



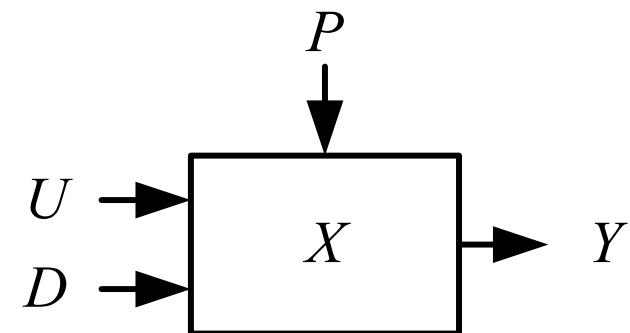
Sistemas estocásticos

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Generación de números aleatorios

Clasificación de variables

- Parámetros (P)
- Variables de entrada:
 - Manipulables (U)
 - Perturbación (D)
- Variables de salida (Y)
- Variables internas (I)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



Cajero automático

- El usuario es el banco.
- Objetivo: Determinar cuándo se debe recargar.
- Variables tipo D:
 - Tiempo entre arribos de clientes
 - Tipo de operación
 - Monto de operación

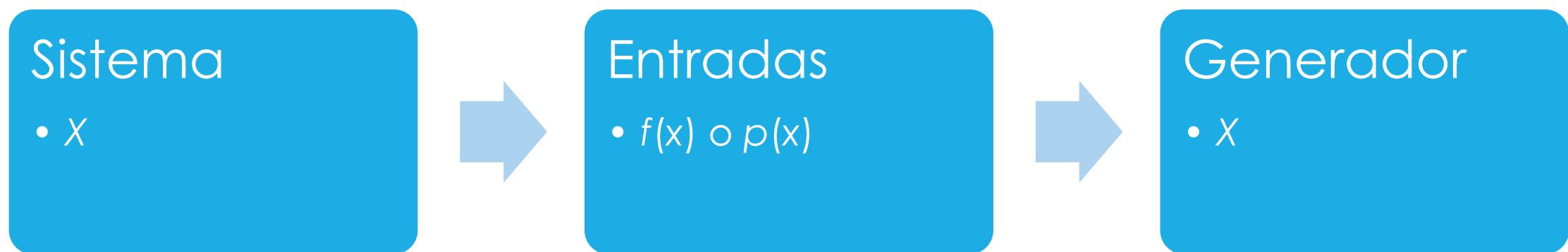


Simulador de vuelo

- Los usuarios son los pilotos.
- Objetivo: Capacitar a los pilotos.
- Variables tipo D:
 - Cantidad de pasajeros
 - Peso de cada pasajero
 - Peso de cada equipaje



Estrategia



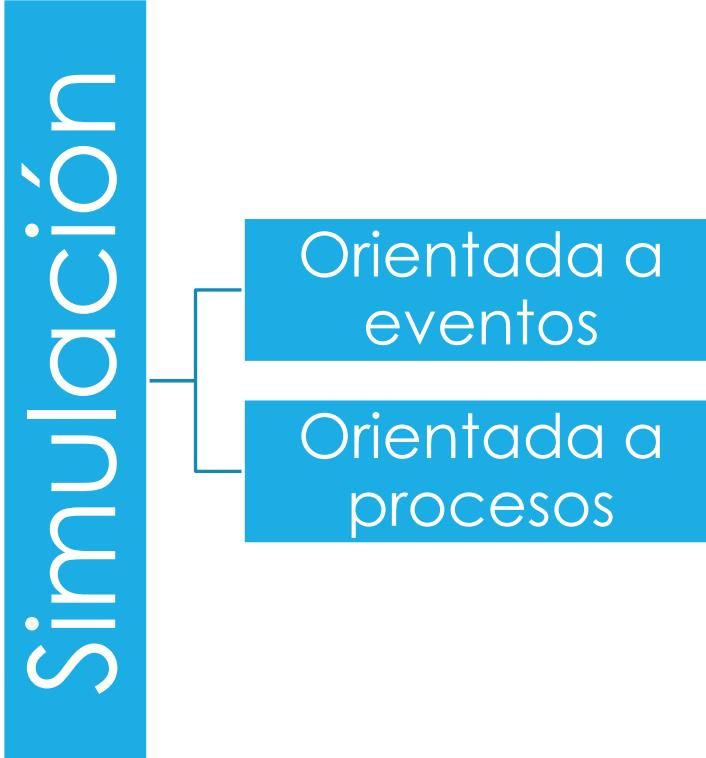
- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Simulación de Monte Carlo

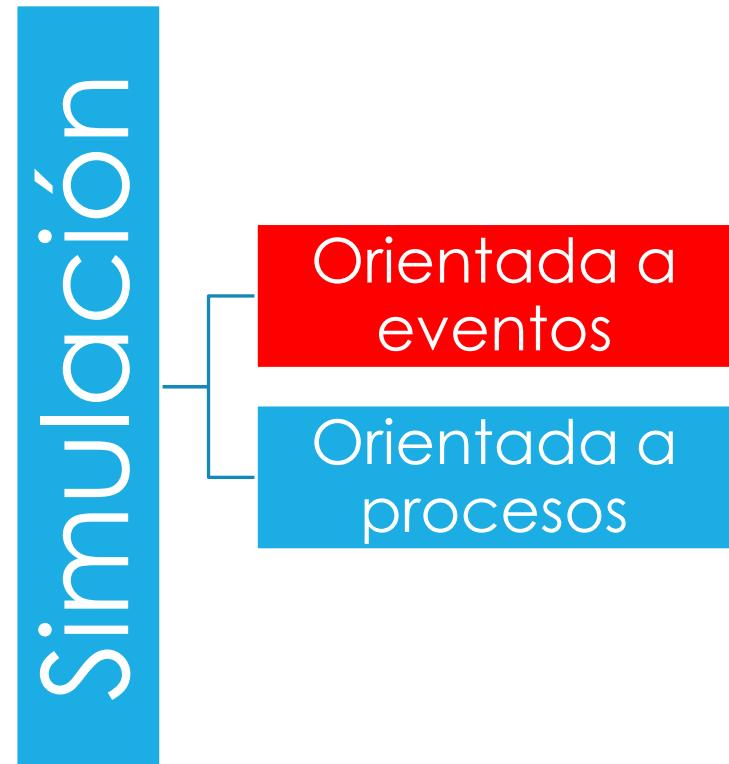
- El tiempo en que ocurren los eventos se conoce o no interesa.
- Regla de Laplace:
 - Si todos los sucesos son equiprobables:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Enfoques para considerar el tiempo



Enfoques para considerar el tiempo



Enfoque orientado a eventos

Los eventos

- El tiempo es protagonista.
- El estado se modifica cada vez que ocurre un evento.
- Evento: Causa instantánea de un cambio de estado en un sistema discreto.
 - Llegada de un cliente
 - Falla de un equipo
 - Finalización de la tarea de un servidor

Centro de cómputos

Una empresa posee dos equipos de computación iguales. Cada equipo tiene un tiempo medio de falla de 6 meses. Por cada mes que un equipo está fuera de servicio se pierden \$2000. Cuando ambos equipos fallan, las pérdidas son de \$10000 por mes. Estas pérdidas son causadas por multas que la empresa debe pagar a fin de mes dependiendo exclusivamente del estado de los equipos en ese momento sin importar en qué instante del mes fallaron. El costo de reparación es de \$1000 por equipo, y se abona cuando el equipo está reparado. El tiempo medio de reparación es de 2 meses. Se quiere determinar el fondo anual que la empresa deberá reservar para enfrentar los gastos provocados por las fallas de los equipos.

