

Modelado Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

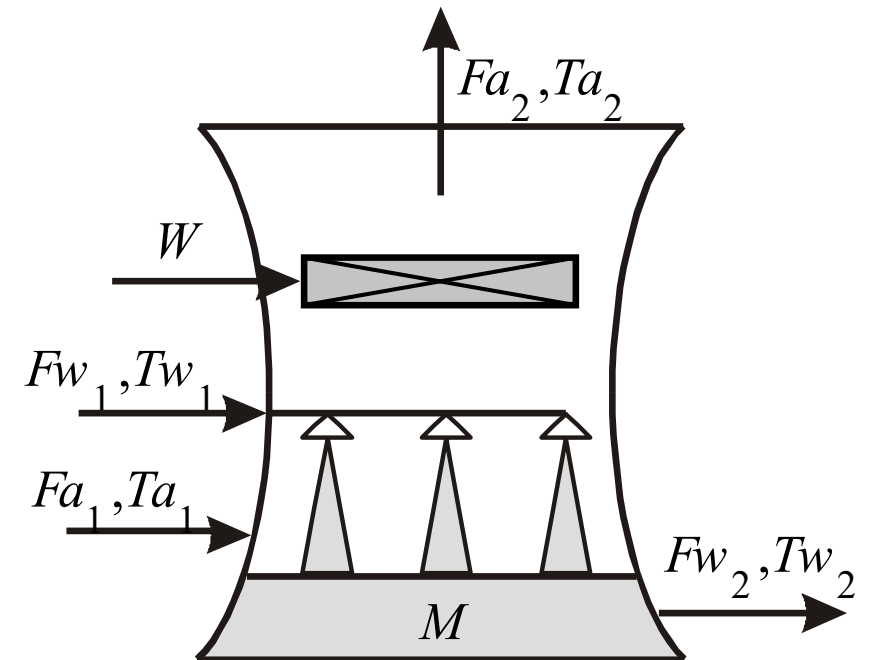
Modelado

Modelado

- Construye una aproximación.
- Es un proceso continuo.
- Es un arte.
- Debe producir un modelo realista y robusto.

Etapas del modelado

1. Definición de los objetivos del modelo
2. Formulación de un modelo conceptual
3. Formulación del modelo matemático
4. Estimación de parámetros



Etapas del modelado

5. Simplificación:

1. Despreciar fenómenos, linealizar, suponer constante: pérdida de exactitud
2. Eliminación de variables: pérdida de información

$$\mu = 1 \text{ cP}$$

$$\rho = 1 \frac{\text{kg}}{\text{l}}$$

6. Análisis de la consistencia matemática:

1. Grados de libertad nulo: incógnitas-ecuaciones
2. Consistencia de unidades: sistema de unidades

$$\left. \begin{array}{l} r = k C_A \\ k = \alpha e^{-\frac{E}{RT}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow r = \alpha e^{-\frac{E}{RT}} C_A$$

Grados de libertad

Datos

Modelo

- Ninguno
 - Incógnitas: a, b, c, d, e, f, x, y
 - $GL = 8 - 2 = 6 > 0$, indeterminado
- a, b, c, d, e, f :
 - Incógnitas: x, y
 - $GL = 2 - 2 = 0$, determinado

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

Grados de libertad

Datos

- a, b, c, d, e, f, x :
 - Incógnitas: y
 - $GL = 1-2 = -1$, sobredeterminado
- a, b, c, f, x, y :
 - Incógnitas: d, e
 - $GL = 2-2 = 0$, ¿?

Modelo

$$ax + by = c$$

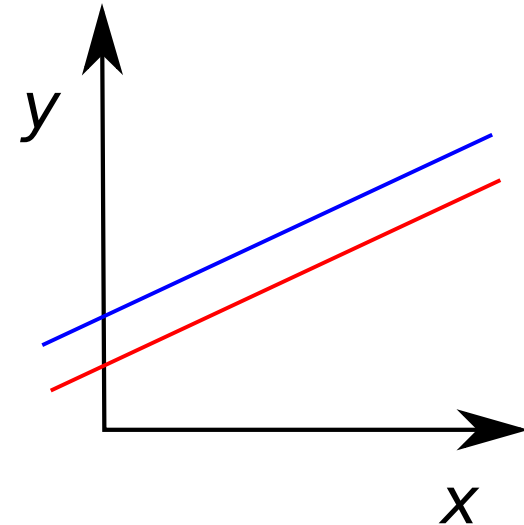
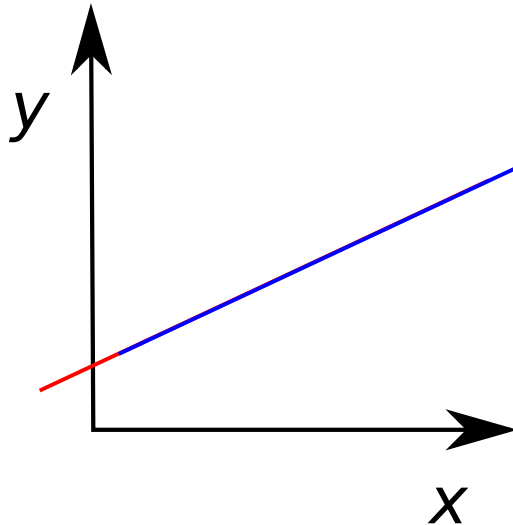
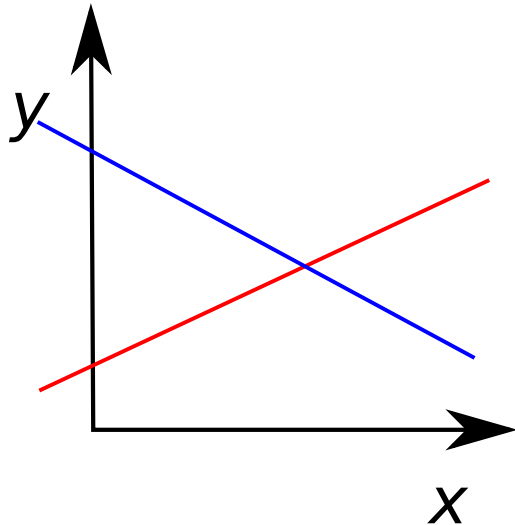
$$dx + ey = f$$

Sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} ax+by &= c \\ dx+ey &= f \end{aligned}$$



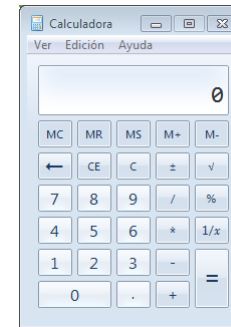
$$\begin{aligned} y &= -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \\ y &= -\frac{d}{e}x + \frac{f}{e} \end{aligned}$$



