Simulación
y Optimización

Modelado
Parte IV

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización

Mapa curricular de la materia

Simulación

Optimización

Mapa curricular de Simulación

- Definiciones
- Modelo de espacio de estados
- Resolución de modelos
- Simulación de plantas

Mapa curricular de Simulación

- Definiciones
- Modelo de espacio de estados
- Resolución de modelos
- Simulación de plantas

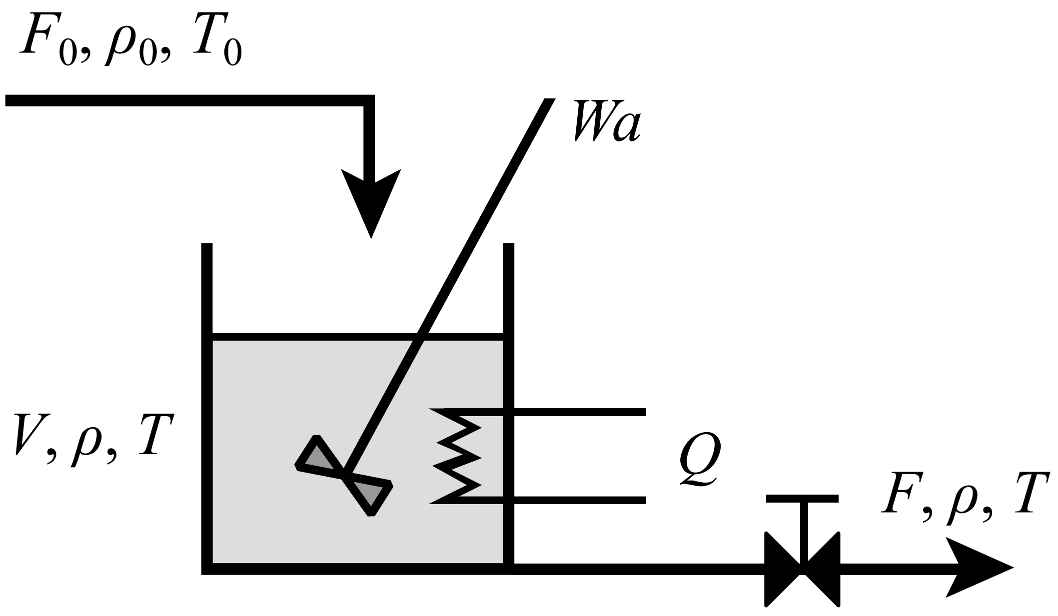
Mapa curricular de controlador PI

1. Tanque calefaccionado
2. Controlador PI de nivel
3. Selección de acción
4. Modelo de un controlador PI
5. *Reset* manual
6. Sintonía de un controlador PID
7. *Offset* variable
8. Saturación y *windup*

Tanque calefaccionado

Tanque calefaccionado

- Tanque calefaccionado
- Estado estacionario anterior
- Serpentín en la base
- Vapor saturado a 3 kgf/cm^2
- Wa = 2000 W, T_0 = 25 °C, T_{ini} = 60 °C
- x_{fin} = 0.25, ¿T cuando rebalse?
- Aumento de 65 % en F_0 (x_{ini} = 0.5), ¿T cuando rebalse?



Modelo dinámico

$$\frac{dL}{dt} = \frac{F_0 - F}{A}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_0 \rho Cp \left(T_0 - T\right) + Q + Wa}{A L \rho Cp}$$

$$F = C_v \, x \sqrt{\rho g L}$$

$$Q = UA_s \left(T_V - T\right)$$

Parámetros en SI

- F_0 = 2 l/s = 2×10^{-3} m^3/s
- L_{ini} = 1 m
- L_{max} = 2 m
- D = 1 m $\Rightarrow$ A = 0.785 m^2
- g = 9.81 m/s^2
- ρ = 1 kg/l = 1000 kg/m^3
- C_v = 4.039×10^{-5} $m^{3.5}/kg^{0.5}$
- T_0 = 25 °C
- T_{ini} = 60 °C
- T_V = 132 °C
- Cp = 4.187×10^{3} J/(kg·K)
- Wa = 2000 W
- UA_s = 4.04×10^{3} W/K

Simulación dinámica

$$\frac{dL}{dt}=\frac{F_0-F}{A}$$

$$\frac{dT}{dt}=\frac{F_0\,\rho Cp\,(T_0-T)+Q+Wa}{AL\rho Cp}$$

$$F=C_v\,x\sqrt{\rho g L}$$

$$Q=UA_s\,(T_V-T)$$

Verificar estado estacionario inicial.

Ver Tanque calefaccionado.mmd

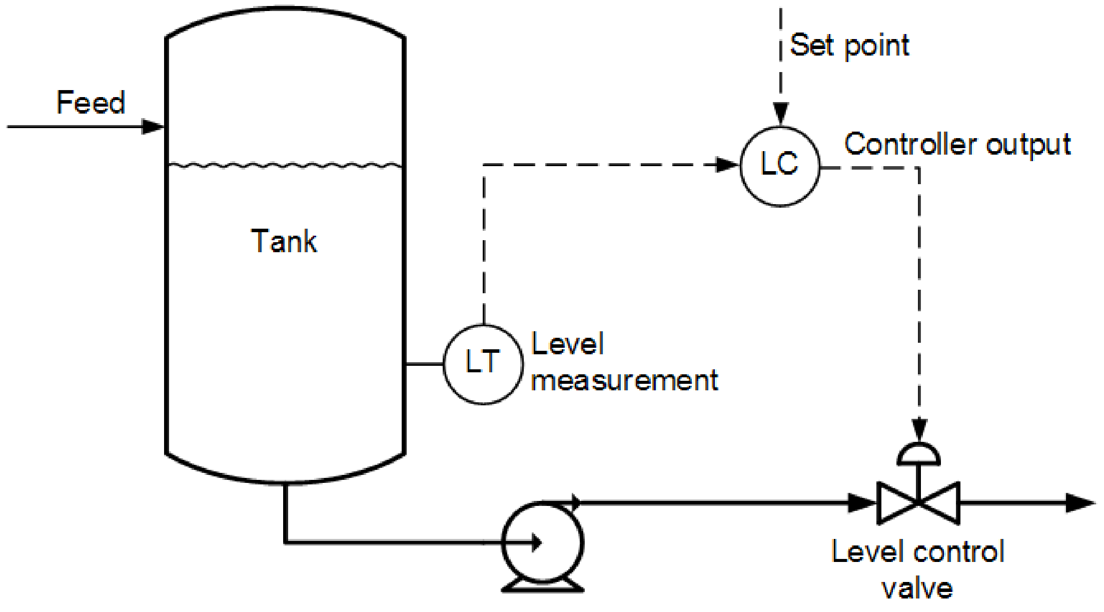
```
{Tanque calefaccionado}

METHOD RK4

STARTTIME = 0
STOPTIME = 1100
DT = 10

; Inicialización
INIT L = 1
INIT T = 60

; Sistema ODEs
L'  = (F0-F)/A
T' = (F0*rho*Cp*(T0-T)+Q+Wa)/(A*L*rho*Cp)

; Sistema AEs
F = Cv*x*sqrt(rho*g*L)
Q = UAs*(Tv-T)

; Datos
F0 = 2E-3
A = 0.785
Cv = 4.039E-5
rho = 1000
g = 9.81
x = 0.5

Cp = 4.187E3
UAs = 4.04E3
T0 = 25
Tv = 132
Wa = 2000
```

Controlador de nivel

Selección de acción en modo servo

1. Acción inversa y válvula NC
2. *Setpoint* $L_{sp}(+)$
3. $L_{sp}(+) \rightarrow e(+) \rightarrow Ac(+) \rightarrow x(+) \rightarrow F(+) \rightarrow L(-)$
4. Si $L(+)$, aceptar la acción.

