

Generación de números aleatorios Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Mapa curricular de la materia

- Definiciones
- Sistemas determinísticos
- Sistemas estocásticos
- Sistemas continuos

Mapa curricular de la materia

- Definiciones
- Sistemas determinísticos
- **Sistemas estocásticos**
- Sistemas continuos

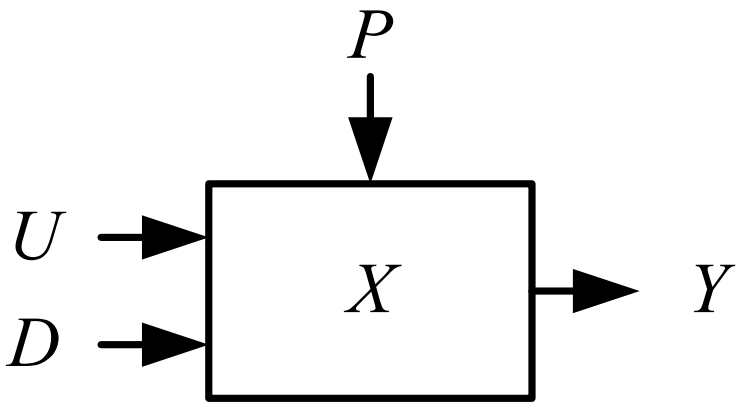
Mapa curricular de generación de números aleatorios

1. Números aleatorios
2. Números seudoaleatorios
3. Método de la congruencia lineal
4. Pruebas de calidad
5. Generadores de variables aleatorias
6. Generador exponencial
7. Generador triangular
8. Generadores discretos

Generación de números aleatorios

Clasificación de variables

- Parámetros (*P*)
- Variables de entrada:
  - Manipulables (*U*)
  - Perturbación (*D*)
- Variables de salida (*Y*)
- Variables internas (*I*)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



Una variable es un símbolo que se usa para designar valores.

Cajero automático

- El usuario es el banco.
- Objetivo: Determinar cuándo se debe recargar.
- Variables tipo *D*:
  - Tiempo entre arribos de clientes
  - Tipo de operación
  - Monto de operación



Simulador de vuelo

- Los usuarios son los pilotos.
- Objetivo: Capacitar a los pilotos.
- Variables tipo *D*:
  - Cantidad de pasajeros
  - Peso de cada pasajero
  - Peso de cada equipaje



Estrategia

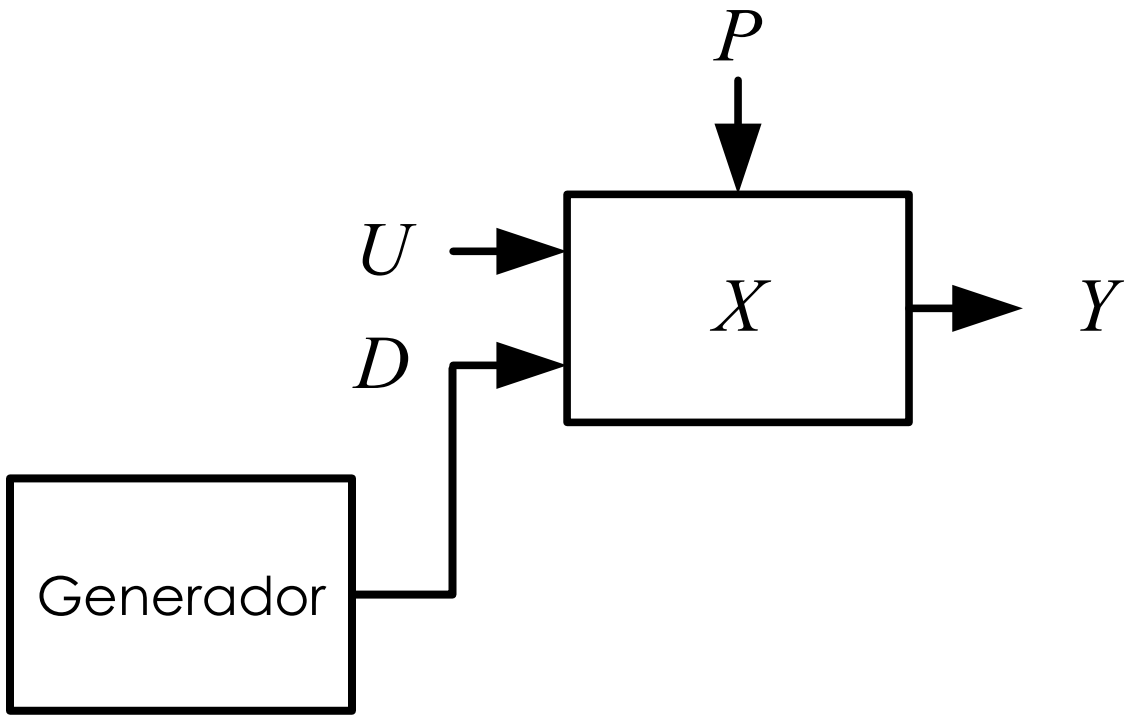
Sistema
- *X*

Entradas
- $f(x) \circ p(x)$

Generador
- *X*

- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Generador



Números aleatorios

Números aleatorios

- Un número aleatorio *R* es aquel que se obtiene al azar.
- Es una variable continua.
- Propiedades de una secuencia de números aleatorios $r_1, r_2, r_3, \ldots$:
  - Uniformidad
  - Independencia