Sistema de ecuaciones lineales

Etapas del modelado

7. Resolución del modelo: programación o utilitarios
8. Verificación:
 1. Sintaxis ($t = T$, $\log(x) = \ln(x)$)
 2. Orden de precedencia
9. Validación
10. Perfeccionamiento



$$10 \frac{x+2}{y-3} + 20$$

~~$$10x + 2 / y - 3 + 20$$~~

$$10(x+2) / (y-3) + 20$$

$$100 + 2 * 50 = \dot{?} 5100 \text{ o } 200?$$

Modelo de espacio de estados

Modelo de espacio de estados

- Estado: $X \in \mathbb{R}^n$
- Sistema con parámetros concentrados:

ODEs

Ordinary Differential Equations

$$\cancel{\frac{dX}{dt}} = F(X, U, D) = 0$$

AEs

Algebraic Equations

$$Y = H(X, U, D)$$



Condición inicial

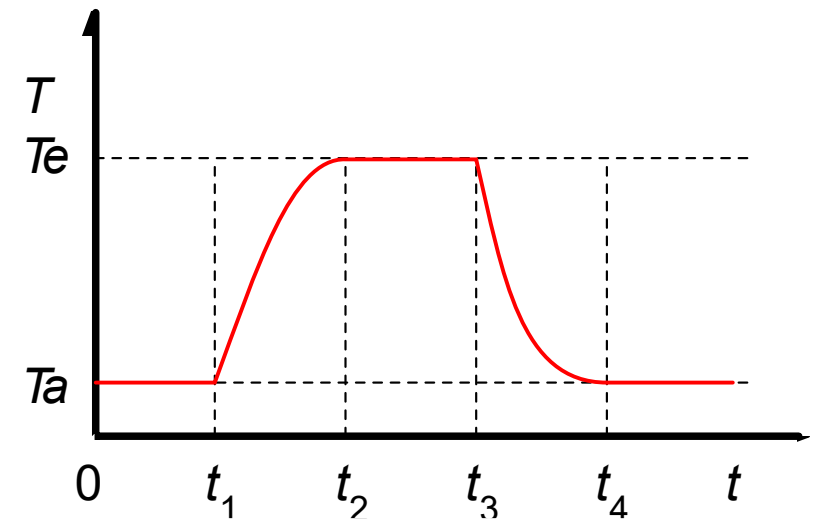
$$X(0) = X_0$$

$X(t)$

$Y(t)$

DAEs

Differential Algebraic Equations



Modelo de espacio de estados

- Sistema con parámetros distribuidos:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = F(X, U, D, \nabla \bullet X, \nabla^2 X, \dots)$$

$$Y = H(X, U, D)$$

$$X(0, x, y, z) = X_0(x, y, z)$$

PDEs

Partial Differential
Equations

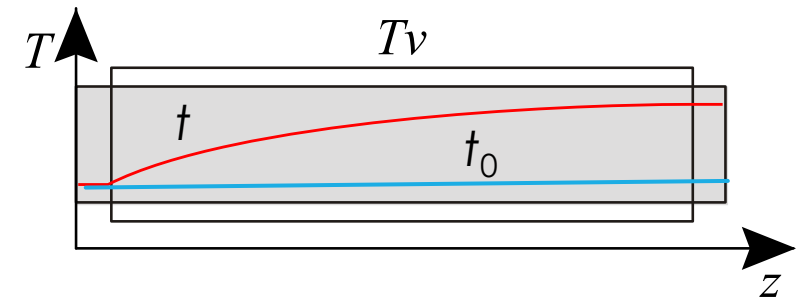


$$X(t, x, y, z)$$

$$Y(t, x, y, z)$$

PDAEs

Partial Differential
Algebraic Equations



$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Origen de las ecuaciones

- Ecuaciones diferenciales:
 - Balances dinámicos (materia, componentes, energía, cantidad de movimiento)
 - Variables de estado
- Ecuaciones algebraicas:
 - Balances pseudoestacionarios
 - Ecuaciones constitutivas

Ley de enfriamiento de Newton

Ley de enfriamiento de Newton

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = -r(T - T_a) \\ T(0) = T_0 \end{cases}$$

$$T = (T_0 - T_a)e^{-rt} + T_a$$



Datos experimentales

$$T_0 = 82.30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ y } T_a = 17.00 \text{ } ^\circ\text{C}$$

<i>t</i> (min)	<i>T</i> (°C)	<i>t</i> (min)	<i>T</i> (°C)	<i>t</i> (min)	<i>T</i> (°C)
0.00	82.30	16.00	58.10	32.00	46.10
2.00	78.50	18.00	56.10	34.00	45.00
4.00	74.30	20.00	54.30	36.00	43.90
6.00	70.70	22.00	52.80	38.00	43.00
8.00	67.60	24.00	51.20	40.00	41.90
10.00	65.00	26.00	49.90	42.00	41.00
12.00	62.50	28.00	48.60	44.00	40.10
14.00	60.10	30.00	47.20	46.00	39.50