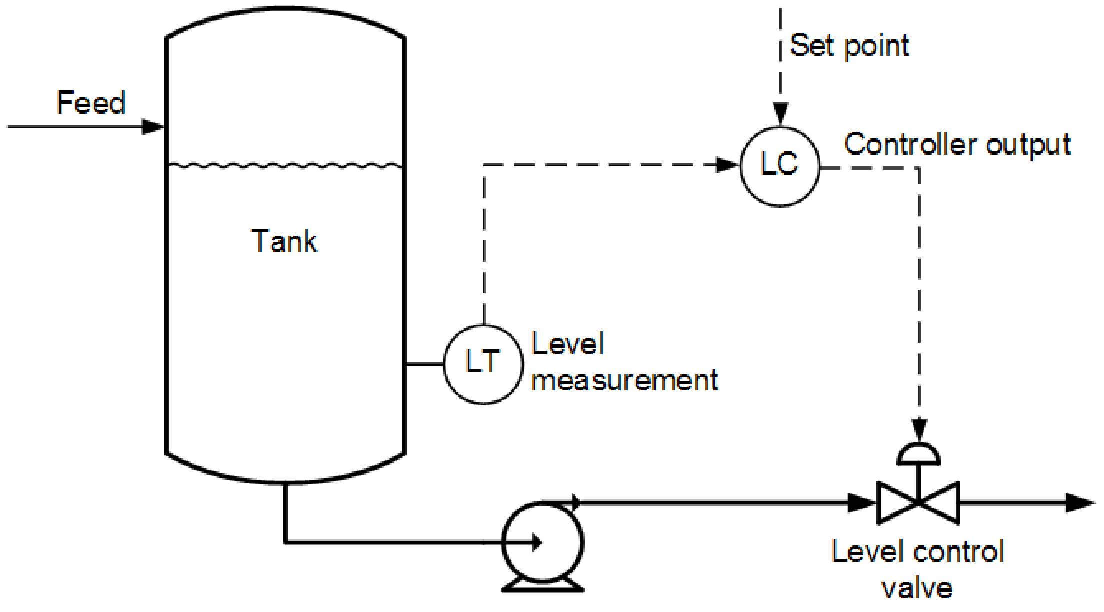
Debe ser acción directa.



Selección de acción en modo regulador

1. Acción inversa y válvula NC
2. $L(+)$
3. $L(+) \rightarrow e(-) \rightarrow Ac(-) \rightarrow x(-) \rightarrow F(-) \rightarrow L(+)$
4. Si $L(-)$, aceptar la acción.

Debe ser acción directa.



Prompt para determinar el tipo de acción

Actúa como un experto en Ingeniería Química. Determina el tipo de acción, directa o inversa, que deberá tener un controlador de nivel de un tanque cuando la válvula de control es del tipo normalmente cerrada y está instalada en la corriente de descarga. Para definir el tipo de acción, considera la convención que analiza la relación entre la salida del controlador y la variable de proceso, no con el error.

ChatGPT 4o

Actúa como un experto en Ingeniería Química. Determina el tipo de acción, directa o inversa, que deberá tener un controlador de nivel de un tanque cuando la válvula de control es del tipo normalmente cerrada y está instalada en la corriente de descarga. Para definir el tipo de acción, considera la convención que analiza la relación entre la salida del controlador y la variable de proceso, no con el error.

Relación entre PV (variable de proceso) y salida del controlador

- **Si PV sube** (nivel sube), **la salida del controlador debe aumentar** para abrir más la válvula.
- **Si PV baja** (nivel baja), **la salida del controlador debe disminuir** para cerrar más la válvula.

Entonces:

- PV↑ → salida↑
- PV↓ → salida↓

Esta es una relación directa.

Conclusión

Bajo la convención basada en la relación entre PV y la salida del controlador:

$$\boxed{\text{Acción directa}}$$

Instalación de un control PI para el nivel

Modelo original

$$Ac = Ab + Kp\left(e + \frac{1}{\tau_i}Ai\right)$$

$$e = L - L_{sp}$$

$$Ai = \int_0^t e\,dt$$

$$x = \begin{cases} 0 & Ac < 0 \\ 1 & Ac > 1 \\ Ac & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Modelo simplificado

$$\frac{dAi}{dt} = e$$

$$e = L - L_{sp}$$

$$Ac = Ab + Kp\left(e + \frac{1}{\tau_i}Ai\right)$$

$$x = \begin{cases} 0 & Ac < 0 \\ 1 & Ac > 1 \\ Ac & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Simulación dinámica

Sistema ODEs

$$\frac{dL}{dt} = \frac{F_0 - F}{A}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_0 \rho Cp \left(T_0 - T\right) + Q + Wa}{A L \rho Cp}$$