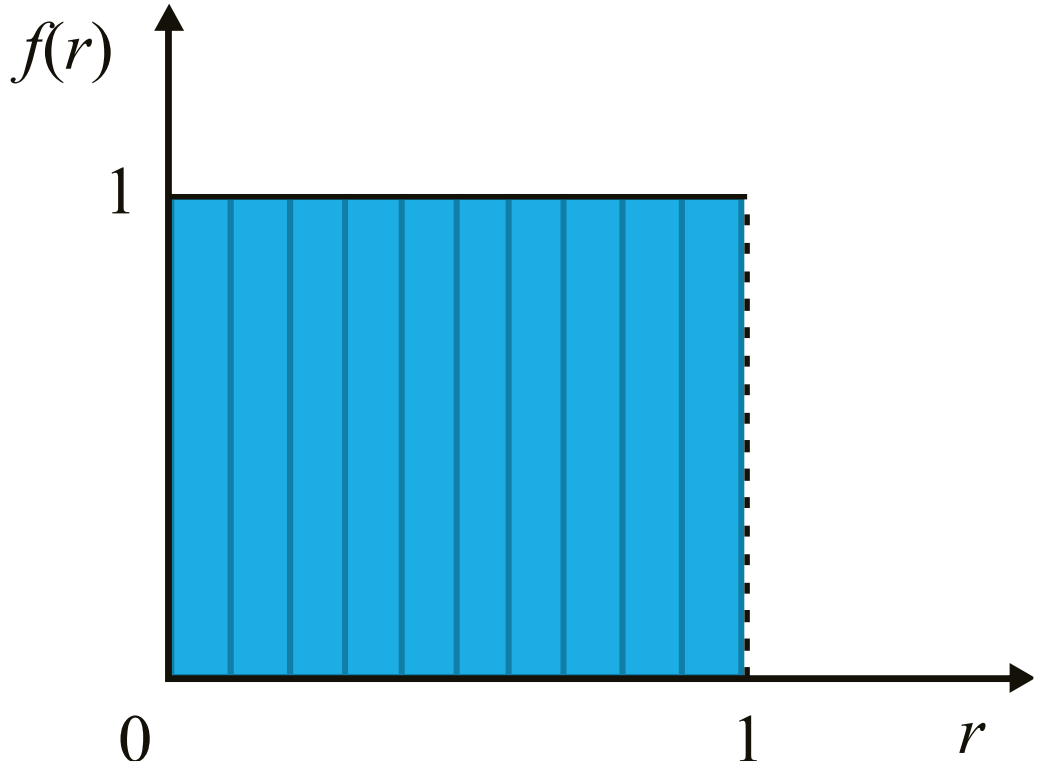
$$f(r) = \begin{cases} 1 & 0 \le r \le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mathrm{E}(R) = \int_0^1 r\,dr = \left.\frac{r^2}{2}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$\mathrm{V}(R) = \int_0^1 r^2\,dx - [\mathrm{E}(R)]^2 = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Números aleatorios

- Consecuencias:
  - Si el intervalo [0, 1] es dividido en *c* clases, el número esperado de *n* observaciones en cada intervalo es *n*/*c*.
  - La probabilidad de observar un valor en un intervalo en particular es independiente de los valores previamente observados: 1/*c*.



Ejemplos

- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09 ✗
- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 1.00, 0.99, 0.98, 0.97, 0.96 ✗
- 0.14, 0.71, 0.65, 0.28, 0.21, 0.84, 0.66, 0.70, 0.67, 0.88 ✓

Random Number Table

13962	70992	65172	28053	02190	83634	66012	70305	66761	88344
43905	46941	72300	11641	43548	30455	07686	31840	03261	89139
00504	48658	38051	59408	16508	82979	92002	63606	41078	86326
61274	57238	47267	35303	29066	02140	60867	39847	50968	96719
43753	21159	16239	50595	62509	61207	86816	29902	23395	72640
83503	51662	21636	68192	84294	38754	84755	34053	94582	29215
36807	71420	35804	44862	23577	79551	42003	58684	09271	68396
19110	55680	18792	41487	16614	83053	00812	16749	45347	88199
82615	86984	93290	87971	60022	35415	20852	02909	99476	45568
05621	26584	36493	63013	68181	57702	49510	75304	38724	15712

Las computadoras no pueden generar números aleatorios.

Números seudoaleatorios

Números seudoaleatorios

- Emulan a los números aleatorios.
- Son generados por un algoritmo.
- Son una cantidad limitada de números distintos.
- Se pueden volver a generar en una misma secuencia.
- Su utilidad depende de la calidad del generador.

El gobierno porteño quiere reemplazar los tradicionales bolilleros de la Quiniela por un sistema que despierta sospechas

Lanzó una licitación para comprar dos computadoras cuyo código fuente será inaccesible para los técnicos. Un hombre del gobierno fue señalado por su interés en el tema

13 de Septiembre de 2019



Según las especificaciones técnicas del pliego, LOTBA, la sociedad del Estado que se creó para asumir las competencias que ejercía Lotería Nacional, pretende incorporar dos computadoras con el hardware y el software necesario para registrar todas las apuestas y realizar sorteos automáticos RNG (Random Number Generator).

El caso de los Niños Cantores en 1942

Método de congruencia lineal

Método de congruencia lineal

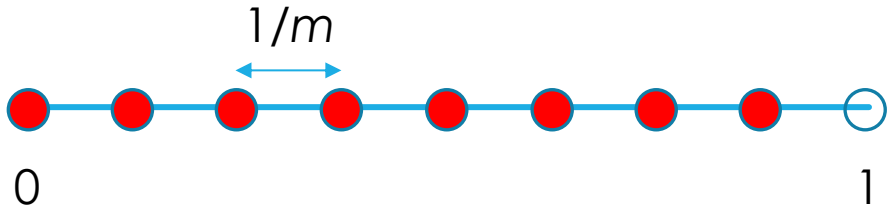
- $x_i \in N$
- x_0: semilla
- a: constante multiplicativa
- c: incremento
- m: módulo
- $c \neq 0$: congruencia mixta
- $c = 0$: congruencia multiplicativa
- mod: resto de la división entera

$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

- $x_i \in \{0, 1, 2, \ldots, (m-1)\}$
- $r_i \in \{0, 1/m, 2/m, \ldots, (m-1)/m\}$
- Propiedades de *R*:
  - Es discreto.
  - Cuando $m \to \infty$, $(m-1)/m \to 1$.
  - El gap mínimo es $1/m$.
  - Son posibles *m* valores distintos.
  - El periodo o longitud de ciclo es $P \leq m$.

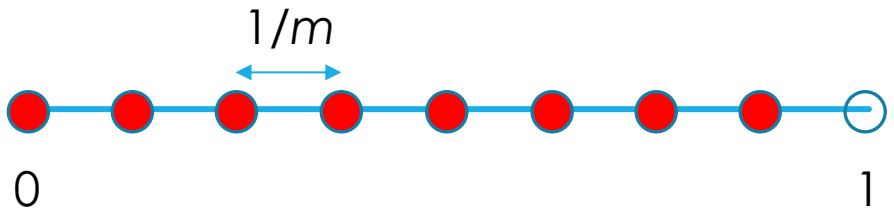


$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

- Calidad:
  - Uniformidad
  - Máxima densidad: *gaps* → 0
  - *P* grande
- Requisitos:
  - *m* grande para máxima densidad.
  - *m grande* y *a*, *c* y X_0 apropiados para *P* grande.