Modelado considerando eventos

Eventos

- F1: Falla equipo 1.
- F2: Falla equipo 2.
- R1: Se repara equipo 1.
- R2: Se repara equipo 2.
- FM: Fin de mes.

Velocidades

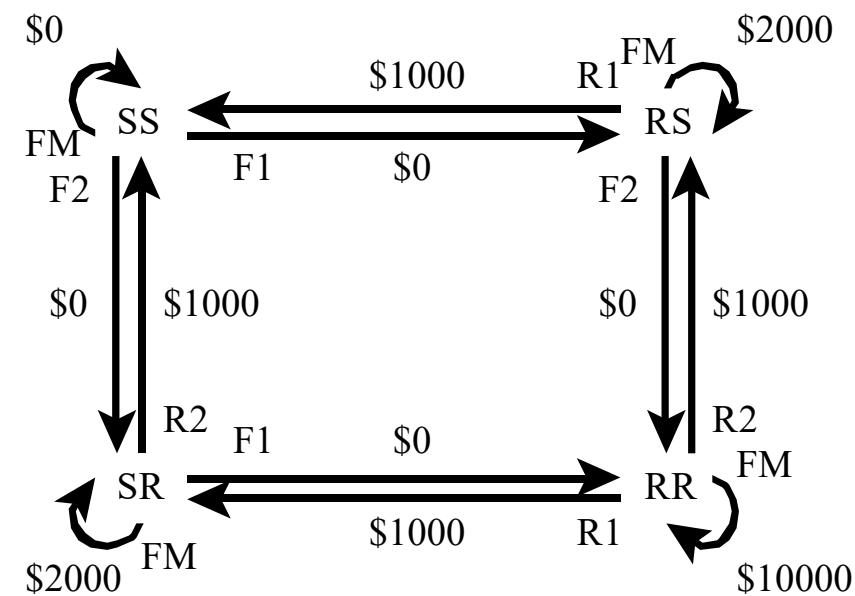
- $\lambda_{F1} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{F2} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{R1} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{R2} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

Modelado considerando eventos

Estados

- SS: Los dos equipos en servicio.
- SR: El equipo 1 en servicio, el equipo 2 en reparación.
- RS: El equipo 2 en servicio, el equipo 1 en reparación.
- RR: Los dos equipos en reparación.

Red de Markov



Paso de tiempo

Paso de tiempo

Paso de tiempo

- Constante
- Variable

Paso de tiempo

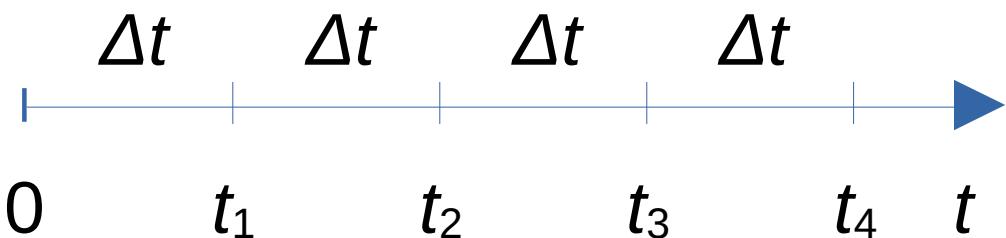
Paso de tiempo

Constante

Variable

Paso constante de tiempo

- Paso constante Δt
- Solo ocurre un evento por vez.
- Procedimiento:
 1. Inicializar.
 2. Dar un paso Δt .
 3. Determinar el posible evento A.
 4. Generar r .
 5. Si $r < P(A)$, ocurre A, modificar estado.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



Requiere $P(A)$

Paso constante de tiempo

- Distribución exponencial:
 - $P(A) = \lambda_A \Delta t$
- Para $\Delta t = 0.25$ mes
 - $P(F1) = 0.04$
 - $P(F2) = 0.04$
 - $P(R1) = 0.12$
 - $P(R2) = 0.12$

Mes	Evento	Estado	Pérdida (\$)
0.00		SS	
0.25		SS	
0.50		SS	
0.75		SS	
1.00	FM	SS	0
...
2.00	FM	SS	0
2.25	F2	SR	0
3.00	FM	SR	2000
4.00	FM	SR	2000
4.50	F1	RR	0
5.00	FM	RR	10000
5.25	R2	RS	1000
6.00	FM	RS	2000
6.50	R1	SS	1000
7.00	FM	SS	0
7.25	F1	RS	0
7.50	F2	RR	0
8.00	FM	RR	10000
9.00	FM	RR	10000
9.50	R2	RS	1000
10.00	FM	RS	2000
11.00	FM	RS	2000
12.00	FM	RS	2000
Total			\$45000

Paso de tiempo

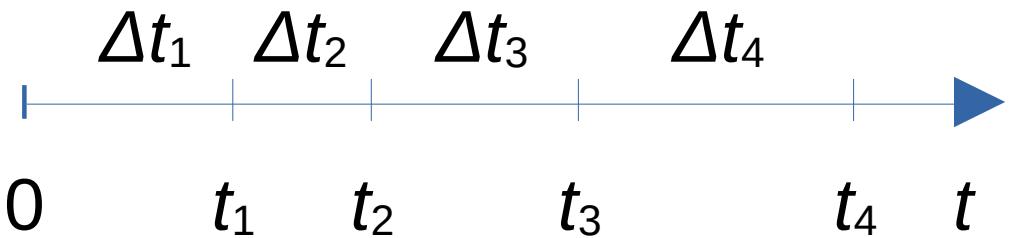
Paso de tiempo

Constante

Variable

Paso variable de tiempo

- Paso variable Δt
- $f(\Delta t) \rightarrow$ generadores
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Determinar el siguiente evento A.
 3. Dar un paso Δt hasta A.
 4. Modificar el estado.
 5. Agendar eventos futuros.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



Requiere generador $f(\Delta t)$

Paso variable de tiempo

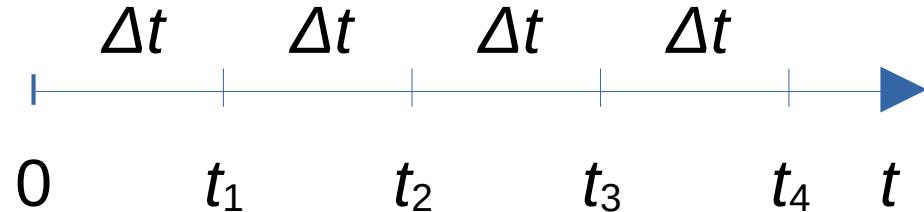
- Distribución exponencial:
 - $\Delta t_A = -\frac{1}{\lambda_A} \ln(r_A)$
- Con velocidades:
 - $\lambda_{F1} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
 - $\lambda_{F2} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
 - $\lambda_{R1} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$
 - $\lambda_{R2} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

Mes	Evento	Estado	Pérdida (\$)
0.00		SS	
0.25		SS	
0.50		SS	
0.75		SS	
1.00	FM	SS	0
...
2.00	FM	SS	0
2.25	F2	SR	0
3.00	FM	SR	2000
4.00	FM	SR	2000
4.50	F1	RR	0
5.00	FM	RR	10000
5.25	R2	RS	1000
6.00	FM	RS	2000
6.50	R1	SS	1000
7.00	FM	SS	0
7.25	F1	RS	0
7.50	F2	RR	0
8.00	FM	RR	10000
9.00	FM	RR	10000
9.50	R2	RS	1000
10.00	FM	RS	2000
11.00	FM	RS	2000
12.00	FM	RS	2000
Total			\$45000