Determinación de r

$$T = (T_0 - Ta)e^{-rt} + Ta$$

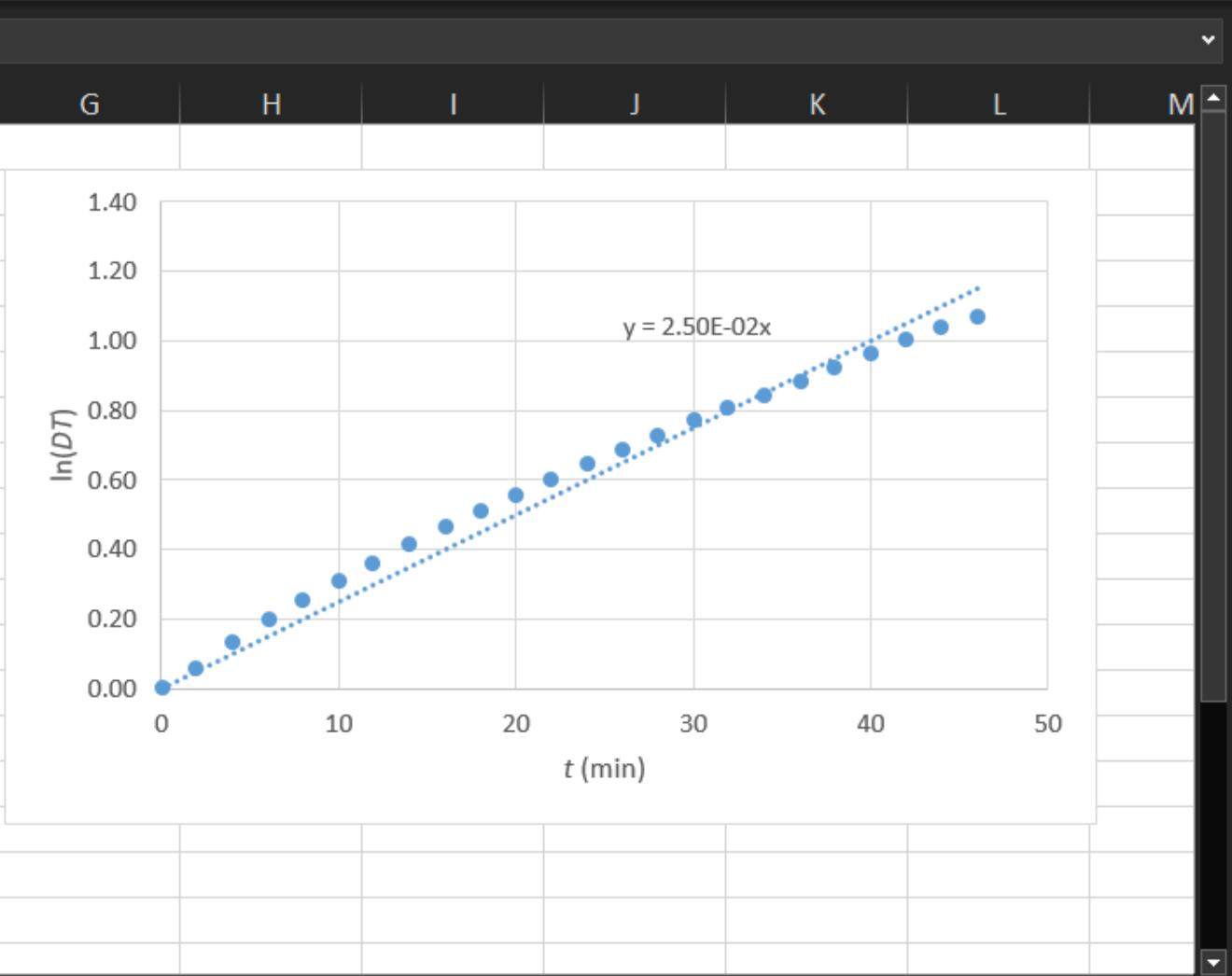
$$T - Ta = (T_0 - Ta)e^{-rt}$$

$$\frac{T - Ta}{T_0 - Ta} = e^{-rt}$$

$$\ln\left(\frac{T_0 - Ta}{T - Ta}\right) = rt$$

$$y = ax + b$$

	A	B	C	D	E	F
1	t (min)	T (°C)	ln(DT)		Parámetros	Valores
2	0	82.30	0.00		T ₀ (°C)	82.30
3	2	78.50	0.06		T _a (°C)	17.00
4	4	74.30	0.13			
5	6	70.70	0.20			
6	8	67.60	0.26		$T = (T_0 - T_a)e^{-rt} + T_a$	
7	10	65.00	0.31		$T - T_a = (T_0 - T_a)e^{-rt}$	
8	12	62.50	0.36			
9	14	60.10	0.42		$\frac{T - T_a}{T_0 - T_a} = e^{-rt}$	
10	16	58.10	0.46			
11	18	56.10	0.51		$\ln\left(\frac{T_0 - T_a}{T - T_a}\right) = rt$	
12	20	54.30	0.56			
13	22	52.80	0.60		$y = ax + b$	
14	24	51.20	0.65			
15	26	49.90	0.69			
16	28	48.60	0.73			
17	30	47.20	0.77			
18	32	46.10	0.81			
19	34	45.00	0.85			



Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia
 Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas
 Financieras Fecha y hora Más funciones

Biblioteca de funciones

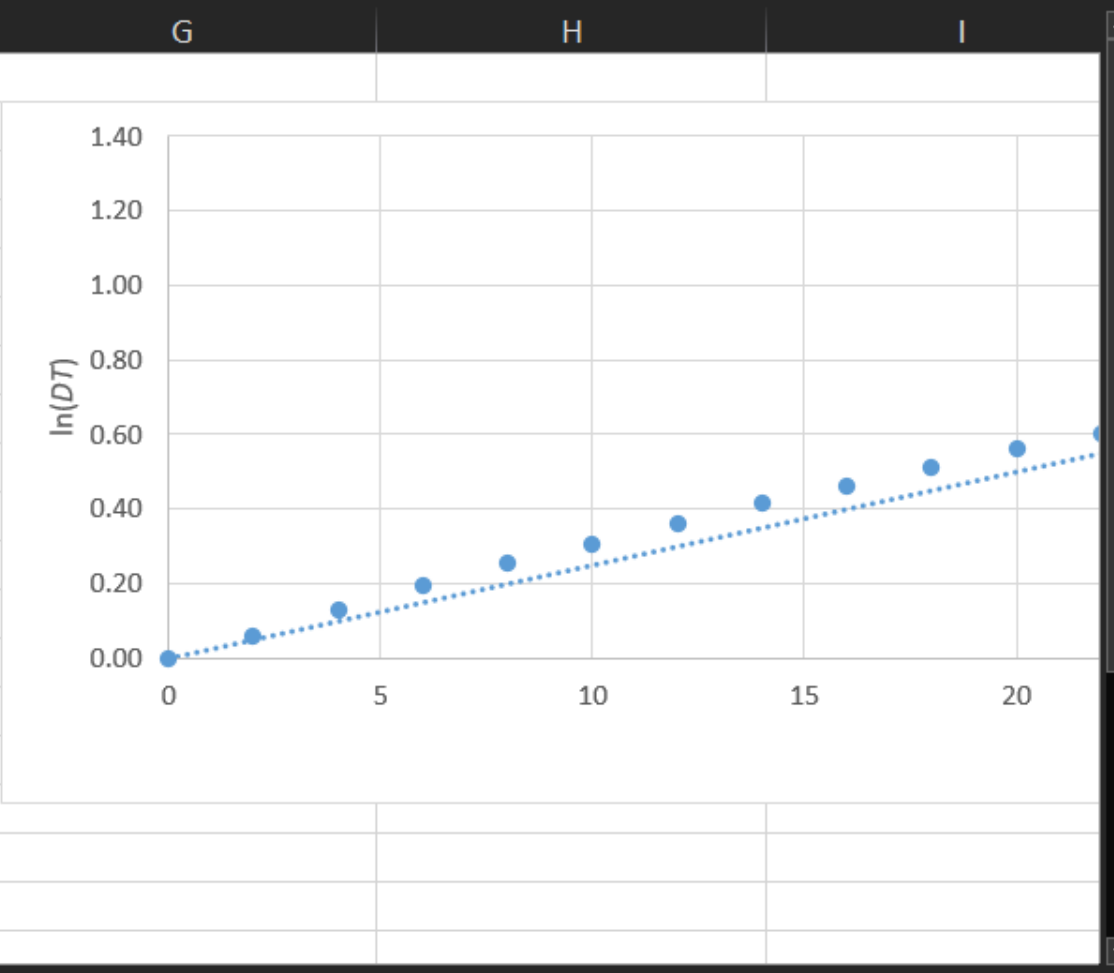
Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
 Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores
 Crear desde la selección Evaluar fórmula