$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Cálculo de *r*

- *a* = 17
- *c* = 43
- *m* = 100
- x_0 = 27

$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

i	x	*r*
0	27	---
1	2	0.02
2	77	0.77
3	52	0.52

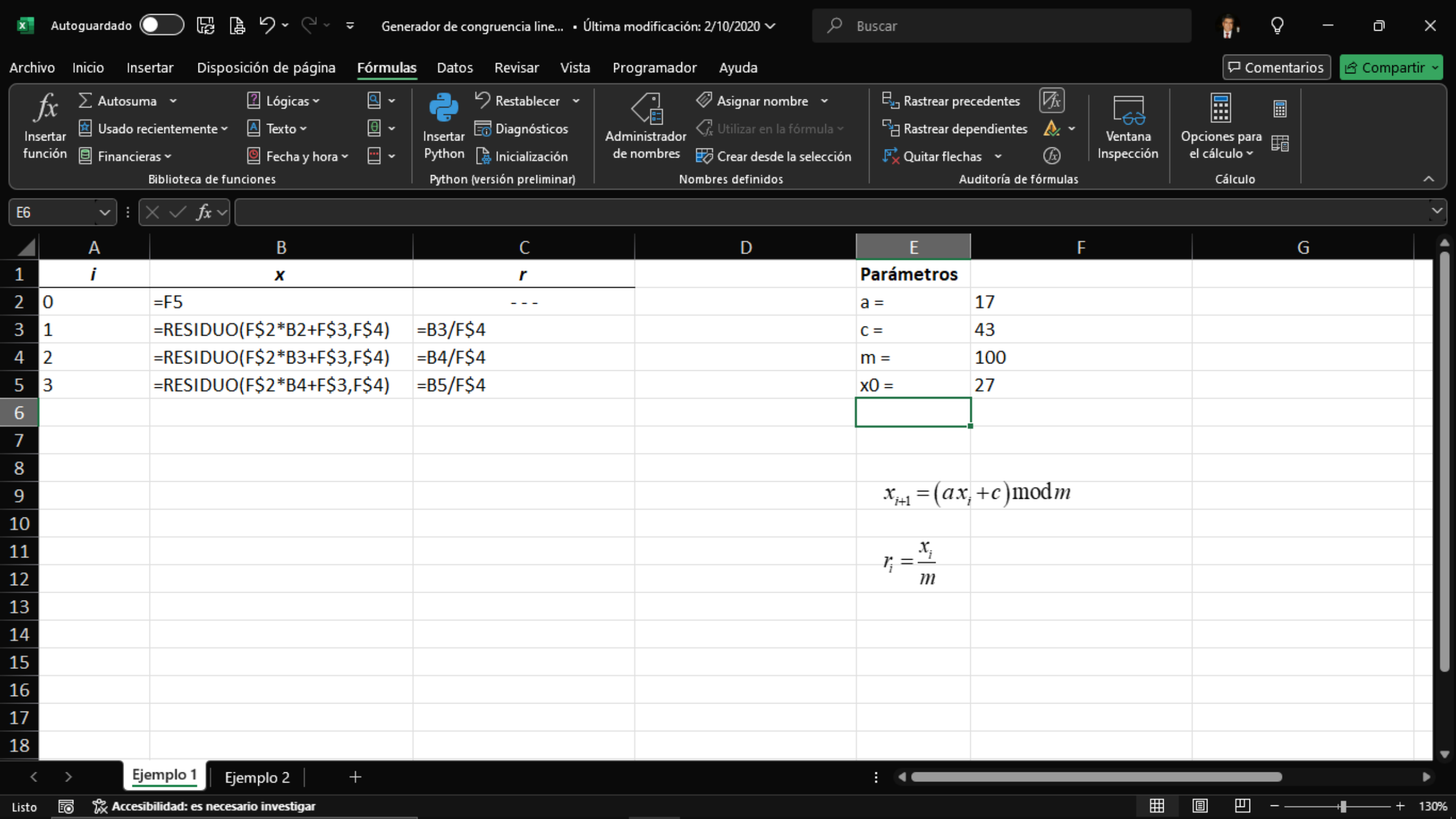
Generador de congruencia lineal.xlsx

	i	x	r
0	27	- - -
1	2	0.02
2	77	0.77
3	52	0.52

Parámetros	
a =	17
c =	43
m =	100
x0 =	27

$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

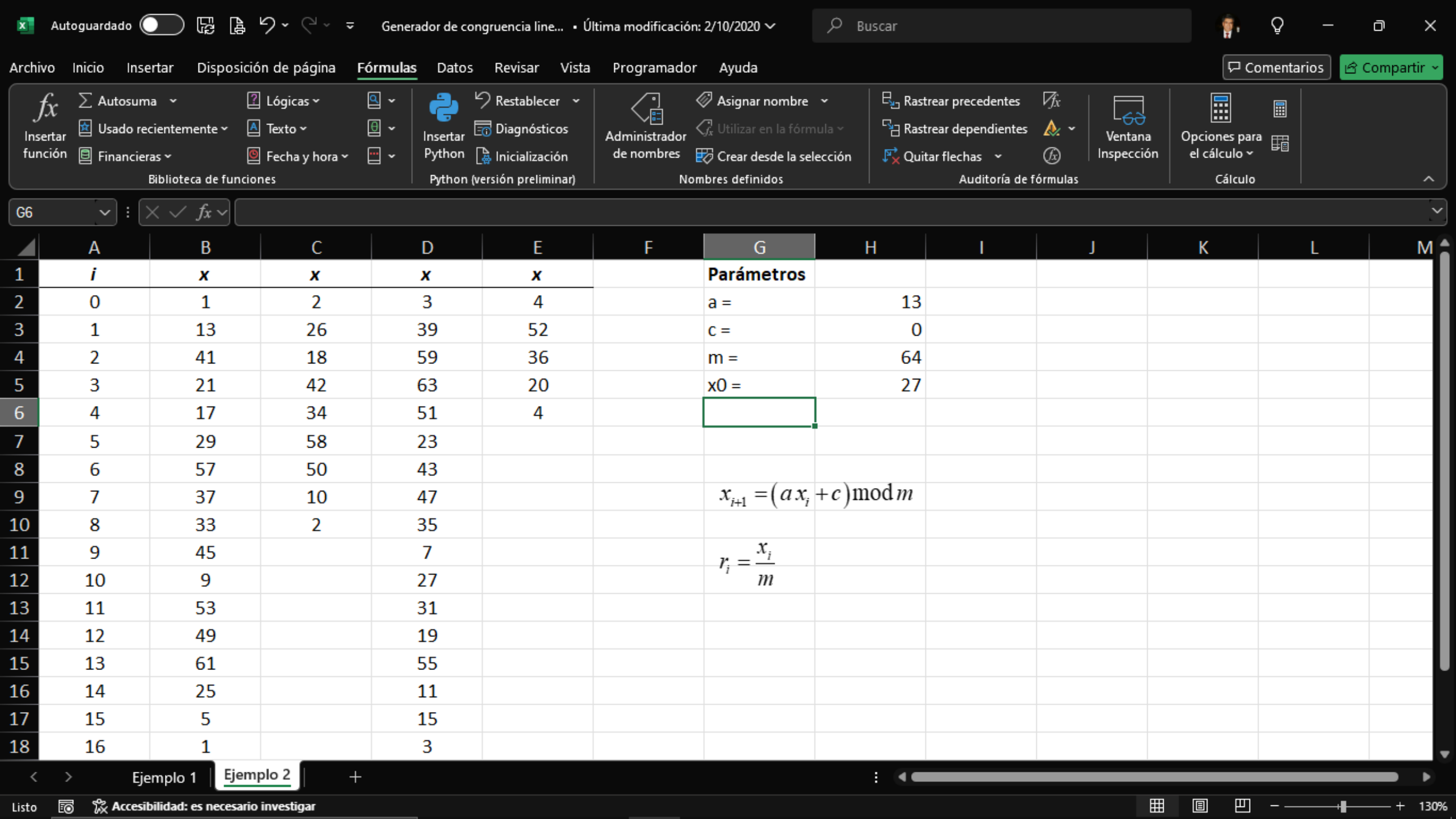


	A	B	C	D	E	F	G
1	***i***	***x***	***r***		**Parámetros**		
2	0	=F5	- - -		a =	17	
3	1	=RESIDUO(F$2*B2+F$3,F$4)	=B3/F$4		c =	43	
4	2	=RESIDUO(F$2*B3+F$3,F$4)	=B4/F$4		m =	100	
5	3	=RESIDUO(F$2*B4+F$3,F$4)	=B5/F$4		x0 =	27	
6							
7							
8							
9					$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$		
10							
11					$r_i = \frac{x_i}{m}$		
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

Longitud de ciclo

- $a = 13$
- $c = 0$
- $m = 2^6 = 64$
- $x_0 = 1, 2, 3$ y 4
- $P = 16, 8, 16$ y 4
- $x \in \{1, 5, 9, 13, \ldots, 53, 57, 61\}$
- $r \in \{1/64, 5/64, 9/64, \ldots, 61/64\}$
- $gap = 5/64-1/64 = 4/64 = 0.0625$

i	x	x	x	x
0	1	2	3	4
1	13	26	39	52
2	41	18	59	36
3	21	42	63	20
4	17	34	51	4
5	29	58	23	
6	57	50	43	
7	37	10	47	
8	33	2	35	
9	45		7	
10	9		27	
11	53		31	
12	49		19	
13	61		55	
14	25		11	
15	5		15	
16	1		3	



Autoguardado | Generador de congruencia line... • Última modificación: 2/10/2020 | Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora — Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización — Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección — Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas — Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo — Cálculo

G6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	***i***	***x***	***x***	***x***	***x***		**Parámetros**						
2	0	1	2	3	4		a =	13					
3	1	13	26	39	52		c =	0					
4	2	41	18	59	36		m =	64					
5	3	21	42	63	20		x0 =	27					
6	4	17	34	51	4								
7	5	29	58	23									
8	6	57	50	43									
9	7	37	10	47			$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$						
10	8	33	2	35									
11	9	45		7			$r_i = \frac{x_i}{m}$						
12	10	9		27									
13	11	53		31									
14	12	49		19									
15	13	61		55									
16	14	25		11									
17	15	5		15									
18	16	1		3									

Ejemplo 1 | Ejemplo 2

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Autoguardado | Generador de congruencia lineal... | Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora — Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización — Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección — Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas — Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo — Cálculo

G6

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	***i***	***x***	***x***	***x***	***x***		**Parámetros**	
2	0	1	2	3	4		a =	13
3	1	=RESIDUO($H$2*B2+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C2+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D2+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E2+$H$3,$H$4)		c =	0
