min = 1/0.1^2*((10-F1)^2+(20-F2)^2+(27-F3)^2)
7         +1/0.5^2*((30-C1)^2+(10-C2)^2+(15-C3)^2);
8
9  [RBM] F1+F2-F3 = 0;
10 [RBC] C1*F1+C2*F2-C3*F3 = 0;
```

# Modelo en LINGO



```
Lingo Model - Mezclador 2b
1  ! Mezclador 2b
2  Reconciliación de lecturas
3  F (l/s)
4  C (mol/l);
5
6  [FO]  Min = 1/0.1^2*((10-F1)^2+(20-F2)^2+(27-F3)^2)
7         +1/0.1^2*((30-C1)^2+(10-C2)^2);
8
9  [RBM] F1+F2-F3 = 0;
10 [RBC] C1*F1+C2*F2-C3*F3 = 0;
```

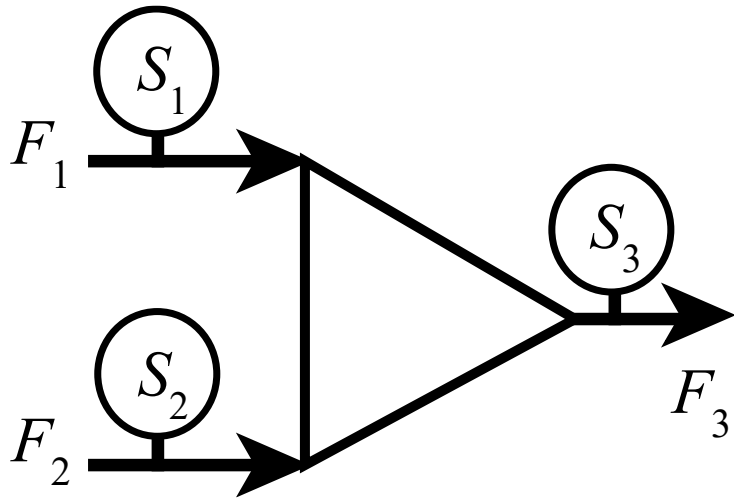
# Resultados en LINGO

Variable	Value	Reduced Cost
F1	8.985258	-0.2514405E-06
F2	19.01160	0.000000
F3	27.99686	0.6813677E-06
C1	29.70889	0.000000
C2	9.384048	-0.2909656E-07
C3	15.90706	0.5286781E-07

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FO	305.1838	-1.000000
RBM	0.000000	195.2482
RBC	0.000000	0.2591901

# Estimaciones



s	Corrientes		
	1	2	3
$F$ (l/s)	10.0	20.0	27.0
$C$ (mol/l)	30	10	-

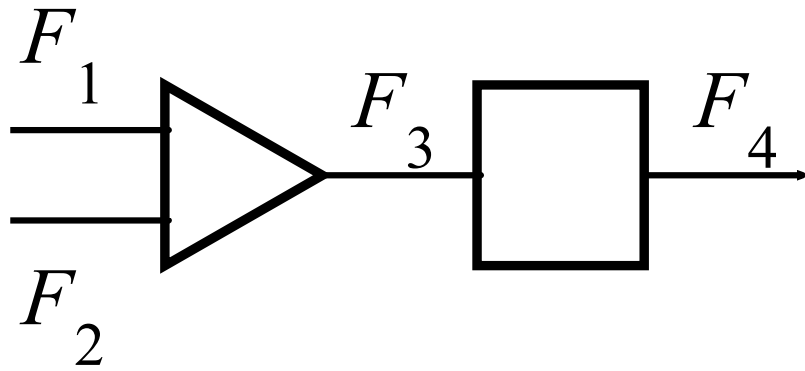


x	Corrientes		
	1	2	3
$F$ (l/s)	8.99	19.01	28.00
$C$ (mol/l)	29.71	9.38	15.91



# Calculabilidad

# Sistema no calculable



$$F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$F_3 - F_4 = 0$$



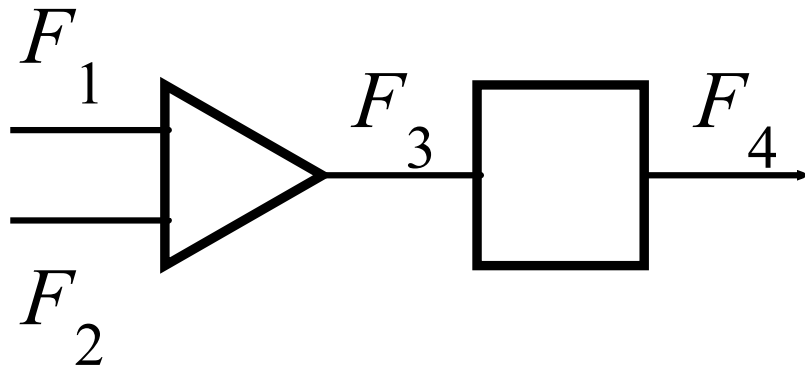
s	Corrientes			
	1	2	3	4
F (l/s)	-	-	29.5	30.3
			28.2	



- $grs = n_1 - n = 3 - 2 = 1 \geq 0$
- $grt = m_1 - m = 2 - 2 = 0 \geq 0$
- $grs + grt = 1 + 0 = 1 > 0$

Sistema no calculable.lg4

# Sistema calculable



$$F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$F_3 - F_4 = 0$$

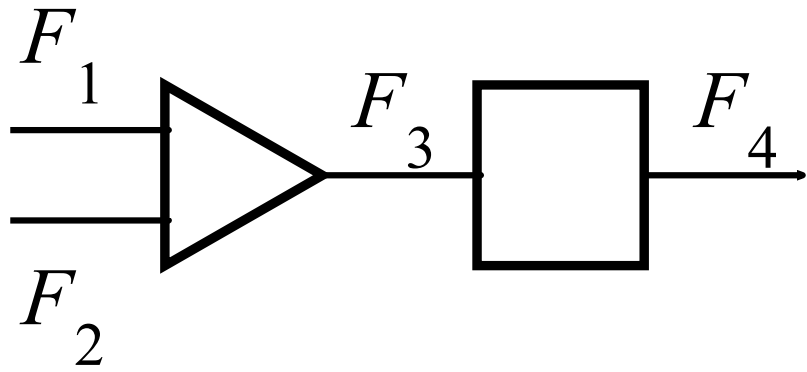
s	Corrientes			
	1	2	3	4
F (l/s)	8.9	-	-	28.0
	7.6			



- $grs = n_1 - n = 3 - 2 = 1 \geq 0$
- $grt = m_1 - m = 2 - 2 = 0 \geq 0$
- $grs + grt = 1 + 0 = 1 > 0$

Sistema calculable.lg4

# Sistema calculable



$$F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$F_3 - F_4 = 0$$

s	Corrientes			
	1	2	3	4
F (l/s)	-	-	29.5	30.3
			28.2	



x	Corrientes			
	1	2	3	4
F (l/s)	8.9	-	-	28.0
	7.6			



Modelo no lineal

# Programación matemática

$$\text{Max}_{x_j} FO(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

s. a:

$$h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$g_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, o$$

$$GL = n - m$$

# Clasificación de modelos

- Programación Lineal (LP, *Linear Programming*)
- Programación No Lineal (NLP, *Nonlinear Programming*)
- Programación Lineal Entera (ILP, *Integer Linear Programming*)
- Programación No Lineal Entera (INLP, *Integer Nonlinear Programming*)
- Programación Lineal Entera Mixta (MILP, *Mixed Integer Linear Programming*)
- Programación No Lineal Entera Mixta (MINLP, *Mixed Integer Nonlinear Programming*)

$$FO(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$$

# Modelo no lineal

$$\text{Max}_x x^3 - 9x^2 + 26x - 24$$

s.a :

$$x \geq 1.5$$

