


# Modelado de entradas
# Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

# Mapa curricular de la materia

- Definiciones
- Sistemas determinísticos
- Sistemas estocásticos
- Sistemas continuos

# Mapa curricular de la materia

- Definiciones
- Sistemas determinísticos
- **Sistemas estocásticos**
- Sistemas continuos

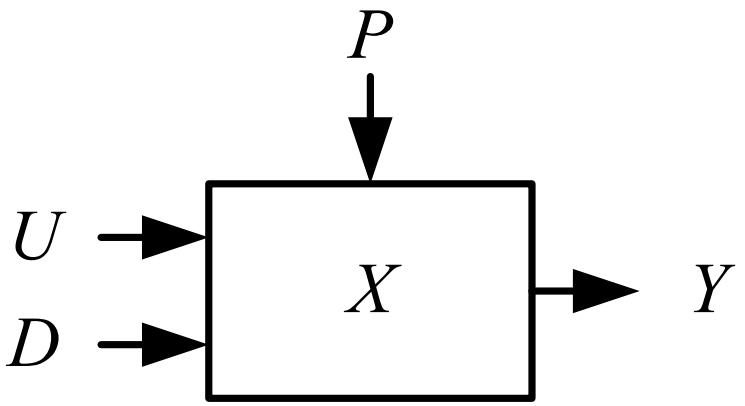
# Mapa curricular de modelado de entradas

1. Clasificación de variables
2. Etapas del modelado de entradas
3. Colección de datos
4. Identificación de la distribución
5. Ajuste de parámetros
6. Evaluación de la distribución

# Modelado de entradas

# Clasificación de variables

- Parámetros (*P*)
- Variables de entrada:
  - Manipulables (*U*)
  - Perturbación (*D*)
- Variables de salida (*Y*)
- Variables internas (*I*)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)




Una variable es un símbolo que se usa para designar valores.

# Cajero automático

- El usuario es el banco.
- Objetivo: Determinar cuándo se debe recargar.
- Variables tipo *D*:
  - Tiempo entre arribos de clientes
  - Tipo de operación
  - Monto de operación



# Simulador de vuelo

- Los usuarios son los pilotos.
- Objetivo: Capacitar a los pilotos.
- Variables tipo *D*:
  - Cantidad de pasajeros
  - Peso de cada pasajero
  - Peso de cada equipaje



# Etapas del modelado de entradas

1. Colección de datos
2. Identificación de la distribución
3. Determinación de parámetros
4. Evaluación

# Resultados

| | |
|---|---|
| Colección | • Tabla x |
| Identificación | • $f(x)$ o $p(x)$ |
| Ajuste | • Parámetros |
| Evaluación | • Distribución |

# Resultados

| | |
|---|---|
| Colección | • Tabla x |
| Identificación | • $f(x)$ o $p(x)$ |
| Ajuste | • Parámetros |
| Evaluación | • Distribución |

# Colección de datos

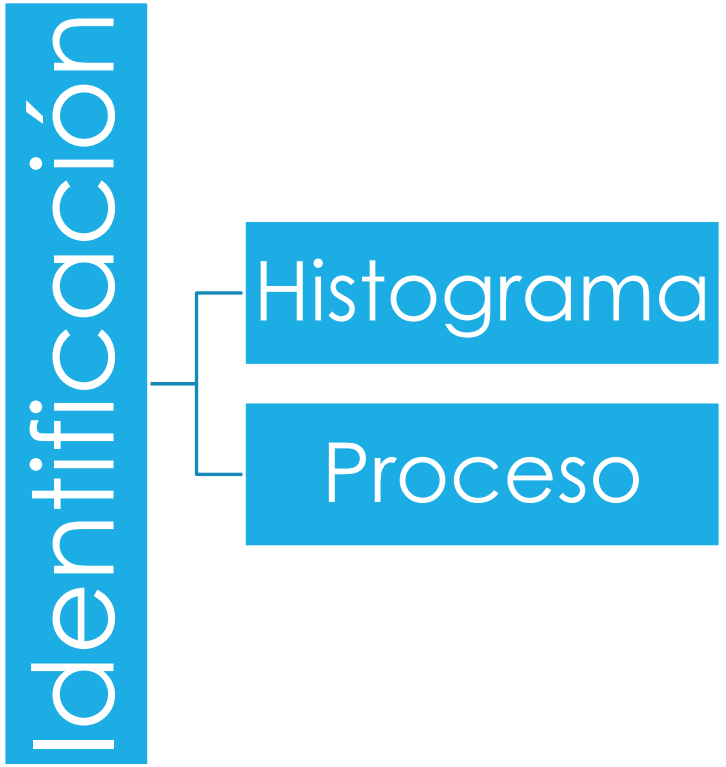
- Mediciones, conocimiento de expertos, registros históricos del sistema en estudio o de sistemas similares.
- Tiempos entre eventos, duraciones, cantidades.
- *n* depende del nivel de confianza de la evaluación.

| *i* | x |
|---|---|
| 1 | $x_1$ |
| 2 | $x_2$ |
| … | … |
| *n* | $x_n$ |

# Resultados

| | |
|---|---|
| Colección | • Tabla x |
| Identificación | • $f(x)$ o $p(x)$ |
| Ajuste | • Parámetros |
| Evaluación | • Distribución |

# Identificación de la distribución



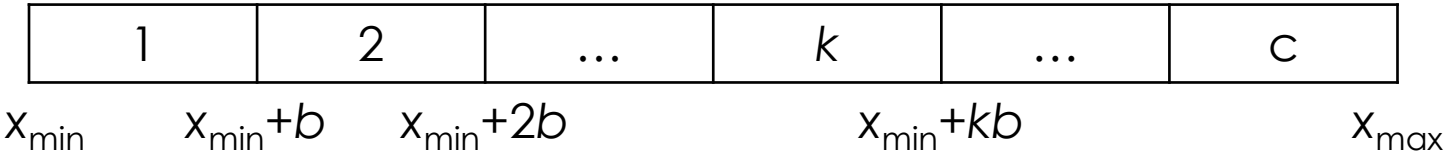
# Histograma

- Determinar $n$, $x_{min}$ y $x_{max}$
- Rango: $r = x_{max} - x_{min}$
- Clases: $c = n^{1/2}$
- Ancho: $b = r/c$
- Clase $k = 1, 2, ..., c$
- Frecuencias absolutas $f_k$
- Frecuencias relativa $fr_k = f_k/n$
- Frecuencia relativa acumulada $fa_k$

# Histograma

| *k* | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| … | | | | |
| c | | | | |
| | | | | |

# Histograma




| *k* | *LS* |
|---|---|
| 1 | $x_{min}+b$ |
| 2 | $x_{min}+2b$ |
| ... | ... |
| c | $x_{max}$ |

Para evitar problemas por redondeo, usar $x_{max}$ al final.

# Histograma

| *k* | *LS* | *f* | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_{min}+b$ | $f_1$ | | |
| 2 | $x_{min}+2b$ | $f_2$ | | |
| … | … | … | | |
| c | $x_{max}$ | $f_c$ | | |
| | **Total** | ***n*** | | |

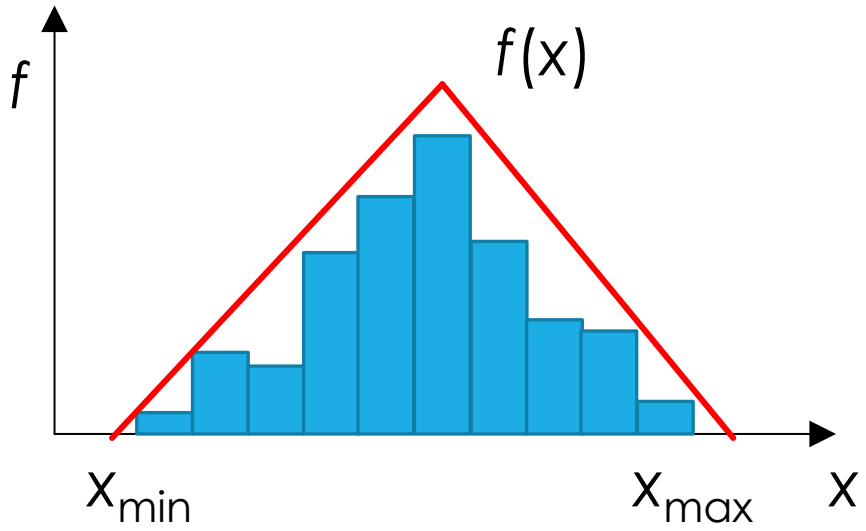
# Histograma

| *k* | *LS* | *f* | *fr* | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_{min}+b$ | $f_1$ | $f_1/n$ | |
| 2 | $x_{min}+2b$ | $f_2$ | $f_2/n$ | |
| … | … | … | … | |
| c | $x_{max}$ | $f_c$ | $f_c/n$ | |
| | **Total** | ***n*** | **1** | |

# Histograma

| *k* | *LS* | *f* | *fr* | *fa* |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_{min}+b$ | $f_1$ | $f_1/n$ | $fr_1$ |
| 2 | $x_{min}+2b$ | $f_2$ | $f_2/n$ | $fa_1+fr_2$ |
| … | … | … | … | … |
| c | $x_{max}$ | $f_c$ | $f_c/n$ | 1 |
| | **Total** | ***n*** | **1** | |

**El histograma tiene la forma de la *f*(x).**



# Mediciones de una variable continua

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4.18 | 1.16 | 5.28 | 1.76 | 0.34 | 0.42 | 3.88 | 3.89 | 1.22 | 2.58 |
| 2.60 | 0.38 | 0.55 | 1.45 | 0.21 | 1.84 | 1.09 | 1.79 | 0.05 | 5.21 |
| 5.35 | 2.81 | 4.55 | 0.38 | 0.55 | 0.85 | 5.90 | 2.89 | 1.30 | 1.91 |
| 2.01 | 0.62 | 1.95 | 11.96 | 1.73 | 3.42 | 3.98 | 4.51 | 2.49 | 0.50 |
| 0.63 | 1.56 | 2.93 | 0.16 | 3.88 | 0.63 | 2.02 | 3.20 | 1.25 | 0.80 |
| 2.68 | 1.36 | 0.09 | 0.98 | 5.86 | 2.07 | 1.23 | 2.71 | 0.31 | 0.39 |
| 0.76 | 0.69 | 0.43 | 1.12 | 1.75 | 0.73 | 4.53 | 1.74 | 0.47 | 1.79 |
| 3.86 | 0.01 | 1.25 | 3.32 | 4.94 | 6.56 | 0.95 | 2.80 | 2.43 | 0.93 |
| 2.87 | 2.79 | 0.94 | 1.82 | 2.51 | 1.86 | 0.84 | 1.66 | 0.39 | 4.54 |
| 2.43 | 3.13 | 5.24 | 1.28 | 0.15 | 0.56 | 1.62 | 1.19 | 0.87 | 1.82 |