4	2	=RESIDUO($H$2*B3+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C3+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D3+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E3+$H$3,$H$4)		m =	=2^6
5	3	=RESIDUO($H$2*B4+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C4+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D4+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E4+$H$3,$H$4)		x0 =	27
6	4	=RESIDUO($H$2*B5+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C5+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D5+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E5+$H$3,$H$4)			
7	5	=RESIDUO($H$2*B6+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C6+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D6+$H$3,$H$4)				
8	6	=RESIDUO($H$2*B7+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C7+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D7+$H$3,$H$4)				
9	7	=RESIDUO($H$2*B8+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C8+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D8+$H$3,$H$4)			$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$	
10	8	=RESIDUO($H$2*B9+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C9+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D9+$H$3,$H$4)				
11	9	=RESIDUO($H$2*B10+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D10+$H$3,$H$4)			$r_i = \frac{x_i}{m}$	
12	10	=RESIDUO($H$2*B11+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D11+$H$3,$H$4)				
13	11	=RESIDUO($H$2*B12+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D12+$H$3,$H$4)				
14	12	=RESIDUO($H$2*B13+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D13+$H$3,$H$4)				
15	13	=RESIDUO($H$2*B14+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D14+$H$3,$H$4)				
16	14	=RESIDUO($H$2*B15+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D15+$H$3,$H$4)				
17	15	=RESIDUO($H$2*B16+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D16+$H$3,$H$4)				
18	16	=RESIDUO($H$2*B17+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D17+$H$3,$H$4)				
19								
20								
21								

Ejemplo 1 | Ejemplo 2 | +

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 110%

Cálculo de *r*

- $a = 7^5 = 16807$
- $c = 0$
- $m = 2^{31}-1 = 2147483647$
- $x_0 = 123457$

i	*x*	*r*
0	123457	---
1	2074941799	0.9662
2	559872160	0.2607
3	1645535613	0.7662

- `ALEATORIO()` en Excel
- `Rnd()` en Visual Basic

Pruebas de calidad

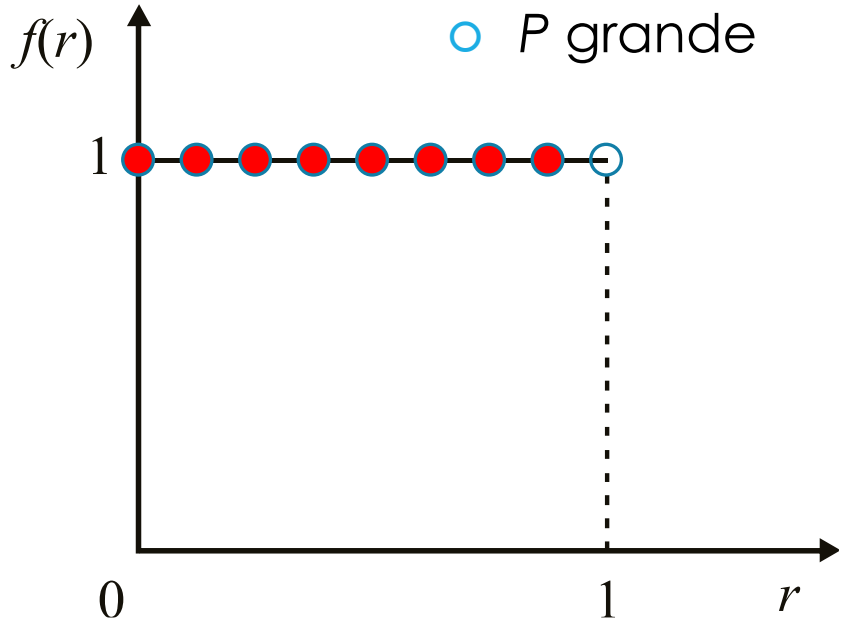
Prueba de calidad de un generador

Números aleatorios

- Uniformidad
- Independencia

Generador

- Uniformidad
- Máxima densidad: *gaps* → 0
- *P* grande



Prueba de calidad de un generador

- Prueba de frecuencia: Usa el método de Kolmogorov-Smirnov o el método chi-cuadrado para comparar una distribución uniforme con la secuencia generada.
- Prueba de corridas o rachas (*runs test*): Utiliza el chi-cuadrado para determinar la presencia anormal de grupos de números ascendentes, descendentes, por encima del promedio, o por debajo del promedio.