Administrador de nombres Nombres definidos Auditoría de fórmulas

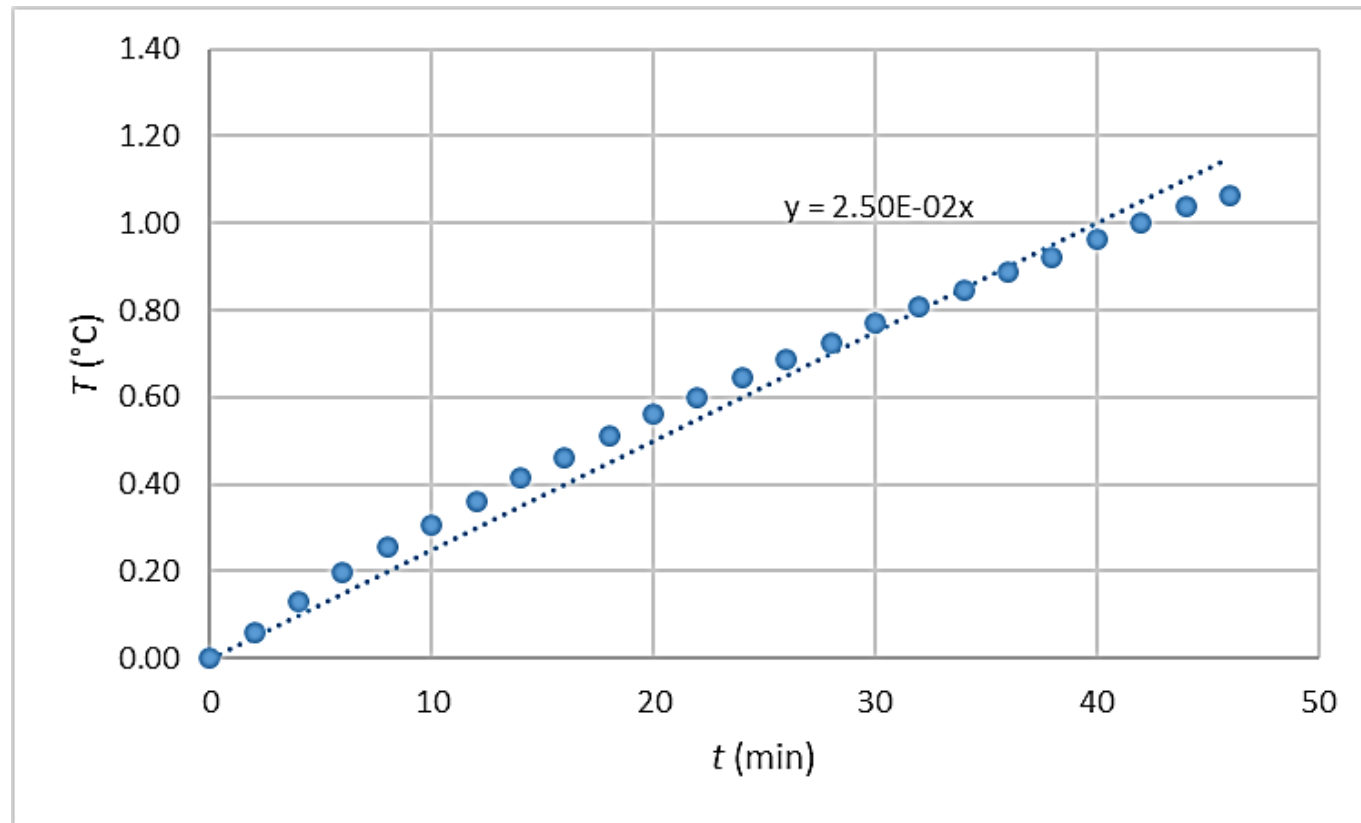
Ventana Inspección Opciones para el cálculo Cálculo

C2 =LN((F\$2-F\$3)/(B2-F\$3))

	A	B	C	D	E	F
1	t (min)	T (°C)	ln(DT)		Parámetros	Valores
2	0	82.3	=LN((F\$2-F\$3)/(B2-F\$3))		T0 (°C)	82.3
3	2	78.5	=LN((F\$2-F\$3)/(B3-F\$3))		Ta (°C)	17
4	4	74.3	=LN((F\$2-F\$3)/(B4-F\$3))			
5	6	70.7	=LN((F\$2-F\$3)/(B5-F\$3))			
6	8	67.6	=LN((F\$2-F\$3)/(B6-F\$3))		$T = (T_0 - Ta)e^{-rt} + Ta$	
7	10	65	=LN((F\$2-F\$3)/(B7-F\$3))		$T - Ta = (T_0 - Ta)e^{-rt}$	
8	12	62.5	=LN((F\$2-F\$3)/(B8-F\$3))		$\frac{T - Ta}{T_0 - Ta} = e^{-rt}$	
9	14	60.1	=LN((F\$2-F\$3)/(B9-F\$3))		$\ln\left(\frac{T_0 - Ta}{T - Ta}\right) = rt$	
10	16	58.1	=LN((F\$2-F\$3)/(B10-F\$3))		$y = ax + b$	
11	18	56.1	=LN((F\$2-F\$3)/(B11-F\$3))			
12	20	54.3	=LN((F\$2-F\$3)/(B12-F\$3))			
13	22	52.8	=LN((F\$2-F\$3)/(B13-F\$3))			
14	24	51.2	=LN((F\$2-F\$3)/(B14-F\$3))			
15	26	49.9	=LN((F\$2-F\$3)/(B15-F\$3))			
16	28	48.6	=LN((F\$2-F\$3)/(B16-F\$3))			
17	30	47.2	=LN((F\$2-F\$3)/(B17-F\$3))			
18	32	46.1	=LN((F\$2-F\$3)/(B18-F\$3))			
19	34	45	=LN((F\$2-F\$3)/(B19-F\$3))			



Determinación de r



$$r = 0.025 \text{ min}^{-1}$$

Modelo de espacio de estados

$$V \rho C_p \frac{dT}{dt} = -Q$$

$$Q = UA(T - T_a)$$

$$C_p = 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}), \rho = 1 \text{ kg}/\text{dm}^3$$

$$D = 8 \text{ cm}, L = 7 \text{ cm}$$

Base aislante



Parámetros en SI

$$V \rho C_p \frac{dT}{dt} = -Q$$

$$Q = UA(T - T_a)$$

$$C_p = 4.187 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}), \rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$D = 0.08 \text{ m}, L = 0.07 \text{ m}$$

$$\Rightarrow A = 2.262 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ y } V = 3.519 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$