$$x \leq 4.5$$

Modelo no lineal.xlsx

Modelo no lineal.lg4

Archivos Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición Complementos Analizar datos

D4 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<b>Modelo no lineal</b>												
2													
3	<b>FO</b>		<b>Variables</b>										
4	-6		x =	1									
5													
6	<b>MI</b>	<b>Tipo</b>	<b>MD</b>										
7	1	>=	1.5										
8	1	<=	4.5										
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

**Biblioteca de funciones:** Insertar función, Autosuma, Usado recientemente, Financieras, Lógicas, Texto, Fecha y hora, Búsqueda y referencia, Matemáticas y trigonométricas, Más funciones.

**Nombres definidos:** Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección.

**Auditoría de fórmulas:** Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Ventana Inspección.

**Cálculo:** Opciones para el cálculo.

D4 :

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Modelo no lineal</b>					
2						
3	<b>FO</b>		<b>Variables</b>			
4	=D4^3-9*D4^2+26*D4-24		x =	1		
5						
6	<b>MI</b>	<b>Tipo</b>	<b>MD</b>			
7	=D4	>=	1.5			
8	=D4	<=	4.5			
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						

Obtener y transformar datos Consultas y conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Modelo no lineal</b>						
2							
3	<b>FO</b>		<b>Variables</b>				
4	-6		x =	1			
5							
6	<b>MI</b>	<b>Tipo</b>	<b>MD</b>				
7	1	>=	1.5				
8	1	<=	4.5				
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

**Parámetros de Solver**

Establecer objetivo:

Para:  Máx  Mín  Valor de:

Cambiando las celdas de variables:

Sujeto a las restricciones:

- SAS7 >= SC57
- SAS8 <= SC58

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Ayuda Resolver Cerrar

Archivos Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas **Datos** Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Obtener y transformar datos Consultas y conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar Herramientas de datos Previsión Análisis

fx 2.42264973583779

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<b>Modelo no lineal</b>												
2													
3	<b>FO</b>		<b>Variables</b>										
4	0.3849002		x =	2.4226497									
5													
6	<b>MI</b>	<b>Tipo</b>	<b>MD</b>										
7	2.4226497	>=	1.5										
8	2.4226497	<=	4.5										
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													

**Resultados de Solver**

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Conservar solución de Solver

Restaurar valores originales

Volver al cuadro de diálogo de parámetros de Solver

Informes de esquema

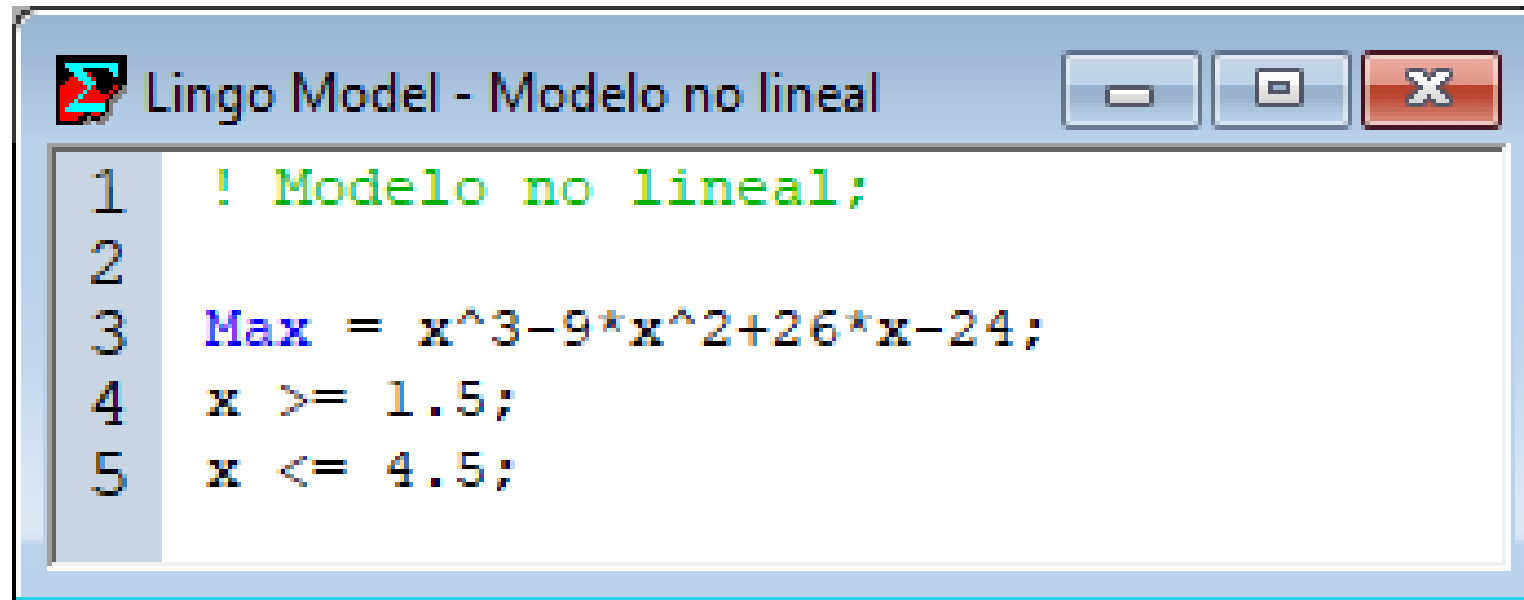
Informes: Responder, Sensibilidad, Límites

Aceptar Cancelar Guardar escenario...