Prueba de calidad de un generador

- Prueba de autocorrelación: Compara la correlación existente entre los elementos de una secuencia con la correlación nula esperada.
- Prueba de huecos (*gap test*): Cuenta la cantidad de dígitos entre dos sucesivas repeticiones de un mismo dígito, y utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov para comparar esta cantidad con el valor esperado.
- Prueba de póker: Controla que la frecuencia de aparición de dígitos en una serie de números sea la esperada.

Generadores de variables aleatorias

Variables aleatorias

R

- Número aleatorio
- Distribución uniforme

X

- Variable aleatoria
- Cualquier distribución $f(x)$ o $p(x)$

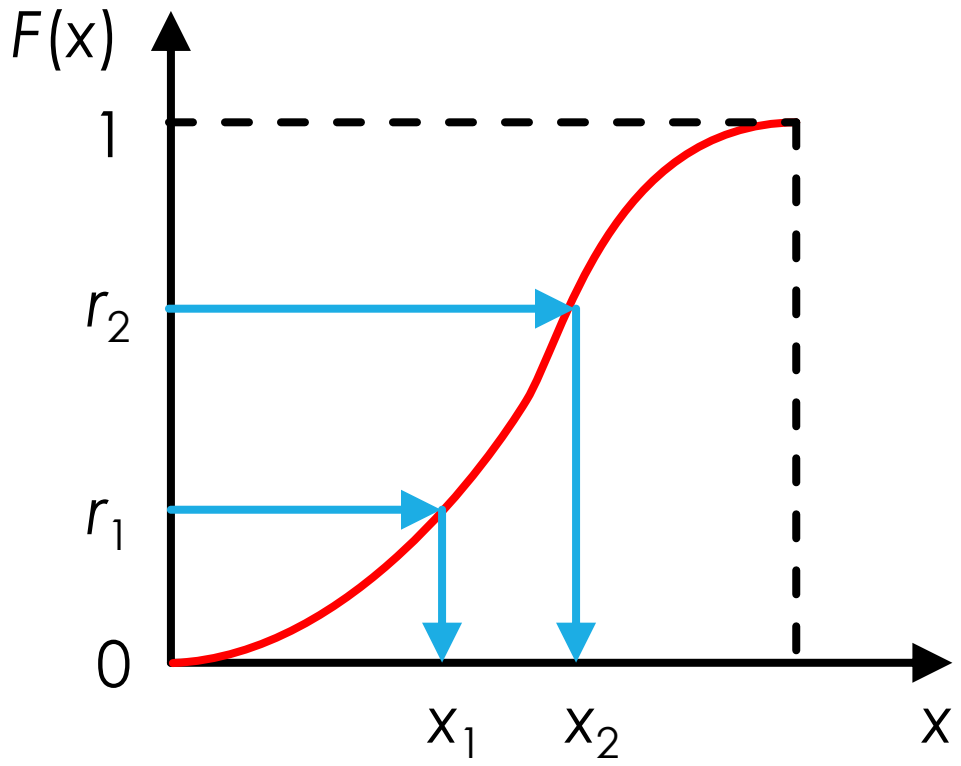
Método de la transformada inversa

Método de la transformada inversa

Método analítico

1. Dada $f(x)$ o $p(x)$
2. Obtener $F(x)$
3. Plantear $F(x) = r$
4. Despejar $x = F^{-1}(r)$

Método gráfico



Generador exponencial

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$$F(x)=1-e^{-\lambda x}=r$$

$$x=F^{-1}(r)=-\frac{1}{\lambda}\ln(1-r)$$

$$x=-\frac{1}{\lambda}\ln(r)$$

- `LN(x)` en Excel
- `Log(x)` en Visual Basic

Generador exponencial.xlsx

E2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	*i*	***r***	**x**		lambda =	2							
2	1	0.3289907	0.5558629										
3	2	0.3630907	0.5065513										
4	3	0.6009745	0.2546014		$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(r)$								
5	4	0.3493557	0.5258324										
6	5	0.2051338	0.7920465										
7	6	0.1327305	1.0097174										
8	7	0.6859705	0.1884603										
9	8	0.6858938	0.1885162										
10	9	0.1014607	1.1440418										
11	10	0.6745932	0.1968227										
12	11	0.2740653	0.6471944										
13	12	0.149306	0.9508786										
14	13	0.8391399	0.0876889										
15	14	0.2662652	0.6616312										
16	15	0.991549	0.0042435										
17	16	0.9424077	0.0296586										
18	17	0.2818279	0.6332293										

Autoguardado | Generador exponencial... | Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora — Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización — Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección — Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas — Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo — Cálculo

E2

	A	B	C	D	E	F	G
1	*i*	*r*	**x**		lambda =	2	
2	1	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B2)				
3	2	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B3)				
4	3	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B4)		$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(r)$		
5	4	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B5)				
6	5	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B6)				
7	6	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B7)				
8	7	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B8)				
9	8	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B9)				
10	9	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B10)				
11	10	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B11)				
12	11	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B12)				
13	12	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B13)				
14	13	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B14)				
15	14	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B15)				
16	15	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B16)				
17	16	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B17)				
18	17	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B18)				

Original | Fijo

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Generador uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a \le x \le b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} = r$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \le x \le b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

$$x = a + (b-a)r$$

Generador triangular

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a\le x<b\\ \dfrac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & b\le x\le c\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le a\\ \dfrac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & a<x\le b\\ 1-\dfrac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)} & b<x\le c\\ 1 & x>c\end{cases}$$

$$x=\begin{cases}a+\sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0\le r<\dfrac{b-a}{c-a}\\ c-\sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a}\le r\le 1\end{cases}$$

Generador triangular

1. *r* = ALEATORIO()
2. *xi* = *a*+RAIZ((*b*-*a*)*(*c*-*a*)**r*)
3. *xd* = *c*-RAIZ((*c*-*b*)*(*c*-*a*)*(1-*r*))
4. SI(*r* < (*b*-*a*)/(*c*-*a*),*xi*,*xd*)

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \le r < \dfrac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a} \le r \le 1 \end{cases}$$