Ver archivo Distribución exponencial.xlsx

# Parámetros del histograma

- $x_{min} = 0.01$
- $x_{max} = 11.96$
- $r = 11.95$
- $n = 100$
- $c = 10$
- $b = 1.195$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4.18 | 1.16 | 5.28 | 1.76 | 0.34 | 0.42 | 3.88 | 3.89 | 1.22 | 2.58 |
| 2.60 | 0.38 | 0.55 | 1.45 | 0.21 | 1.84 | 1.09 | 1.79 | 0.05 | 5.21 |
| 5.35 | 2.81 | 4.55 | 0.38 | 0.55 | 0.85 | 5.90 | 2.89 | 1.30 | 1.91 |
| 2.01 | 0.62 | 1.95 | 11.96 | 1.73 | 3.42 | 3.98 | 4.51 | 2.49 | 0.50 |
| 0.63 | 1.56 | 2.93 | 0.16 | 3.88 | 0.63 | 2.02 | 3.20 | 1.25 | 0.80 |
| 2.68 | 1.36 | 0.09 | 0.98 | 5.86 | 2.07 | 1.23 | 2.71 | 0.31 | 0.39 |
| 0.76 | 0.69 | 0.43 | 1.12 | 1.75 | 0.73 | 4.53 | 1.74 | 0.47 | 1.79 |
| 3.86 | 0.01 | 1.25 | 3.32 | 4.94 | 6.56 | 0.95 | 2.80 | 2.43 | 0.93 |
| 2.87 | 2.79 | 0.94 | 1.82 | 2.51 | 1.86 | 0.84 | 1.66 | 0.39 | 4.54 |
| 2.43 | 3.13 | 5.24 | 1.28 | 0.15 | 0.56 | 1.62 | 1.19 | 0.87 | 1.82 |

# Tabla del histograma

- $x_{min} = 0.01$
- $x_{max} = 11.96$
- $r = 11.95$
- $n = 100$
- $c = 10$
- $b = 1.195$

| *k* | *LS* | *f* | *fr* | *fa* |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 1.205 | 37 | 0.37 | 0.37 |
| **2** | 2.400 | 26 | 0.26 | 0.63 |
| **3** | 3.595 | 18 | 0.18 | 0.81 |
| **4** | 4.790 | 10 | 0.10 | 0.91 |
| **5** | 5.985 | 7 | 0.07 | 0.98 |
| **6** | 7.180 | 1 | 0.01 | 0.99 |
| **7** | 8.375 | 0 | 0.00 | 0.99 |
| **8** | 9.570 | 0 | 0.00 | 0.99 |
| **9** | 10.765 | 0 | 0.00 | 0.99 |
| **10** | 11.960 | 1 | 0.01 | 1.00 |
| **Total** | | **100** | **1.00** | |

# Frecuencias

- El primer intervalo debe ser [LI,LS].
- Los siguientes deben ser (LI,LS].
- Fórmula matricial:
  - Escribir en la primera celda la fórmula: `=FRECUENCIA(RangoX,RangoLS)`
  - Seleccionar rango.
  - Editar primera celda.
  - Ctrl+Shift+Enter: Frecuencia absoluta
  - Ctrl+Enter: Frecuencia acumulada
- La nueva versión de Excel tiene fórmulas por desbordamiento.

Autoguardado | Distribución exponenci... • Última modificación: 4/10/2024 | Buscar | Actualizar el plan

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Automatizar Ayuda | Comentarios | Compartir

Pegar | Calibri 11 | General | Formato condicional | Dar formato como tabla | Estilos de celda | Insertar | Eliminar | Formato | Ordenar y filtrar | Buscar y seleccionar | Complementos

Portapapeles | Fuente | Alineación | Número | Estilos | Celdas | Edición | Complementos

E8

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ***X*** | | **Parámetros del histograma** | | | ***k*** | ***LS*** | ***f*** | ***fr*** | ***fa*** | | Ctrl+Shift+Ente | Ctrl+E |
| 2 | 4.18 | | n = | 100 | | 1 | 1.205 | 37 | 0.37 | 0.37 | | 37 | |
| 3 | 2.60 | | c = | 10 | | 2 | 2.400 | 26 | 0.26 | 0.63 | | 26 | |
| 4 | 5.35 | | Xmin = | 0.01 | | 3 | 3.595 | 18 | 0.18 | 0.81 | | 18 | |
| 5 | 2.01 | | Xmax = | 11.96 | | 4 | 4.790 | 10 | 0.1 | 0.91 | | 10 | |
| 6 | 0.63 | | r = | 11.95 | | 5 | 5.985 | 7 | 0.07 | 0.98 | | 7 | |
| 7 | 2.68 | | b = | 1.195 | | 6 | 7.180 | 1 | 0.01 | 0.99 | | 1 | |
| 8 | 0.76 | | | | | 7 | 8.375 | 0 | 0 | 0.99 | | 0 | |
| 9 | 3.86 | | Xm = | 2.1385 | | 8 | 9.570 | 0 | 0 | 0.99 | | 0 | |
| 10 | 2.87 | | L = | 0.4676175 | | 9 | 10.765 | 0 | 0 | 0.99 | | 0 | |
| 11 | 2.43 | | | | | 10 | 11.960 | 1 | 0.01 | 1 | | 1 | |
| 12 | 1.16 | | | | | **Total** | | **100** | **1** | | | | |
| 13 | 0.38 | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 2.81 | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 0.62 | | | | | | | | | | | | |
| 16 | 1.56 | | | | | | | | | | | | |
| 17 | 1.36 | | | | | | | | | | | | |
| 18 | 0.69 | | | | | | | | | | | | |




Exponencial | Histograma | Gráfica | Tabla

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Autoguardado | Distribución exponenci... • Última modificación: 4/10/2024 | Buscar | Actualizar el plan

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Automatizar Ayuda | Comentarios | Compartir

Pegar | Calibri | 11 | General | Formato condicional | Dar formato como tabla | Estilos de celda | Insertar | Eliminar | Formato | Ordenar y filtrar | Buscar y seleccionar | Complementos

Portapapeles | Fuente | Alineación | Número | Estilos | Celdas | Edición | Complementos

I2 {=FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11)}

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *i* | *X* | | Parámet | | | *k* | *LS* | *f* | *fr* | *fa* |
| 2 | 1 | 4.18 | | n = | =CONTAR(B2:B101) | | 1 | =E4+E7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I2/E$2 | =J2 |
| 3 | 2 | 2.6 | | c = | =REDONDEAR(RAIZ(E2),0) | | =G2+1 | =H2+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I3/E$2 | =K2+J3 |
| 4 | 3 | 5.35 | | Xmin = | =MIN(B2:B101) | | =G3+1 | =H3+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I4/E$2 | =K3+J4 |
| 5 | 4 | 2.01 | | Xmax = | =MAX(B2:B101) | | =G4+1 | =H4+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I5/E$2 | =K4+J5 |
| 6 | 5 | 0.63 | | r = | =E5-E4 | | =G5+1 | =H5+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I6/E$2 | =K5+J6 |
| 7 | 6 | 2.68 | | b = | =E6/E3 | | =G6+1 | =H6+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I7/E$2 | =K6+J7 |
| 8 | 7 | 0.76 | | | | | =G7+1 | =H7+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I8/E$2 | =K7+J8 |
| 9 | 8 | 3.86 | | Xm = | =PROMEDIO(B2:B101) | | =G8+1 | =H8+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I9/E$2 | =K8+J9 |
| 10 | 9 | 2.87 | | L = | =1/E9 | | =G9+1 | =H9+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I10/E$2 | =K9+J10 |
| 11 | 10 | 2.43 | | | | | =G10+1 | =E5 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I11/E$2 | =K10+J11 |
| 12 | 11 | 1.16 | | | | | **Total** | | **=SUMA(I2:I11)** | **=SUMA(J2:J1** | |
| 13 | 12 | 0.38 | | | | | | | | | |
| 14 | 13 | 2.81 | | | | | | | | | |
| 15 | 14 | 0.62 | | | | | | | | | |
| 16 | 15 | 1.56 | | | | | | | | | |
| 17 | 16 | 1.36 | | | | | | | | | |
| 18 | 17 | 0.69 | | | | | | | | | |

