

Optimización Introducción Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización



```
graph TD; A[Simulación] --> B[Optimización]
```

Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización

```
graph TD; A[Simulación] --> B[Optimización]
```

Mapa curricular de Optimización

Definiciones

Modelo de optimización

Programación no lineal

Programación lineal

Análisis de sensibilidad



Mapa curricular de Optimización

Definiciones

Modelo de optimización

Programación no lineal

Programación lineal

Análisis de sensibilidad

Mapa curricular de modelo de optimización

1. Definiciones
2. Modelo de optimización
3. Espesor óptimo de aislante
4. Instalación de una viga
5. Resolución con Excel
6. Modelo estándar
7. Modelo de estado
8. Modelo de sustitución

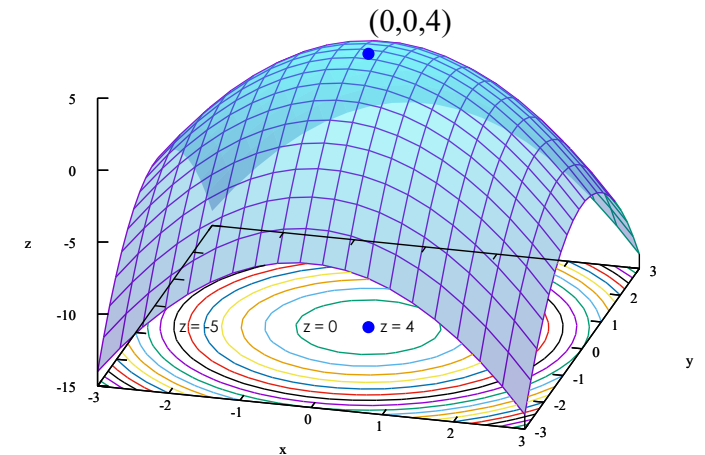
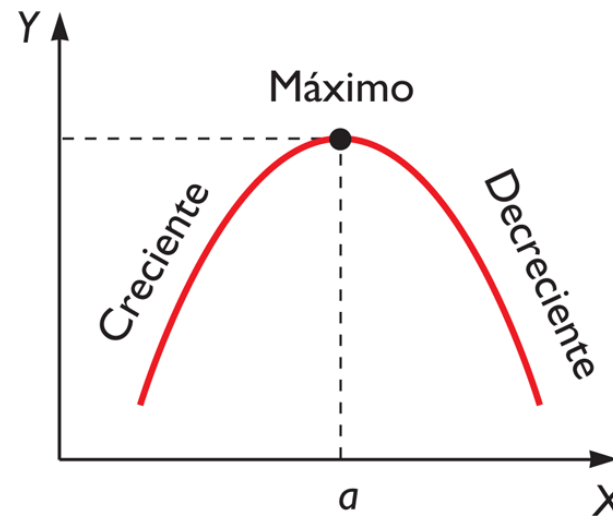
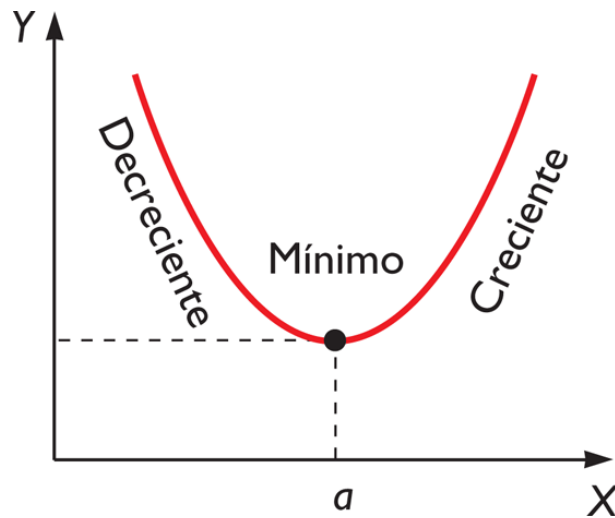
Definiciones

Concepto de optimización

- “Para definirlo crudamente pero no inapropiadamente, la ingeniería es el arte de hacer bien con un dólar aquello que cualquier chapucero haría con dos dólares” (Wellington, 1900).
- En ingeniería, no basta con hacer una cosa, sino que hay que hacerla de la mejor forma posible.
- Optimizar es hacer lo mejor que se pueda dentro de lo posible.

Concepto de optimización

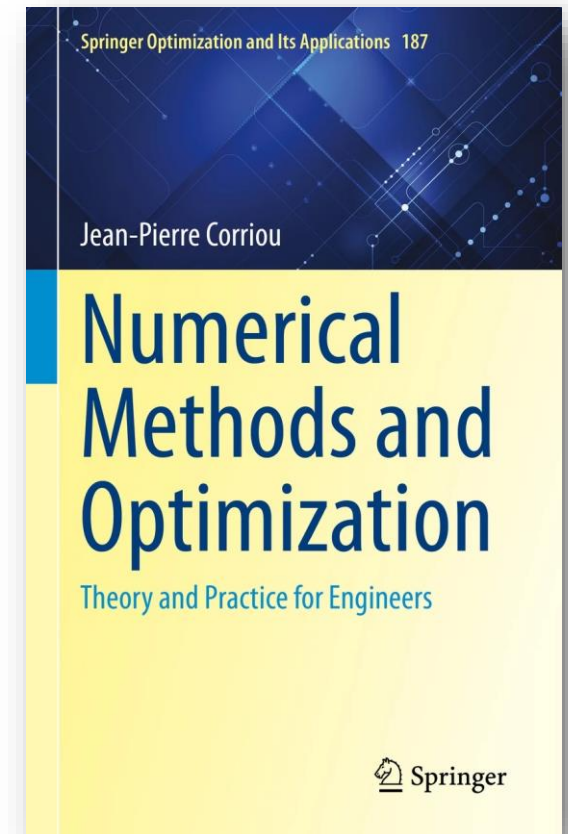
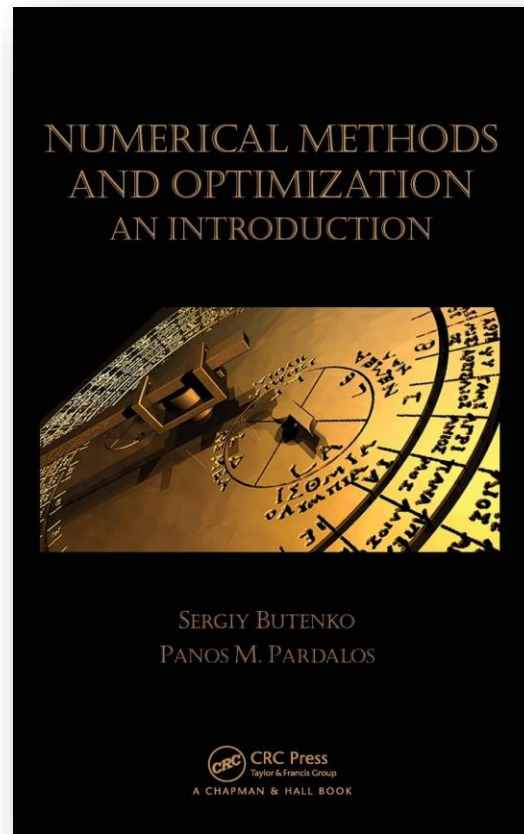
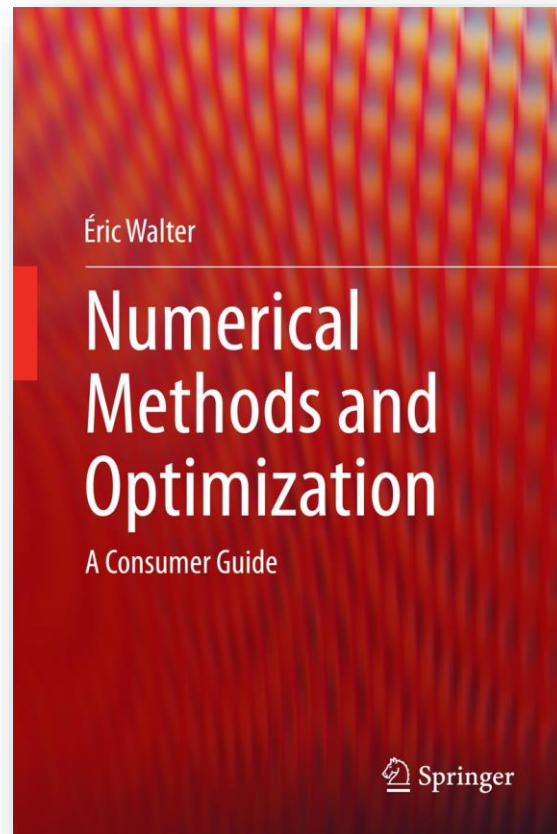
Maximizar o minimizar una función, cumpliendo con algunas restricciones.