Generador triangular.xlsx

Autoguardado | Generador triangular... • Guardando... | Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora — Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización — Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección — Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas — Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo — Cálculo

G4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	*i*	*r*	*xi*	*xd*	*x*		a =	0					
2	1	0.0059836	0.2679618	1.1156993	0.2679618		b =	2					
3	2	0.1046629	1.120694	1.3644752	1.120694		c =	6					
4	3	0.1062198	1.1289986	1.3685073	1.1289986								
5	4	0.6285756	2.7464353	3.0143366	3.0143366								
6	5	0.358377	2.0737705	2.0758501	2.0758501								
7	6	0.2337188	1.6747018	1.7115565	1.6747018								
8	7	0.0207605	0.4991257	1.15214	0.4991257								
9	8	0.6325252	2.7550502	3.0302532	3.0302532								
10	9	0.1770185	1.4574712	1.5557278	1.4574712								
11	10	0.0174828	0.4580319	1.1440332	0.4580319								
12	11	0.5381349	2.5411844	2.6706212	2.6706212								
13	12	0.487458	2.4185732	2.4927208	2.4927208								
14	13	0.4520367	2.3290428	2.3735529	2.3735529								
15	14	0.5606974	2.5939099	2.752961	2.752961								
16	15	0.6216645	2.7312954	2.9866877	2.9866877								
17	16	0.5752524	2.6273616	2.8072047	2.8072047								
18	17	0.0343818	0.6423248	1.1859749	0.6423248								

$$x=\begin{cases} a+\sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0\le r<\dfrac{b-a}{c-a} \\ c-\sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a}\le r\le 1 \end{cases}$$

Original | Fijo

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Autoguardado | Generador triangular... | Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora — Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización — Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección — Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas — Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo — Cálculo

G4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	*i*	*r*	*xi*	*xd*	*x*		a =	0
2	1	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B2)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B2))	=SI(B2<(bt-at)/(ct-at),C2,D2)		b =	2
3	2	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B3)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B3))	=SI(B3<(bt-at)/(ct-at),C3,D3)		c =	6
4	3	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B4)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B4))	=SI(B4<(bt-at)/(ct-at),C4,D4)			
5	4	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B5)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B5))	=SI(B5<(bt-at)/(ct-at),C5,D5)			
6	5	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B6)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B6))	=SI(B6<(bt-at)/(ct-at),C6,D6)			
7	6	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B7)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B7))	=SI(B7<(bt-at)/(ct-at),C7,D7)			
8	7	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B8)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B8))	=SI(B8<(bt-at)/(ct-at),C8,D8)			
9	8	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B9)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B9))	=SI(B9<(bt-at)/(ct-at),C9,D9)			
10	9	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B10)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B10))	=SI(B10<(bt-at)/(ct-at),C10,D10)			
11	10	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B11)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B11))	=SI(B11<(bt-at)/(ct-at),C11,D11)			
12	11	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B12)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B12))	=SI(B12<(bt-at)/(ct-at),C12,D12)			
13	12	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B13)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B13))	=SI(B13<(bt-at)/(ct-at),C13,D13)			
14	13	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B14)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B14))	=SI(B14<(bt-at)/(ct-at),C14,D14)			
15	14	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B15)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B15))	=SI(B15<(bt-at)/(ct-at),C15,D15)			
16	15	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B16)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B16))	=SI(B16<(bt-at)/(ct-at),C16,D16)			
17	16	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B17)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B17))	=SI(B17<(bt-at)/(ct-at),C17,D17)			
18	17	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B18)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B18))	=SI(B18<(bt-at)/(ct-at),C18,D18)			

$$x=\begin{cases} a+\sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0\le r<\frac{b-a}{c-a} \\ c-\sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a}\le r\le 1 \end{cases}$$

Original | Fijo

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Distribuciones discretas

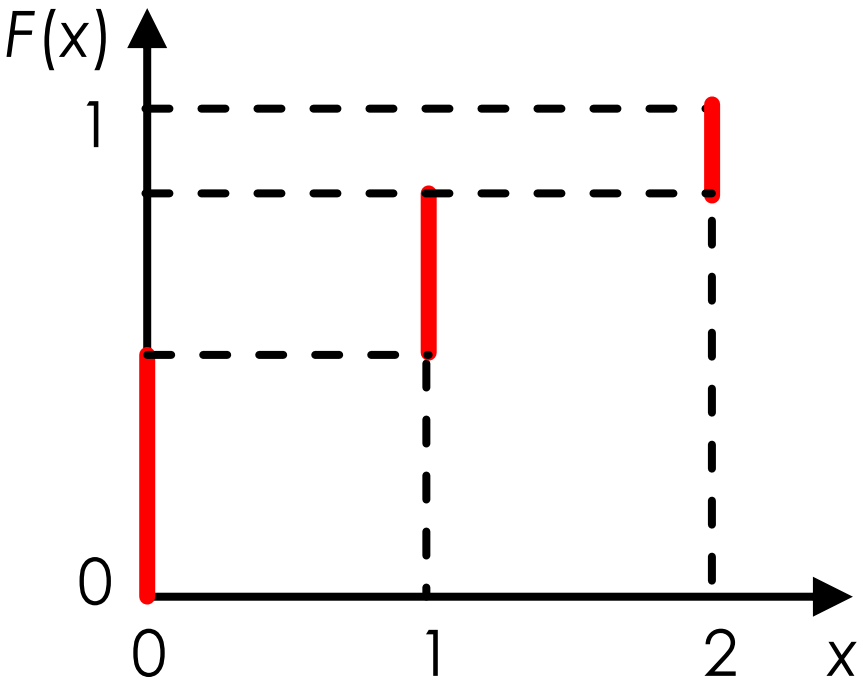
i	x	*p*(x)
1	0	0.5
2	1	0.3
3	2	0.2

Distribuciones discretas

i	x	p(x)	F(x)
1	0	0.5	0.5
2	1	0.3	0.8
3	2	0.2	1.0

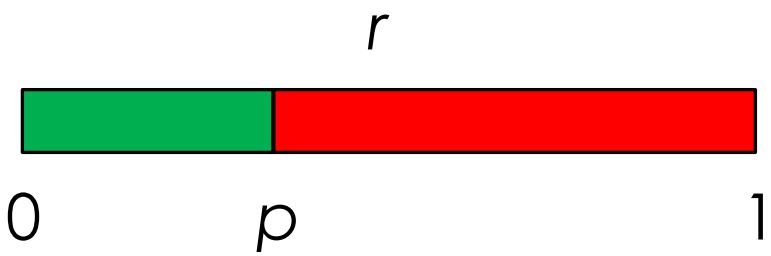
$$x = \begin{cases} 0 & r \le 0.5 \\ 1 & 0.5 < r \le 0.8 \\ 2 & 0.8 < r \le 1.0 \end{cases}$$