Determinación de U

$$V \rho C_p \frac{dT}{dt} = -Q \quad \begin{cases} \frac{dT}{dt} = -r(T - T_a) \\ T(0) = T_0 \end{cases}$$

$$Q = UA(T - T_a)$$

$$U = \frac{rV \rho C_p}{A} \quad \text{No depende ni de } A \text{ ni de } V.$$

$$r = 4.167 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\Rightarrow U = 27.14 \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

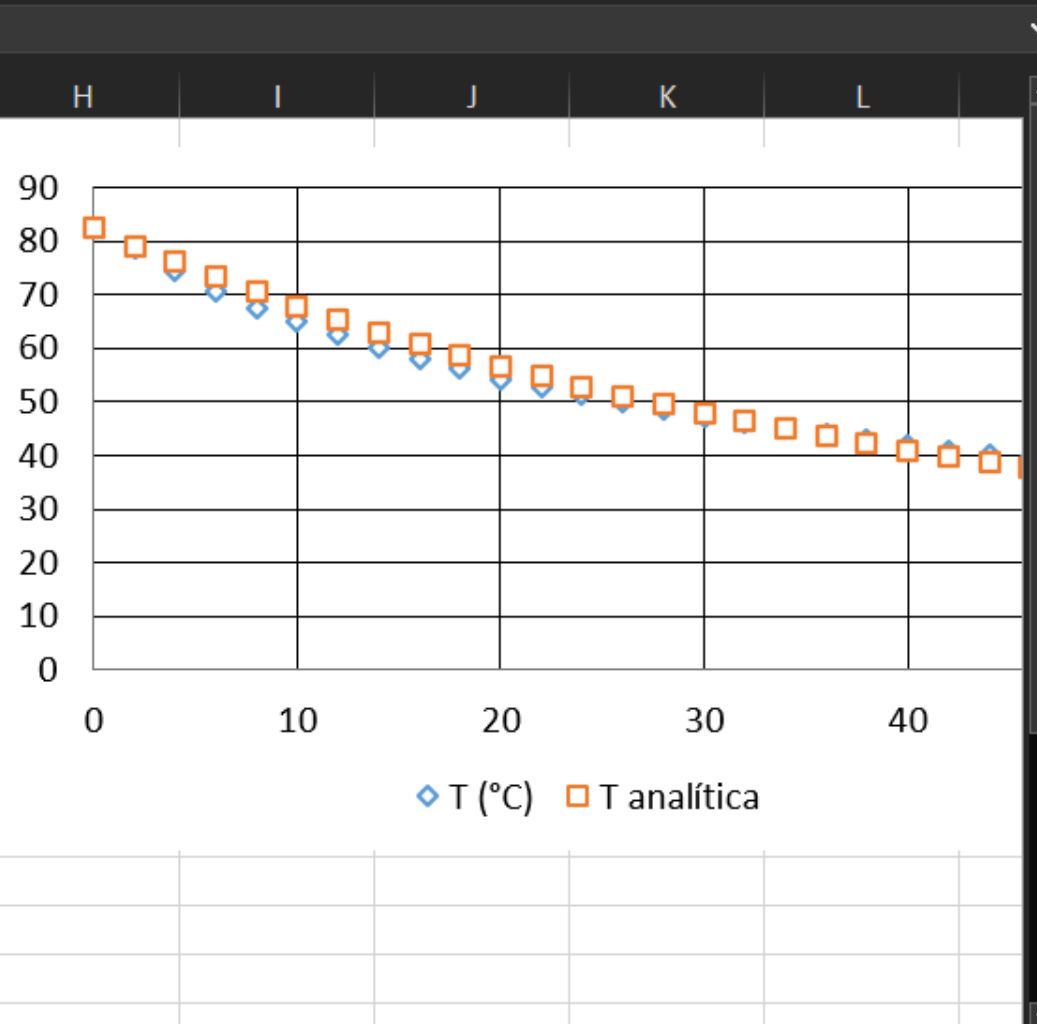


Resolución del modelo

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda

fx Σ Autosuma ? Lógicas 🔍 Búsqueda y referencia 🏷️ Asignar nombre 👁️ Rastrear precedentes 🔍 Mostrar fórmulas
📌 Usado recientemente 📄 Texto 📐 Matemáticas y trigonométricas 👁️ Utilizar en la fórmula 🔍 Rastrear dependientes ⚠️ Comprobación de errores 🔍 Ventana Inspección
📄 Financieras 🕒 Fecha y hora 📄 Más funciones 👁️ Crear desde la selección 🔍 Quitar flechas 🔍 Evaluar fórmula 🔍 Opciones para el cálculo 🔍 Cálculo
 Biblioteca de funciones Nombres definidos Auditoría de fórmulas

	A	B	C	D	E	F	G
1	t (min)	T (°C)	T analítica	Error %		Parámetros	Valores
2	0	82.30	82.30	0%		T ₀ (°C)	82.30
3	2	78.50	79.12	-1%		r (min ⁻¹)	0.025
4	4	74.30	76.09	-2%		T _a (°C)	17.00
5	6	70.70	73.20	-3%		Δt (min)	2
6	8	67.60	70.46	-4%			
7	10	65.00	67.86	-4%		$T = (T_0 - T_a)e^{-rt} + T_a$	
8	12	62.50	65.38	-4%			
9	14	60.10	63.02	-5%			
10	16	58.10	60.77	-4%			
11	18	56.10	58.64	-4%			
12	20	54.30	56.61	-4%			
13	22	52.80	54.67	-3%			
14	24	51.20	52.84	-3%			
15	26	49.90	51.09	-2%			
16	28	48.60	49.43	-2%			
17	30	47.20	47.85	-1%			
18	32	46.10	46.34	-1%			
19	34	45.00	44.91	0%			