Comparación

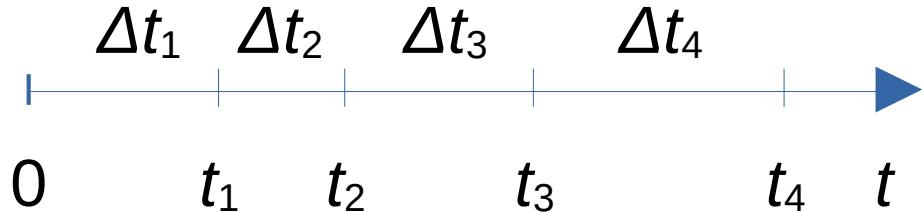
Paso constante

- Programación no compleja
- Sistemas continuos y discretos
- Error Δt
- Ineficiente, varios pasos sin eventos



Paso variable

- Error nulo
- Eficiente
- Programación compleja
- Solo sistemas discretos



Mantenimiento de aviones

Mantenimiento de aviones

Al inicio de cada día, se revisa un avión. El tiempo de revisión es despreciable. Se decide si la unidad necesita mantenimiento o no. La empresa alquila un taller a \$2500 por día. Por cada día que pasa sin operar un avión, la empresa pierde \$5000. Se desea determinar si conviene alquilar un segundo taller.

Sistema

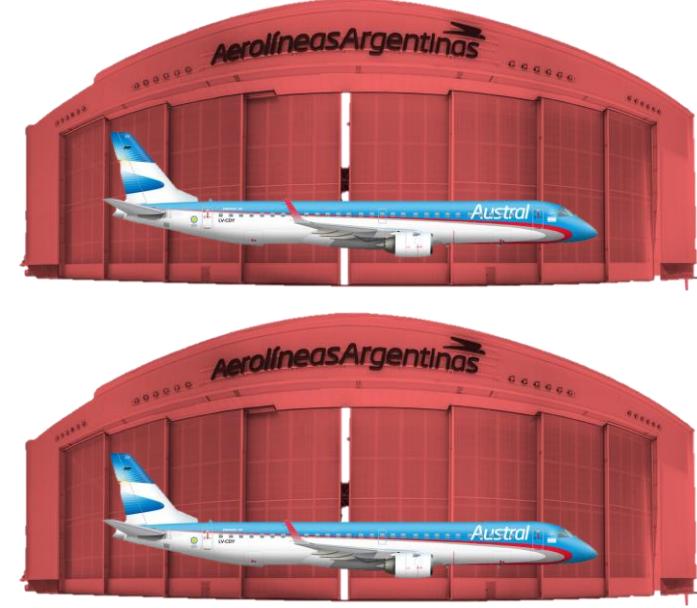


Casos

Un taller



Dos talleres



Pasos para la simulación

- Propósito: Determinar si conviene alquilar un segundo taller.
- Sistema: El sistema de mantenimiento de la empresa.
- Adquisición de datos: Registros de tiempo de ingreso de aviones al taller, tiempo de reparación.
- Construcción del modelo: Una maqueta.
- Validación del modelo: Verificación de los costos reales correspondientes al periodo de medición.
- Experimentación: Estudiar los costos con un taller y con dos talleres.
- Implementación de los resultados: Alquilar otro taller o no.

Modelado de entradas

- Probabilidad de falla: 0.5
- Tiempo de reparación: 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3 días con una probabilidad de 1/6.



Simulación

Días	Días en taller	Un taller					
		Entrada	Salida	Total			
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
Días totales perdidos							

Simulación

Días	Días en taller	Un taller					
		Entrada	Salida	Total			
0	2.5	0	2.5	2.5			
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
Días totales perdidos							

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
Días totales perdidos								

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos		20.5						

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos		20.5						

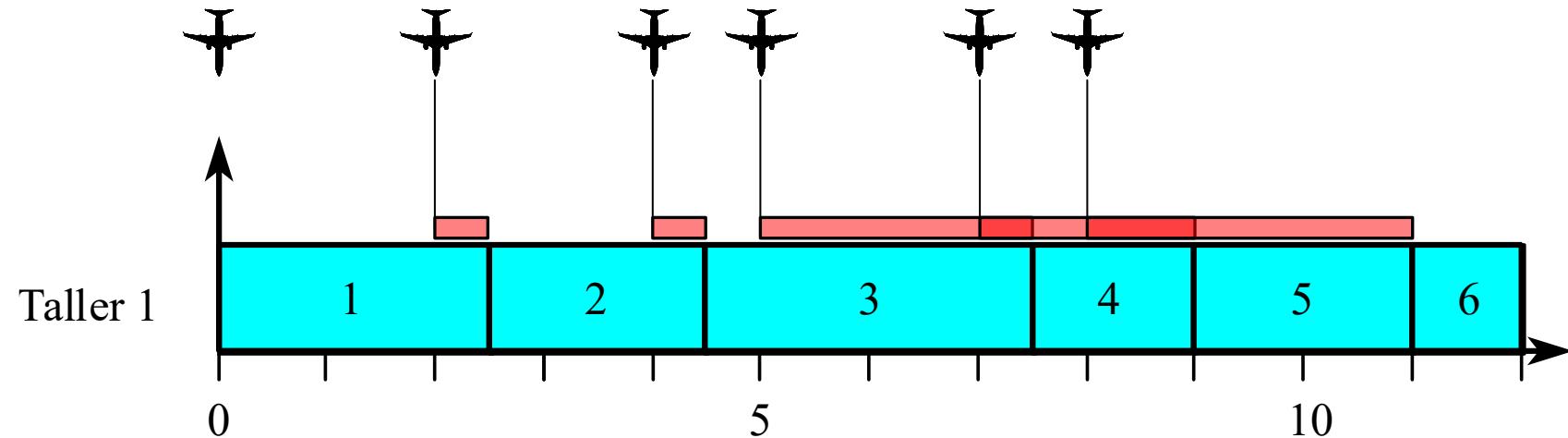
Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5	2	4	2	2
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos		20.5						

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5	2	4	2	2
3								
4	3	4.5	7.5	3.5	4	7	3	1
5	1.5	7.5	9	4	5	6.5	1.5	2
6								
7	2	9	11	4	7	9	2	1
8	1	11	12	4	8	9	1	2
9								
Días totales perdidos		20.5			12.0			

Resultados



Costos para 10 días

- Costo Total = Costo de alquiler + Costo por detención
- Costo Total 1 taller = $10 \times 2500 + 20.5 \times 5000 = \127500
- Costo Total 2 talleres = $10 \times 5000 + 12.0 \times 5000 = \110000

Procesamiento de resultados

Procesamiento de resultados

- Estadísticas basadas en observaciones: Se promedia un atributo de varias entidades.

$$Xm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2$$

<i>i</i>	<i>x</i>
1	x_1
2	x_2
...	...
<i>n</i>	x_n

Procesamiento de resultados

- Estadísticas basadas en el tiempo: Se promedia un atributo de una entidad en el tiempo.