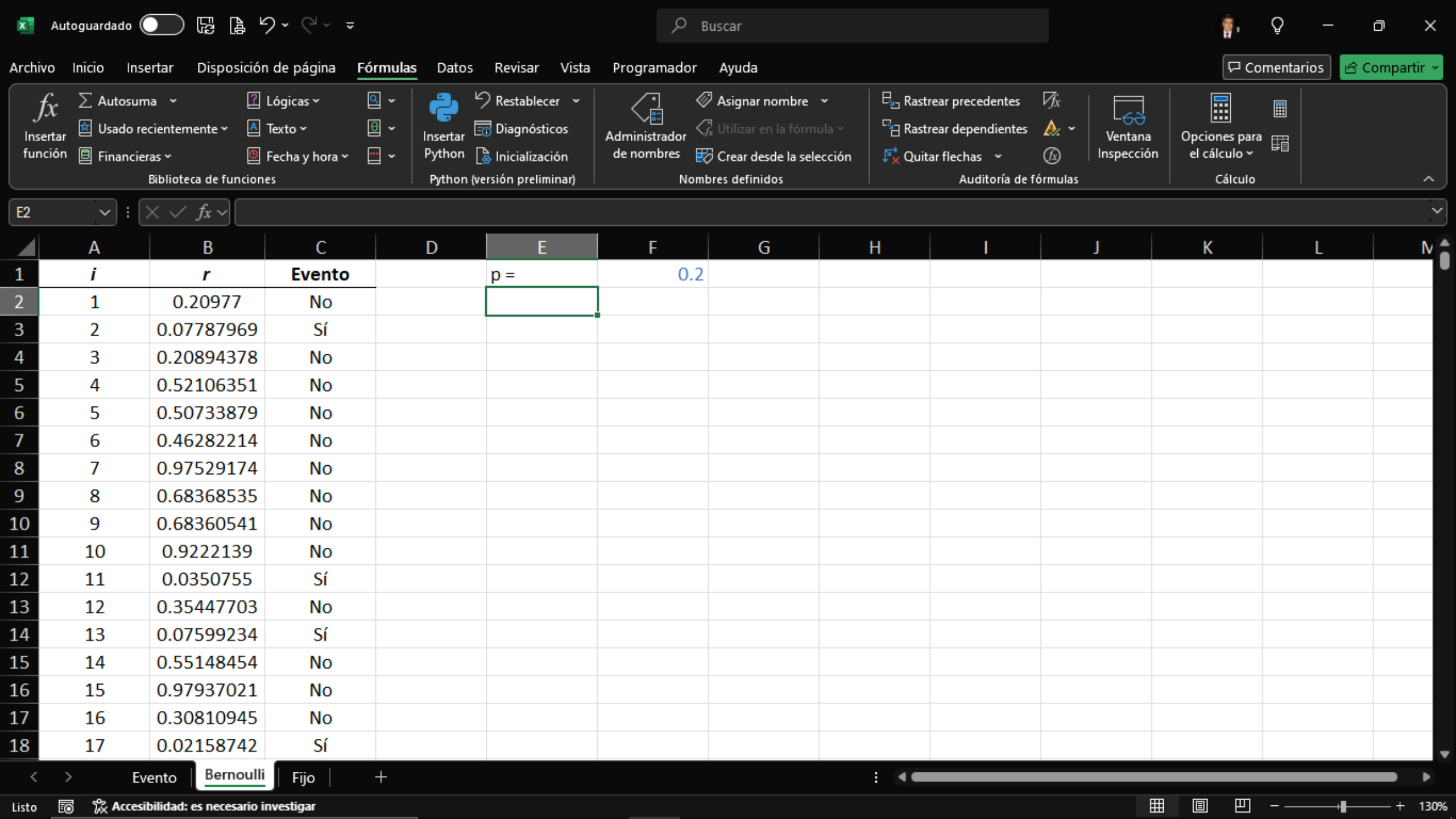


Evento con probabilidad *p*

1. Generar *r*.
2. Si *r* < *p*, ocurre el evento.



Simulación de un evento.xlsx



Autoguardado

Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora | Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización | Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección | Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas | Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