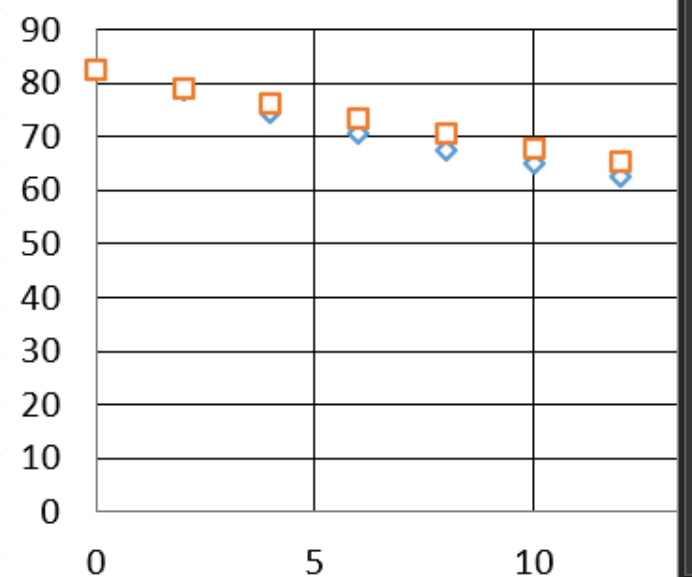
Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda

fx Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores
Financieras Fecha y hora Más funciones Crear desde la selección Quitar flechas Evaluar fórmula
 Biblioteca de funciones Administrador de nombres Nombres definidos Auditoría de fórmulas Ventana Inspección Opciones para el cálculo Cálculo

C2 =(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A2)+G\$4

	A	B	C	D	E	F	G
1	t (min)	T (°C)	T analítica	Error %		Parámetros	Valores
2	0	82.3	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A2)+G\4	$=(B2-C2)/C2$		T0 (°C)	82.3
3	2	78.5	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A3)+G\4	$=(B3-C3)/C3$		r (min ⁻¹)	0.025
4	4	74.3	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A4)+G\4	$=(B4-C4)/C4$		Ta (°C)	17
5	6	70.7	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A5)+G\4	$=(B5-C5)/C5$		Δt (min)	2
6	8	67.6	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A6)+G\4	$=(B6-C6)/C6$			
7	10	65	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A7)+G\4	$=(B7-C7)/C7$			
8	12	62.5	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A8)+G\4	$=(B8-C8)/C8$			
9	14	60.1	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A9)+G\4	$=(B9-C9)/C9$			
10	16	58.1	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A10)+G\4	$=(B10-C10)/C10$			
11	18	56.1	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A11)+G\4	$=(B11-C11)/C11$			
12	20	54.3	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A12)+G\4	$=(B12-C12)/C12$			
13	22	52.8	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A13)+G\4	$=(B13-C13)/C13$			
14	24	51.2	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A14)+G\4	$=(B14-C14)/C14$			
15	26	49.9	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A15)+G\4	$=(B15-C15)/C15$			
16	28	48.6	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A16)+G\4	$=(B16-C16)/C16$			
17	30	47.2	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A17)+G\4	$=(B17-C17)/C17$			
18	32	46.1	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A18)+G\4	$=(B18-C18)/C18$			
19	34	45	$=(G\$2-G\$4)*EXP(-G\$3*A19)+G\4	$=(B19-C19)/C19$			

$$T = (T_0 - T_a)e^{-rt} + T_a$$



Método de Euler

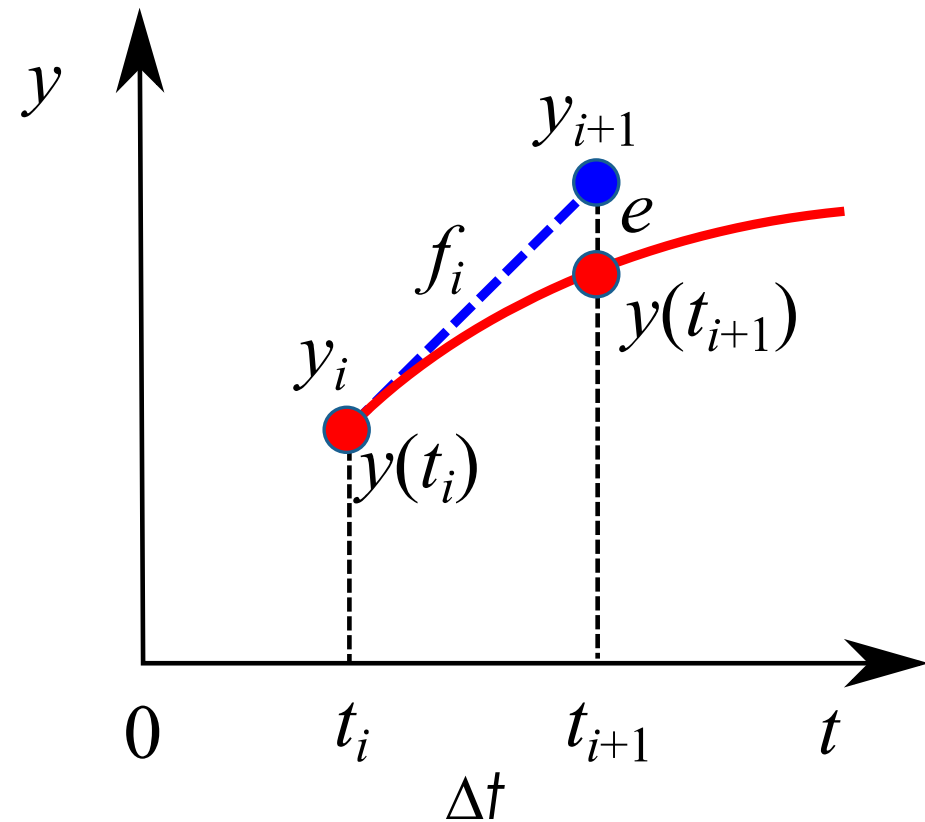
$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} \approx f(t, y) \Rightarrow \Delta y \approx f(t, y) \Delta t$$

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$



Método de Euler

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$

<i>i</i>	<i>t</i>	<i>y</i>
0	0	y_0

Método de Euler

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$

i	t	y
0	0	y_0
1	Δt	$y_1 = y_0 + f(t_0, y_0) \Delta t$

Método de Euler

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$

i	t	y
0	0	y_0
1	Δt	$y_1 = y_0 + f(t_0, y_0) \Delta t$
2	$2 \Delta t$	$y_2 = y_1 + f(t_1, y_1) \Delta t$

Método de Euler

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$

i	t	y
0	0	y_0
1	Δt	$y_1 = y_0 + f(t_0, y_0) \Delta t$
2	$2 \Delta t$	$y_2 = y_1 + f(t_1, y_1) \Delta t$
3	$3 \Delta t$	$y_3 = y_2 + f(t_2, y_2) \Delta t$

Método de Euler

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$

i	t	y
0	0	y_0
1	Δt	$y_1 = y_0 + f(t_0, y_0) \Delta t$
2	$2 \Delta t$	$y_2 = y_1 + f(t_1, y_1) \Delta t$
3	$3 \Delta t$	$y_3 = y_2 + f(t_2, y_2) \Delta t$
...
$i+1$	$(i+1) \Delta t$	$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$

Algoritmo general

Programa Simular;

Inicio

// Lectura de datos.