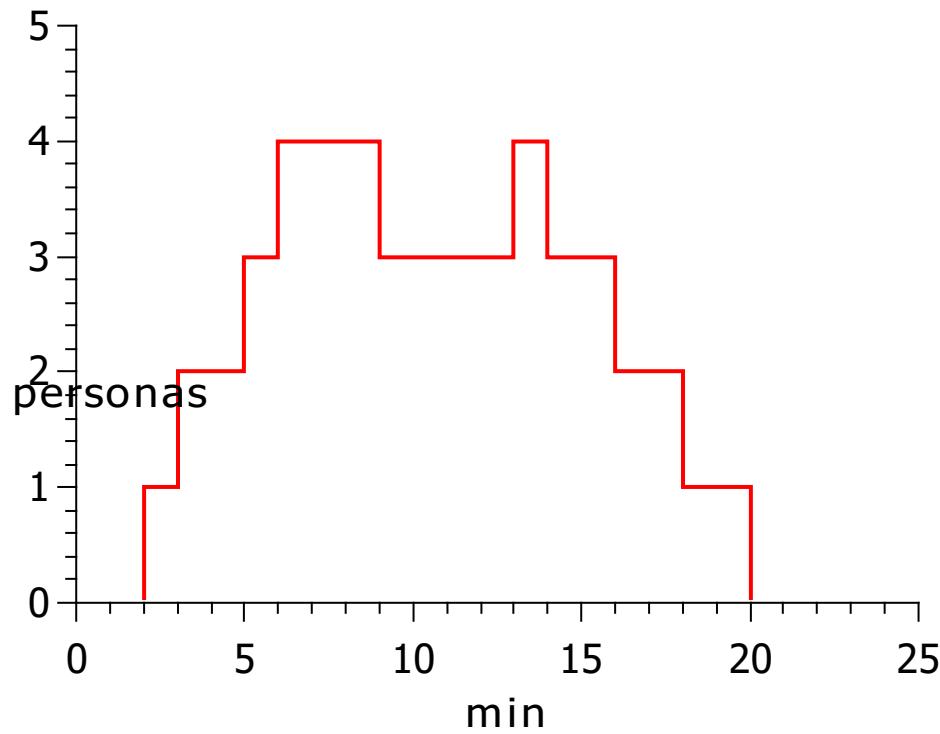
$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

<i>i</i>	<i>x</i>	Δt
1	x_1	Δt_1
2	x_2	Δt_2
...
n	x_n	Δt_n

Procesamiento de resultados



$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

- $Xm = 2.4$
- $S^2 = 1.54$

Promedios para una fila.xlsx

i	x	Δt
1	0	2
2	1	1
3	2	2
4	3	1
5	4	3
6	3	4
7	4	1
8	3	2
9	2	2
10	1	2
11	0	0

Calibri 11 A A N K S Fuente

Alineación

Número

General \$ % 000

Formato condicional

Dar formato como tabla

Estilos de celda

Insertar Eliminar Ordenar y filtrar

Formato Celdas

Edición

Complementos

Analizar datos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	t (min)	X	Δt (min)	(X-Xm) ²									
2	0	0	2	5.76			Xm =	2.4					
3	2	1	1	1.96			S ² =	1.54					
4	3	2	2	0.16									
5	5	3	1	0.36	T = $\sum_{i=1}^n \Delta t_i$								
6	6	4	3	2.56		Xm = $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$							
7	9	3	4	0.36									
8	13	4	1	2.56									
9	14	3	2	0.36									
10	16	2	2	0.16	S ² = $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$								
11	18	1	2	1.96									
12	20	0	0	5.76									
13				20									
14													
15													
16													
17													
18													

Autoguardado Promedios para una fila... • Última modificación: 25/10/2022

Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Insertar función Autosuma Lógicas Restablecer Asignar nombre Rastrear precedentes Rastrear dependientes Ventana Opciones para el cálculo

Usado recientemente Texto Diagnósticos Utilizar en la fórmula Administrador de nombres Crear desde la selección Quitar flechas Inspección Cálculo

Financieras Fecha y hora Python Inicialización Python (versión preliminar)

Biblioteca de funciones Nombres definidos Auditoría de fórmulas

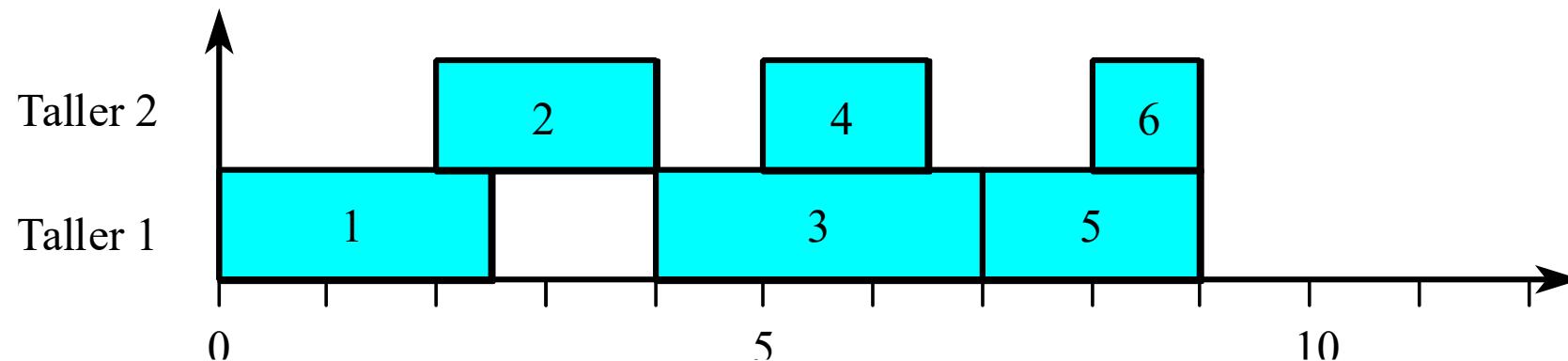
G4		A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t (min)	X	Δt (min)	$(X - Xm)^2$						
2	0	0	=A3-A2	$=(B2-G\$2)^2$		$Xm =$	=SUMAPRODUCTO(B2:B12,C2:C12)/A12			
3	2	1	=A4-A3	$=(B3-G\$2)^2$		$S^2 =$	=SUMAPRODUCTO(D2:D12,C2:C12)/A12			
4	3	2	=A5-A4	$=(B4-G\$2)^2$		$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$				
5	5	3	=A6-A5	$=(B5-G\$2)^2$		$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$				
6	6	4	=A7-A6	$=(B6-G\$2)^2$		$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$				
7	9	3	=A8-A7	$=(B7-G\$2)^2$						
8	13	4	=A9-A8	$=(B8-G\$2)^2$						
9	14	3	=A10-A9	$=(B9-G\$2)^2$						
10	16	2	=A11-A10	$=(B10-G\$2)^2$						
11	18	1	=A12-A11	$=(B11-G\$2)^2$						
12	20	0	0	$=(B12-G\$2)^2$						
13				=SUMA(C2:C12)						
14										
15										
16										
17										
18										

Resultados

- Número de aviones que entraron
- Número de aviones que salieron
- Tiempo total de espera
- Tiempo medio de espera
- Longitud media de la fila
- Tiempo de utilización del Taller

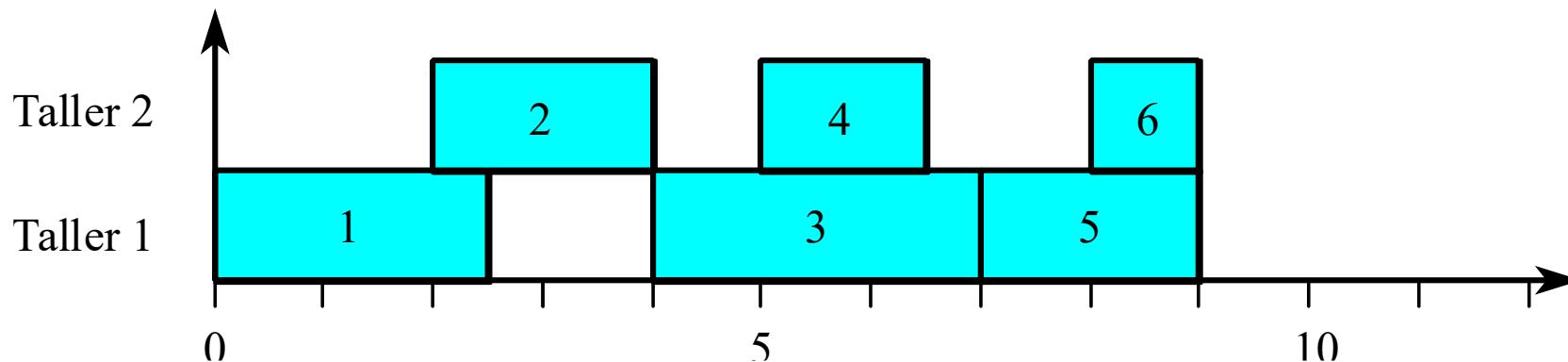
Utilización media

- Utilización: $x = \text{Si}(\text{Utilizado}, 1, 0)$
- Utilización media: Promedio basado en tiempo.
- Taller 1 = $(2.5+3+2)/10 = 0.75$
- Taller 2 = $(2+1.5+1)/10 = 0.45$
- Talleres utilizados = $0.75+0.45 = 1.2$