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Al usar el motor GRG, Solver ha encontrado al menos una solución óptima local. Al usar Simplex LP, significa que Solver ha encontrado una solución óptima global.

# Modelo en LINGO



The image shows a screenshot of a LINGO Model window titled "Lingo Model - Modelo no lineal". The window contains the following code:

```
1  ! Modelo no lineal;  
2  
3  Max = x^3-9*x^2+26*x-24;  
4  x >= 1.5;  
5  x <= 4.5;
```

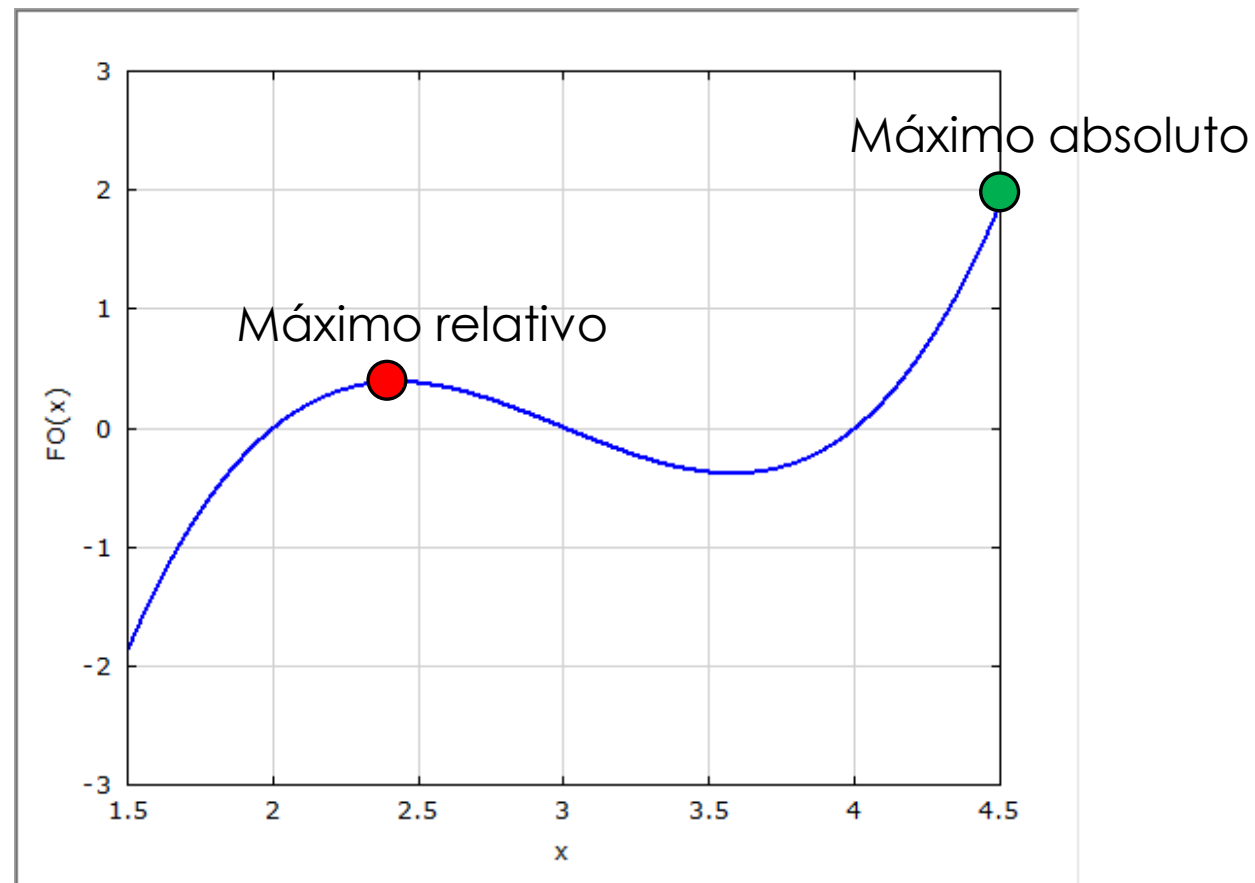
# Resultados en LINGO

Variable	Value	Reduced Cost
X	4.500000	-5.750000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1.875000	1.000000
2	3.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000

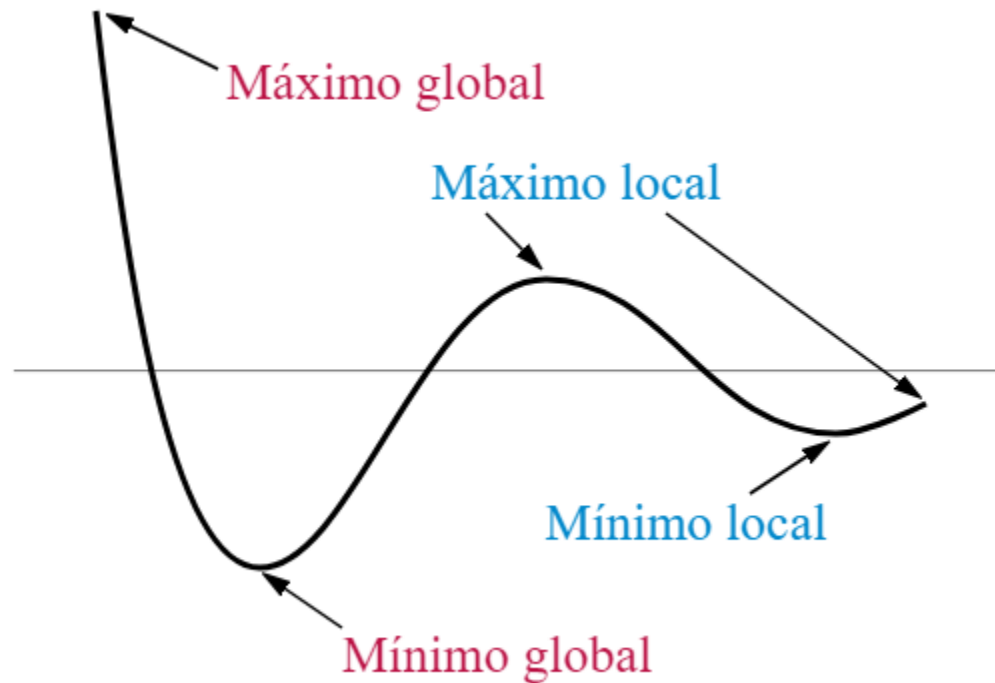
# Óptimo local y global



# Definiciones

- Punto crítico: La derivada es nula o no existe. Frontera.