[U,D,P,X₀,Δt,tf] ← LeerDatos;

// Inicialización

t ← 0;

X ← X₀;

// Resuelve el sistema AEs

Y ← ResoluciónDeAEs(t,X);

MostrarResultados(t,X,Y);

// Simulación

Repetir

// Resuelve el sistema ODEs

X ← IntegrarODEs(t,X,Δt);

t ← t+Δt;

// Resuelve el sistema AEs

Y ← ResoluciónDeAEs(t,X);

MostrarResultados(t,X,Y)

Hasta t = tf

Fin.

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

$$t_i = i \Delta t$$

$$y_0 = y(0)$$

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$$

Programa Taza;

Inicio

// Lectura de datos.

[U, Cp, ρ, V, A, Ta, T₀, Δt, tf] ← LeerDatos;

// Inicialización

t ← 0;

T ← T₀;

// Resuelve el sistema AEs

Q ← U*A*(T-Ta);

MostrarResultados(t, T, Q);

// Simulación

Repetir

// Resuelve el sistema ODEs

T ← T - Q / (V*ρ*Cp) * Δt;

t ← t + Δt;

// Resuelve el sistema AEs

Q ← U*A*(T-Ta);

MostrarResultados(t, T, Q)

Hasta t = tf

Fin.

$$V \rho C_p \frac{dT}{dt} = -Q$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-Q}{V \rho C_p}$$

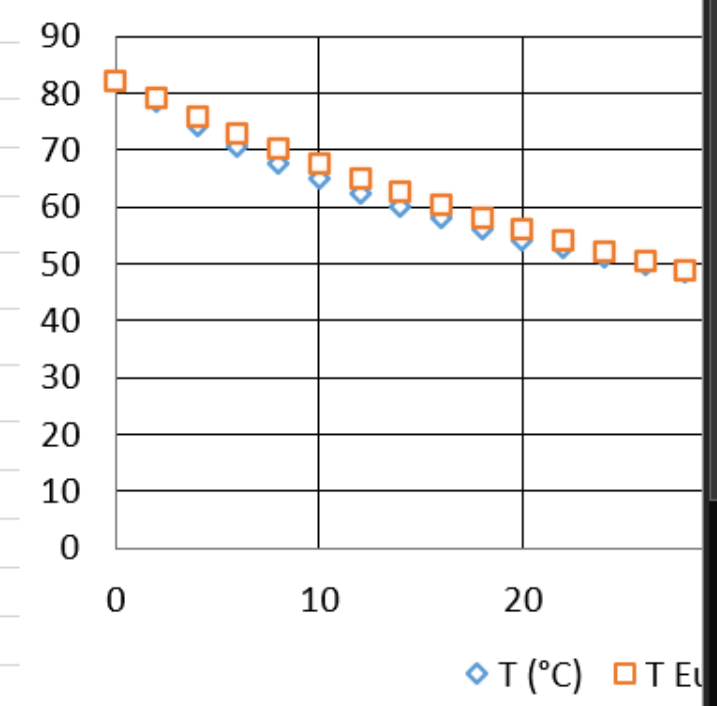
$$T_{i+1} = T_i - \frac{Q_i}{V \rho C_p} \Delta t$$

$$Q_i = U A (T_i - T_a)$$

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda
Comentarios Compartir

fx Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores
Financieras Fecha y hora Más funciones Crear desde la selección Quitar flechas Evaluar fórmula Ventana Inspección Opciones para el cálculo
Biblioteca de funciones Administrador de nombres Nombres definidos Auditoría de fórmulas Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t (min)	T (°C)	T Euler	Q Euler	Error %		Parámetros	Valores				
2	0	82.30	82.30	40.09	0%		T0 (°C)	82.30				
3	2	78.50	79.04	38.08	-1%		r (min ⁻¹)	0.025				
4	4	74.30	75.93	36.18	-2%		Ta (°C)	17.00				
5	6	70.70	72.99	34.37	-3%		Δt (s)	120				
6	8	67.60	70.19	32.65	-4%		U (J/(s·m ² ·°C))	2.71E+01				
7	10	65.00	67.53	31.02	-4%		A (m ²)	2.26E-02				
8	12	62.50	65.00	29.47	-4%		V (m ³)	3.52E-04				
9	14	60.10	62.60	28.00	-4%		rho (kg/m ³)	1000				
10	16	58.10	60.32	26.60	-4%		Cp (J/(kg·°C))	4.19E+03				
11	18	56.10	58.16	25.27	-4%							
12	20	54.30	56.10	24.00	-3%		$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$					
13	22	52.80	54.14	22.80	-2%		$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$					
14	24	51.20	52.29	21.66	-2%							
15	26	49.90	50.52	20.58	-1%							
16	28	48.60	48.85	19.55	-1%							
17	30	47.20	47.25	18.57	0%		$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{m \cdot Cp}$					
18	32	46.10	45.74	17.64	1%							



Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
 Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores
 Financieras Fecha y hora Más funciones Crear desde la selección Quitar flechas Evaluar fórmula
 Biblioteca de funciones Nombres definidos Auditoría de fórmulas Ventana Inspección Opciones para el cálculo Cálculo

D2 =H\$6*H\$7*(C2-H\$4)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t (min)	T (°C)	T Euler	Q Euler	Error %		Parámetros	Valores	
2	0	82.3	=H2	=H\$6*H\$7*(C2-H\$4)	=(B2-C2)/C2		T0 (°C)	82.3	
3	2	78.5	=C2-D2/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C3-H\$4)	=(B3-C3)/C3		r (min ⁻¹)	0.025	
4	4	74.3	=C3-D3/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C4-H\$4)	=(B4-C4)/C4		Ta (°C)	17	
5	6	70.7	=C4-D4/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C5-H\$4)	=(B5-C5)/C5		Δt (s)	120	
6	8	67.6	=C5-D5/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C6-H\$4)	=(B6-C6)/C6		U (J/(s·m ² ·°C))	27.14	
7	10	65	=C6-D6/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C7-H\$4)	=(B7-C7)/C7		A (m ²)	0.02262	
8	12	62.5	=C7-D7/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C8-H\$4)	=(B8-C8)/C8		V (m ³)	0.0003519	
9	14	60.1	=C8-D8/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C9-H\$4)	=(B9-C9)/C9		rho (kg/m ³)	1000	
10	16	58.1	=C9-D9/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C10-H\$4)	=(B10-C10)/C10		Cp (J/(kg·°C))	4187	
11	18	56.1	=C10-D10/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C11-H\$4)	=(B11-C11)/C11				
12	20	54.3	=C11-D11/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C12-H\$4)	=(B12-C12)/C12		$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$		
13	22	52.8	=C12-D12/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C13-H\$4)	=(B13-C13)/C13				
14	24	51.2	=C13-D13/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C14-H\$4)	=(B14-C14)/C14		$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i) \Delta t$		
15	26	49.9	=C14-D14/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C15-H\$4)	=(B15-C15)/C15				
16	28	48.6	=C15-D15/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C16-H\$4)	=(B16-C16)/C16				
17	30	47.2	=C16-D16/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C17-H\$4)	=(B17-C17)/C17		$dT = \frac{Q}{\dots}$		
18	32	46.1	=C17-D17/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C18-H\$4)	=(B18-C18)/C18				