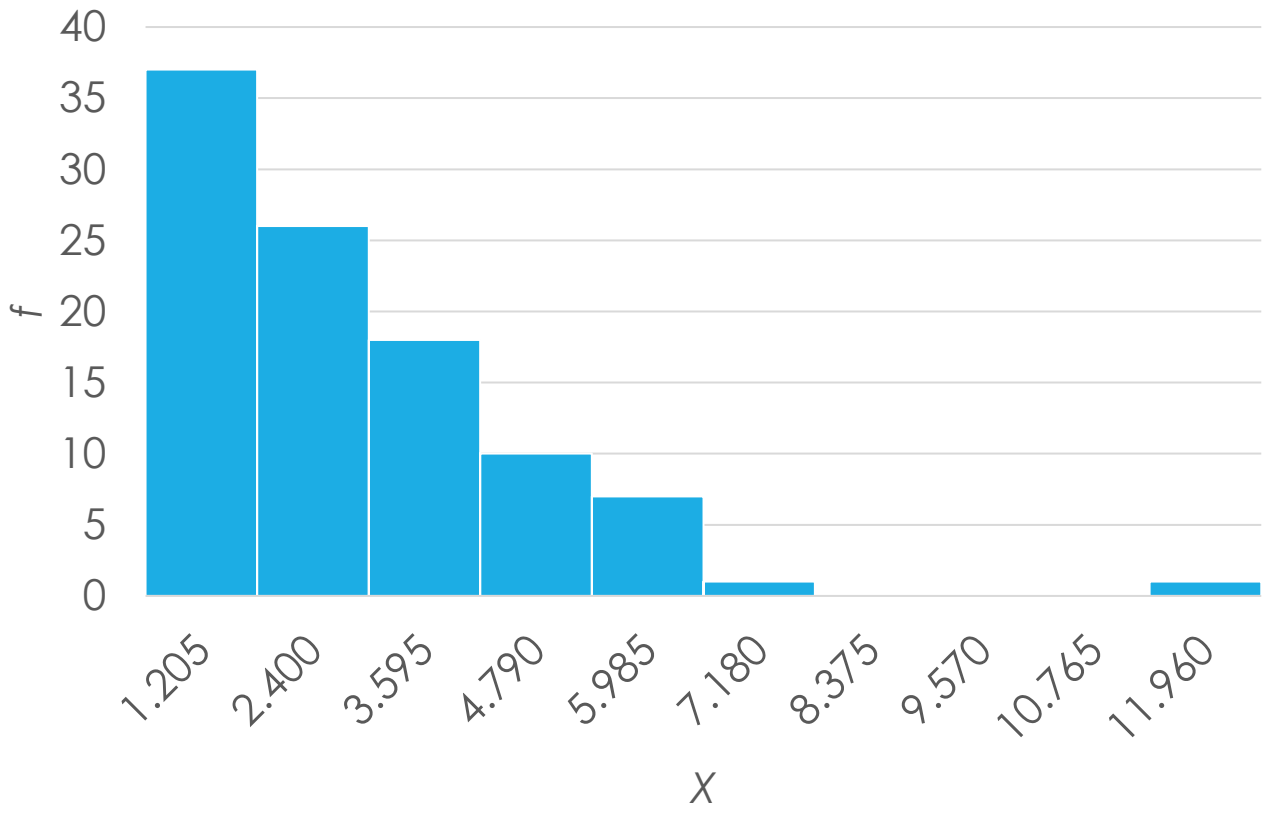



Exponencial | Histograma | Gráfica | Tabla

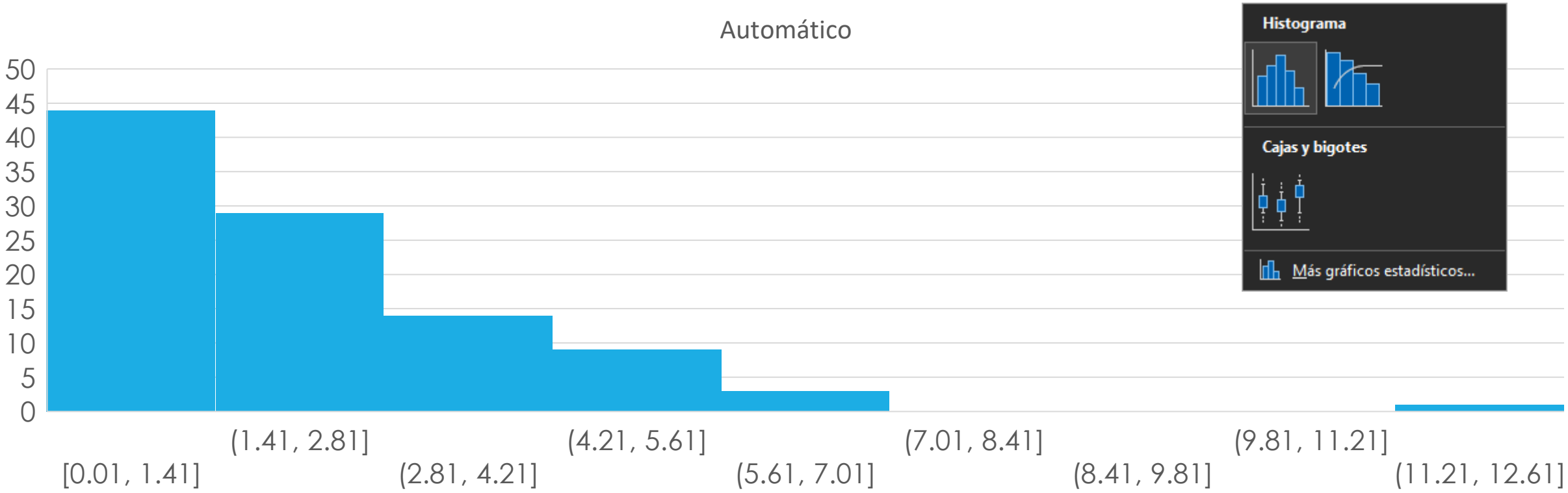
Seleccione el destino y presione ENTRAR o elija Pegar

130%

# Histograma


40
35
30
25
20
15
10
5
0
f
1.205
2.400
3.595
4.790
5.985
7.180
8.375
9.570
10.765
11.960
X

# Histograma


Automático
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
[0.01, 1.41]
(1.41, 2.81]
(2.81, 4.21]
(4.21, 5.61]
(5.61, 7.01]
(7.01, 8.41]
(8.41, 9.81]
(9.81, 11.21]
(11.21, 12.61]
Histograma
Cajas y bigotes
Más gráficos estadísticos...

# *Prompt* para crear el histograma

Construye el histograma de la variable X cuyos valores listo a continuación:

X

4.18

2.60

5.35

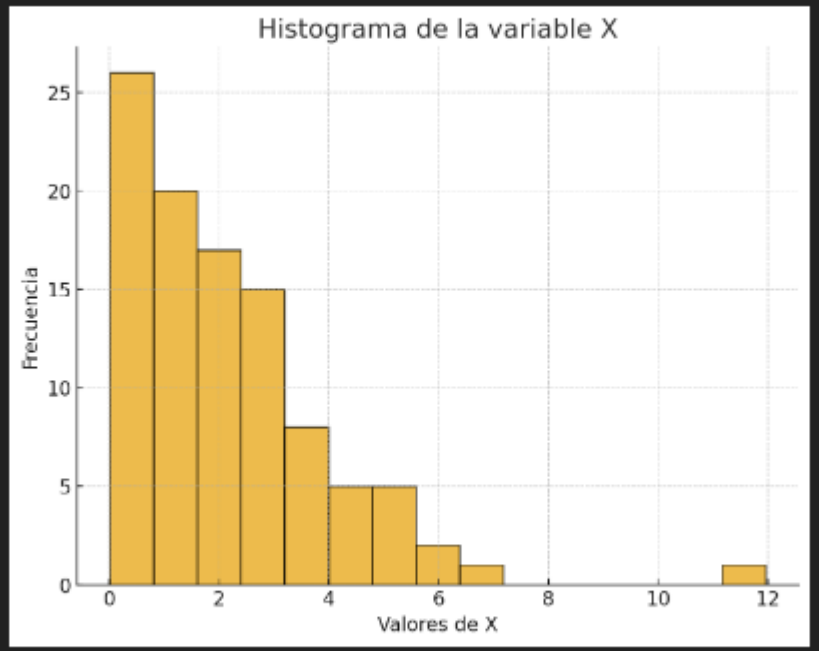
2.01

…

ChatGPT 5

Construye el histograma de la variable X cuyos valores listo a continuación:
X
4.18
2.60
5.35
2.01

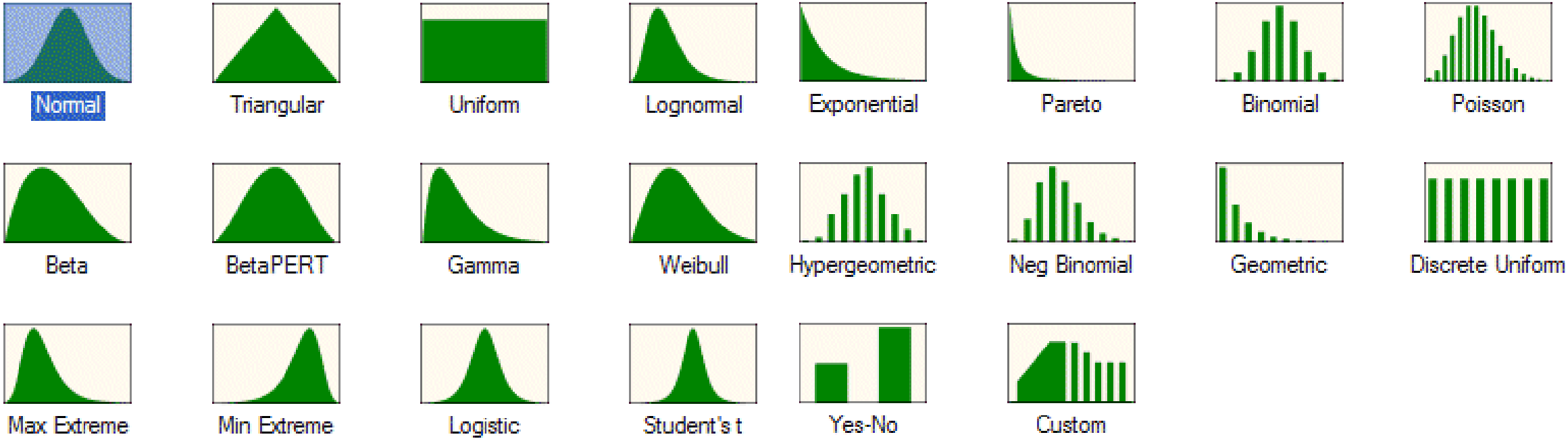
**Histograma De La Variable X**



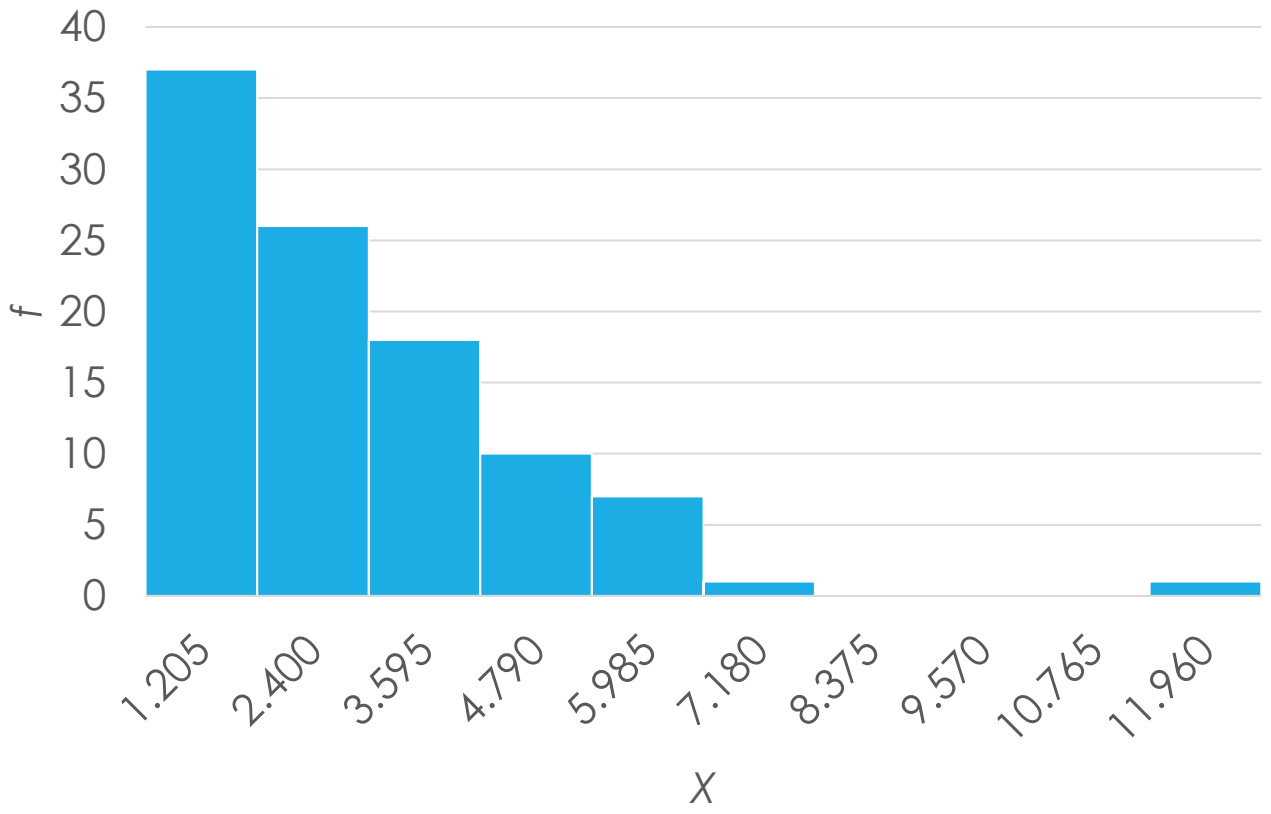

Aquí tienes el histograma de la variable **X**, construido con 15 intervalos (bins).