- Sea  $f: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , sea  $x_0 \in A$  y sea  $P = (x_0, f(x_0))$  un punto crítico:
  - $P$  es un máximo local o relativo si  $\exists \delta > 0: f(x) \leq f(x_0) \forall x \in A \wedge |x - x_0| \leq \delta$ .
  - $P$  es un mínimo local o relativo si  $\exists \delta > 0: f(x) \geq f(x_0) \forall x \in A \wedge |x - x_0| \leq \delta$ .
  - $P$  es un máximo global o absoluto si  $f(x) \leq f(x_0) \forall x \in A$ .
  - $P$  es un mínimo global o absoluto si  $f(x) \geq f(x_0) \forall x \in A$ .
- En optimización se desea encontrar el óptimo global o absoluto.

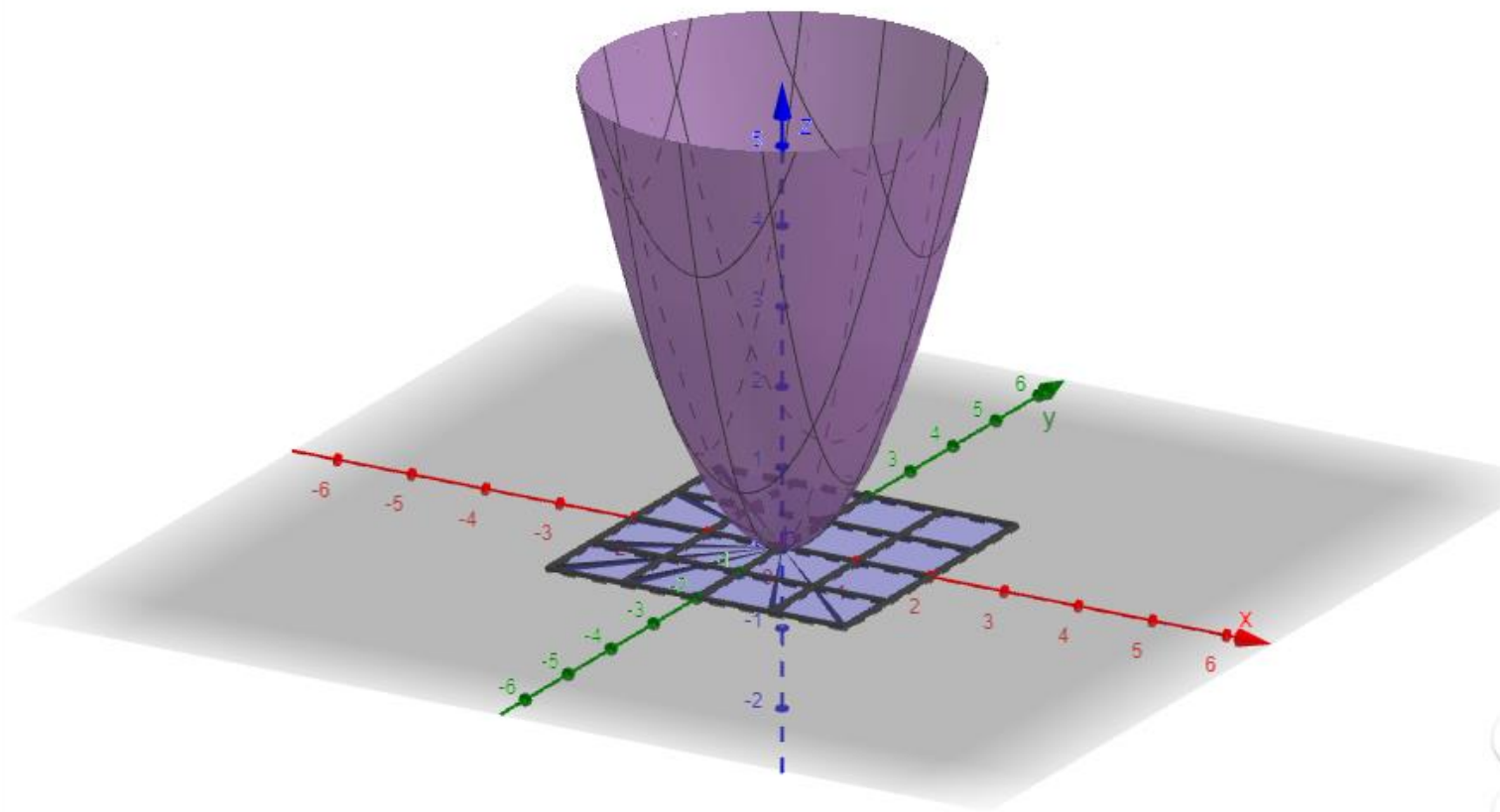
# Óptimos locales y globales



# Condiciones suficientes

●	$a(x,y) = x^2 + y^2$	⋮
●	$b: -2 \leq x \leq 2 \wedge -2 \leq y \leq 2$	
+	Entrada...	