Etapas de la optimización

1. Especificación del problema
2. Formulación del modelo
3. Resolución del modelo
4. Verificación de las condiciones de optimalidad
5. Análisis de sensibilidad

Resolución del modelo



Curso de Stanford



Mathematical Optimization

Unit 1: Introductory Topics

Unit 2: Unbounded Optimization Without Calculus

Unit 3: Linear Programming

Unit 4: Unbounded Optimization With Calculus

Unit 5: Constrained Optimization With Calculus

Mathematical Optimization is a high school course in 5 units, comprised of a total of 56 lessons. The first three units are non-Calculus, requiring only a knowledge of Algebra; the last two units require completion of Calculus AB. All of the units make use of the Julia programming language to teach students how to apply basic coding techniques to solve complex and relevant mathematical problems.

The curriculum has complementary [Julia notebooks](#) for all lessons involving programming (and some that do not).

These lessons in *Mathematical Optimization* were written in 2014 by Julia Roberts, a math teacher at Cupertino High School in the Fremont Union High School District, in conjunction with Dr. Mykel Kochenderfer, professor of Aeronautics and Astronautics at Stanford University, through a grant from the National Science Foundation. They were edited, updated, and turned into Julia notebooks in 2015 by Renee Trochet, a math teacher at Eastside College Preparatory in East Palo Alto, also in conjunction with Dr. Kochenderfer and funded by the NSF.

The goals of these lessons are:

- to increase exposure of high school students to current topics of interest in mathematics, including optimization and the use of programming as a tool
- to increase the number and variety of students interested in STEM fields
- to provide students with better preparation for future studies in STEM fields.

[Introduction and Acknowledgements](#)

Unit 1: Introductory Topics

This unit introduces the foundational concepts of optimization, iteration, and recursion, as well as laying groundwork with introductory topics like vectors, secant method, Fibonacci numbers, and three-point intervals. It introduces students to the Julia language including

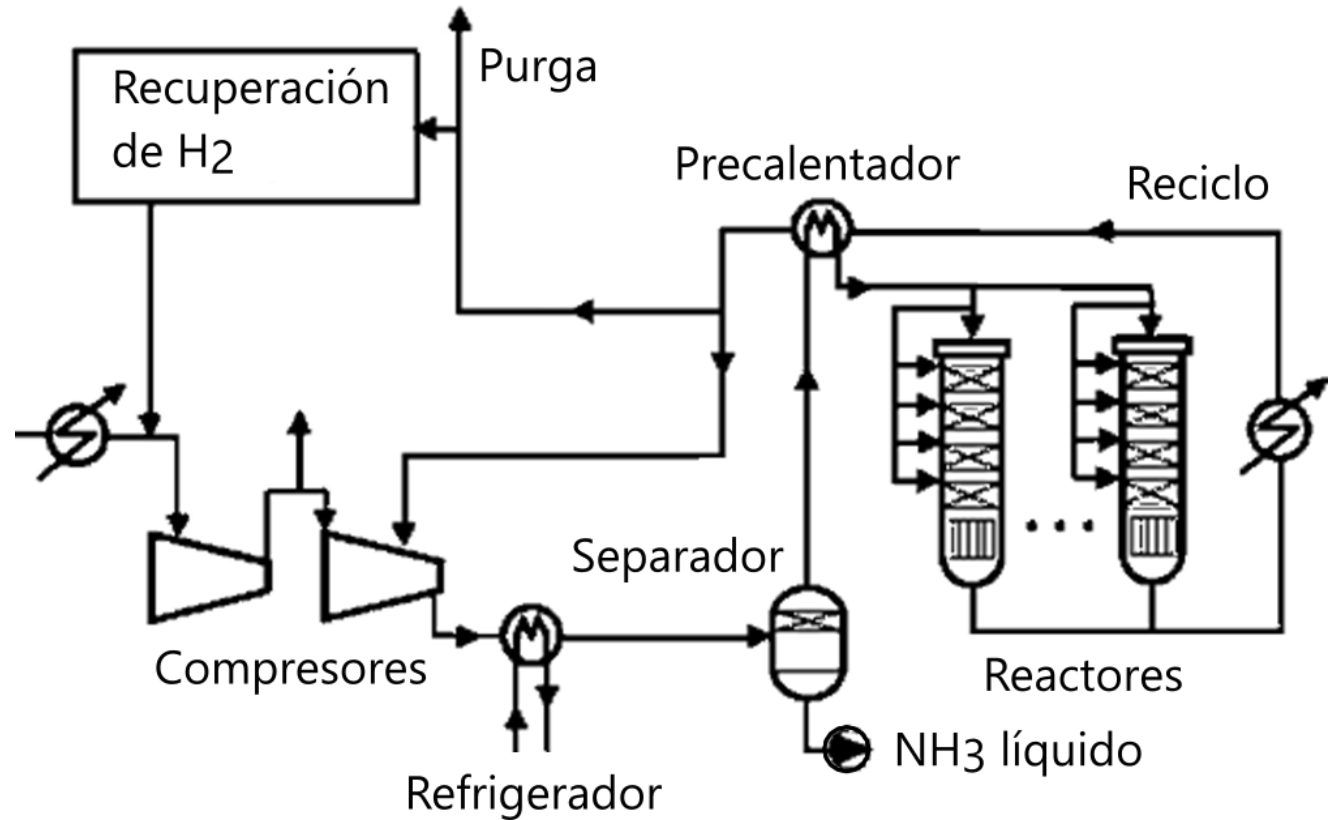
[Curso de optimización](#)

Verificación de la optimalidad

- Verificación de una raíz, $f(x_0) = 0$.
- Verificación de un óptimo, $f(x_0) = \text{mínimo}$.

Planta de NH_3

- Reciclo
- Purga
- Integración energética



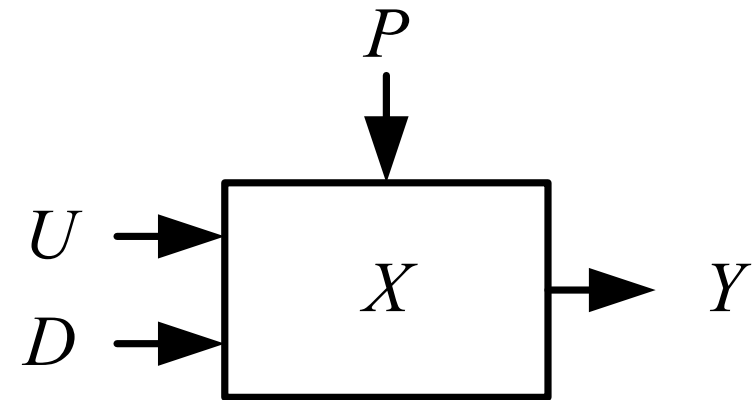
Campos de aplicación

- Gerenciamiento
- Diseño de procesos
- Diseño de equipos
- Control de procesos
- Operación de la planta
- Comercialización

Toma de decisiones

Clasificación de variables

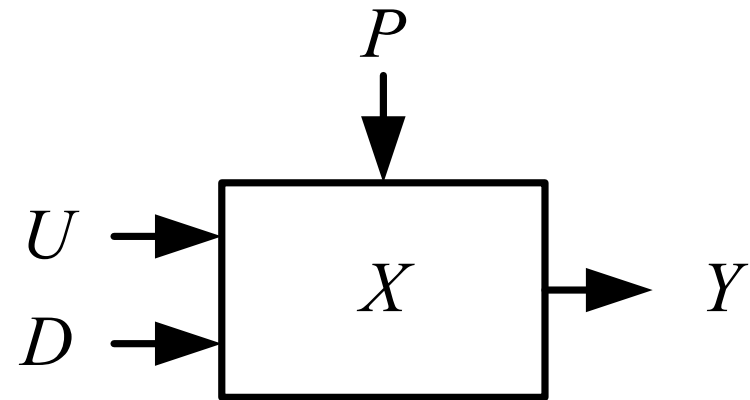
- Parámetros (P)
- Variables de entrada:
 - Manipulables (U)
 - Perturbación (D)
- Variables de salida (Y)
- Variables internas (I)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



Una variable es un símbolo que se usa para designar valores.