# Distribuciones

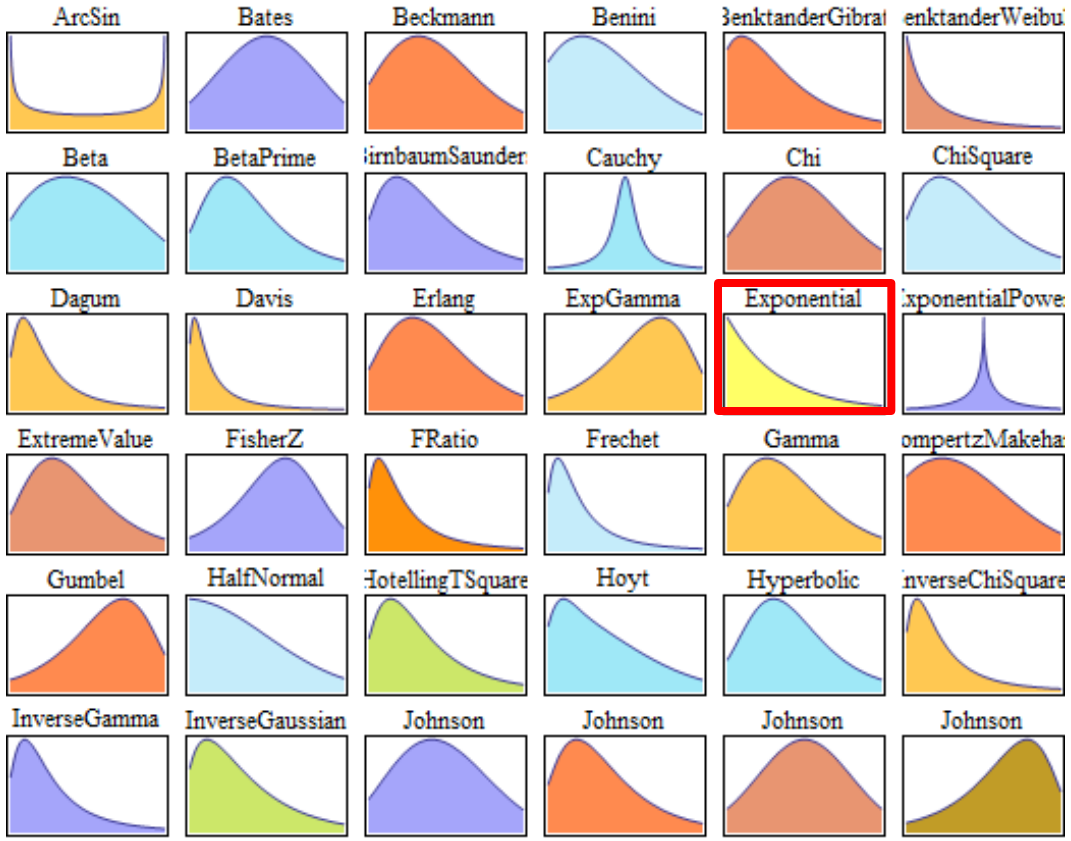
## Comparación del histograma con *f*(x) y *p*(x)

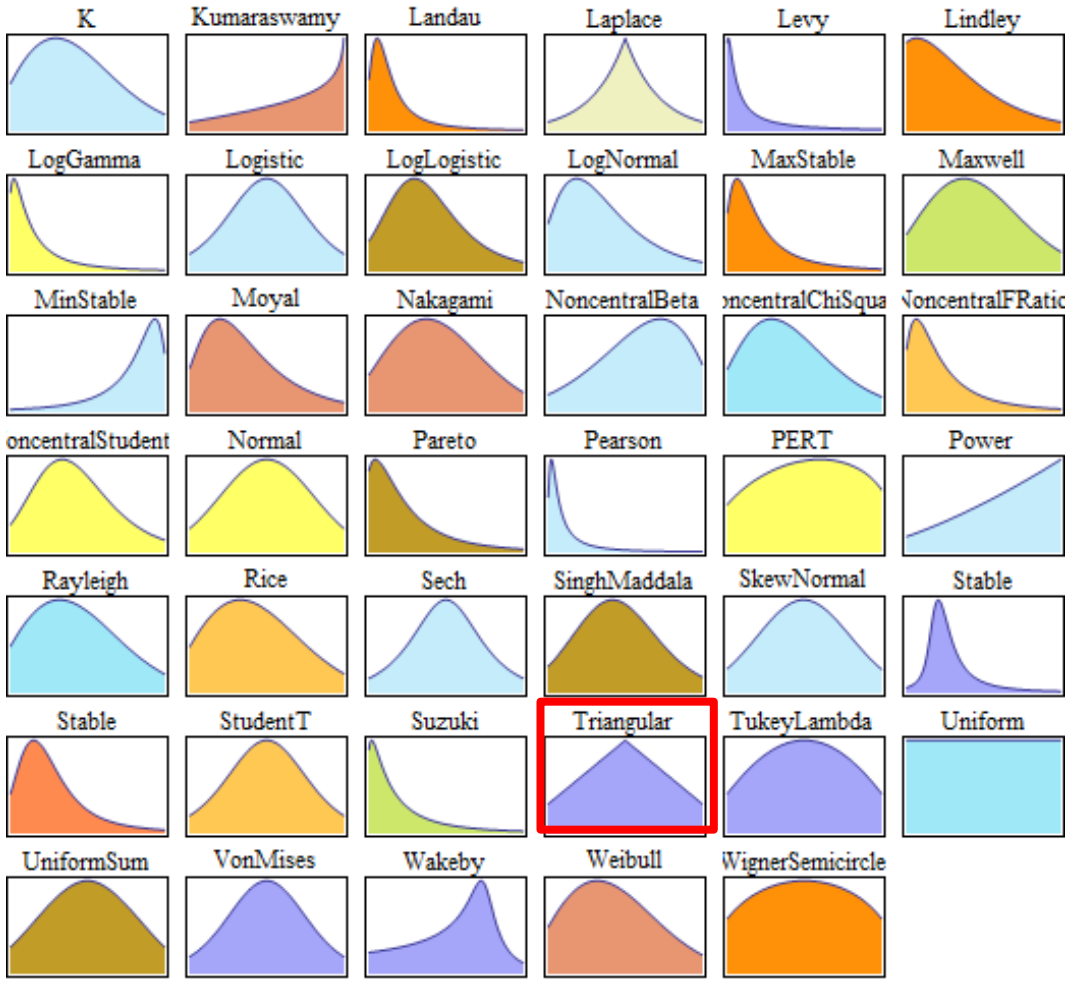


# Histograma

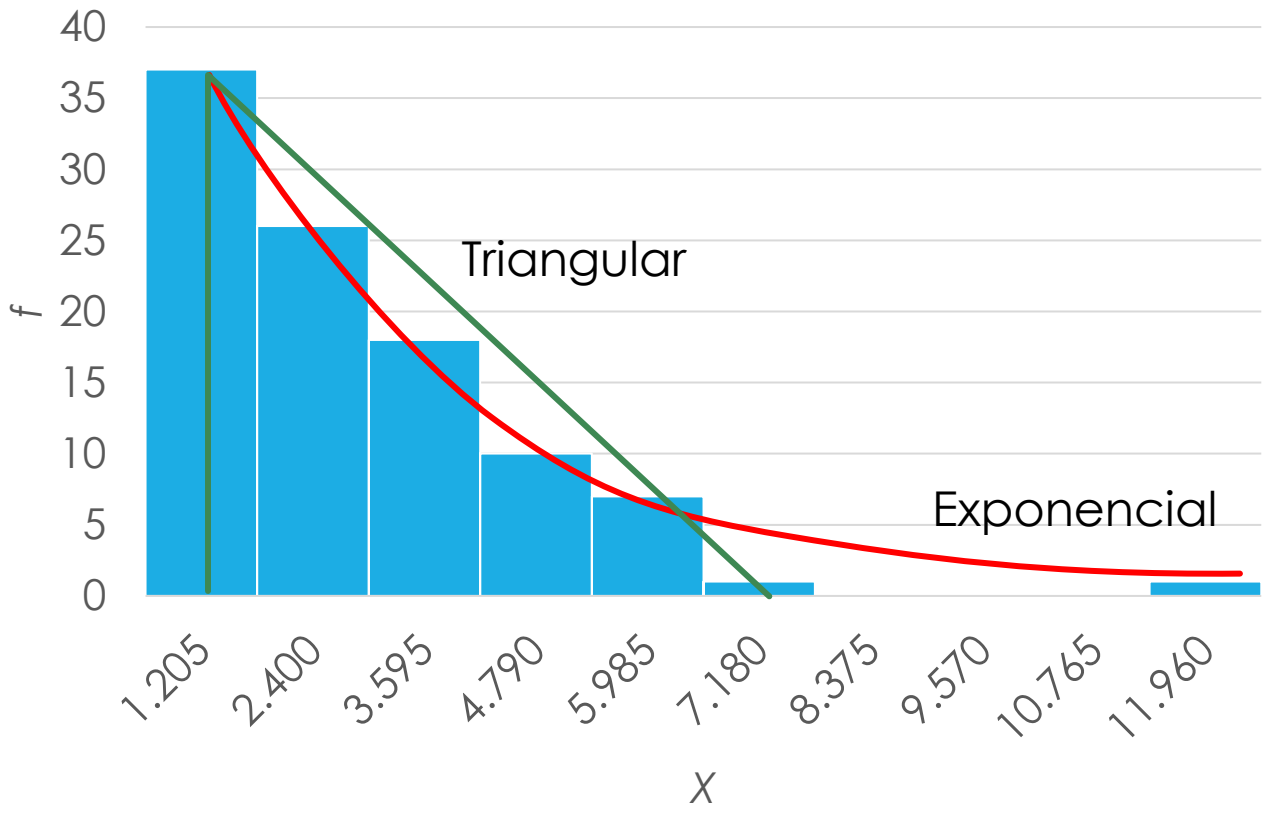

40
35
30
25
20
15
10
5
0
f
1.205
2.400
3.595
4.790
5.985
7.180
8.375
9.570
10.765
11.960
X

# Distribuciones continuas, f(x)



# Comparación del histograma con *f*(x)



# Distribuciones y procesos

- Binomial. Modela el número de éxitos en *n* pruebas independientes con probabilidad de éxito *p*:
  - Número de pendrives defectuosos en un lote de *n*.
- Geométrica. Modela la cantidad de pruebas a realizar hasta encontrar el primer éxito en un lote con probabilidad de éxito *p*:
  - Cantidad de llamadas a realizar a un centro de ayuda hasta que atiendan.