5



# Extracción por solvente

*Sin Global Solver.*

Lingo 21.0.33 Solver Status [Extracción por solvente]

Solver Status		Variables	
Model Class:	MINLP	Total:	5
State:	Local Opt	Nonlinear:	4
Objective:	124.059	Integers:	1
Infeasibility:	4.74833e-08	Constraints	
Iterations:	138	Total:	5
Extended Solver Status		Nonlinear:	3
Solver Type:	B-and-B	Nonzeros	
Best Obj:	124.059	Total:	10
Obj Bound:	124.059	Nonlinear:	5
Steps:	3	Generator Memory Used (K)	
Active:	0	25	
Update Interval: 2		Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
Interrupt Solver		00 : 00 : 03	
Close			

# Extracción por solvente

Sin *Global Solver*.

```
Lingo Model - Extracción por solvente con INIT
1  ! Extracción por solvente;
2
3  Init:
4    n = 60;
5  EndInit
6
7  Data:
8    k = 15;      ! kg/ciclo;
9    tau = 10;   ! h/ciclo;
10   tp = 0.25; ! h/ciclo;
11   Mo = 150;  ! kg;
12 EndData
13
14 [FO] Min = to;
15
16 [Rtc] tc = tp+t;
17 [Rto] to = n*tc;
18 [RMo] Mo = n*M;
19 [RM] M = k*(1-@exp(-t/tau));
20 [Rn] @gin(n);
```

Extracción por solvente con INIT.lg4

# Extracción por solvente

*Sin Global Solver.*

Lingo 21.0.33 Solver Status [Extracción por solvente]

Solver Status		Variables	
Model Class:	MINLP	Total:	5
State:	Local Opt	Nonlinear:	4
Objective:	124.059	Integers:	1
Infeasibility:	4.74833e-08	Constraints	
Iterations:	138	Total:	5
Extended Solver Status		Nonlinear:	3
Solver Type:	B-and-B	Nonzeros	
Best Obj:	124.059	Total:	10
Obj Bound:	124.059	Nonlinear:	5
Steps:	3	Generator Memory Used (K)	
Active:	0	25	
Update Interval: 2		Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
Interrupt Solver		00 : 00 : 03	
Close			



Lingo Options

Nonlinear Solver	Integer Pre-Solver	Integer Solver
Interface	General Solver	Linear Solver
Global Solver	Model Generator	SP Solver

Global Solver Options:

Use Global Solver

Variable Upper Bound:

Value:  Application:

Tolerances:

Optimality:  Delta:

Strategies:

Branching:  Box Selection:  Reformulation:

Multistart Solver:

Attempts:

Multistart Hurdle:

Help Cancel Default Save Aplicar OK



# Extracción por solvente

Con *Global Solver*.

Lingo 21.0.33 Solver Status [Extracción por solvente]

Solver Status	
Model Class:	MINLP
State:	Global Opt
Objective:	124.059
Infeasibility:	0
Iterations:	257

Variables	
Total:	5
Nonlinear:	4
Integers:	1

Constraints	
Total:	5
Nonlinear:	3

Nonzeros	
Total:	10
Nonlinear:	5

Extended Solver Status	
Solver Type:	Global
Best Obj:	124.059
Obj Bound:	124.059
Steps:	3
Active:	0

Generator Memory Used (K)	
	25

Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
	00:00:02

Update Interval:

# *Simulated annealing*

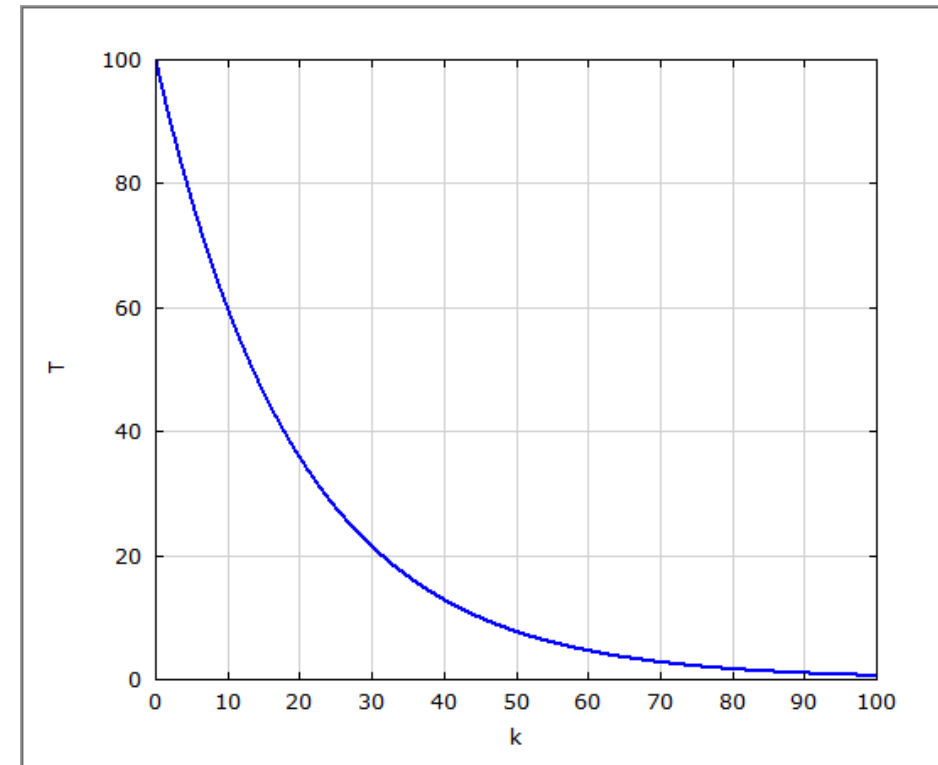


# Simulated annealing (minimización)

- $x \leftarrow x_0$
- Para  $k = 0$  hasta  $k_{\max}$ 
  - $T \leftarrow \text{temperatura}(k/k_{\max})$
  - $x_{\text{new}} \leftarrow \text{vecino}(x, T)$
  - Si  $P(E(x), E(x_{\text{new}}), T) \geq \text{Aleatorio}()$  entonces  $x \leftarrow x_{\text{new}}$
- Siguiente  $k$
- Reportar  $x$

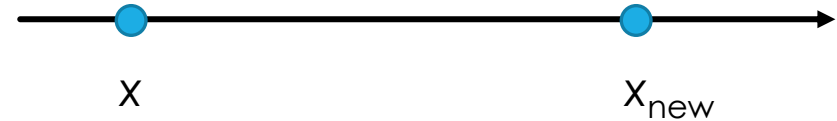
# Enfriamiento

- $T_0$ : temperatura inicial, e. g. 100.