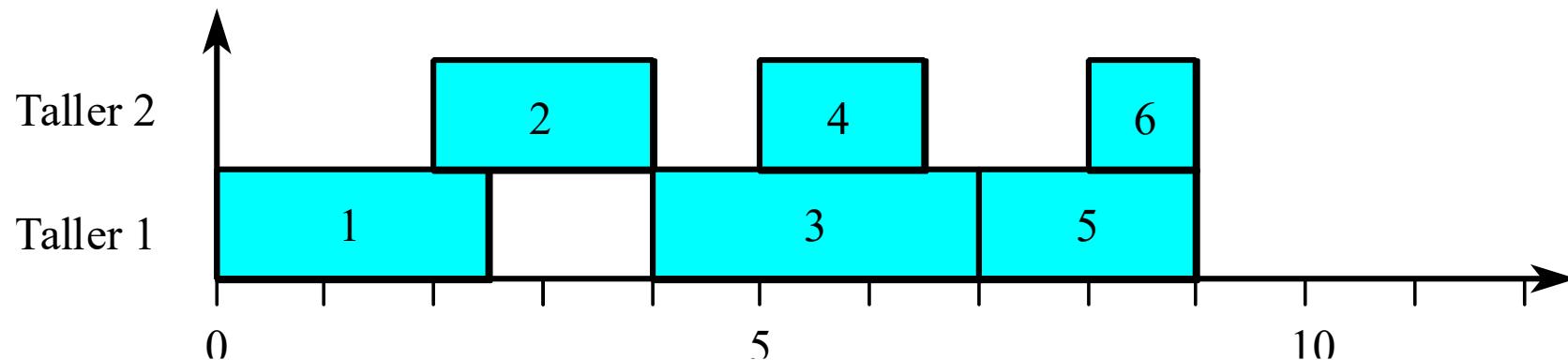
Tiempo de ocupación medio

- Variable: El tiempo que duró cada ocupación.
- Promedio: Basado en observaciones (ocupaciones).
- Taller 1 = $(2.5+5)/2 = 3.25$ día/ocupación
- Taller 2 = $(2+1.5 +1)/3 = 1.5$ día/ocupación
- Talleres = $(3.25+1.5)/2 = 2.375$ día/(ocupación taller)



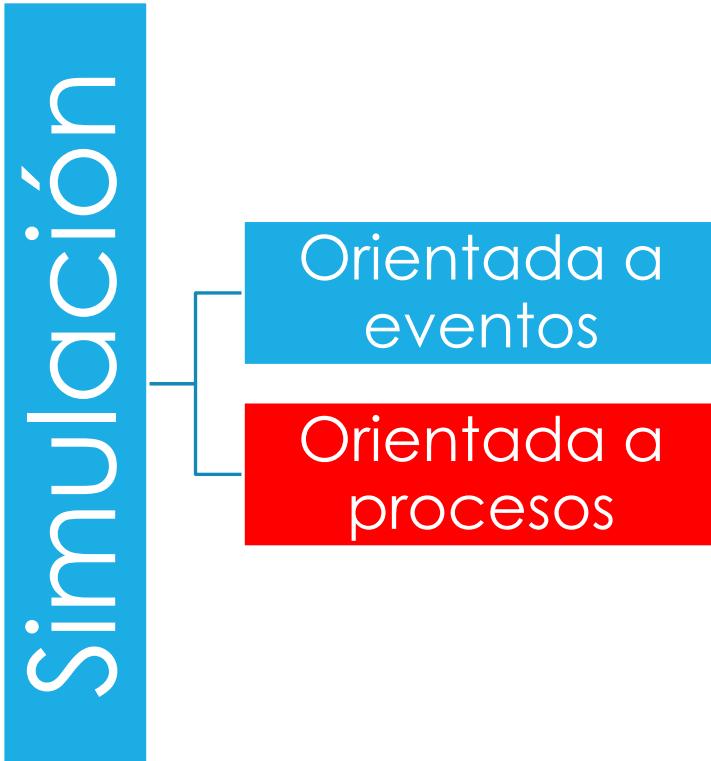
Tiempo ocioso medio

- Variable: El tiempo que duró cada detención.
- Promedio: Basado en observaciones (detenciones).
- Taller 1 = $(1.5+1)/2 = 1.25$ día/detención
- Taller 2 = $(2 +1+1.5+1)/4 = 1.375$ día/detención
- Talleres = $(1.25+1.375)/2 = 1.3125$ día/(detención taller)