# Distribuciones y procesos

- Poisson. Modela el número de eventos independientes que ocurren en una cantidad fija de tiempo o espacio:
  - Número de clientes que llegan a un centro comercial durante una hora, o el número de defectos encontrados en 30 $m^2$ de una lámina de metal.
- Normal. Modela la distribución de un proceso que puede representarse como la suma de varios procesos:
  - El tiempo de ensamblaje de un automóvil puede representarse como la suma de los tiempos de ensamblaje de las distintas partes.

# Distribuciones y procesos

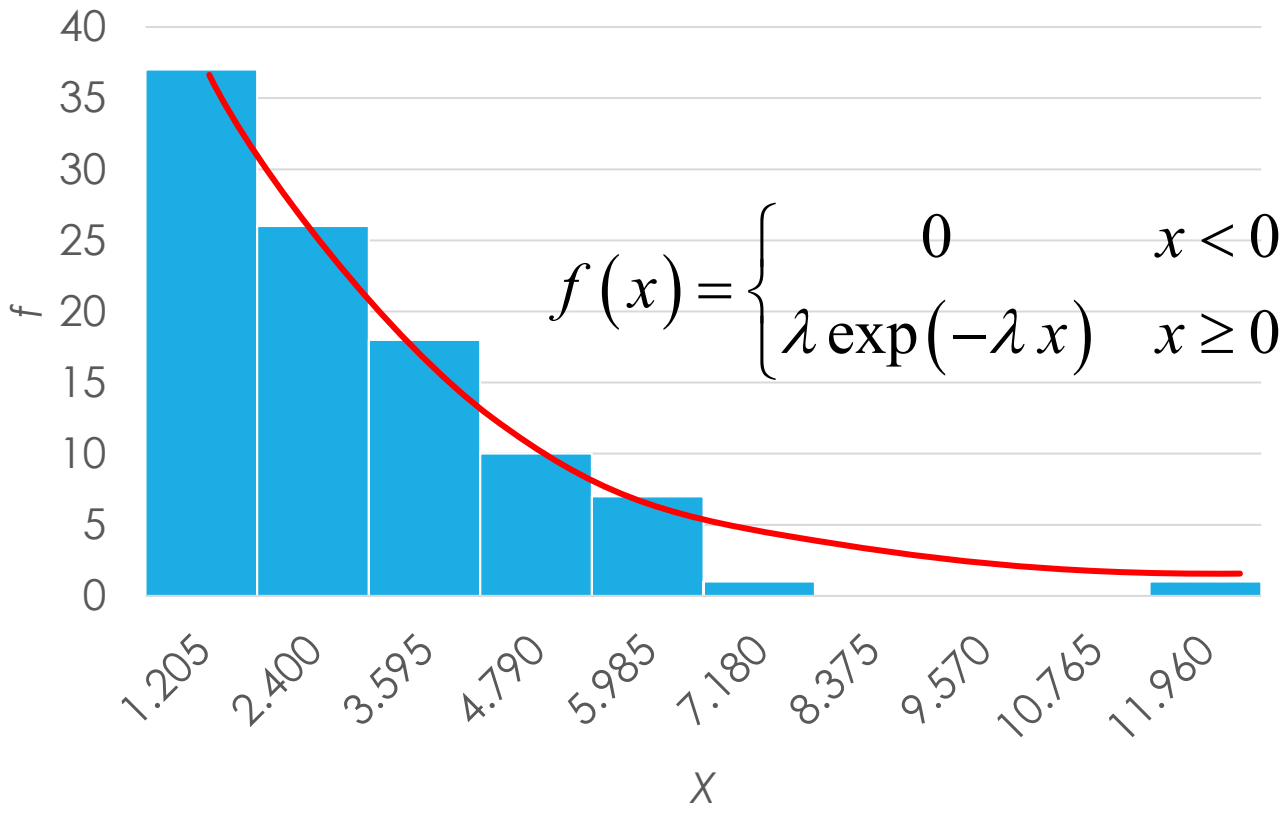
- Exponencial. Modela el tiempo entre eventos independientes, o tiempos de procesos sin memoria, donde no se puede inferir el tiempo final del proceso a partir del tiempo transcurrido:
  - Tiempos entre arribos de clientes.
- Erlang. Modela los tiempos de los procesos que pueden representarse como la suma de varios procesos con distribución exponencial:
  - Una red de computadora falla cuando una computadora y dos computadoras de respaldo fallan sucesivamente.

# Distribuciones y procesos

- Uniforme. Modela procesos completamente inciertos, ya que todos los valores de *X* son igualmente probables.
- Triangular: Modela procesos de los cuales solo se conocen los valores mínimo, máximo y más probable:
  - Se conoce la duración mínima, máxima y más probable de la calidad de un producto.

Para el ejemplo, si los datos son mediciones de tiempos entre eventos, se prefiere la distribución exponencial en lugar de la triangular.

# Histograma y exponencial



# Mediciones de una variable discreta

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 3 | 9 | 3 | 4 | 5 | 7 | 4 | 6 | 9 |
| 3 | 3 | 6 | 3 | 5 | 7 | 7 | 4 | 5 | 5 |
| 7 | 3 | 6 | 8 | 1 | 4 | 1 | 2 | 5 | 9 |
| 7 | 6 | 5 | 3 | 8 | 2 | 4 | 5 | 4 | 6 |
| 5 | 7 | 5 | 2 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 7 |
| 8 | 1 | 3 | 5 | 3 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 5 | 2 | 6 | 4 | 8 | 4 | 5 | 10 | 4 | 2 |
| 7 | 5 | 6 | 4 | 5 | 2 | 9 | 9 | 6 | 5 |
| 6 | 5 | 4 | 6 | 9 | 7 | 8 | 3 | 4 | 9 |
| 6 | 7 | 1 | 3 | 1 | 3 | 6 | 5 | 7 | 4 |

Ver archivo Distribución binomial.xlsx

# Parámetros del histograma

- $x_{min} = 1$
- $x_{max} = 10$
- $n = 100$
- $b = 1$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 3 | 9 | 3 | 4 | 5 | 7 | 4 | 6 | 9 |
| 3 | 3 | 6 | 3 | 5 | 7 | 7 | 4 | 5 | 5 |
| 7 | 3 | 6 | 8 | 1 | 4 | 1 | 2 | 5 | 9 |
| 7 | 6 | 5 | 3 | 8 | 2 | 4 | 5 | 4 | 6 |
| 5 | 7 | 5 | 2 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 7 |
| 8 | 1 | 3 | 5 | 3 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 5 | 2 | 6 | 4 | 8 | 4 | 5 | 10 | 4 | 2 |
| 7 | 5 | 6 | 4 | 5 | 2 | 9 | 9 | 6 | 5 |
| 6 | 5 | 4 | 6 | 9 | 7 | 8 | 3 | 4 | 9 |
| 6 | 7 | 1 | 3 | 1 | 3 | 6 | 5 | 7 | 4 |

# Tabla del histograma

- $x_{min} = 1$
- $x_{max} = 10$
- $n = 100$
- $b = 1$

| *k* | *LS* | *f* | *fr* | *fa* |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 0.05 | 0.05 |
| 2 | 2 | 6 | 0.06 | 0.11 |
| 3 | 3 | 13 | 0.13 | 0.24 |
| 4 | 4 | 13 | 0.13 | 0.37 |
| 5 | 5 | 23 | 0.23 | 0.6 |
| 6 | 6 | 14 | 0.14 | 0.74 |
| 7 | 7 | 12 | 0.12 | 0.86 |
| 8 | 8 | 6 | 0.06 | 0.92 |
| 9 | 9 | 7 | 0.07 | 0.99 |
| 10 | 10 | 1 | 0.01 | 1.00 |
| **Total** | | **100** | **1.00** | |

Autoguardado | Distribución binomia... • Última modificación: 4/10/2024 | Buscar | Actualizar el plan

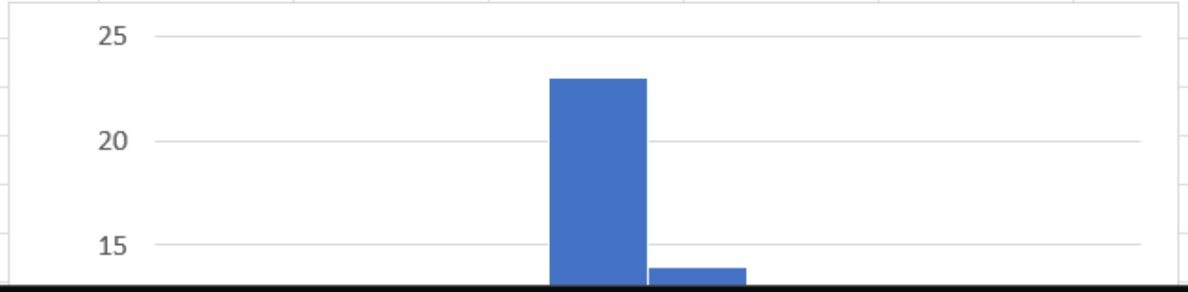
Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Automatizar Ayuda | Comentarios | Compartir

Pegar | Calibri 11 | General | Formato condicional | Dar formato como tabla | Estilos de celda | Insertar | Eliminar | Formato | Ordenar y filtrar | Buscar y seleccionar | Complementos

Portapapeles | Fuente | Alineación | Número | Estilos | Celdas | Edición | Complementos