- Funciones de enfriamiento:
  - Exponencial:  $T \leftarrow T_0 0.95^k$
  - Rápida:  $T \leftarrow T_0/k$
  - Boltzmann:  $T \leftarrow T_0/\ln(k)$



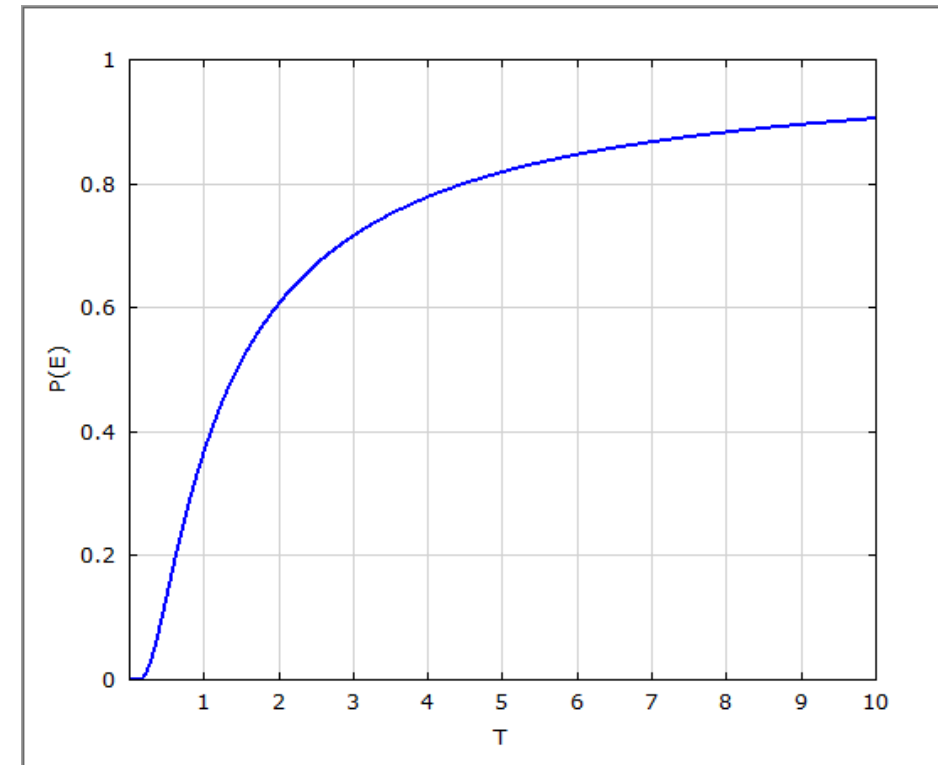
# Selección de vecinos

- Funciones de selección de vecinos:
  - Rápida: La longitud del salto es igual a la temperatura. La dirección es aleatoria.
  - Boltzmann: La longitud del salto es igual a la raíz cuadrada de la temperatura. La dirección es aleatoria.