$$\frac{dAi}{dt} = e$$

Sistema AEs

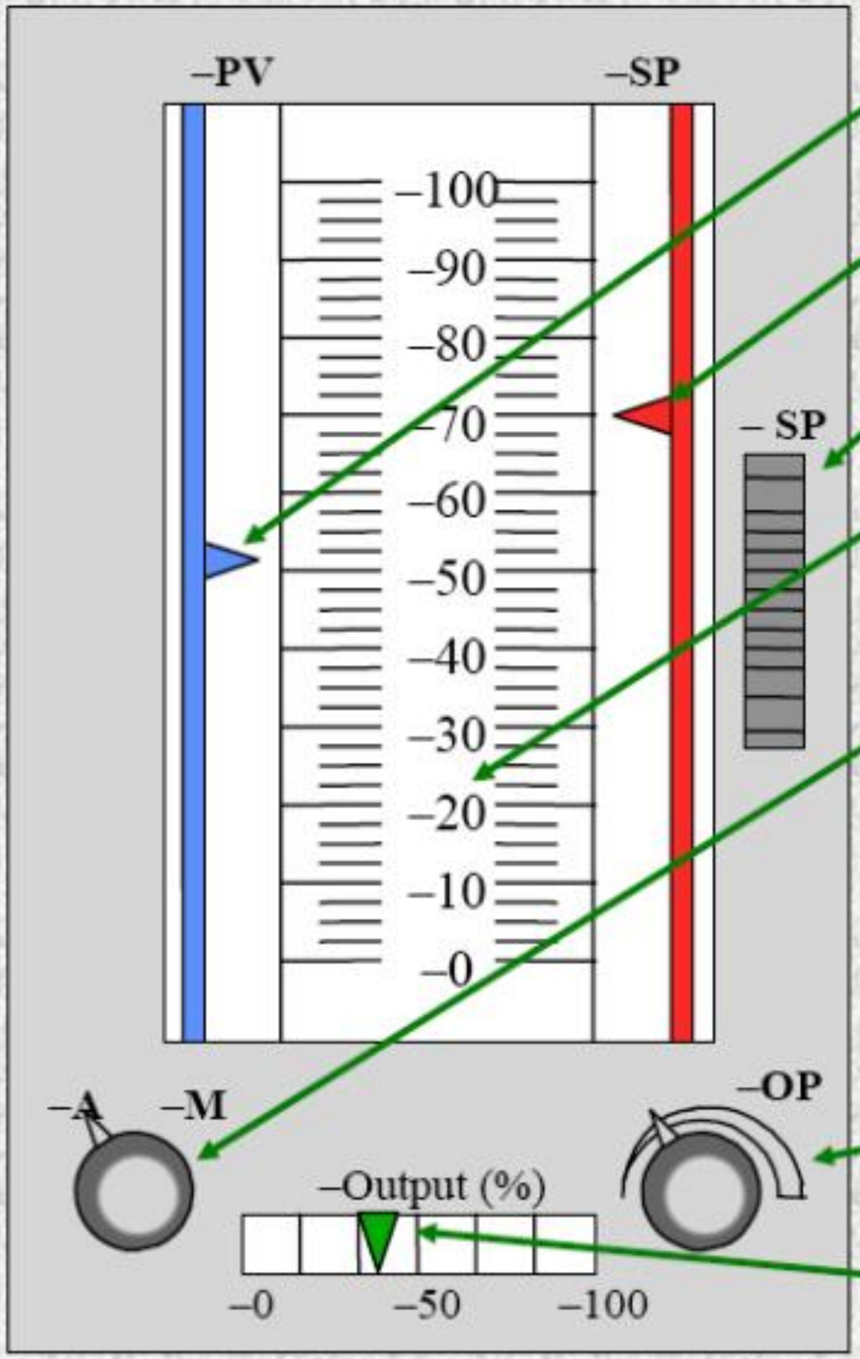
$$F = C_v \, x \sqrt{\rho g L}$$

$$Q = UA_s \left(T_V - T\right)$$

$$e = L - L_{sp}$$

$$Ac = Ab + Kp\left(e + \frac{1}{\tau_i} Ai\right)$$

$$x = \begin{cases} 0 & Ac < 0 \\ 1 & Ac > 1 \\ Ac & \text{en otro caso} \end{cases}$$



Indicador valor de la variable controlada

Indicador del valor del Set Point

Modificador del Set Point

Escala porcentual para Set point y variable controlada

Conmutador AUTOMÁTICO/MANUAL

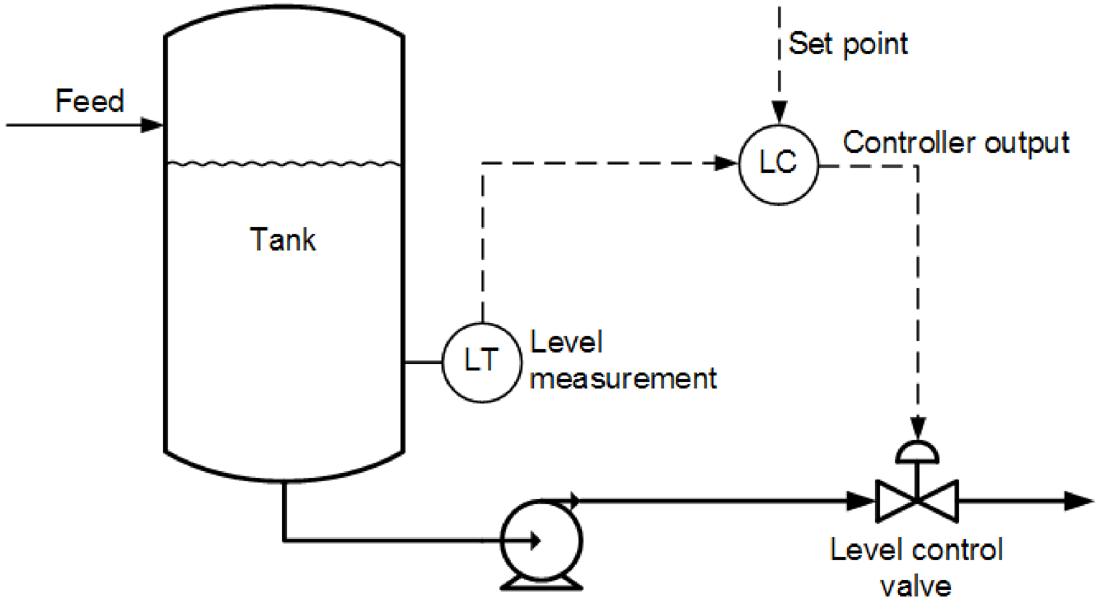
- AUTOMÁTICO: el controlador decide el valor de la variable manipulada
- MANUAL: el valor de la variable manipulada se fija de forma manual

Modificador de la variable manipulada

Indicador de la variable manipulada

Reset manual en un controlador real

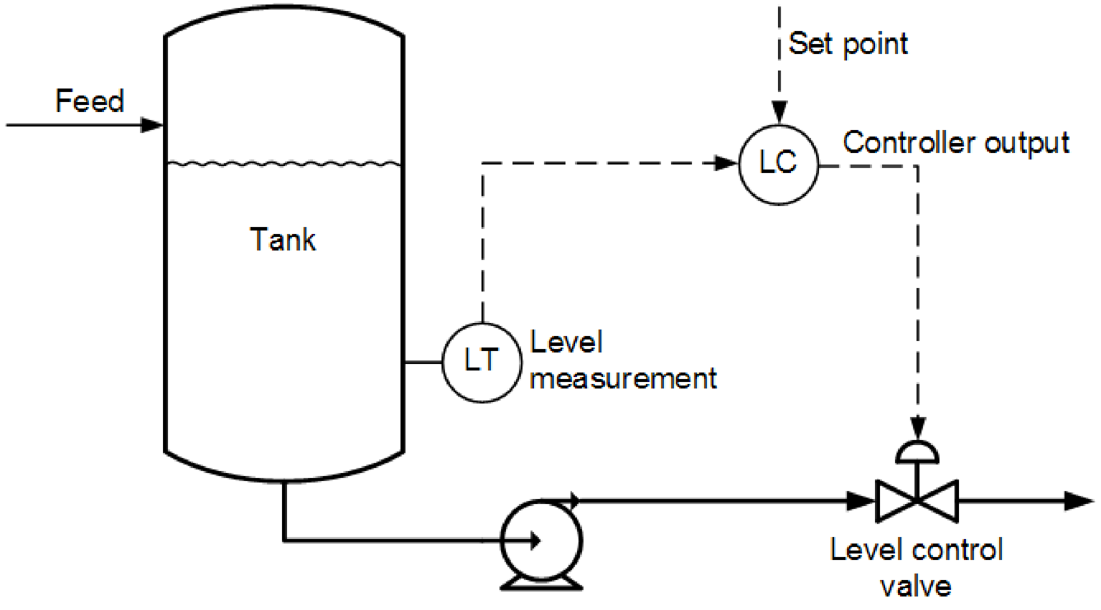
1. Colocar el controlador en manual.
2. Elegir un punto de operación L_{sp}.
3. Variar Ac manualmente para lograr que $L = L_{sp}$.
4. Hacer $Ab \leftarrow Ac$.



El *reset* automático hace esto solo.

Reset manual en un controlador P

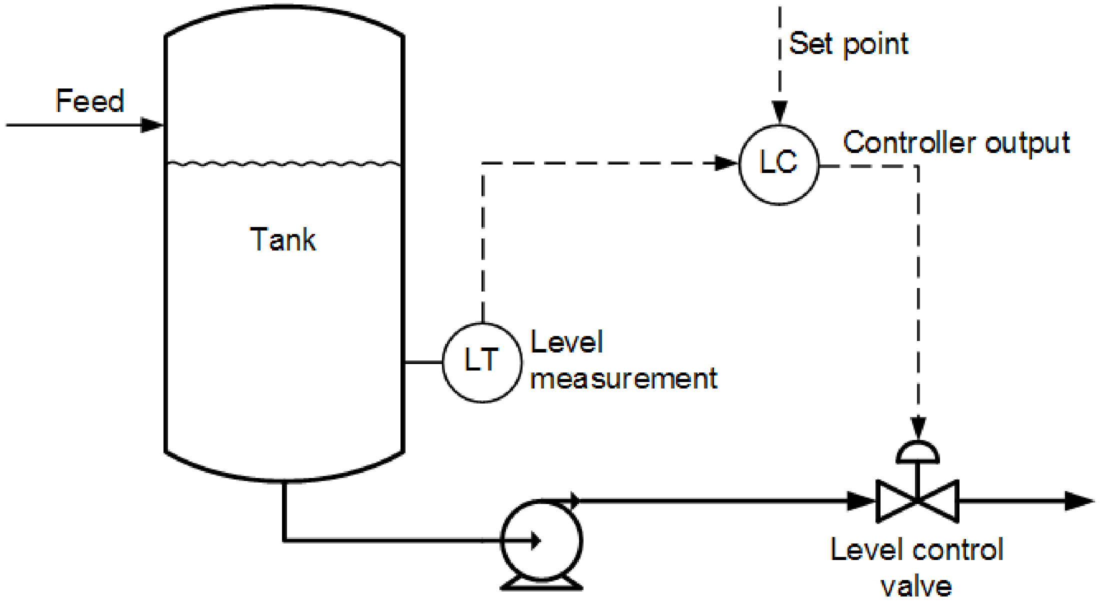
1. Elegir un punto de operación L_{sp}.
2. Variar *Ab* manualmente para lograr que $L = L_{sp}$.