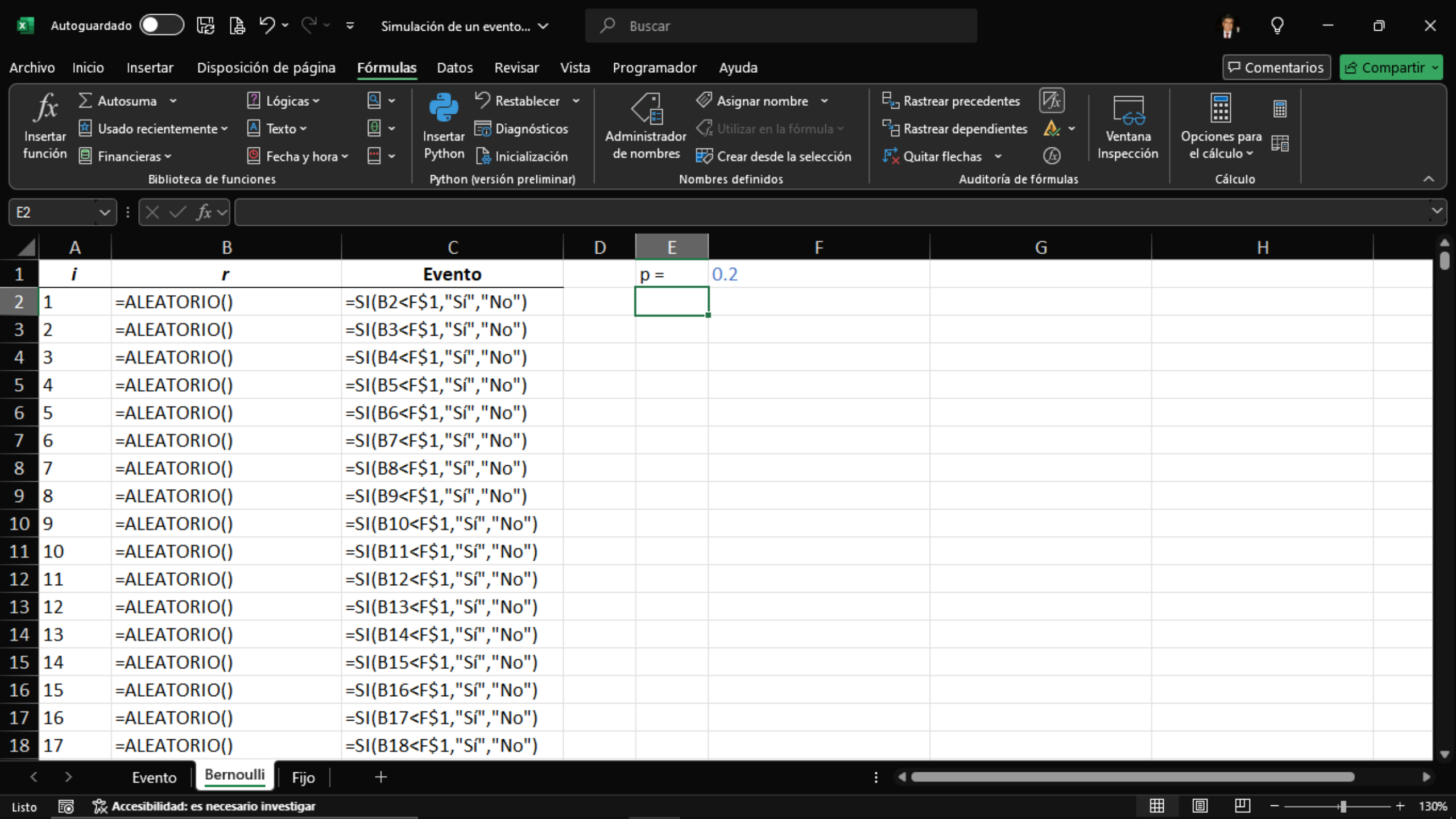
Opciones para el cálculo | Cálculo

E2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	***i***	***r***	**Evento**		p =	0.2							
2	1	0.20977	No										
3	2	0.07787969	Sí										
4	3	0.20894378	No										
5	4	0.52106351	No										
6	5	0.50733879	No										
7	6	0.46282214	No										
8	7	0.97529174	No										
9	8	0.68368535	No										
10	9	0.68360541	No										
11	10	0.9222139	No										
12	11	0.0350755	Sí										
13	12	0.35447703	No										
14	13	0.07599234	Sí										
15	14	0.55148454	No										
16	15	0.97937021	No										
17	16	0.30810945	No										
18	17	0.02158742	Sí										

Evento | Bernoulli | Fijo

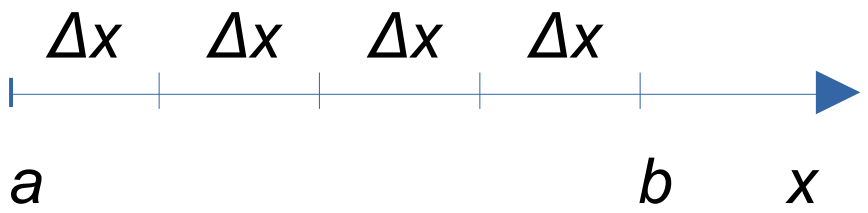
Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	***i***	***r***	**Evento**		p =	0.2		
2	1	=ALEATORIO()	=SI(B2<F$1,"Sí","No")					
3	2	=ALEATORIO()	=SI(B3<F$1,"Sí","No")					
4	3	=ALEATORIO()	=SI(B4<F$1,"Sí","No")					
5	4	=ALEATORIO()	=SI(B5<F$1,"Sí","No")					
6	5	=ALEATORIO()	=SI(B6<F$1,"Sí","No")					
7	6	=ALEATORIO()	=SI(B7<F$1,"Sí","No")					
8	7	=ALEATORIO()	=SI(B8<F$1,"Sí","No")					
9	8	=ALEATORIO()	=SI(B9<F$1,"Sí","No")					
10	9	=ALEATORIO()	=SI(B10<F$1,"Sí","No")					
11	10	=ALEATORIO()	=SI(B11<F$1,"Sí","No")					
12	11	=ALEATORIO()	=SI(B12<F$1,"Sí","No")					
13	12	=ALEATORIO()	=SI(B13<F$1,"Sí","No")					
14	13	=ALEATORIO()	=SI(B14<F$1,"Sí","No")					
15	14	=ALEATORIO()	=SI(B15<F$1,"Sí","No")					
16	15	=ALEATORIO()	=SI(B16<F$1,"Sí","No")					
17	16	=ALEATORIO()	=SI(B17<F$1,"Sí","No")					
18	17	=ALEATORIO()	=SI(B18<F$1,"Sí","No")					

Generador discreto uniforme

- Para simular un dado:
  - $a = 1$
  - $b = 6$
  - $\Delta x = 1$



- `ENTERO(x)` en Excel
- `Int(x)` en Visual Basic

$$x = \text{Int}\left(r\left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

El redondeo en VB de Excel

Generador de un dado.xlsx

	A	B	C
1	*i*	*r*	**Dado**
2	1	0.9628827	6
3	2	0.1030668	1
4	3	0.7945868	5
5	4	0.7921989	5
6	5	0.8061083	5
7	6	0.9357804	6
8	7	0.0279988	1
9	8	0.0619518	1
10	9	0.6836413	5
11	10	0.4943526	3
12	11	0.137428	1
13	12	0.553522	4
14	13	0.7572526	5
15	14	0.7918489	5
16	15	0.7781381	5
17	16	0.4925692	3
18	17	0.6893235	5

$$x = \text{Int}\left(r\left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

Autoguardado | Generador de un dado... | Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda | Comentarios | Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora — Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización — Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección — Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas — Auditoría de fórmulas

Ventana Inspección

Opciones para el cálculo — Cálculo

D2

	A	B	C	D	E	F	G
1	*i*	*r*	**Dado**				
2	1	=ALEATORIO()	=ENTERO(B2*6)+1				
3	2	=ALEATORIO()	=ENTERO(B3*6)+1				
4	3	=ALEATORIO()	=ENTERO(B4*6)+1				
5	4	=ALEATORIO()	=ENTERO(B5*6)+1				
6	5	=ALEATORIO()	=ENTERO(B6*6)+1				
7	6	=ALEATORIO()	=ENTERO(B7*6)+1				
8	7	=ALEATORIO()	=ENTERO(B8*6)+1				
9	8	=ALEATORIO()	=ENTERO(B9*6)+1				
10	9	=ALEATORIO()	=ENTERO(B10*6)+1				
11	10	=ALEATORIO()	=ENTERO(B11*6)+1				
12	11	=ALEATORIO()	=ENTERO(B12*6)+1				
13	12	=ALEATORIO()	=ENTERO(B13*6)+1				
14	13	=ALEATORIO()	=ENTERO(B14*6)+1				
15	14	=ALEATORIO()	=ENTERO(B15*6)+1				
16	15	=ALEATORIO()	=ENTERO(B16*6)+1				
17	16	=ALEATORIO()	=ENTERO(B17*6)+1				
18	17	=ALEATORIO()	=ENTERO(B18*6)+1				

$$x = \mathrm{Int}\left(r\left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

Original | Histograma | Fijo

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Mapa curricular de generación de números aleatorios

1. Números aleatorios
2. Números seudoaleatorios
3. Método de la congruencia lineal
4. Pruebas de calidad
5. Generadores de variables aleatorias
6. Generador exponencial
7. Generador triangular
8. Generadores discretos