D8

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *i* | *X* | | **Parámetros del histograma** | | | ***k*** | ***X*** | ***f*** | ***fr*** | ***fa*** | | Ctrl+Shift |
| 2 | 1 | 7 | | n = | 100 | | 1 | 1 | 5 | 0.05 | 0.05 | | |
| 3 | 2 | 3 | | c = | | | 2 | 2 | 6 | 0.06 | 0.11 | | |
| 4 | 3 | 7 | | Xmin = | 1 | | 3 | 3 | 13 | 0.13 | 0.24 | | |
| 5 | 4 | 7 | | Xmax = | 10 | | 4 | 4 | 13 | 0.13 | 0.37 | | |
| 6 | 5 | 5 | | r = | | | 5 | 5 | 23 | 0.23 | 0.6 | | |
| 7 | 6 | 8 | | b = | 1 | | 6 | 6 | 14 | 0.14 | 0.74 | | |
| 8 | 7 | 5 | | | | | 7 | 7 | 12 | 0.12 | 0.86 | | |
| 9 | 8 | 7 | | Xm = | 5.12 | | 8 | 8 | 6 | 0.06 | 0.92 | | |
| 10 | 9 | 6 | | p = | 0.05 | | 9 | 9 | 7 | 0.07 | 0.99 | | |
| 11 | 10 | 6 | | | | | 10 | 10 | 1 | 0.01 | 1 | | |
| 12 | 11 | 3 | | | | | **Total** | | **100** | **1** | | | |
| 13 | 12 | 3 | | | | | | | | | | | |
| 14 | 13 | 3 | | | | | | | | | | | |
| 15 | 14 | 6 | | | | | | | | | | | |
| 16 | 15 | 7 | | | | | | | | | | | |
| 17 | 16 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 18 | 17 | 2 | | | | | | | | | | | |




Binomial | Histograma continuo | Histograma discreto

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Autoguardado | Distribución binomia... • Última modificación: 4/10/2024 | Buscar | Actualizar el plan

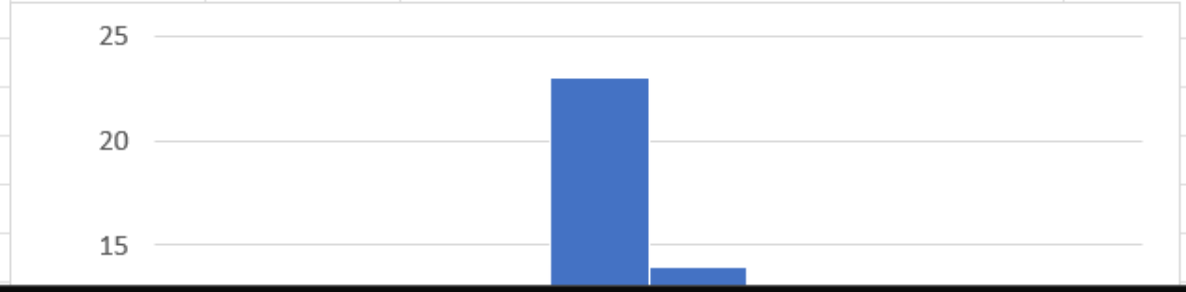
Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Automatizar Ayuda | Comentarios | Compartir

Pegar | Calibri | 11 | General | Formato condicional | Dar formato como tabla | Estilos de celda | Insertar | Eliminar | Formato | Ordenar y filtrar | Buscar y seleccionar | Complementos

Portapapeles | Fuente | Alineación | Número | Estilos | Celdas | Edición | Complementos

I2 | {=FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11)}

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *i* | *X* | | **Parámet** | | | ***k*** | ***X*** | ***f*** | ***fr*** | ***fa*** |
| 2 | 1 | 7 | | n = | =CONTAR(B2:B101) | | 1 | =E4 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I2/E$2 | =J2 |
| 3 | 2 | 3 | | c = | | | =G2+1 | =H2+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I3/E$2 | =K2+J3 |
| 4 | 3 | 7 | | Xmin = | =MIN(B2:B101) | | =G3+1 | =H3+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I4/E$2 | =K3+J4 |
| 5 | 4 | 7 | | Xmax = | =MAX(B2:B101) | | =G4+1 | =H4+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I5/E$2 | =K4+J5 |
| 6 | 5 | 5 | | r = | | | =G5+1 | =H5+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I6/E$2 | =K5+J6 |
| 7 | 6 | 8 | | b = | 1 | | =G6+1 | =H6+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I7/E$2 | =K6+J7 |
| 8 | 7 | 5 | | | | | =G7+1 | =H7+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I8/E$2 | =K7+J8 |
| 9 | 8 | 7 | | Xm = | =PROMEDIO(B2:B101) | | =G8+1 | =H8+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I9/E$2 | =K8+J9 |
| 10 | 9 | 6 | | p = | =E9/E2 | | =G9+1 | =H9+E$7 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I10/E$2 | =K9+J10 |
| 11 | 10 | 6 | | | | | =G10+1 | =E5 | =FRECUENCIA($B$2:$B$101,$H$2:$H$11) | =I11/E$2 | =K10+J11 |
| 12 | 11 | 3 | | | | | **Total** | | **=SUMA(I2:I11)** | **=SUMA(J2:J1** | |
| 13 | 12 | 3 | | | | | | | | | |
| 14 | 13 | 3 | | | | | | | | | |
| 15 | 14 | 6 | | | | | | | | | |
| 16 | 15 | 7 | | | | | | | | | |
| 17 | 16 | 1 | | | | | | | | | |
| 18 | 17 | 2 | | | | | | | | | |