Ese punto de operación será el único libre de *offset*.

Reset manual en un controlador PI o PID

1. Hacer $Ab = 0$.
2. Hacer $Ai(0) = 0$.
3. Elegir un punto de operación L_{sp}.
4. Esperar hasta que $L = L_{sp}$.
5. Hacer $Ab \leftarrow Ac$.



[Simulador online control PID]()

Sintonía de un controlador PID

Métodos

- Heurísticos
- Basados en reglas:
  - Ziegler-Nichols, Chien, Hrones y Reswick, Cohen-Coon, Kappa-tau y Lambda.
- Basados en modelos:
  - Modelo
  - Especificaciones

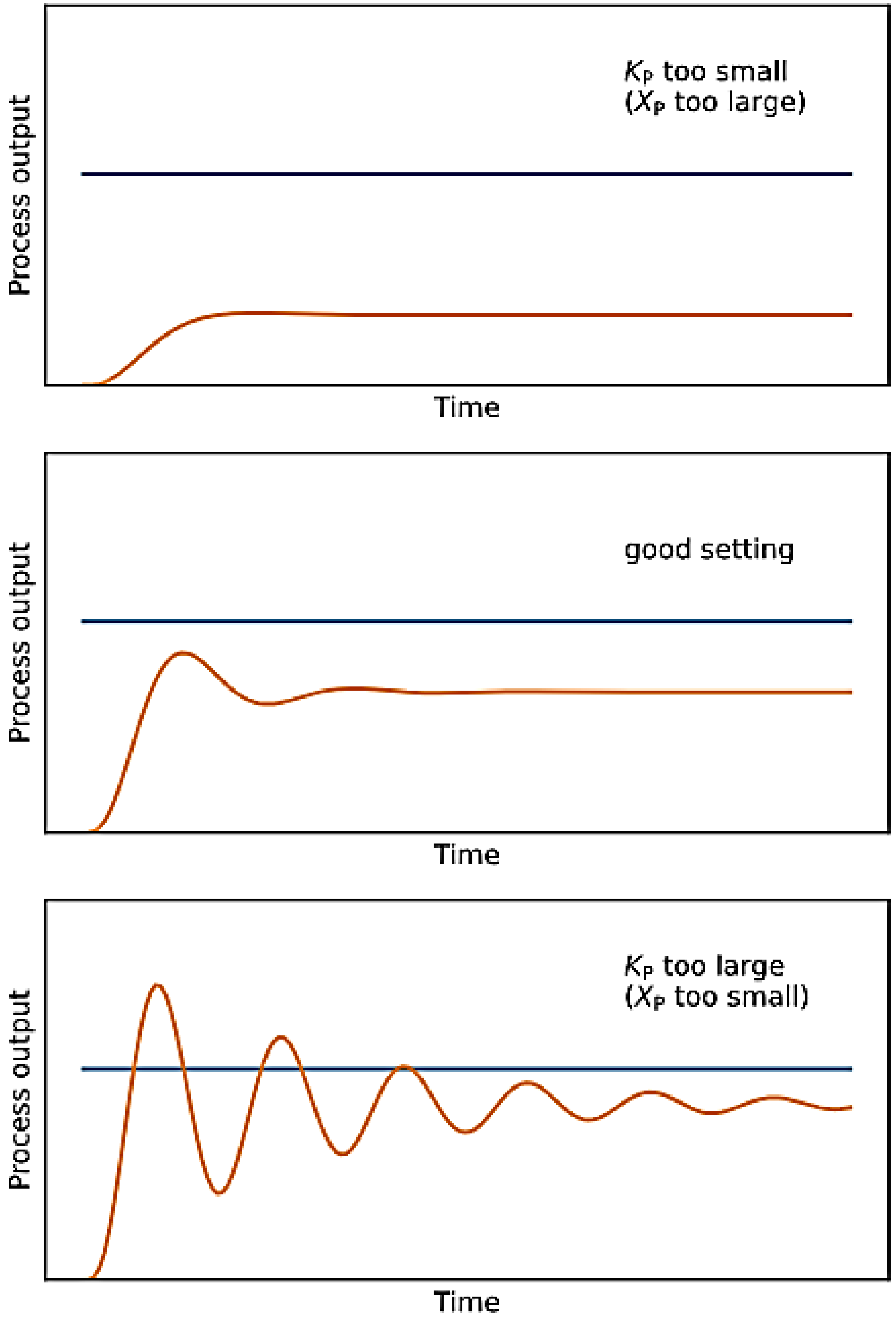
Heurístico

- Seleccionar el tipo de acción.
- Ajustar *Ab*.
- Anular P, I y D.
- Provocar un escalón en y_{sp}.
- Aumentar P hasta que oscile.
- Aumentar I hasta que oscile.
- Aumentar D hasta que oscile.