Clasificación de variables

- Diseño: Fijar P y proveer U para atenuar D y obtener el Y deseado.
- Especificación: Similar a diseño.
- Operación: Fijar U para inicializar X y atenuar D para obtener el Y deseado.
- Supervisión: Observar Y , estimar X .



Toma de decisiones

Modelo de optimización

Optimizar

Obtener el mejor {Objetivo}

Acciones

s. a (sujeto a):

Alternativas \in {posible, práctico}

Solución: Alternativa óptima y el valor del objetivo

Modelo de optimización

Operador de optimización
Variable de decisión

$$\text{Max}_X FO(X)$$

Función objetivo

s. a:

$$H(X) = 0$$

Restricciones

$$G(X) \leq 0$$



$$X^{\text{opt}}, FO(X^{\text{opt}})$$

- $GL = n - m > 0$
- n : incógnitas
- m : igualdades

Función objetivo

Función objetivo

Operadores: **Max** y **Min**

Criterios	Función objetivo
Económico	Beneficios, costos, retorno de capital, TIR, VAN
Técnico	Nivel de producción, tiempo de producción, utilización de servicios, calidad del producto
De seguridad	Probabilidad de accidentes, consecuencias de accidentes, riesgo
Ambiental	Concentración de contaminantes, caudal de efluentes, consumo de recursos naturales
Personal	Utilidad

Problema multicriterio

- Plantear un problema con múltiples funciones objetivo.
- Resolver secuencialmente.
- Plantear una función objetivo combinada.
- Convertir los objetivos secundarios en restricciones.

$$FO(X) = \sum_{k=1}^l w_k r_k FO_k(X)$$

$$\sum_{k=1}^l w_k = 1$$

- w : peso
- r : factor de conversión de unidades

Restricciones

Restricciones

- Son tan importantes como la función objetivo.
- $\min_x \text{costo} \rightarrow$ cierre de planta
- $\max_x \text{seguridad} \rightarrow$ cierre de planta

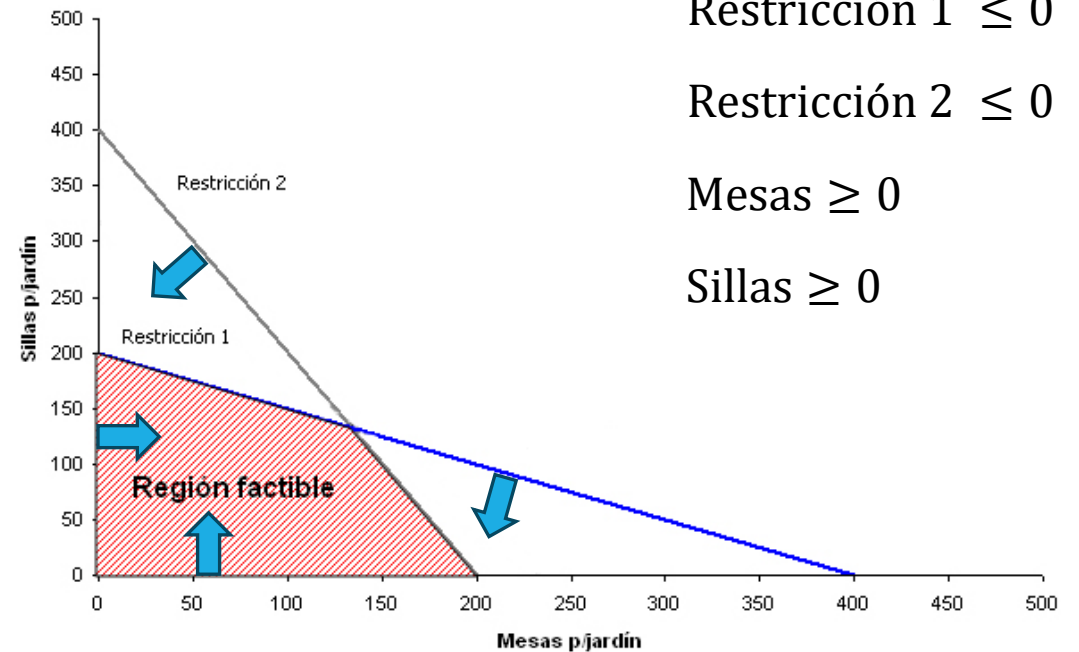
Restricciones

- Naturaleza del sistema (lo posible)
 - Modelo de simulación del sistema
 - Región de validez del modelo de simulación
- Criterios ingenieriles (lo práctico)

Región factible

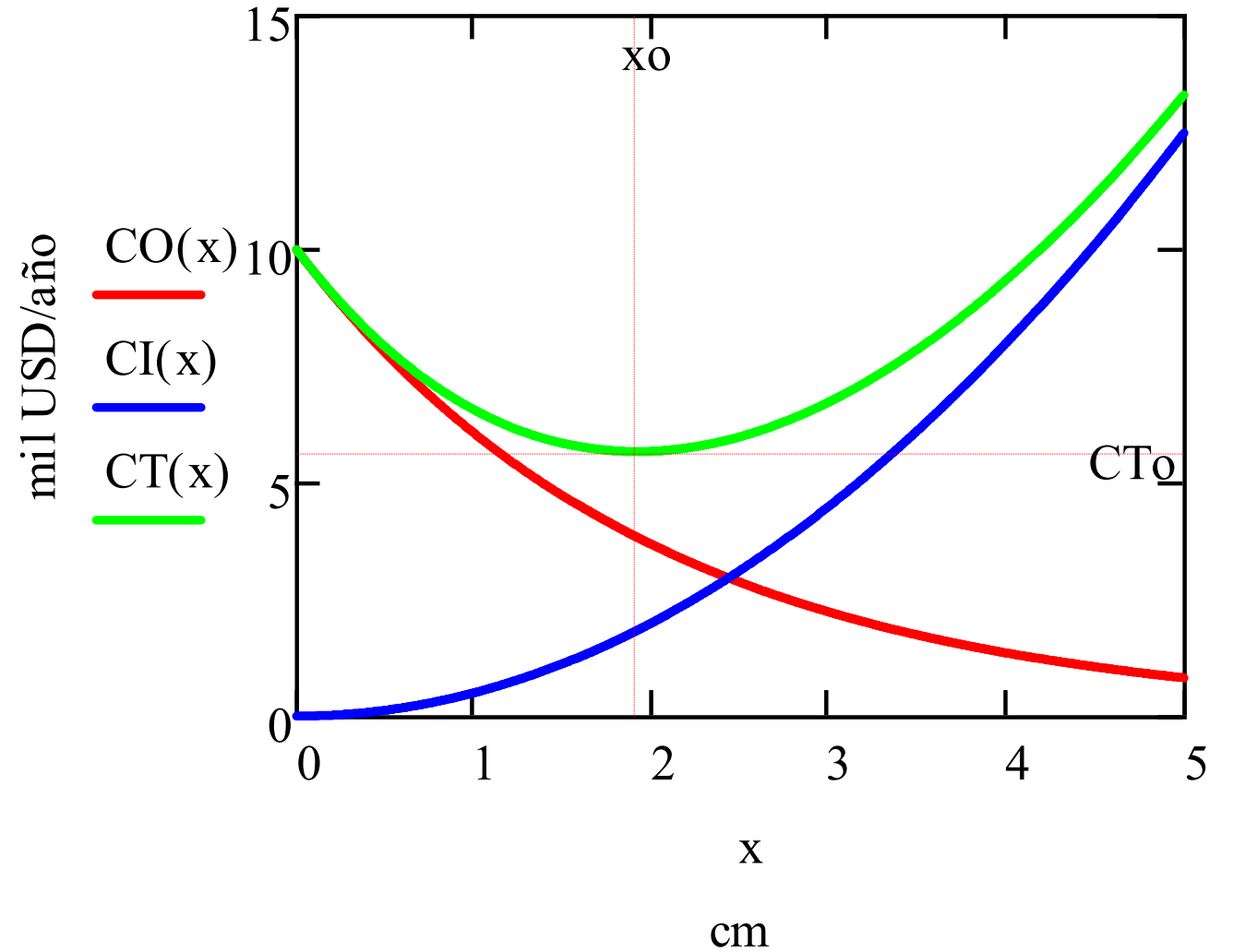
Región factible

- Es la región formada por todos los X que satisfacen a todas las restricciones.
- El punto óptimo es un punto de la región factible que maximiza o minimiza a la función objetivo.