Autoguardado Ley de enfriamiento de Newton.xlsx • Última modificación: Hace 20 h Enrique Eduardo Tarifa

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

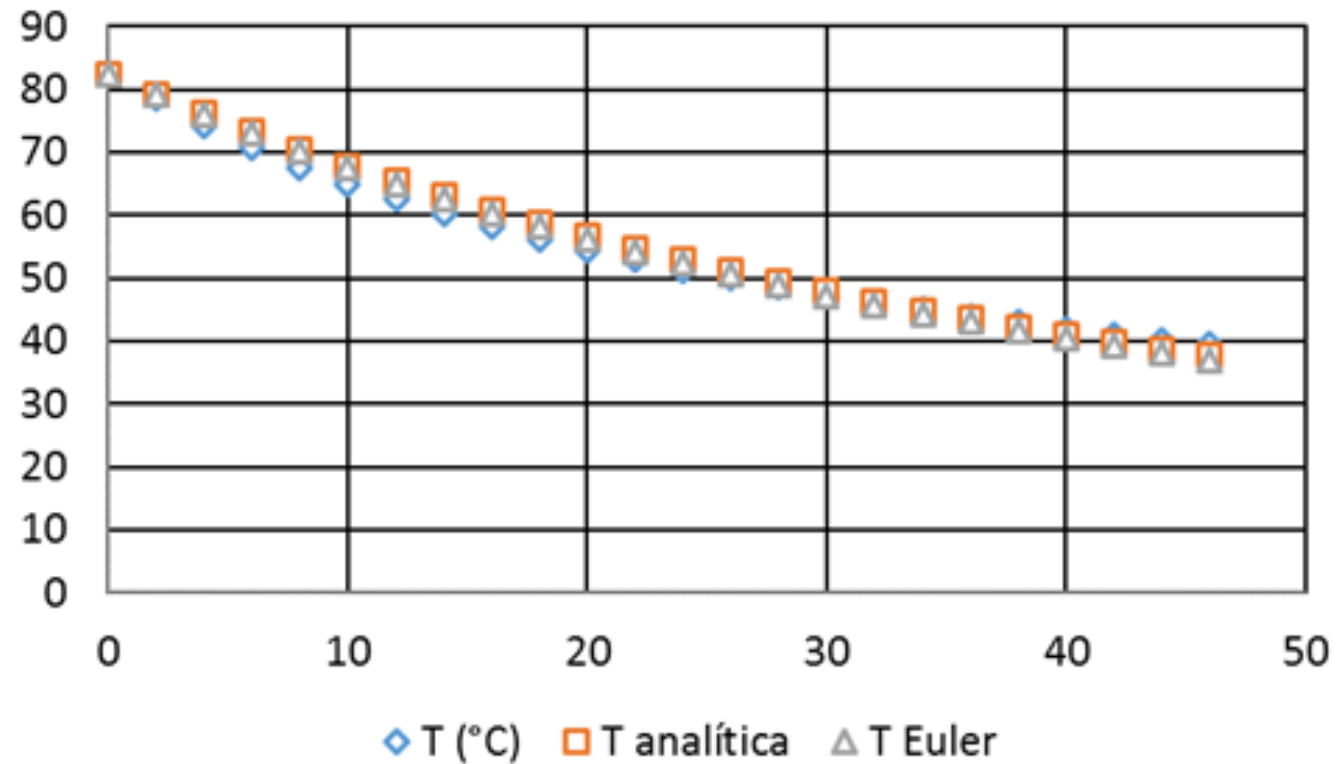
fx Autosuma Lógicas Búsqueda y referencia Asignar nombre Rastrear precedentes Mostrar fórmulas
 Usado recientemente Texto Matemáticas y trigonométricas Administrador de nombres Utilizar en la fórmula Rastrear dependientes Comprobación de errores Ventana Inspección
 Financieras Fecha y hora Más funciones Crear desde la selección Quitar flechas Evaluar fórmula Opciones para el cálculo Cálculo

Biblioteca de funciones Nombres definidos Auditoría de fórmulas

C3 =C2-D2/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t (min)	T (°C)	T Euler	Q Euler	Error %		Parámetros	Valores	
2	0	82.3	=H2	=H\$6*H\$7*(C2-H\$4)	=(B2-C2)/C2		T0 (°C)	82.3	
3	2	78.5	=C2-D2/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C3-H\$4)	=(B3-C3)/C3		r (min ⁻¹)	0.025	
4	4	74.3	=C3-D3/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C4-H\$4)	=(B4-C4)/C4		Ta (°C)	17	
5	6	70.7	=C4-D4/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C5-H\$4)	=(B5-C5)/C5		Δt (s)	120	
6	8	67.6	=C5-D5/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C6-H\$4)	=(B6-C6)/C6		U (J/(s·m ² ·°C))	27.14	
7	10	65	=C6-D6/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C7-H\$4)	=(B7-C7)/C7		A (m ²)	0.02262	
8	12	62.5	=C7-D7/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C8-H\$4)	=(B8-C8)/C8		V (m ³)	0.0003519	
9	14	60.1	=C8-D8/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C9-H\$4)	=(B9-C9)/C9		rho (kg/m ³)	1000	
10	16	58.1	=C9-D9/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C10-H\$4)	=(B10-C10)/C10		Cp (J/(kg·°C))	4187	
11	18	56.1	=C10-D10/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C11-H\$4)	=(B11-C11)/C11				
12	20	54.3	=C11-D11/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C12-H\$4)	=(B12-C12)/C12		$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$		
13	22	52.8	=C12-D12/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C13-H\$4)	=(B13-C13)/C13				
14	24	51.2	=C13-D13/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C14-H\$4)	=(B14-C14)/C14		$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i)\Delta t$		
15	26	49.9	=C14-D14/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C15-H\$4)	=(B15-C15)/C15				
16	28	48.6	=C15-D15/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C16-H\$4)	=(B16-C16)/C16				
17	30	47.2	=C16-D16/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C17-H\$4)	=(B17-C17)/C17		$dT = \frac{Q}{\dots}$		
18	32	46.1	=C17-D17/(H\$8*H\$9*H\$10)*H\$5	=H\$6*H\$7*(C18-H\$4)	=(B18-C18)/C18				

Simulaciones



Ver Ley de enfriamiento de Newton. xlsx y SMath.