Sintonía de un controlador PID

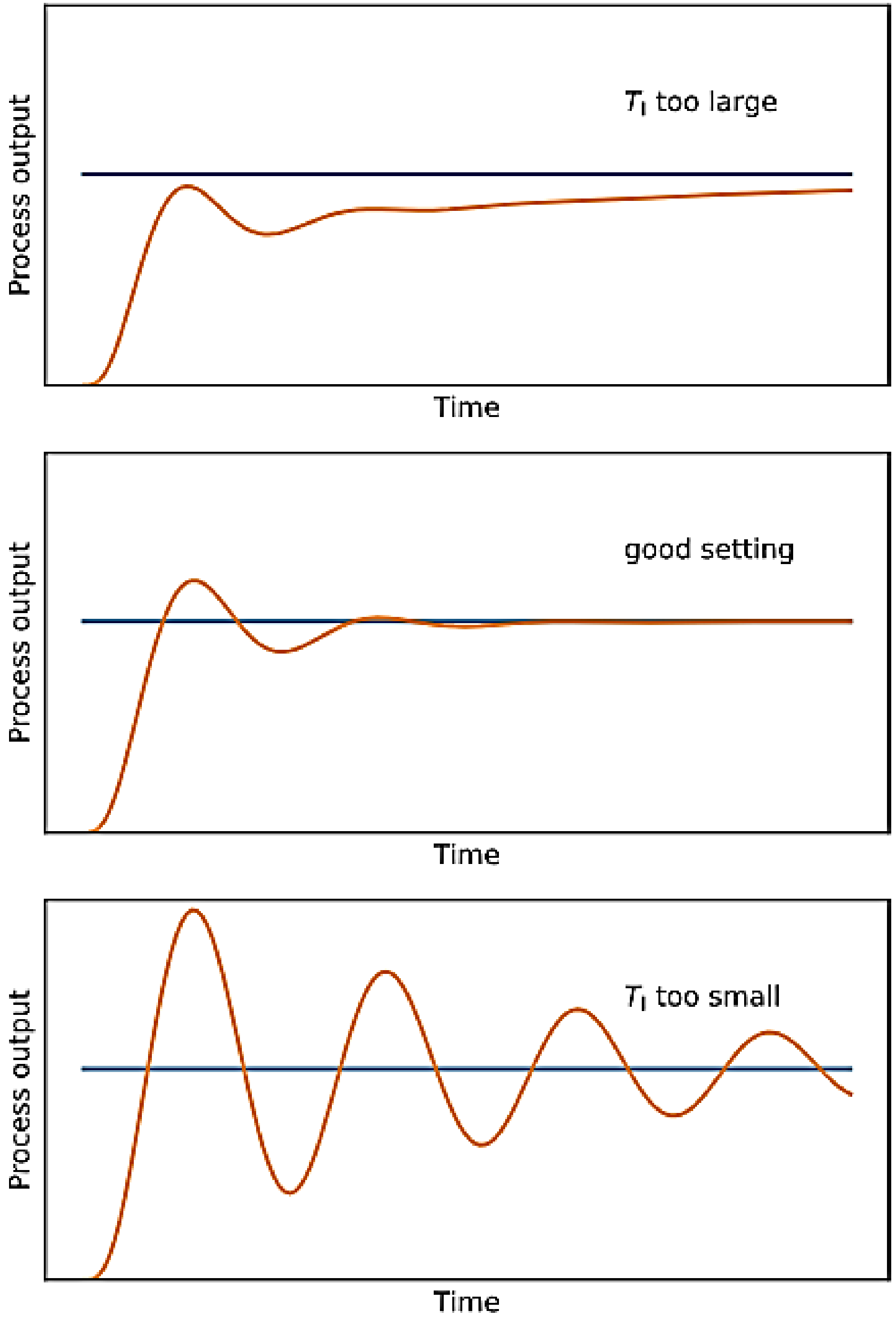
Ajuste de *Kp*

[Sintonía de un controlador PID]



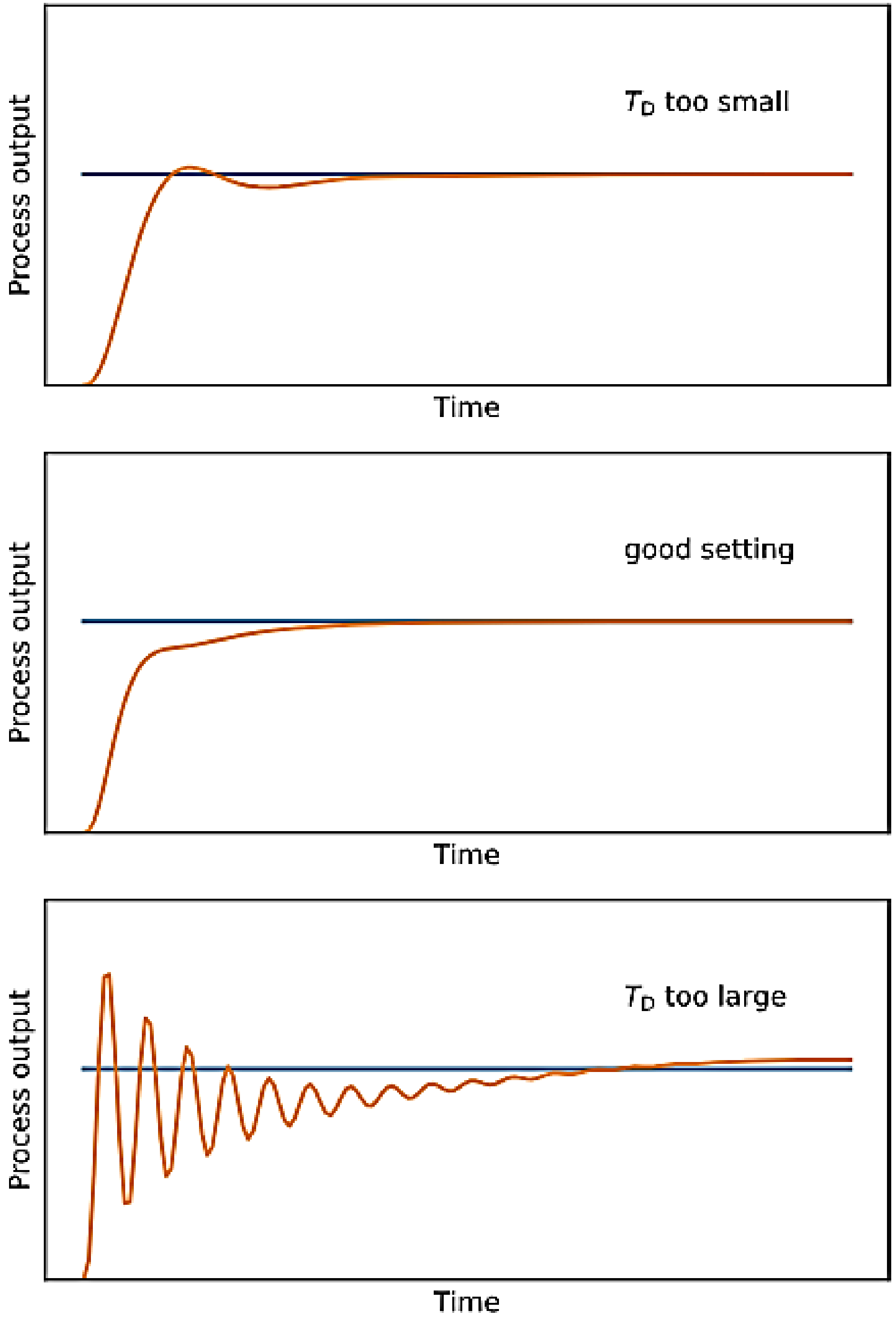
Ajuste de τ_i

[Sintonía de un controlador PID]



Ajuste de τ_d

[Sintonía de un controlador PID]



Reset manual en un controlador P

- $Kp = 2\ \mathrm{m}^{-1}$
- $\tau_{\mathrm{i}} = 100000\ \mathrm{s}$
- $Ai(0) = 0$
- $L_{sp} = 1\ \mathrm{m}$
- Probar valores de *Ab* comenzando con 0.5.