Espesor de capa aislante

Espesor de
capa
aislante



$x^0 = 1.92$ cm y $CT^0 = 5.67$ mil USD/año

Modelo de optimización

$$\text{Max}_X FO(X)$$

s. a:

$$H(X) = 0$$

$$G(X) \leq 0$$

$$\text{Min}_x CT(x)$$

s. a:

$$x \geq 0$$



$$x^{\text{opt}}, CT(x^{\text{opt}})$$

Restricciones

- La temperatura externa debe ser mínima.
- La temperatura externa debe ser menor que $60\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow x^T$.
- Distancia mínima a la pared $\Rightarrow x^P$.

$$\text{Min}_x CT(x)$$

$$\text{Min}_x T(x)$$

s. a:

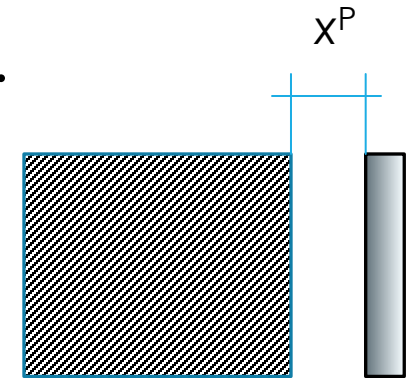
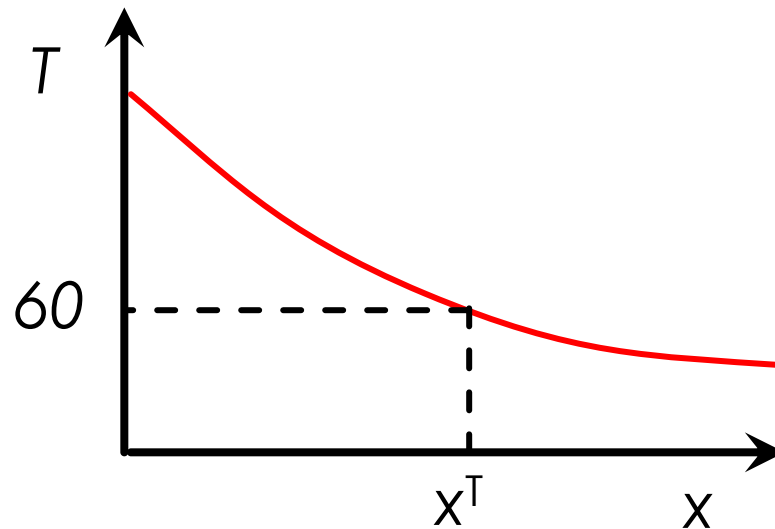
$$x \geq 0$$

$$\text{Min}_x CT(x)$$

s. a:

$$x \geq 0$$

$$\cancel{T(x) \leq 60}$$



$$x \geq x^T$$

$$x \leq x^P$$

Modelo de optimización

$$\text{Min}_x CT(x)$$

s. a:

$$x \geq x^T$$

$$x \leq x^P$$



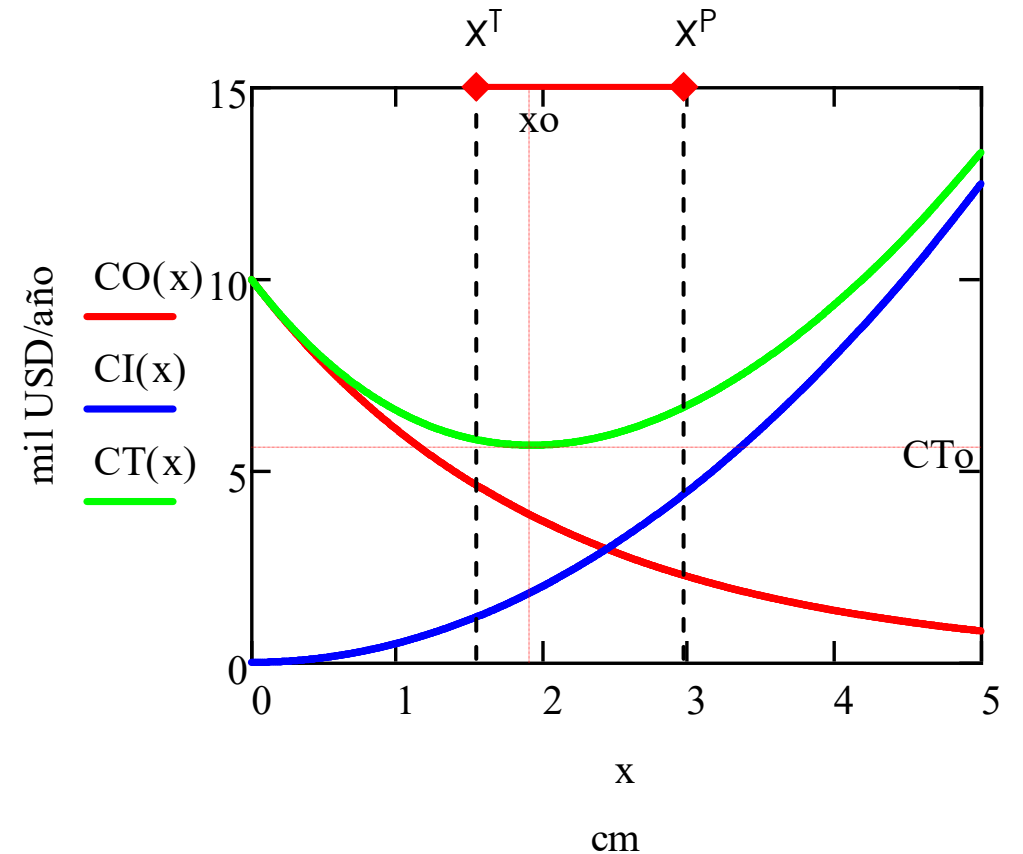
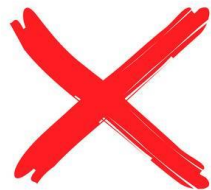
La región factible es el intervalo $[x^T, x^P]$.

Efectos de las restricciones

- $x^T < x^O < x^P$: el óptimo sigue siendo x^O .
- $x^P < x^O$: el óptimo es x^P .
- $x^O < x^T$: el óptimo es x^T .
- $x^P < x^T$: no tiene región factible.

$$x \geq x^T = 5$$

$$x \leq x^P = 2$$



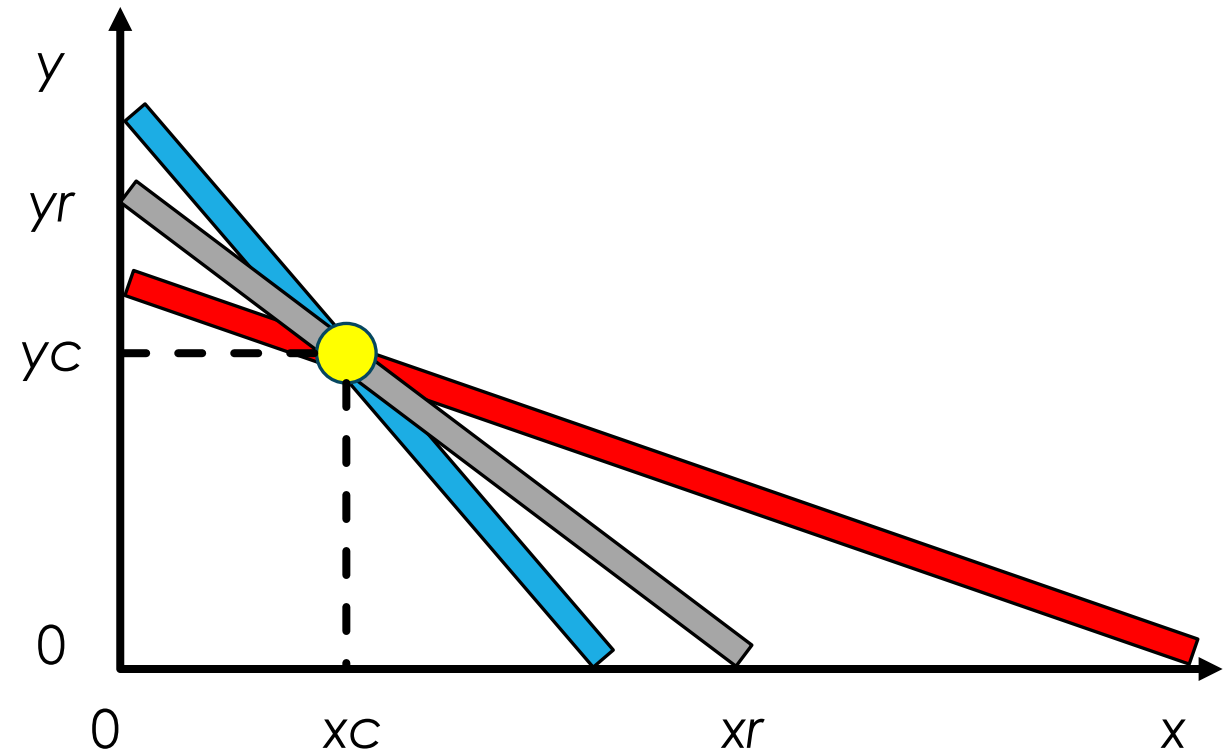
Efectos de las restricciones

Al agregar una restricción, la solución óptima no cambia o empeora o deja de existir.