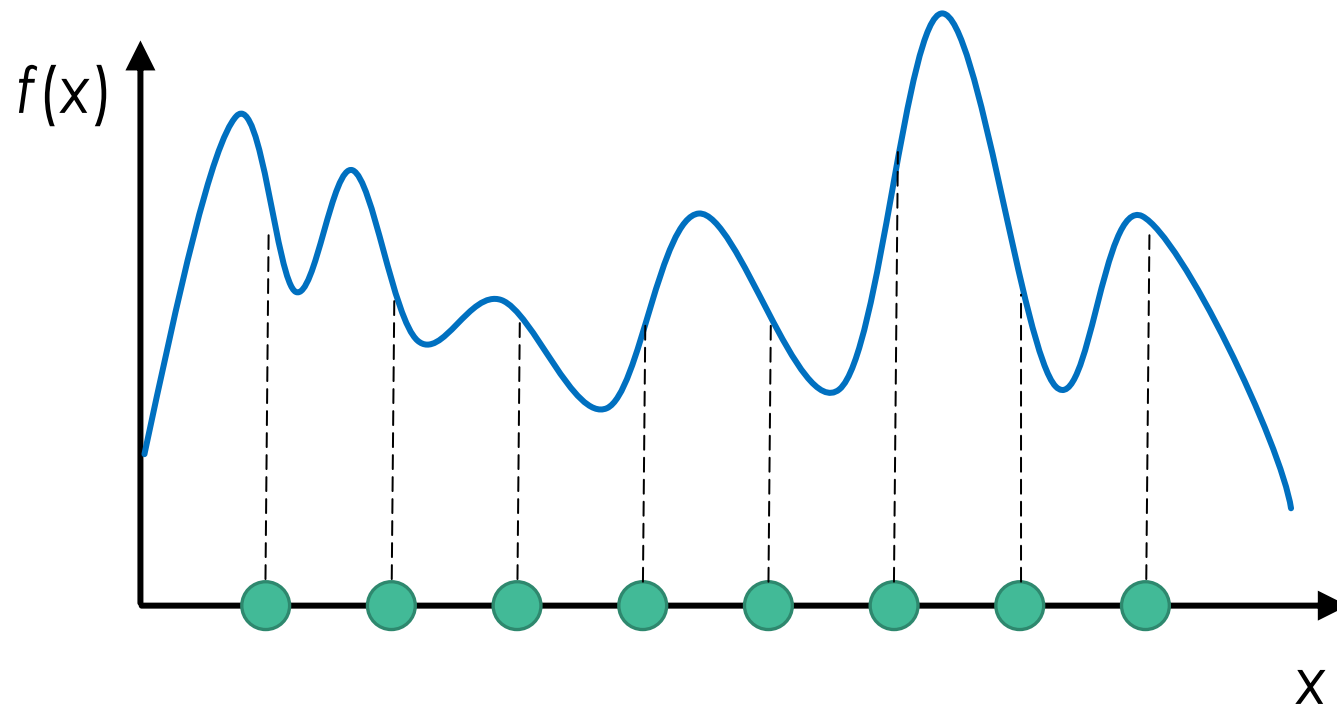
# Probabilidad de aceptación

- Distribución de probabilidad de Boltzmann:
  - $P(E,T) \sim \exp(-E/(k T))$
  - $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
- Metropolis et al. (1953):
  - $p = \exp[-(E_2 - E_1)/(k T)]$
  - Si  $E_2 < E_1$ ,  $p \leftarrow 1$
  - Si  $E_2 > E_1$ ,  $p \in [0,1]$

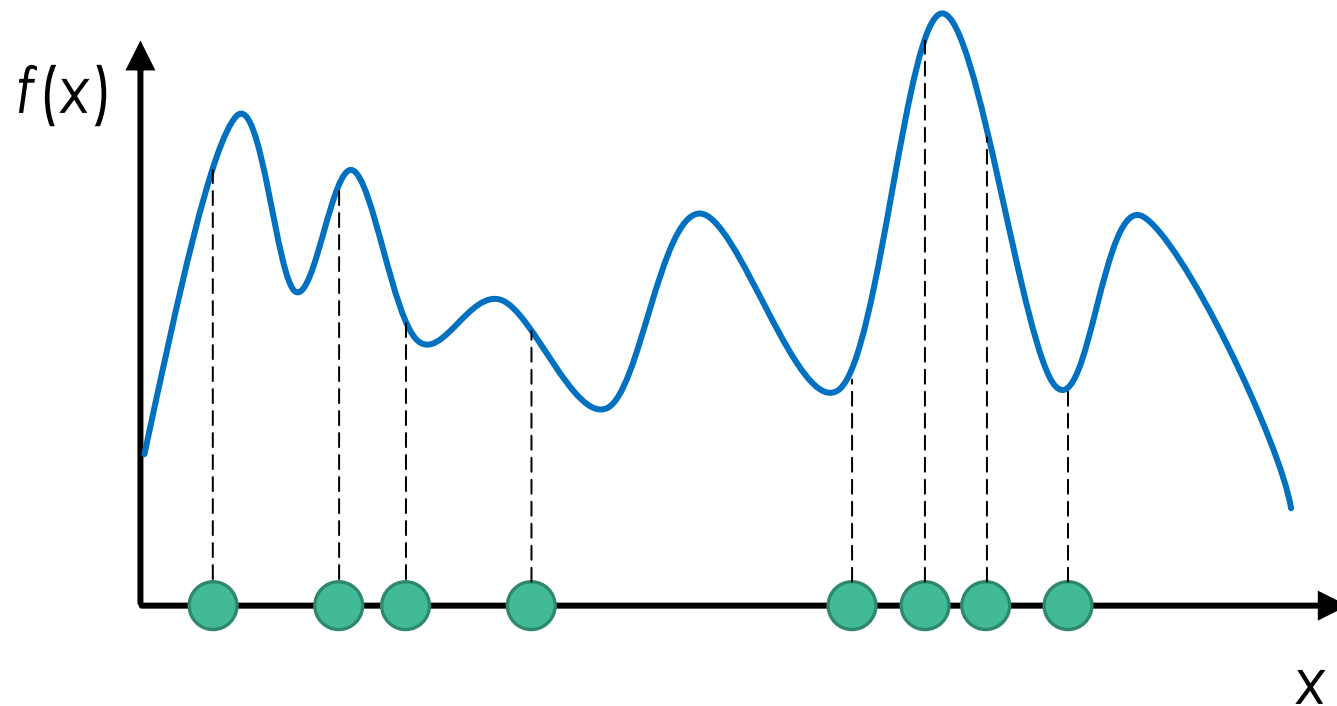


# Algoritmo genético

# Algoritmo genético (maximización)



# Algoritmo genético (maximización)

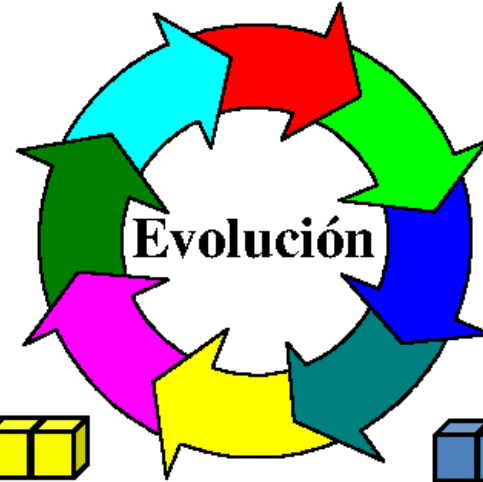
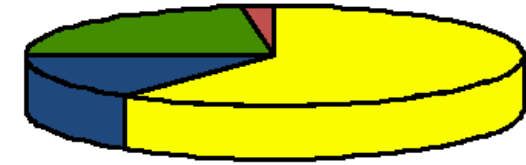


Evaluación de la descendencia