Listado en Berkeley Madonna

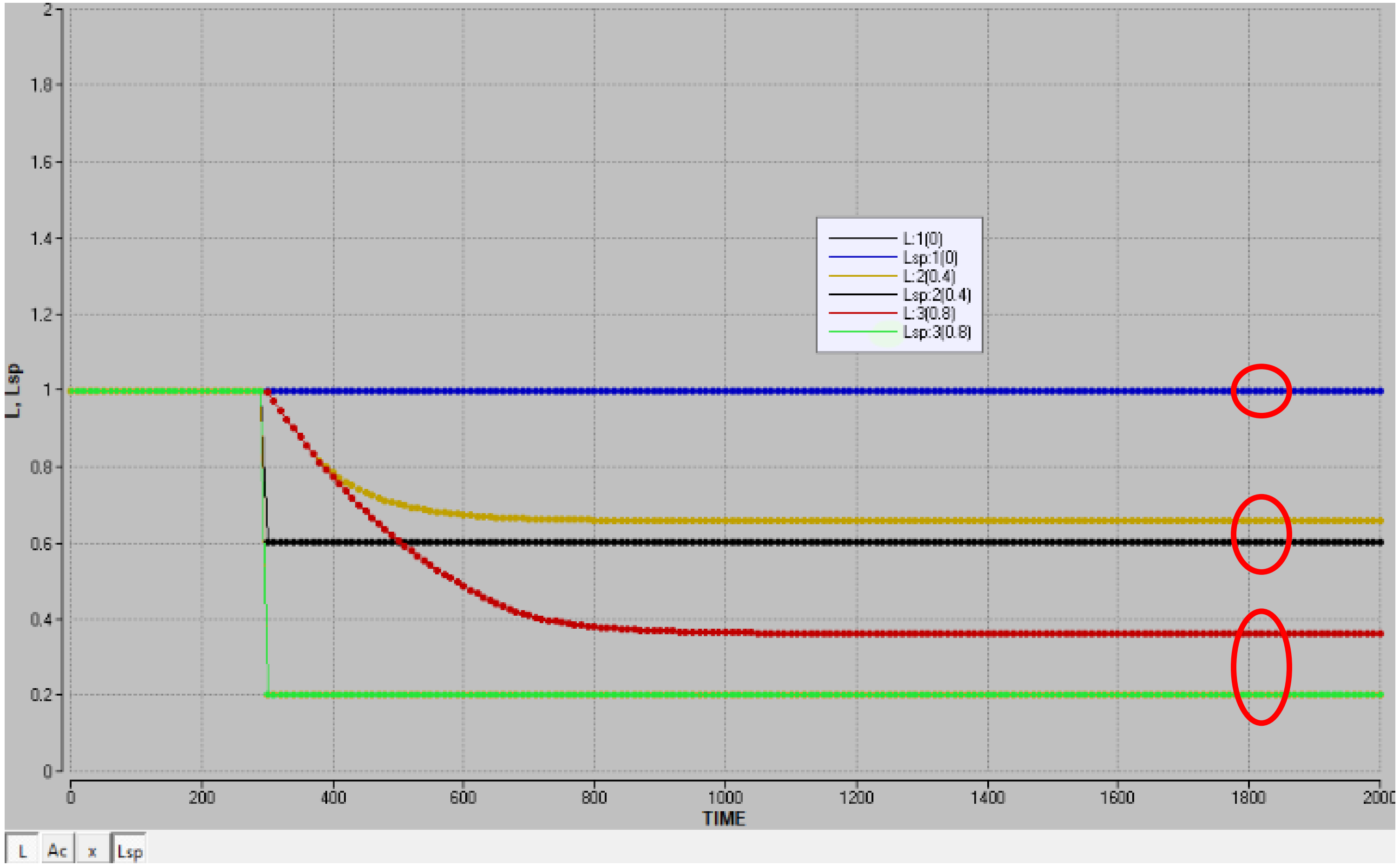
```
{Tanque calefaccionado con CL}

METHOD RK4

STARTTIME = 0
STOPTIME = 2000
DT = 10

; Inicialización
INIT L = 1
INIT T = 60
INIT Ai = 0

; Sistema ODEs
L' = (F0-F)/A
T' = (F0*rho*Cp*(T0-T)+Q+Wa)/(A*L*rho*Cp)
Ai' = e
```

```
; Sistema AEs
e = L-Lsp
Ac = Ab+Kp*(e+Ai/taui)
x = Ac
LIMIT x >= 0
LIMIT x <= 1

F = Cv*x*sqrt(rho*g*L)
Q = UAs*(Tv-T)
```

```
; Datos
F0 = 2E-3
A = 0.785
Cv = 4.039E-5
rho = 1000
g = 9.81

Cp = 4.187E3
UAs = 4.04E3
T0 = 25
Tv = 132
Wa = 2000

Ab = 0.5
Kp = 2
taui = 100000
Lsp = 1
```

Ver Tanque calefaccionado con CL.mmd

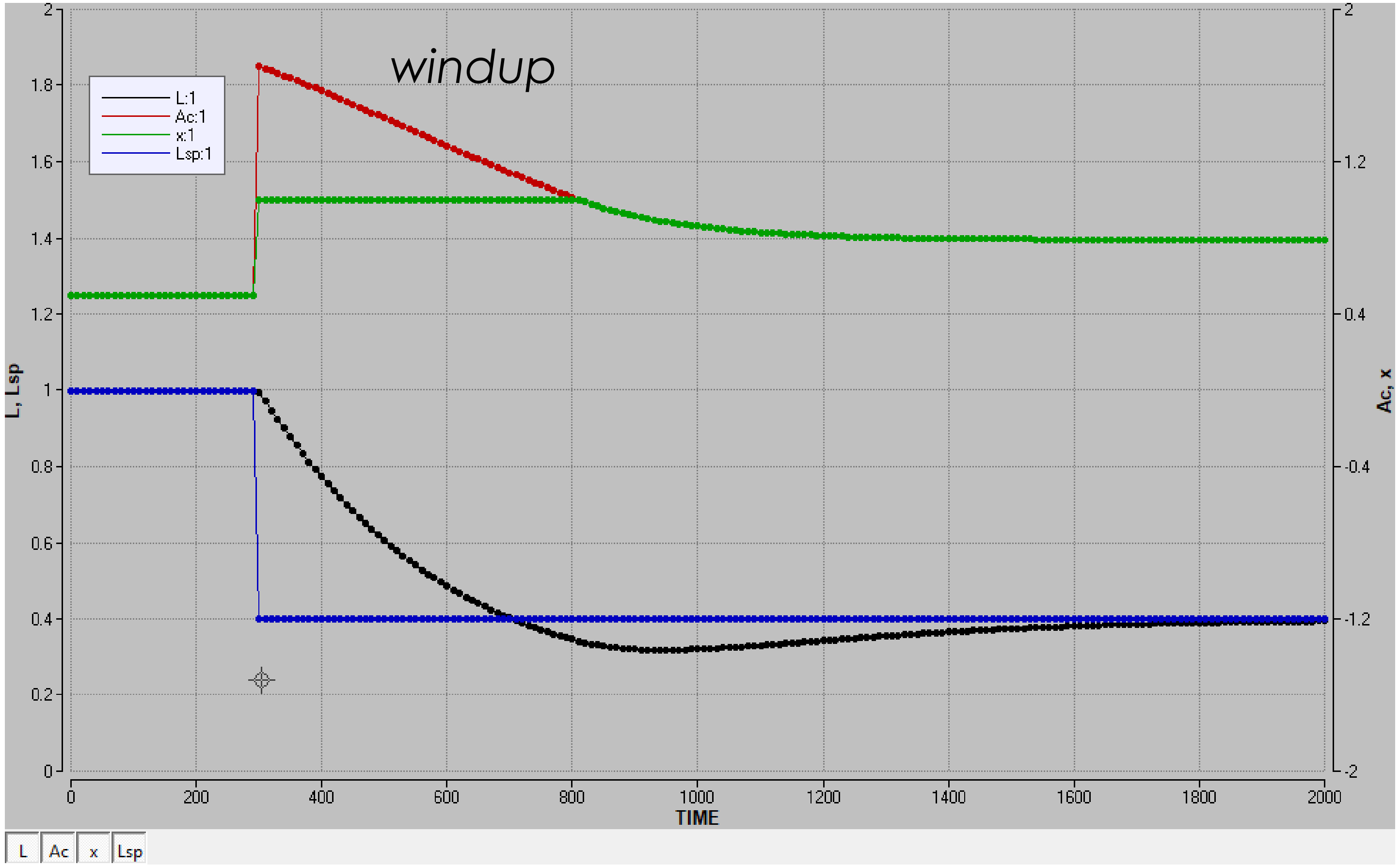
Offset variable ante escalones en L_{sp}



Sintonización del controlador PI

- $Kp = 2\ m^{-1}$
- $\tau_i = 300\ s$
- $Ai = 0$
- $L_{sp} = 1\ m$
- Verificar estado estacionario inicial.
- $Ai = 0$ valor ideal
  - Si el *Ab* es bajo por error, $Ai > 0$.
  - Si el *Ab* es alto por error, $Ai < 0$.