Instalación de una viga

Problema de la viga

Determinar la viga recta de longitud mínima que pase por el punto de carga (2 m, 3 m).



Modelo de optimización

$$\text{Min } l$$

xr, yr, l

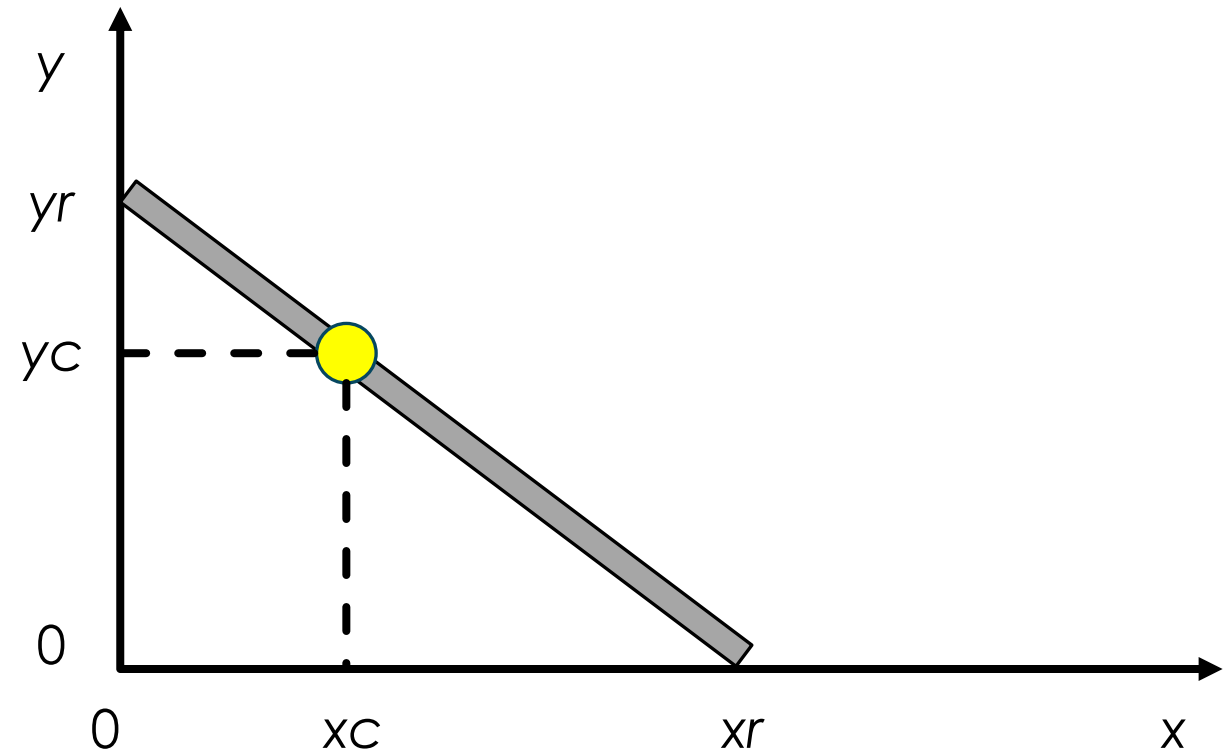
s. a:

$$\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$$

$$l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$



Instalación de una viga con $xr.xlsx$

Modelo estándar

- $n = 3$ (xr, yr, l)
- Solo las igualdades.
- $m = 2$
- GL debe ser positivo.
- $GL = n - m = 3 - 2 = 1 > 0$

Min l
 xr, yr, l

s. a:

$$\frac{yr}{xr} - \frac{yc}{xr - xc} = 0$$

$$l^2 - xr^2 - yr^2 = 0$$

$$xc - xr \leq 0$$

$$yc - yr \leq 0$$

Instalación de una viga con `xr.xlsx`

Modelo estándar

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Modelo estándar de la instalación de una viga												
2													
3	FO		Variables			Parámetros							
4	5		xr	3		xc	2						
5			yr	4		yc	3						
6			l	5									
7													
8	MI	Tipo	MD										
9	1.3333333	=	3										
10	5	=	5										
11	2	<=	3										
12	3	<=	4										
13													
14													
15													
16													
17													
18													

Min $l_{xr, yr, l}$
 s. a:
 $\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$
 $l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$
 $xc \leq xr$
 $yc \leq yr$

Modelo estándar

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Modelo estándar							
2								
3	FO		Variables			Parámetros		
4	=D6		xr	3		xc	2	
5			yr	4		yc	3	
6			l	5				
7								
8	MI	Tipo	MD					
9	=D5/D4	=	=G5/(D4-G4)					
10	=D6	=	=RAIZ(D4^2+D5^2)					
11	=G4	<=	=D4					
12	=G5	<=	=D5					
13								
14								
15								
16								
17								
18								

Min $l_{xr, yr, l}$
s. a:
 $\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$
 $l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$
 $xc \leq xr$
 $yc \leq yr$

Instalación de *Solver* en Excel

1. En un espacio vacío de la cinta, hacer clic con el botón derecho.
2. Seleccionar “Personalizar la cinta de opciones...”.
3. En el lado izquierdo de la ventana que se abre, seleccionar “Complementos”.
4. En la parte central inferior de la ventana, en “Administrar”, seleccionar “Complementos de Excel”, y hacer clic en el botón “Ir...”.
5. En el formulario que se abre, activar *Solver*.
6. *Solver* aparecerá en el extremo derecho de la cinta “Datos”.

Instalación de Solver en Excel

Ocultar la Barra de herramientas de acceso rápido

Personalizar la cinta de opciones...

Contrair la cinta de opciones

Opciones de Excel

General
Fórmulas
Datos
Revisión
Guardar
Idioma
Accesibilidad
Avanzadas
Personalizar cinta de opciones
Barra de herramientas de acceso rápido
Complementos
Centro de confianza

Vea y administre los complementos de Microsoft Office.

Complementos

Nombre ^	Ubicación	Tipo
Complementos de aplicación activos		
<i>Complementos de aplicaciones inactivas</i>		
Complementos de aplicación inactivos		
Argo	C:\Users\eetar\Downloads\Argo\Arg	Complemento de
Euro Currency Tools	C:\Program Files\Microsoft Office\ro	Complemento de
Fecha (XML)	C:\Program Files\Common Files\Mic	Acción
Herramientas para análisis	C:\Program Files\Microsoft Office\ro	Complemento de
Herramientas para análisis - VBA	C:\Program Files\Microsoft Office\ro	Complemento de
Microsoft Actions Pane 3		Paquete de expar XML
Microsoft Data Streamer for	C:\Program Files\Microsoft Office\ro	Complemento.C

Complementos disponibles:

- Argo
- Euro Currency Tools
- Herramientas para análisis
- Herramientas para análisis - VBA
- Solver

Aceptar
Cancelar
Examinar...
Automatización...

Solver
Es una herramienta que le ayuda a resolver y optimizar ecuaciones mediante el uso de métodos matemáticos.

Administrar: Complementos de Excel | Ir...