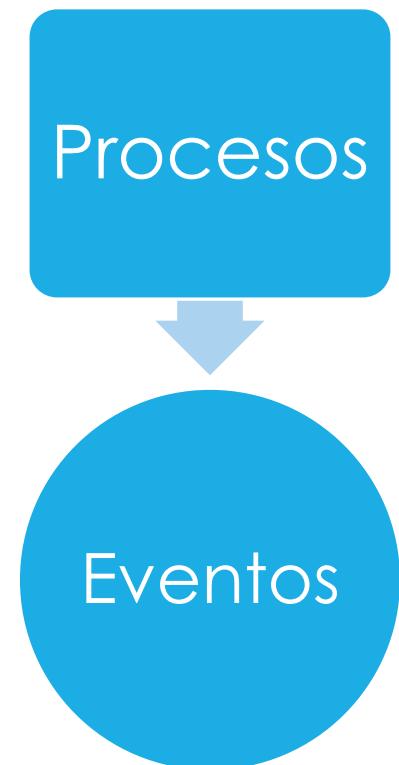


Enfoque orientado a procesos

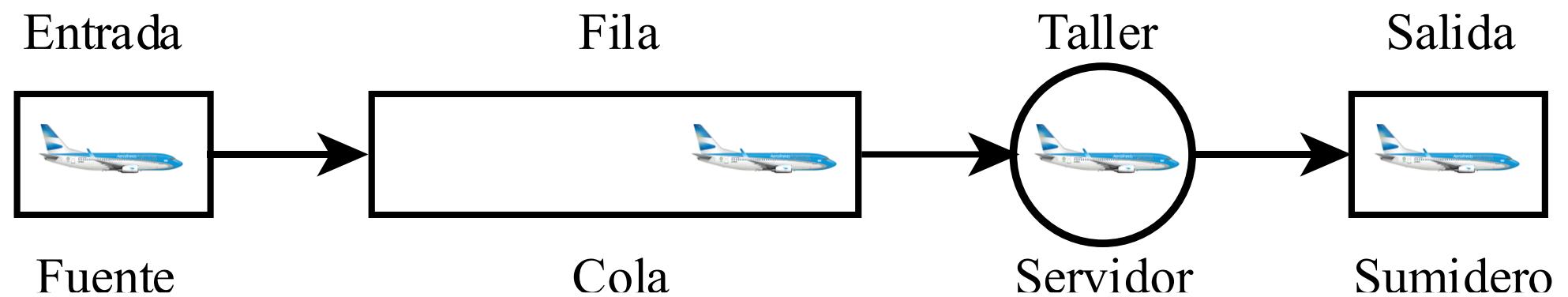
Enfoques para considerar el tiempo



Enfoque orientado a procesos

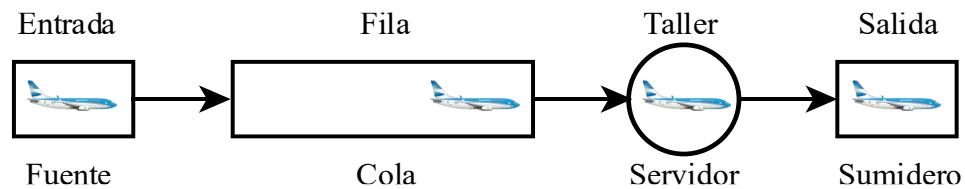


Simulación orientada a procesos



Simulación orientada a procesos

Procesos



Eventos

- Inicio de la revisión
- Finalización de la revisión
- Inicio del mantenimiento
- Finalización del mantenimiento

Software para simulación

Lenguajes para simulación

- Propósito general:
 - FORTRAN
 - C
 - Pascal
- Orientados a eventos:
 - SIMSCRIPT
 - SLAM
- Orientados a procesos:
 - GPSS
 - SIMAN
 - SIMNET

SIMSCRIPT II.5 Main program Queueing Model

```
1 MAIN
2
3     READ MEAN.INTERARRIVAL.TIME,
4             MEAN.SERVICE.TIME, AND TOT.DELAYS
5
6     CREATE EVERY SERVER(1)
7     LET U.SERVER(1)=1
8
9     ACTIVATE AN ARRIVAL.GENERATOR NOW
10
11    START SIMULATION
12
13 END
```

File Tools Views Options Units Help



Real Time

256

Pause Time:

2D



0.00 h

0%

Speed:

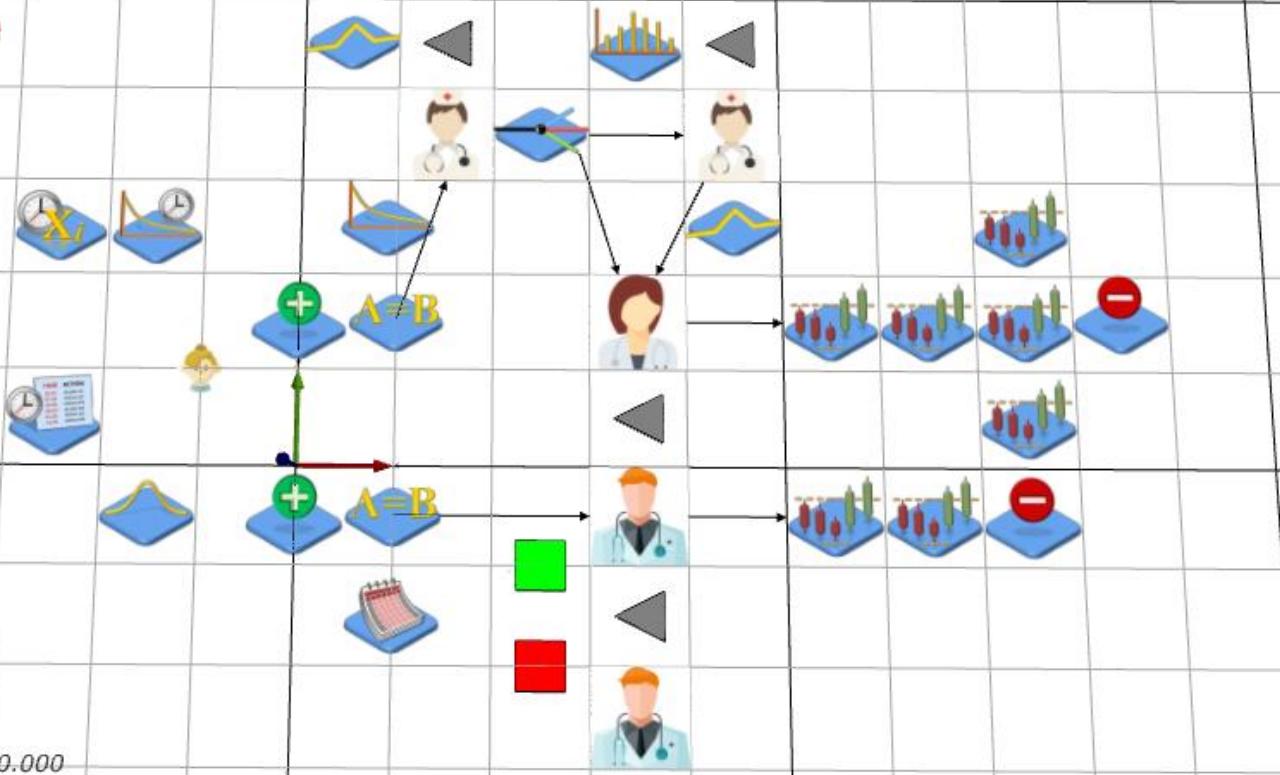
Position:

Model Builder

- + Graphics Objects
- + Probability Distributions
- + Basic Objects
- + Process Flow
- + Calculation Objects
- + Fluid Objects

View1

Model Title



Object Selector

- Simulation
- + Display Models
- + Graphics Objects
- + Probability Distributions
- + Basic Objects
- + Process Flow

JaamSim

Input Editor - Simulation

Key Inputs Multiple Runs GUI

Keyword Default Value

AttributeDefinitionList	<i>None</i>	
CustomOutputList	<i>None</i>	
RunDuration	8760.0 h	168 h
InitializationDuration	0.0 h	24 h
PauseCondition	<i>None</i>	
ExitAtPauseCondition	FALSE	
ExitAtStop	FALSE	

Output Viewer - Simulation

Output Value

Entity	
Name	Simulation
ObjectType	GraphicSimulation
SimTime	0.00000 h
Simulation	
Software Name	JaamSim
Software Version	2017-06
Configuration File	D:\Documents\uoas\EngSci\Teachin...
RunNumber	301
RunIndex	{ 4, 1 }
Present Time and	Oct 02, 2017 10:44

Facility Tools Object Tools MODELO DE COLAS2 - Simio University Edition (COMMERCIAL USE PROHIBITED) - Registered to Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Project Home Run Drawing Animation View Symbols

Run Stop Step Fast Forward Breakpoint Reset Run Run Setup

Starting Time: 23/01/2013 09:00:00 a.m. Ending Type: 9 Hours Model Trace Advanced Options

Speed Factor: 100.000 Time Units: Hours Length Units: Meters Rate Units: Meters per Hour Status Units

Adjust Speed: Animation Speed

Facility Processes Definitions Data Dashboard Results

Libraries

Standard Library

- Source
- Sink
- Server
- Workstation
- Combiner
- Separator
- Resource
- Vehide
- Worker
- BasicNode
- TransferNode
- Connector
- Path
- TimePath
- Conveyor

[Project Library] ModelEntity Model

DefaultEntity

LLEGAN RETIRO SERVIDOR VIP

Starved Processing
Blocked Failed OffShift

381 180

OPERACION COMUN VIP SALIDA1 SALIDA2

End of run 100% (9.00 Hours) miércoles, 23 de enero de 2013 06:00:00 p.m.