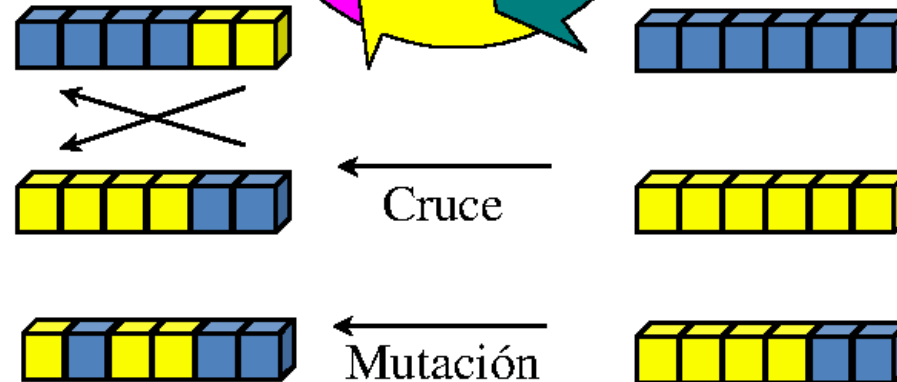
Individuo	genotipo	<i>fitness</i>
x <sub>1</sub>	100100	1296
x <sub>2</sub>	010010	324
x <sub>3</sub>	010110	484
x <sub>4</sub>	000001	1

Selección de Progenitores

$f(\circ)$



Nueva población de descendientes

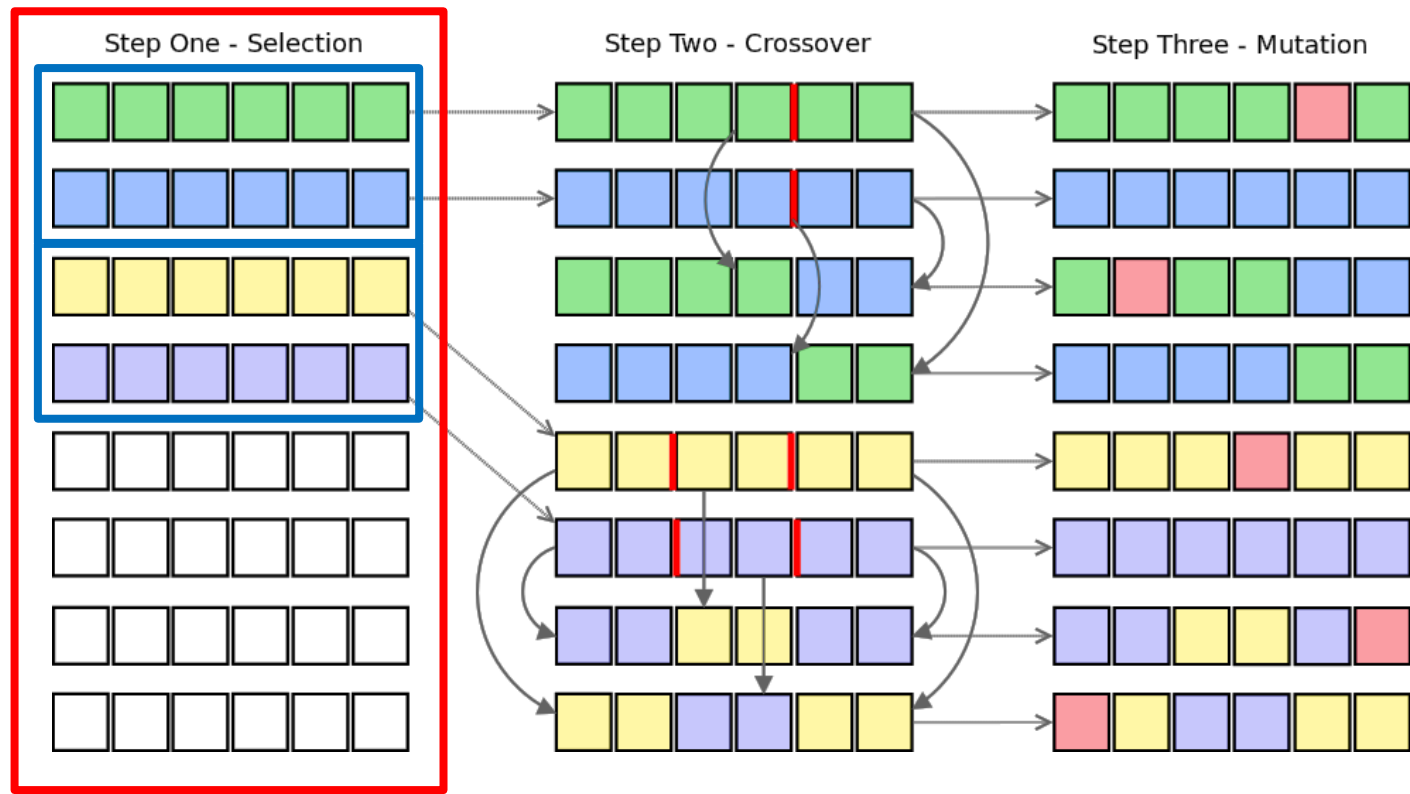


Cruce

Mutación

Reproducción

# Algoritmo genético



# Mapa curricular de programación no lineal

1. Simplificación de la FO
2. Reconciliación de lecturas
3. Calculabilidad
4. Instrumentación
5. Óptimo global
6. Condiciones de optimalidad
7. *Simulated annealing*
8. Algoritmo genético