Saturación del CL ante un escalón en L_{sp}



tanque_calefaccionado_CL.m

```
% Tanque calefaccionado con CL
% En X están las variables de estado.
% En Y deben ir las variables que se requieren en
las ODEs o que se quieren graficar.

clear all; close all; clc;

%=============== Modelo =================
```

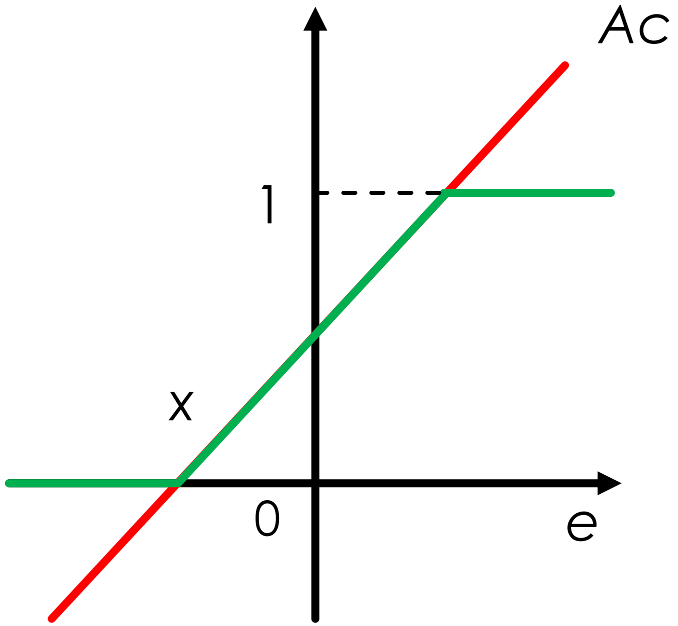
```
% ODEs
function dX = ODEs(t,X)
  % En dX devuelve el vector columna de derivadas

  % Recupera variables X
  [L T Ai] = num2cell(X'){1,:};

  % Recupera variables Y
  Y = AEs(t,X);
  [A F0 F rho Cp T0 Q Wa e Lsp] = num2cell(Y){1,:};

  % Ecuaciones diferenciales
  dL = (F0-F)/A;
  dT = (F0*rho*Cp*(T0-T)+Q+Wa)/(A*L*rho*Cp);
  dAi = e;

  dX = [dL dT dAi]'; % vector columna
endfunction % ODEs
```

Para graficar

```
% AEs
function Y = AEs(t,X)
  % En Y devuelve el vector fila de variables requeridas por ODEs o a graficar.

  % Recupera variables X
  [L T Ai] = num2cell(X'){1,:};

  % Parámetros
  F0 = 2E-3; A = 0.785; Cv = 4.039E-5; rho = 1000; g = 9.81;
  Cp = 4.187E3; UAs = 4.04E3; T0 = 25; Tv = 132; Wa = 2000;
  Ab = 0.5; Kp = 2; taui = 300; Lsp = 1; % Sistema SI

  % Ecuaciones algebraicas
  if t > 300
    Lsp = 0.4;
  endif
```

Borrar x

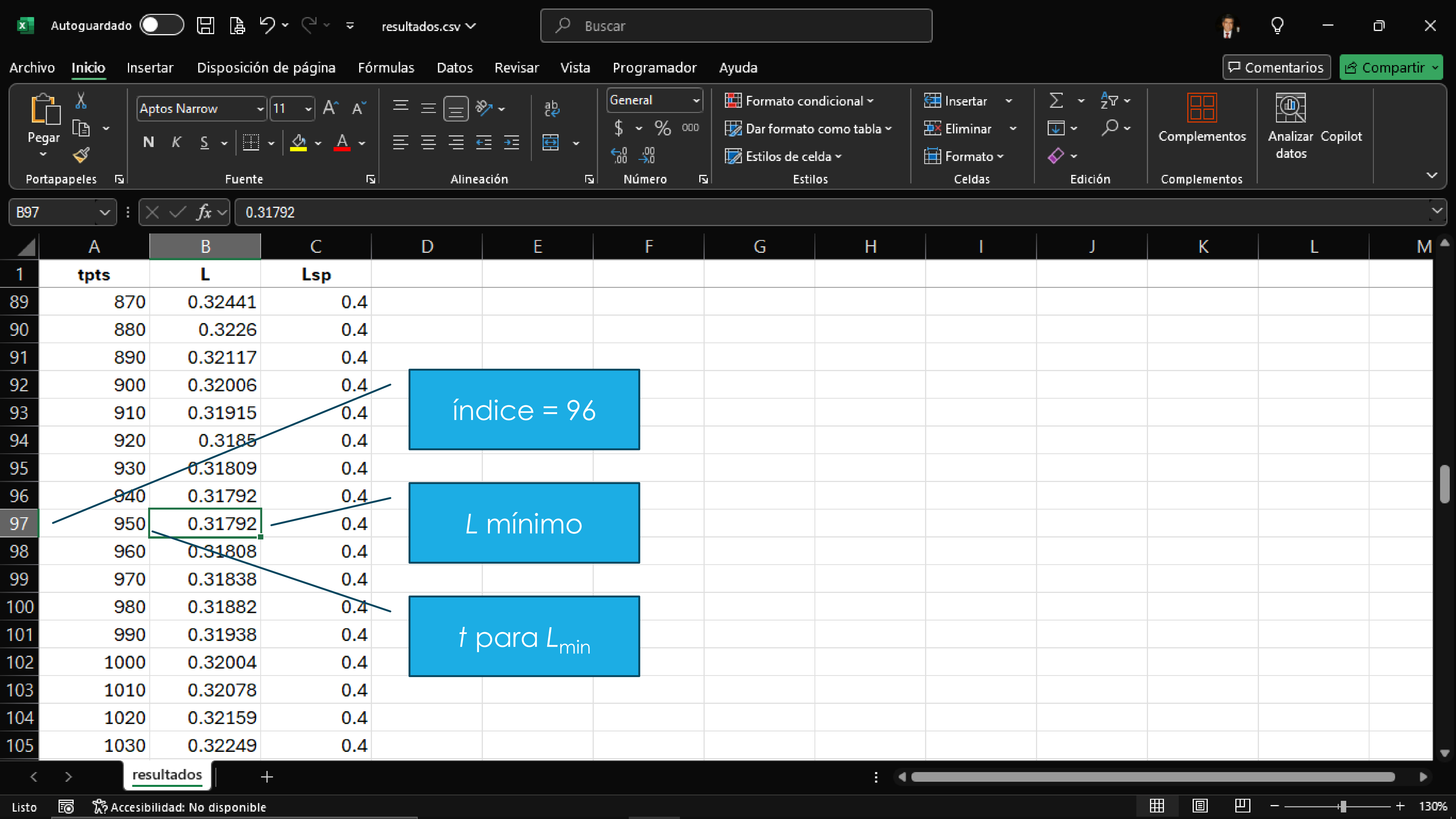
```
  % Controlador
  e = L-Lsp;
  Ac = Ab+Kp*(e+Ai/taui);
  x = max(0,Ac); % Acota x entre 0 y 1
  x = min(x,1);

  F = Cv*x*sqrt(rho*g*L);
  Q = UAs*(Tv-T);

  Y = [A F0 F rho Cp T0 Q Wa e Lsp];
endfunction % AEs
```



```
% Inicialización
function [tfin dt Xini LX LY] = inicializacion
  % Inicializa la simulación

  % Parámetros de simulación
  tfin = 2000; % tiempo final
  dt = 10; % paso temporal

  % Inicialización
  Lini = 1; % m
  Tini = 60; % °C
  Aiini = 0;
  Xini = [Lini Tini Aiini]; % Inicializa las variables de estado

  % Leyendas
  LX = {'L' 'T' 'Ai'}; % Leyendas de las variables X
  LY = {'A' 'F0' 'F' 'rho' 'Cp' 'T0' 'Q' 'Wa' 'e' 'Lsp'}; % Leyendas de las variables Y
endfunction % inicializar
```

```
% Análisis
function analizar(LX,LY,tpts,X,Y)
  % Análisis de resultados. Funciones disponibles:
  % exportar('resultados.csv',[{leyendas}])
  % graficar({leyendas}, 'título', 'rótulo x', 'rótulo y', [limitesy])
  % vector(leyenda)
  exportar('resultados.csv', {'L' 'Lsp'});

  graficar({'L' 'Lsp'}, 'Nivel vs. tiempo', 's', 'm', [0 3]);
  graficar({'F0' 'F'}, 'Caudales vs. tiempo', 's', 'm^3/s', [0 4E-3]);
  graficar({'T'}, 'Temperatura vs. tiempo', 's', '°C', [0 120]);

  % Determina el valle de L y el tiempo correspondiente.
  [min_valor indice] = min(vector('L')); % Encuentra el valor máximo y su índice.
  disp('Datos del valle de nivel');
  disp(['El valor mínimo del nivel es ' num2str(min_valor) ' m.']);
  dt = tpts(2); % Es el delta t.
  disp(['Ese valor se alcanza en ' num2str(tpts(indice)) ' ± ' num2str(dt) ' s.']);
endfunction % analizar
```

```
% Análisis
function analizar(LX,LY,tpts,X,Y)
  % Análisis de resultados. Funciones disponibles:
  % exportar('resultados.csv',[{leyendas}])
  % graficar({leyendas}, 'título', 'rótulo x', 'rótulo y', [limitesy])
  % vector(leyenda)
  exportar('resultados.csv', {'L' 'Lsp'});

  graficar({'L' 'Lsp'}, 'Nivel vs. tiempo', 's', 'm', [0 3]);
  graficar({'F0' 'F'}, 'Caudales vs. tiempo', 's', 'm^3/s', [0 4E-3]);
  graficar({'T'}, 'Temperatura vs. tiempo', 's', '°C', [0 120]);

  % Determina el valle de L y el tiempo correspondiente.
  [min_valor indice] = min(vector('L')); % Encuentra el valor mínimo y su índice.
  disp('Datos del valle de nivel');
  disp(['El valor mínimo del nivel es ' num2str(min_valor) ' m.']);
  dt = tpts(2); % Es el delta t.
  disp(['Ese valor se alcanza en ' num2str(tpts(indice)) ' ± ' num2str(dt) ' s.']);
endfunction % analizar
```