Help

Browse: Model: OPERACION

Navigation: Model

- Start Page
- Sample SimBit Solutions
- MODELO DE COLAS2
- ModelEntity
- Model**

Properties: OPERACION (Server)

Process Logic

Capacity Type	Fixed
Initial Capacity	2
Ranking Rule	First In First Out
Dynamic Selection	None
Transfer-In Time	0.0
Processing Time	Random.Exponential(20)

Buffer Capacity

Reliability Logic

State Assignments

Secondary Resources

Add-On Process Triggers

Advanced Options

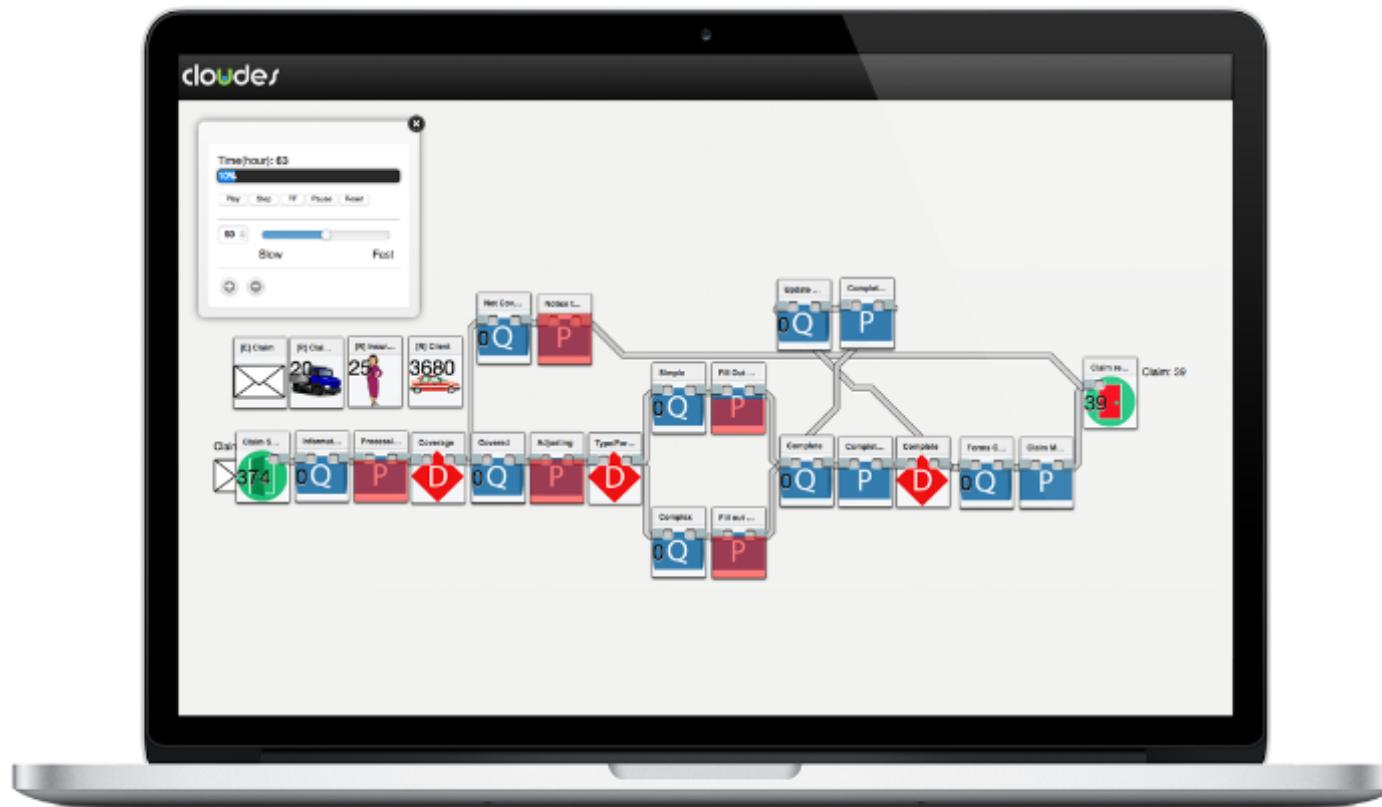
General

Animation

Simio

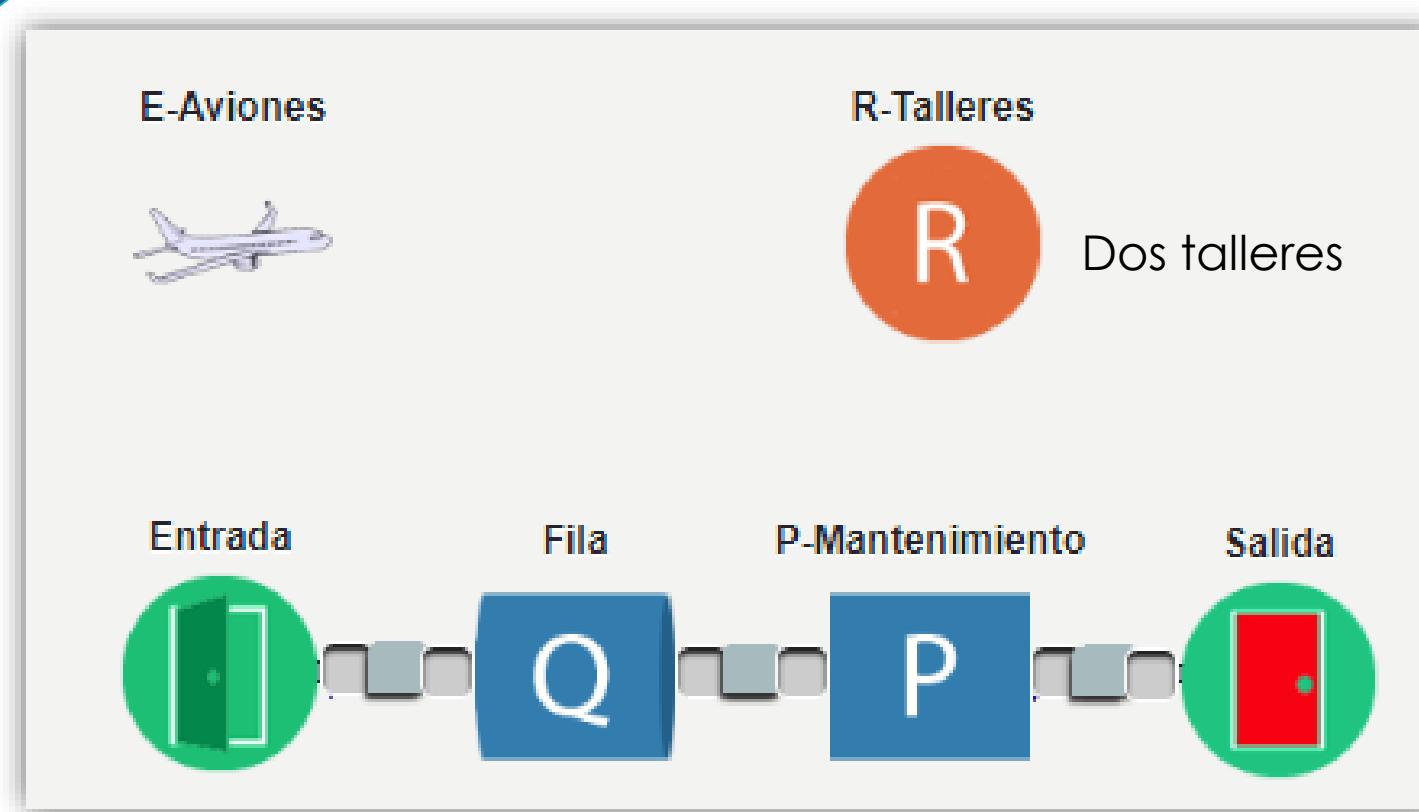
Process Logic

Process Logic



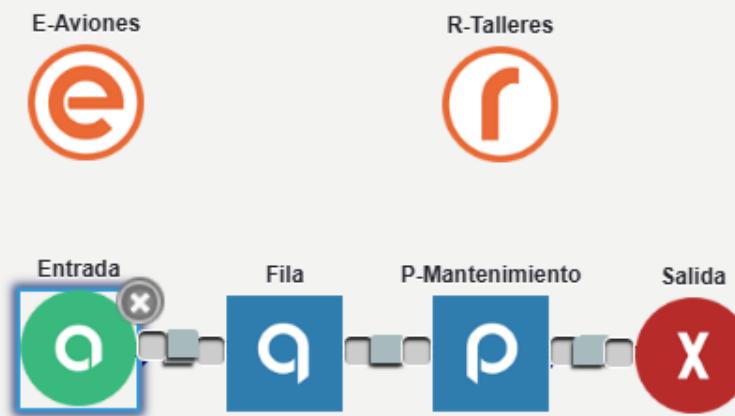
LEARN BUILD & PLAY
with Simulations

Cloudes





Aviones





Aviones



- + Diseño Conceptual
- + Construcción de Sim...
- + Herramientas

Nombre: Entrada

Descripción:

Entidad: Aviones

Tiempo Entre-llegadas: Exponential

3

Use un programa de tiempos entre-llegadas