Aceptar Cancelar

? Solver
Análisis

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas **Datos** Revisar Vista Automatizar Programador Ayuda Comentarios Compartir

Obtener y transformar datos Actualizar todo Consultas y conexiones Consultas & conexiones Cotizaciones Monedas Tipos de datos Ordenar Ordenar y filtrar Filtro Volver a aplicar Avanzadas Herramientas de datos Texto en columnas Previsión Análisis de hipótesis Previsión Esquema **Solver** Análisis

A4 : fx =D6

Modelo estándar de la instalación de una viga					
FO	Variables		Parámetros		
5	xr	3	xc	2	
	yr	4	yc	3	
	l	5			
MI	Tipo	MD			
1.3333333	=	3			
5	=	5			
2	<=	3			
3	<=	4			

$$\begin{aligned} & \text{Min } l \\ & \text{s. a:} \\ & \frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc} \\ & l = \sqrt{xr^2 + yr^2} \\ & xc \leq xr \\ & yc \leq yr \end{aligned}$$

Obtener y transformar datos Consultas y conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar

=D6

Modelo estándar de la instalación de una viga					
FO		Variables		Parámetros	
5		xr	3	xc	2
		yr	4	yc	3
		l	5		
MI	Tipo	MD			
1.3333333	=	3			
5	=	5			
2	<=	3			
3	<=	4			

$$\begin{aligned} & \text{Min } l \\ & \text{s. a:} \\ & \frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc} \\ & l = \sqrt{xr^2 + yr^2} \\ & xc \leq xr \\ & yc \leq yr \end{aligned}$$

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: **\$A\$4**

Para: Máx **Mín** Valor de: 0

Cambiando las celdas de variables: **\$D\$4:\$D\$6**

Sujeto a las restricciones:

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución: GRG Nonlinear

Método de resolución: Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Agregar Cambiar Eliminar Restablecer todo Cargar/Guardar

Ayuda **Resolver** Cerrar

Obtener y transformar datos Consultas & conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar Herramientas de datos Previsión Análisis

=D6

FO	Variables	Parámetros
5	xr	xc 2
	yr	yc 3
	l	

MI	Tipo	MD
1.3333333	=	3
5	=	5
2	<=	3
3	<=	4

$$\text{Min } l_{xr, yr, l}$$
 s. a:

$$\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$$

$$l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Agregar restricción

Referencia de celda: \$A\$9:\$A\$10 Restricción: = <= <= \$C\$9:\$C\$10

Aceptar Agregar Cancelar

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas **Datos** Revisar Vista Automatizar Programador Ayuda

Obtener y transformar datos Consultas & conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar Herramientas de datos Previsión Análisis

C11 : X ✓ fx =D6

Modelo estándar de la instalación de una viga					
FO	Variables		Parámetros		
5	xr	3	xc	2	
	yr	4	yc	3	
	l	5			
MI	Tipo	MD	$\text{Min } l_{xr, yr, l}$ <p>s. a:</p> $\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$ $l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$ $xc \leq xr$ $yc \leq yr$		
1.3333333	=	3			
5	=	5			
2	<=	3			
3	<=	4			

Agregar restricción

Referencia de celda: \$C\$11:\$C\$12 Restricción: <= =C\$11:C\$12

Aceptar Agregar Cancelar

Obtener y transformar datos Consultas y conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar

=D6

Modelo estándar de la instalación de una viga					
FO		Variables		Parámetros	
5		xr	3	xc	2
		yr	4	yc	3
		l	5		
MI	Tipo	MD			
1.3333333	=	3			
5	=	5			
2	<=	3			
3	<=	4			

$$\begin{aligned} & \text{Min } l \\ & \text{s. a:} \\ & \frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc} \\ & l = \sqrt{xr^2 + yr^2} \\ & xc \leq xr \\ & yc \leq yr \end{aligned}$$

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: SAS4

Para: Máx Mín Valor de: 0

Cambiando las celdas de variables: \$D\$4:\$D\$6

Sujeto a las restricciones:

SAS9:SAS10 = SCS9:SCS10
SCS11:SCS12 <= SCS11:SCS12

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución: GRG Nonlinear

Método de resolución: Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Resolver

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas **Datos** Revisar Vista Automatizar Programador Ayuda Comentarios Compartir

Obtener y transformar datos Consultas & conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar Herramientas de datos Previsión Análisis

Modelo estándar de la instalación de una viga					
FO		Variables		Parámetros	
7.0234817		xr	4.6214156	xc	2
		yr	5.2888398	yc	3
		l	7.0234817		
MI	Tipo	MD			
1.1444199	=	1.1444199			
7.0234817	=	7.0234826			
2	<=	4.6214156			
3	<=	5.2888398			

$$\text{Min } l_{xr, yr, l}$$
 s. a:

$$\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$$

$$l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Resultados de Solver

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Conservar solución de Solver
 Restaurar valores originales

Volver al cuadro de diálogo de parámetros de Solver
 Informes de esquema

Informes
 Responder
 Sensibilidad
 Límites

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Al usar el motor GRG, Solver ha encontrado al menos una solución óptima local. Al usar Simplex LP, significa que Solver ha encontrado una solución óptima global.

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas **Datos** Revisar Vista Automatizar Programador Ayuda Comentarios Compartir

Obtener y transformar datos Actualizar todo Consultas y conexiones Consultas & conexiones
 Cotizaciones Monedas Tipos de datos
 Ordenar Filtro Ordenar y filtrar
 Herramientas de datos Avanzadas
 Previsión

A4 : fx =D6

Modelo estándar de la instalación de una viga					
FO	Variables		Parámetros		
7.0234817	xr	4.6214156	xc	2	
	yr	5.2888398	yc	3	
	l	7.0234817			
MI	Tipo	MD			
1.1444199	=	1.1444199			
7.0234817	=	7.0234826			
2	<=	4.6214156			
3	<=	5.2888398			

Resolver nuevamente hasta que no cambie.

$$\begin{aligned}
 &\text{Min } l \\
 &\text{s. a:} \\
 &\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc} \\
 &l = \sqrt{xr^2 + yr^2} \\
 &xc \leq xr \\
 &yc \leq yr
 \end{aligned}$$

Modelo estándar

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Modelo estándar							
2								
3	FO		Variables			Parámetros		
4	=l		xr	4.61966221013412		xc	2	
5			yr	5.29037123114334		yc	3	
6			l	7.02348236768968				
7								
8	MI	Tipo	MD					
9	=yr/xr	=	=yc/(xr-xc)					
10	=l	=	=RAIZ(xr^2+yr^2)					
11	=xc	<=	=xr					
12	=yc	<=	=yr					
13								
14								
15								
16								
17								
18								

Min l
 $_{xr, yr, l}$
 s. a:
 $\frac{yr}{xr} = \frac{yc}{xr - xc}$
 $l = \sqrt{xr^2 + yr^2}$
 $xc \leq xr$
 $yc \leq yr$

Implementación en Mathcad

$$\text{Min } l$$
$$x_r, y_r, l$$

s. a:

$$\frac{y_r}{x_r} - \frac{y_c}{x_r - x_c} = 0$$

$$l^2 - x_r^2 - y_r^2 = 0$$

$$x_c - x_r \leq 0$$

$$y_c - y_r \leq 0$$

Instalación de una viga xr.xmlcd

Datos:

$$x_c := 2 \cdot m$$

$$y_c := 3 \cdot m$$

$$l_{max} := 10 \cdot m$$

Función objetivo:

$$f_o(x_r, y_r, l) := l$$

Inicialización:

$$x_r := 1.1 \cdot x_c$$

$$y_r := 1.1 \cdot y_c$$

$$l := \sqrt{x_r^2 + y_r^2}$$

Restricciones:

Given

$$\frac{y_r}{x_r} - \frac{y_c}{x_r - x_c} = 0$$

$$l^2 - x_r^2 - y_r^2 = 0$$

$$x_c - x_r \leq 0$$

$$y_c - y_r \leq 0$$

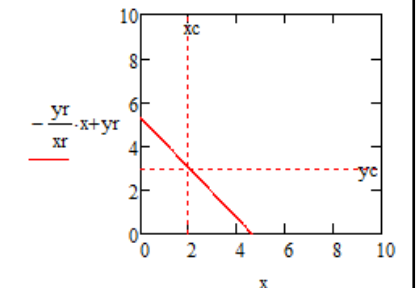
$$\begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ l \end{pmatrix} := \text{Minimize}(f_o, x_r, y_r, l)$$

Solución:

$$x_r = 4.621 \cdot m$$

$$y_r = 5.29 \cdot m$$

$$l = 7.023 \cdot m$$



Modelo estándar

- $n = 3$ (xr, yr, l)
- Solo las igualdades.
- $m = 2$
- GL debe ser positivo.
- $GL = n - m = 3 - 2 = 1 > 0$

Min l
 xr, yr, l

s. a:

$$\frac{yr}{xr} - \frac{yc}{xr - xc} = 0$$

$$l^2 - xr^2 - yr^2 = 0$$

$$xc - xr \leq 0$$

$$yc - yr \leq 0$$

Instalación de una viga con xr.xlsx

Modelo de estado

- $n = 1$ (xr)
- Solo las igualdades.
- $m = 0$
- GL debe ser positivo.
- $GL = n - m = 1 - 0 = 1 > 0$
- Variables independientes: xr .
- Variables dependientes: yr y l .