	tpts	L	Lsp
89	870	0.32441	0.4
90	880	0.3226	0.4
91	890	0.32117	0.4
92	900	0.32006	0.4
93	910	0.31915	0.4
94	920	0.3185	0.4
95	930	0.31809	0.4
96	940	0.31792	0.4
97	950	0.31792	0.4
98	960	0.31808	0.4
99	970	0.31838	0.4
100	980	0.31882	0.4
101	990	0.31938	0.4
102	1000	0.32004	0.4
103	1010	0.32078	0.4
104	1020	0.32159	0.4
105	1030	0.32249	0.4

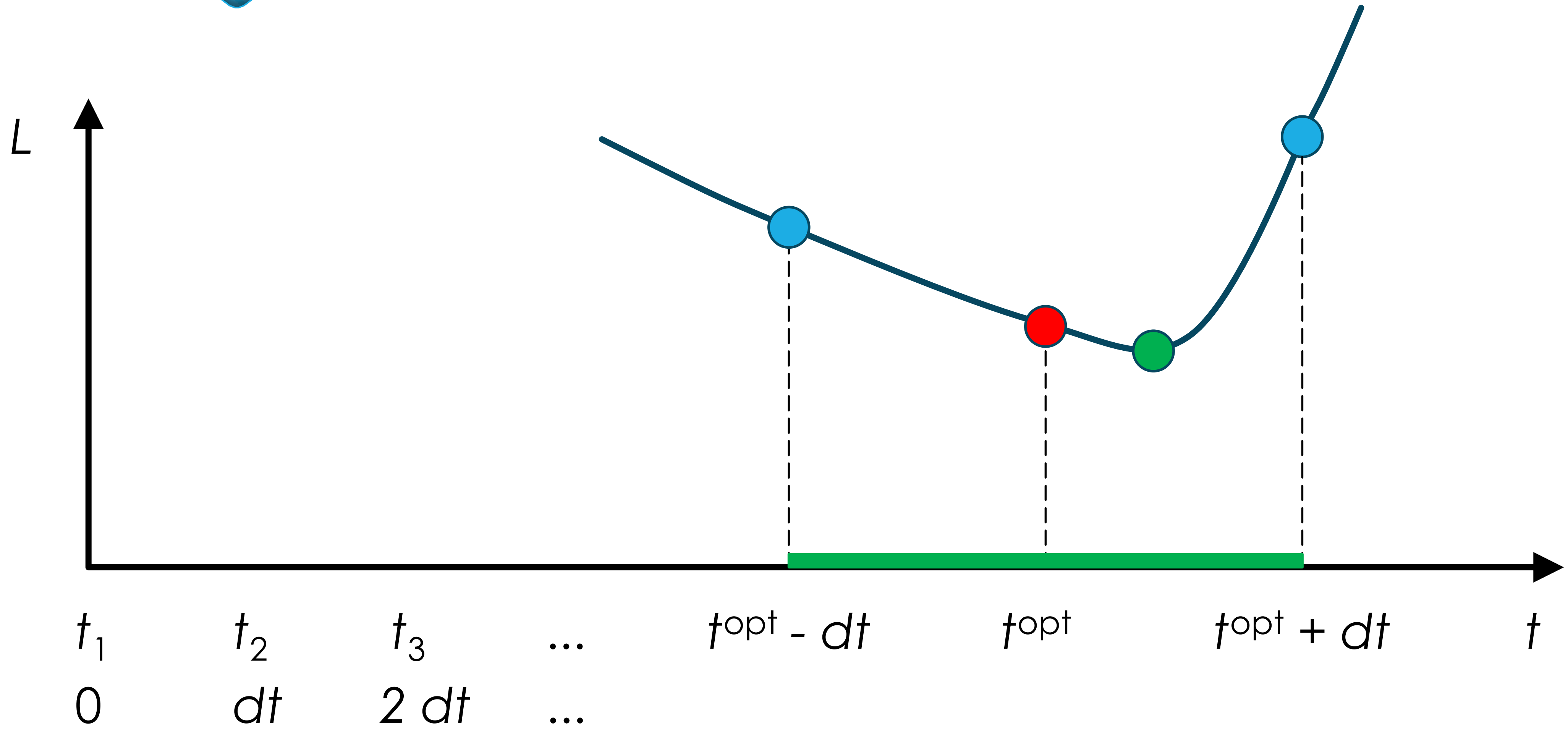
GNU Octave

- `min(x)`: Devuelve el valor mínimo de `x`. También, puede devolver el índice del elemento con el valor mínimo `[valor índice]`.
- `max(x)`: Devuelve el valor máximo de `x`. También, puede devolver el índice del elemento con el valor máximo `[valor índice]`.

Escalón en *Lsp* de 1 a 0.4 m

```
Resolvedor v01, 2025

Resolviendo el modelo...
Archivo exportado como "resultados.csv" en el directorio
de trabajo.
Datos del valle de nivel
El valor mínimo del nivel es 0.31792 m.
Ese valor se alcanza en 950 ± 10 s.

Simulación finalizada.
>>
```

Punto mínimo



Mapa curricular de controlador PI

1. Tanque calefaccionado
2. Controlador PI de nivel
3. Selección de acción
4. Modelo de un controlador PI
5. *Reset* manual
6. Sintonía de un controlador PID
7. *Offset* variable
8. Saturación y *windup*