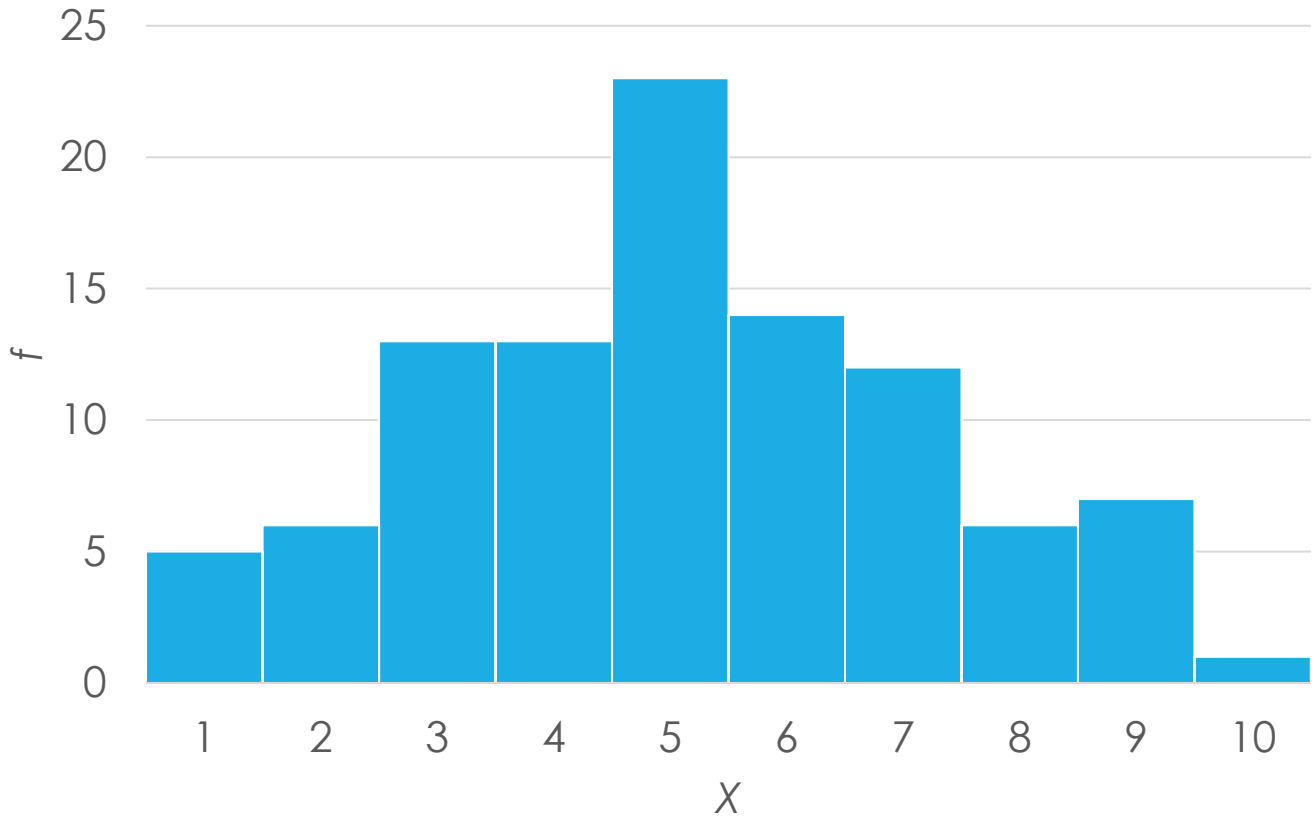



Binomial | Histograma continuo | Histograma discreto

Seleccione el destino y presione ENTRAR o elija Pegar

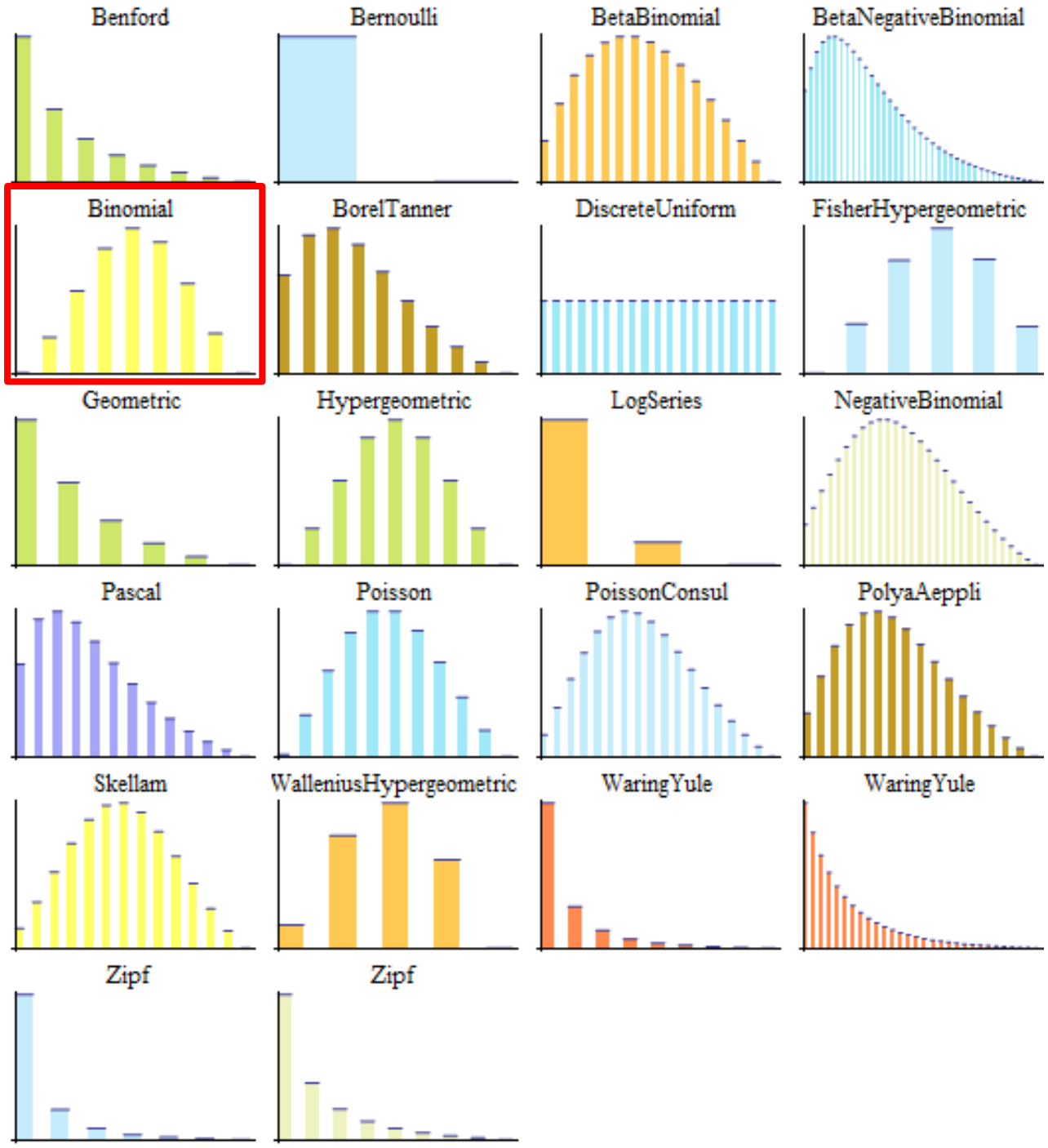
130%

# Histograma

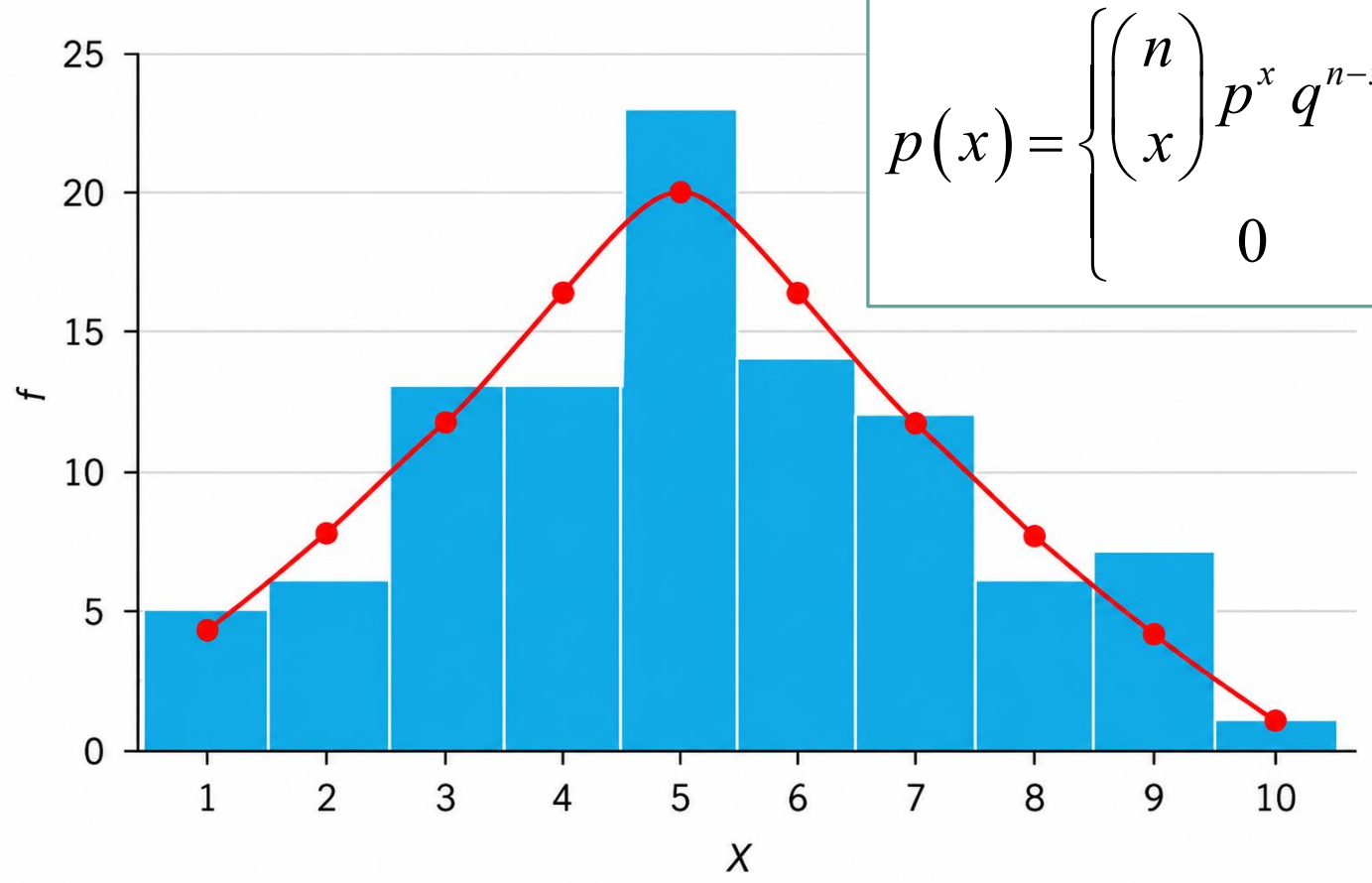


# Distribuciones discretas, p(x)

Cantidad de autos que no superan la RTV cuando se revisan 50 autos por día.



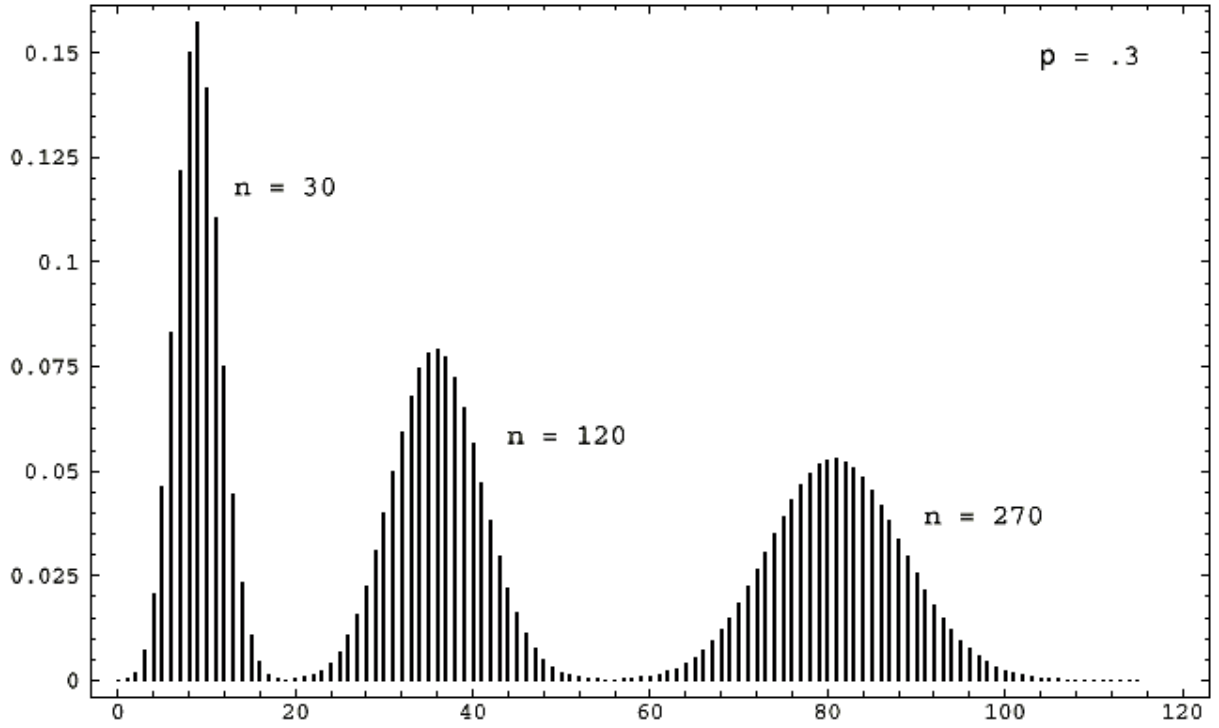
# Histograma y binomial




$$p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x \, q^{n-x} & x = 0, 1, 2, \ldots, n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

# Binomial($n$,$p$) a Normal($\mu$,$\sigma$)

- Para una buena aproximación:
  - $n \geq 30$
  - $n\,p \geq 5$
  - $n\,q \geq 5$
- Distribución normal:
  - $\mu = n\,p$
  - $\sigma = \sqrt{n\,p\,q}$



# Resultados

| | |
|---|---|
| Colección | • Tabla x |
| Identificación | • $f(x)$ o $p(x)$ |
| Ajuste | • Parámetros |
| Evaluación | • Distribución |

# Estimación de parámetros



# Método de la máxima verosimilitud

Plantea que los mejores parámetros son aquellos que maximizan la probabilidad de haber observado los datos reales de una muestra.

$$\underset{P}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{n} \ln\left(f\left(x_i \mid P\right)\right)$$

$$\underset{P}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{n} \ln\left(p\left(x_i \mid P\right)\right)$$

# Método de los estimadores

Estimadores:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left( x_i - \overline{X} \right)^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\,\overline{X}^2}{n-1}$$

$$\lim_{n \to \infty} \overline{X} \to \mathrm{E}\left( X \right)$$

$$\lim_{n \to \infty} S^2 \to \mathrm{V}\left( X \right)$$

En Excel:

- Promedio(rango)
- Var.S(rango)

# Método de los estimadores

- Poisson: $\alpha \approx \bar{X}$
- Binomial: $p \approx \frac{\bar{X}}{n}$
- Geométrica: $p \approx 1/\bar{X}$
- Exponencial: $\lambda \approx 1/\bar{X}$
- Uniforme [0,b]: $b \approx X_{\max}\,(n+1)/n$
- Normal: $\mu \approx \bar{X}$, $\sigma^2 = S^2$

# Distribución exponencial

Exponencial: $\lambda \approx 1/\bar{X}$

| | |
|---|---|
| Xm = | 2.14 |
| L = | 0.4676175 |

| | |
|---|---|
| Xm = | =PROMEDIO(B2:B101) |
| L = | =1/E9 |

E9 = *Xm*

# *Prompt* para ajustar parámetros

Selecciona la distribución exponencial y ajusta su parámetro.

Selecciona la distribución exponencial y ajusta su parámetro.