$$\text{Min}_{xr} l$$

$$yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} xr$$

$$l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

s. a:

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Modelo de estado

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Modelo de estado de la instalación de una viga												
2													
3	FO		Variables			Parámetros							
4	33.073252		xr	2.2		xc	2						
5			yr	33		yc	3						
6			l	33.073252									
7													
8	MI	Tipo	MD										
9													
10													
11	2	<=	2.2										
12	3	<=	33										
13													
14													
15													
16													
17													
18													

Min l
 $yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} xr$
 $l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2}$
s. a:
 $xc \leq xr$
 $yc \leq yr$

Modelo estándar | Modelo estándar var | **Modelo de estado**

Modelo de estado

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Modelo de estado							
2								
3	FO		Variables			Parámetros		
4	=D6		xr	2.2		xc	2	
5			yr	=G5/(D4-G4)*D4		yc	3	
6			l	=RAIZ(D4^2+D5^2)				
7								
8	MI	Tipo	MD					
9								
10								
11	=G4	<=	=D4					
12	=G5	<=	=D5					
13								
14								
15								
16								
17								
18								

Min l

$$yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} xr$$

$$l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

s. a:

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Obtener y transformar datos Consultas y conexiones Tipos de datos Ordenar y filtrar

=D6

Modelo de estado de la instalación de una viga					
FO	Variables		Parámetros		
33.073252	xr	2.2	xc		2
	yr	33	yc		3
	l	33.073252			
MI	Tipo	MD			
2	<=	2.2			
3	<=	33			

$$\text{Min } l_{xr}$$

$$yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} xr$$

$$l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

s. a:

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: SAS4

Para: Máx Mín Valor de: 0

Cambiando las celdas de variables: SDS4

Sujeto a las restricciones: SAS11:SAS12 <= SCS11:SCS12

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución: GRG Nonlinear

Método de resolución: Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Ayuda Resolver Cerrar

Implementación en Mathcad

$$\text{Min}_{xr} l$$

$$yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} \cdot xr$$

$$l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

s. a:

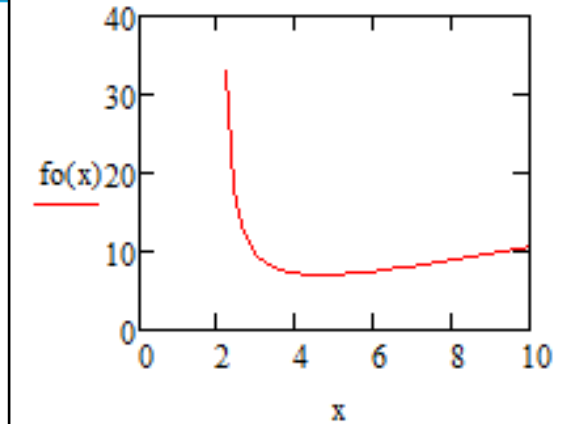
$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Instalación de una viga xr.xmcd

$$\text{fo}(xr) := \begin{cases} yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} \cdot xr \\ l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2} \end{cases}$$

$$x := 1.1 \cdot xc, 1.2 \cdot xc \dots 5 \cdot xc$$



$$\text{xr} := 1.2 \cdot xc$$

Given

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq \frac{yc}{xr - xc} \cdot xr$$

$$\text{xr} := \text{Minimize}(\text{fo}, \text{xr})$$

$$\text{xr} = 4.621 \text{ m}$$

Modelo de sustitución

- $n = 1$ (xr)
- Solo las igualdades.
- $m = 0$
- GL debe ser positivo.
- $GL = n - m = 1 - 0 = 1 > 0$

$$\text{Min}_{xr} \sqrt{xr^2 + \left(\frac{yc}{xr - xc} xr \right)^2}$$

s. a:

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq \frac{yc}{xr - xc} xr$$

Modelos

Modelo estándar

$$\text{Min}_{xr, yr, l} l$$

s. a:

$$\frac{yr}{xr} - \frac{yc}{xr - xc} = 0$$

$$l^2 - xr^2 - yr^2 = 0$$

$$xc - xr \leq 0$$

$$yc - yr \leq 0$$

Modelo de estado

$$\text{Min}_{xr} l$$

$$yr \leftarrow \frac{yc}{xr - xc} xr$$

$$l \leftarrow \sqrt{xr^2 + yr^2}$$

s. a:

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq yr$$

Modelo de sustitución

$$\text{Min}_{xr} \sqrt{xr^2 + \left(\frac{yc}{xr - xc} xr \right)^2}$$

s. a:

$$xc \leq xr$$

$$yc \leq \frac{yc}{xr - xc} xr$$

GL = 1 para todos

Modelos

- Modelo estándar: Es el que se construye primero. Tiene todas las ecuaciones y variables. Es el más fácil de mantener pero el más difícil de resolver.
- Modelo de estado: Tiene menos restricciones de igualdad y variables de decisión. En el caso extremo, no tiene restricciones de igualdad, y la cantidad de variables de decisión es igual al grado de libertad. Son las variables de decisión independientes del problema. Este modelo es más fácil de resolver que el modelo anterior.

Modelos

- Modelo de sustitución: Es similar al modelo de estado, pero se eliminaron las variables de decisión dependientes.
- En los tres modelos, el grado de libertad se mantiene igual porque indica la cantidad de variables de decisión independientes que tiene el problema.

Prompt para el modelo

Plantea el modelo de optimización requerido para minimizar la longitud l de un segmento de línea recta que pasa por el punto de coordenadas (x_c, y_c) . Además, dicho segmento intercepta al eje horizontal en el punto $(x_r, 0)$, y al eje vertical en el punto $(0, y_r)$. Considera que todas las variables son positivas.

Plantea el modelo de optimización requerido para minimizar la longitud l de un segmento de línea recta que pasa por el punto de coordenadas (x_c, y_c) . Además, dicho segmento intercepta al eje horizontal en el punto $(x_r, 0)$, y al eje vertical en el punto $(0, y_r)$. Considera que todas las variables son positivas.

El modelo de optimización se puede plantear así:

Variables de decisión

- $x_r > 0$: intersección del segmento con el eje x .
- $y_r > 0$: intersección del segmento con el eje y .
- $l > 0$: longitud del segmento entre $(x_r, 0)$ y $(0, y_r)$.

En forma compacta, el problema queda:

$$\begin{aligned} \min \quad & l \\ \text{s.a.} \quad & \frac{x_c}{x_r} + \frac{y_c}{y_r} = 1, \\ & l^2 = x_r^2 + y_r^2, \\ & x_r > 0, y_r > 0, l > 0. \end{aligned}$$

Prompt para resolver el modelo

Resuelve ese modelo considerando $(x_c, y_c) = (2, 3)$.

Resuelve ese modelo considerando $(x_c, y_c) = (2, 3)$.

Pensó durante 55s >

Tomamos el modelo que planteamos antes y ahora fijamos

$$(x_c, y_c) = (2, 3).$$

4. Longitud mínima del segmento

$$l_{\min} = \sqrt{(x_r^*)^2 + (y_r^*)^2}.$$

En forma explícita:

$$l_{\min} = \sqrt{\left(2 + 3 \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}\right)^2 + \left(3 + 2 \left(\frac{3}{2}\right)^{1/3}\right)^2}.$$

Numéricamente (aprox.):

- $x_r^* \approx 4,62$,
- $y_r^* \approx 5,29$,
- $l_{\min} \approx 7,02$.

Prompt para resolver con GNU Octave


Crea el código necesario para resolver el modelo con GNU Octave.
Considera que $(x_c, y_c) = (2, 3)$.

Crea el código necesario para resolver el modelo con GNU Octave.
Considera que $(x_c, y_c) = (2, 3)$.

Pensó durante 18s >

Te dejo un ejemplo de script en GNU Octave que resuelve numéricamente el modelo para $(x_c, y_c) = (2, 3)$ usando **fminbnd** (incluida en Octave "base"), sin paquetes adicionales.

octave

 Copiar código

```
% segmento_minimo.m
% Minimiza la longitud del segmento que pasa por (xc, yc)
% y corta a los ejes en (xr,0) y (0,yr), con xc=2, yc=3.
```

```
clear all; close all; clc;
```



```

% segmento_minimo.m
% Minimiza la longitud del segmento que pasa por (xc, yc)
% y corta a los ejes en (xr,0) y (0,yr), con xc=2, yc=3.

clear all; close all; clc;

% Punto dado
xc = 2;
yc = 3;

%-----
% A PARTIR DE LA RESTRICCIÓN:
%   xc/xr + yc/yr = 1
% Despejamos xr en función de yr:
%   xc/xr = 1 - yc/yr => xr = xc / (1 - yc/yr)
% Para que xr > 0 se debe cumplir: 1 - yc/yr > 0 => yr > yc
% En este caso: yr > 3
%
% Entonces el problema se reduce a:
%   Minimizar l(yr) = sqrt( xr(yr)^2 + yr^2 )
%   con yr > 3.
%-----

```

```

% Función que devuelve la longitud al cuadrado en función de yr
% (minimizar l^2 es equivalente a minimizar l, y es más cómodo
% numéricamente)
longitud2 = @(yr) ...
    ( xc ./ (1 - yc ./ yr) ).^2 + yr.^2;

% Buscamos yr óptimo en un intervalo razonable: (3, 100)
% (el extremo inferior es mayor que 3 para evitar dividir por cero)
yr_min = 3.001;
yr_max = 100;

[yr_opt, l2_min] = fminbnd(longitud2, yr_min, yr_max);

% A partir de yr_opt obtenemos xr_opt
xr_opt = xc / (1 - yc / yr_opt);

% Longitud mínima
l_min = sqrt(l2_min);

%-----
% MOSTRAR RESULTADOS
%-----
fprintf('Resultados del problema de optimización:\n');
fprintf(' Punto dado (xc, yc) = (%.4f, %.4f)\n', xc, yc);
fprintf(' Intersección óptima en el eje x: xr* = %.6f\n', xr_opt);
fprintf(' Intersección óptima en el eje y: yr* = %.6f\n', yr_opt);
fprintf(' Longitud mínima del segmento: l_min = %.6f\n', l_min);

```

Octave

File Edit Debug Tools Window Help News

Current Directory: c:\Ejemplos\Simulación\GNU Octave\Modelos

File Browser

Editor

File Edit View Debug Run Help

sisord1.m Ejer5tp4.m viga_opt.m

```

1 % segmento_minimo.m
2 % Minimiza la longitud del segmento que pasa por (xc, yc)
3 % y corta a los ejes en (xr,0) y (0,yr), con xc=2, yc=3.
4
5 clear all; close all; clc;
6
7 % Punto dado
8 xc = 2;
9 yc = 3;
10
11 %-----
12 % A PARTIR DE LA RESTRICCIÓN:
13 % xc/xr + yc/yr = 1
14 % Despejamos xr en función de yr:
15 % xc/xr = 1 - yc/yr => xr = xc / (1 - yc/yr)
16 % Para que xr > 0 se debe cumplir: 1 - yc/yr > 0 => yr > yc
17 % En este caso: yr > 3
18 %
19 % Entonces el problema se reduce a:
20 % Minimizar l(yr) = sqrt( xr(yr)^2 + yr^2 )
21 % con yr > 3.
22 %-----
23
24 % Función que devuelve la longitud al cuadrado en función de yr
25 % (minimizar l^2 es equivalente a minimizar l, y es más cómodo numéricamente)
26 longitud2 = @(yr) ...
27     ( xc ./ (1 - yc ./ yr) ).^2 + yr.^2;
28
29 % Buscamos yr óptimo en un intervalo razonable: (3, 100)
30 % (el extremo inferior es mayor que 3 para evitar dividir por cero)

```

line: 35 | col: 1 | encoding: UTF-8 | eol: CRLF

Command Window | Documentation | Variable Editor | Editor

Workspace

Name	Class	Dimension	Value	Attribute
l2_min	double	1x1	49.329	
l_min	double	1x1	7.0235	
longitud2	function_handle	1x1	[1x1 function_h...	
xc	double	1x1	2	
xr_opt	double	1x1	4.6208	
yc	double	1x1	3	

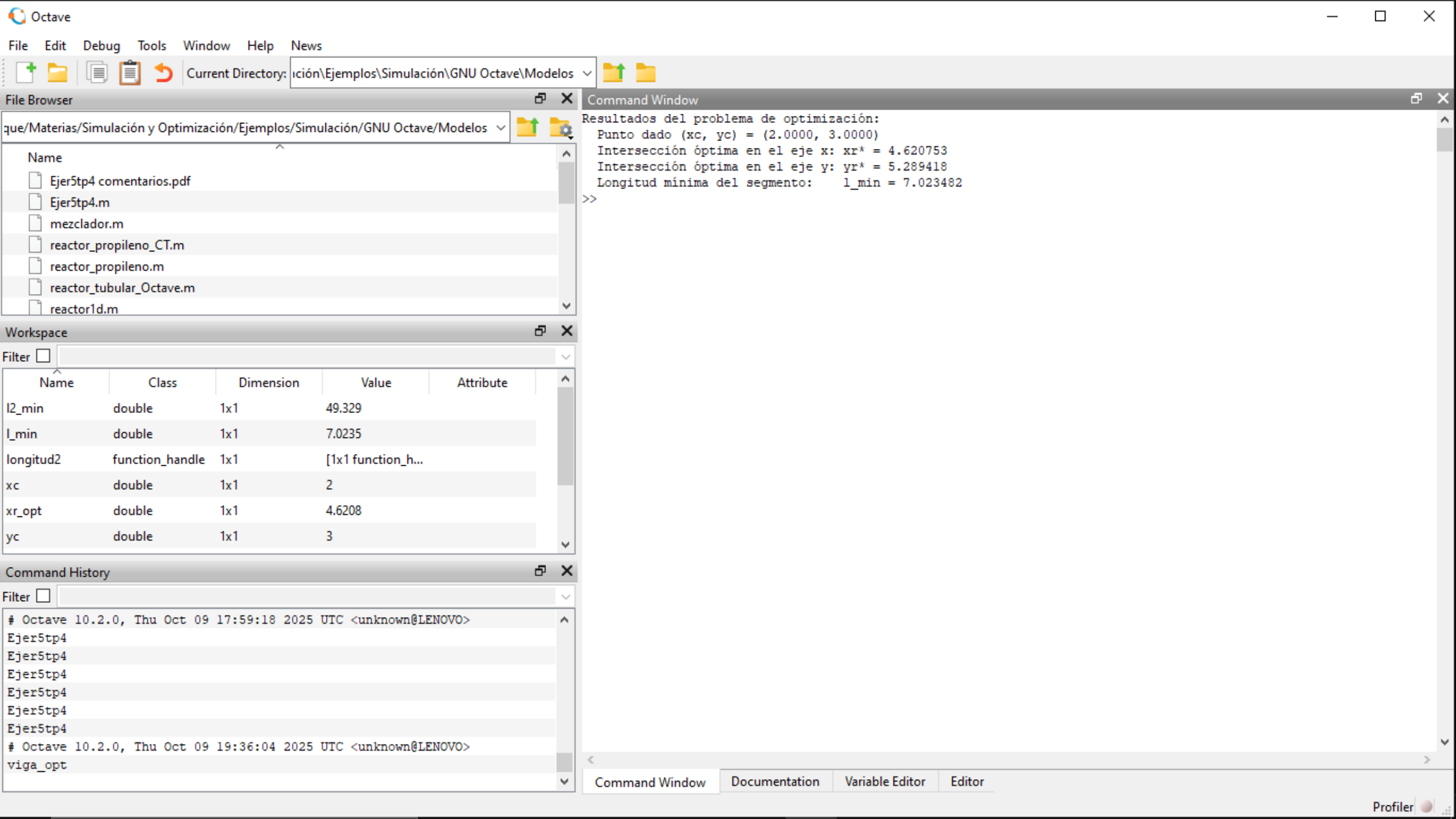
Command History

```

# Octave 10.2.0, Thu Oct 09 17:59:18 2025 UTC <unknown@LENOVO>
Ejer5tp4
Ejer5tp4
Ejer5tp4
Ejer5tp4
Ejer5tp4
Ejer5tp4
# Octave 10.2.0, Thu Oct 09 19:36:04 2025 UTC <unknown@LENOVO>
viga_opt

```

Profiler



Mapa curricular de modelo de optimización

1. Definiciones
2. Modelo de optimización
3. Espesor óptimo de aislante
4. Instalación de una viga
5. Resolución con Excel
6. Modelo estándar
7. Modelo de estado
8. Modelo de sustitución