El ajuste de la distribución **Exponencial** a tus datos da como resultado:

- **Media muestral**: ≈ **2.139**
- **Parámetro λ (tasa)**:

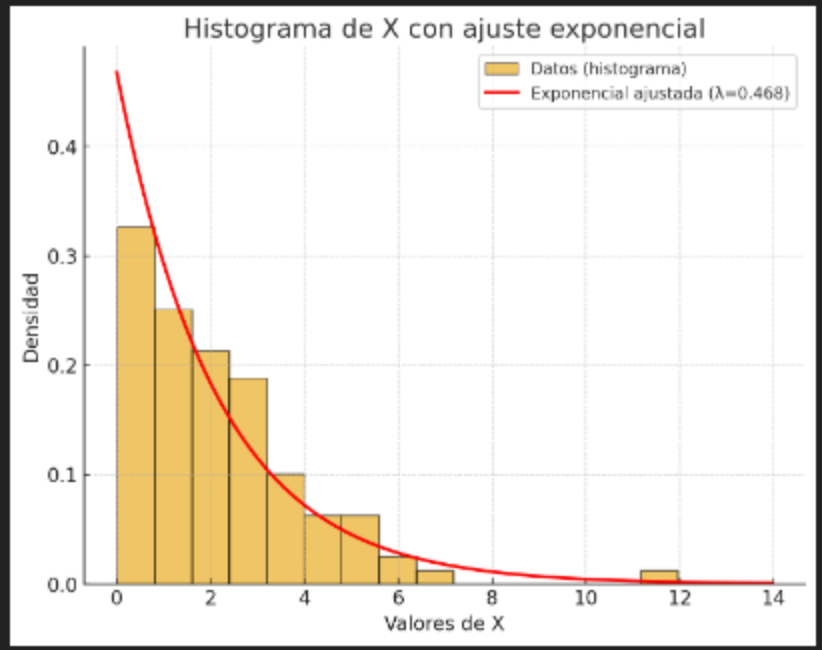
$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}} \approx 0.468$$

La función de densidad ajustada es:

$$f(x) = 0.468\, e^{-0.468x}, \quad x \geq 0$$

¿Querés que te muestre gráficamente el histograma junto con la curva de la distribución exponencial ajustada para comparar el ajuste?

**Histograma De X Con Ajuste Exponencial**




Aquí tienes el histograma de tus datos junto con la c de la **distribución exponencial ajustada** (en rojo).

# Distribución binomial

Binomial: $p \approx \frac{\bar{X}}{n}$ y $n = X_{\max}$

| | |
|---|---|
| Xmax = | 10 |
| Xm = | 5.12 |
| p = | 0.51 |

| | |
|---|---|
| Xmax = | =MAX(B2:B101) |
| Xm = | =PROMEDIO(B2:B101) |
| p = | =E11/E10 |

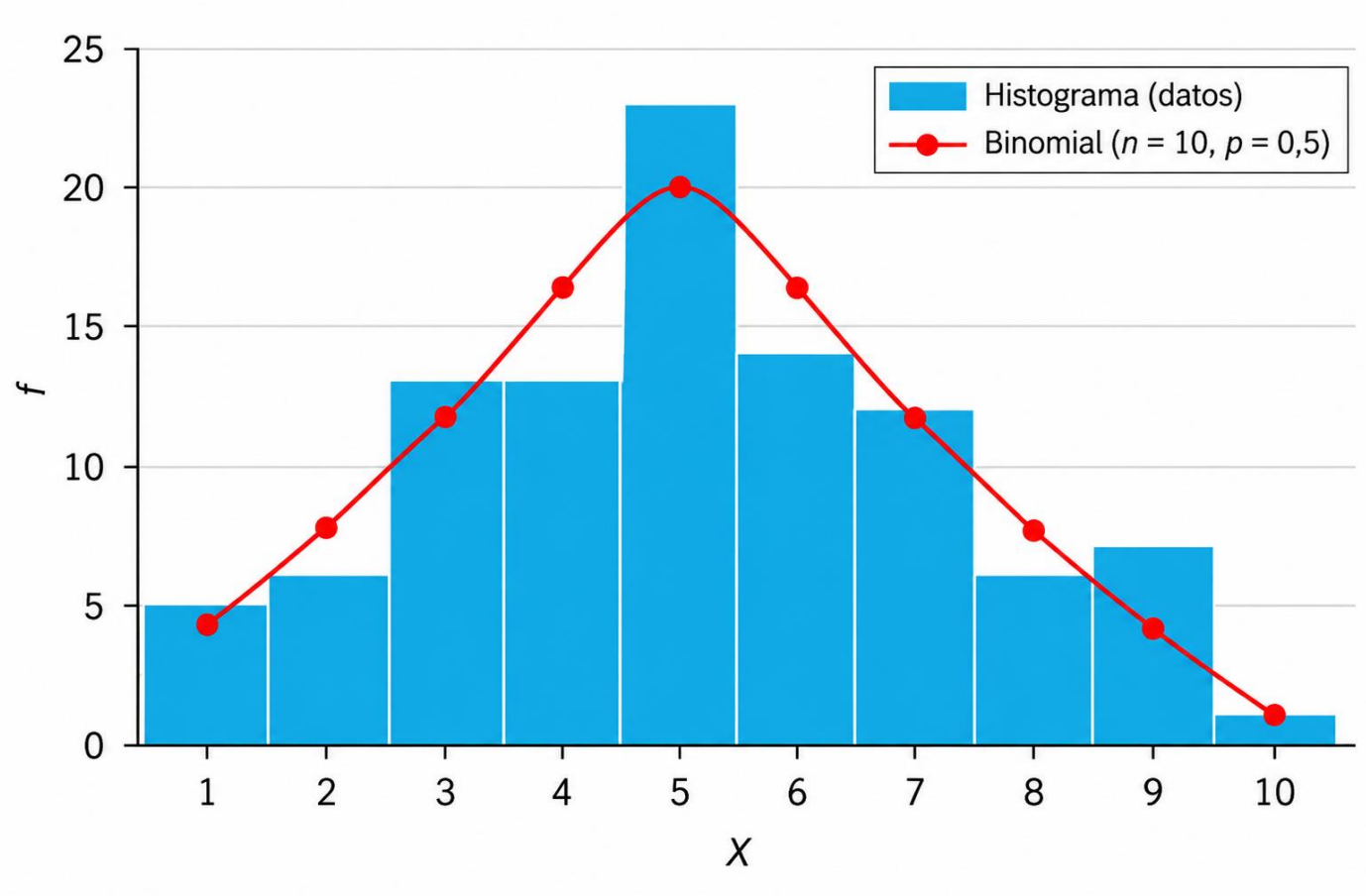
E10 = $X_{max}$

E11 = $Xm$

# *Prompt* para ajustar parámetros

Dado el histograma que te envío para una variable discreta, superpone en esa gráfica la gráfica de la función de masa de probabilidad de la distribución binomial. Hazlo con un gráfico de puntos unidos por una curva suave. Elige de los parámetros n y p para que esa función ajuste de la mejor forma posible al histograma.

# Histograma y binomial



# Resultados

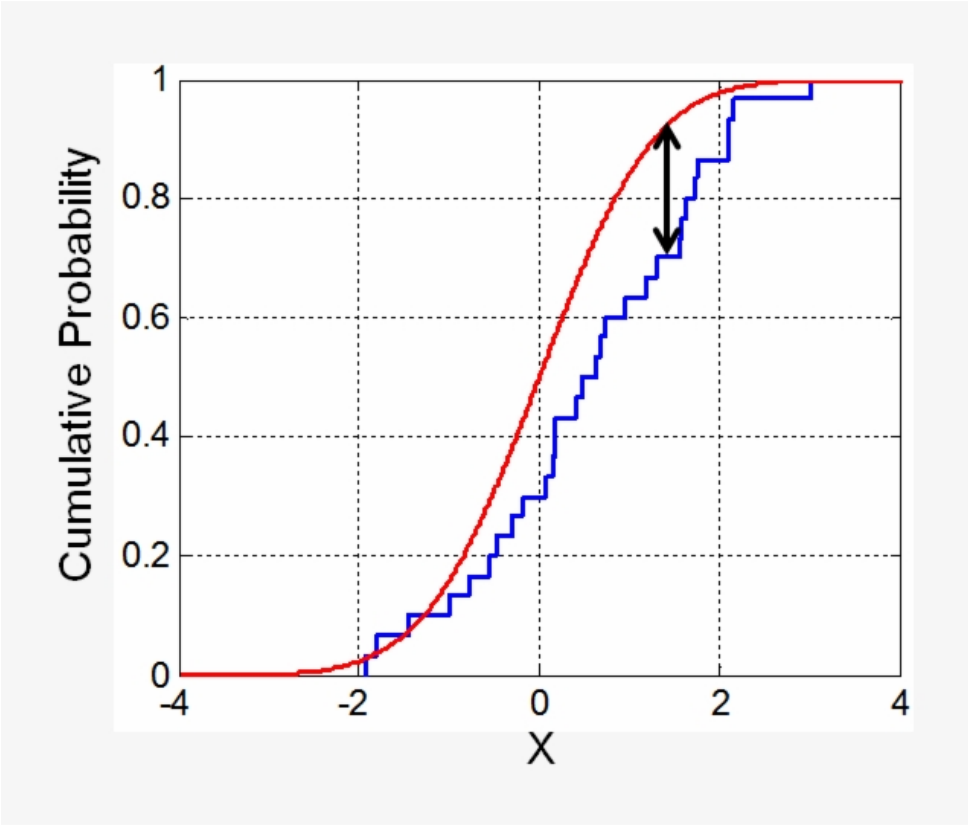
| | |
|---|---|
| Colección | • Tabla x |
| Identificación | • $f(x)$ o $p(x)$ |
| Ajuste | • Parámetros |
| Evaluación | • Distribución |

# Evaluación del ajuste



# Kolmogorov-Smirnov

Decide con base en la máxima desviación entre la distribución acumulada teórica y la distribución acumulada empírica.



# Chi-cuadrado

Decide con base en la suma de errores al cuadrado que surgen de comparar el histograma con la distribución esperada teóricamente.

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{c} \frac{\left(f_k - f_k^e\right)^2}{f_k^e}$$

# Evaluación del ajuste

- Si la muestra es pequeña, las pruebas aceptarán cualquier distribución.
- Si la muestra es grande, las pruebas rechazarán a todas las distribuciones propuestas.
- Por lo tanto, estas pruebas son solo un elemento más a tener en cuenta durante la evaluación.

# Mapa curricular de modelado de entradas

1. Clasificación de variables
2. Etapas del modelado de entradas
3. Colección de datos
4. Identificación de la distribución
5. Ajuste de parámetros
6. Evaluación de la distribución