Entidades por llegada: Constant

1

Establecer el tiempo de la primera llegada



Aviones



Diseño Conceptual

Construcción de Sim...

Herramientas

Upload Documentation

Visibilidad:

Privada



Solo usted puede ver la simulación

Nombre de la
simulación:

Aviones

Descripción Breve:

This is a simple example of a
DES simulation.

Etiquetas:

e.g. Seguridad
AeroportuariaLongitud de la
Simulación:

30

Unidad de tiempo:

Dias

Intervalo de Tiempo de
la Gráfica:

1

Tipo de Gráfica:

Linea



Salvar

Salida

X



Tiempo(day): 5

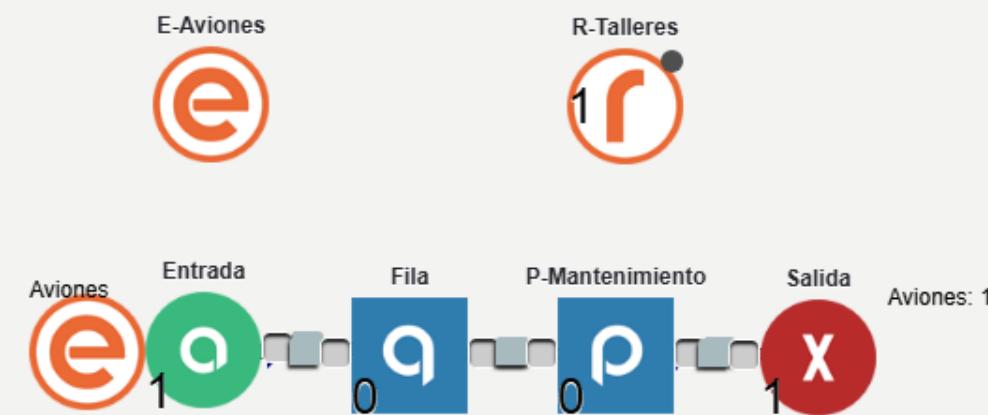
Correr Paso a Paso Pausa Reajustar

50

Despacio

Adelantar

Rápido





Aviones



+ Diseño Conceptual

+ Construcción de Sim...

+ Herramientas

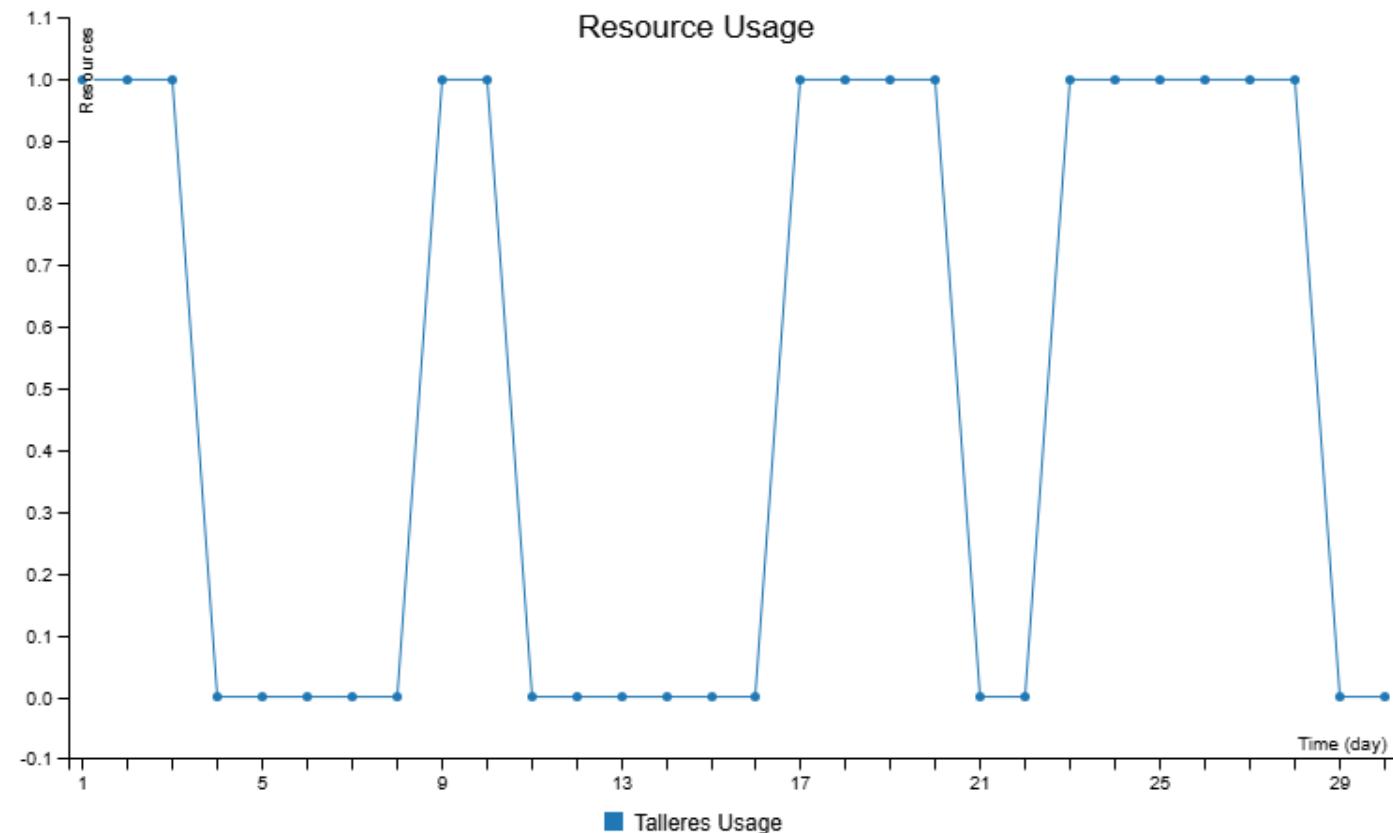
21:49:39 Contrucción finalizada.

Longitud de Simulación: 30 day

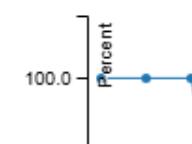
Save as .xls

Repeticiones: 1

Resource Usage

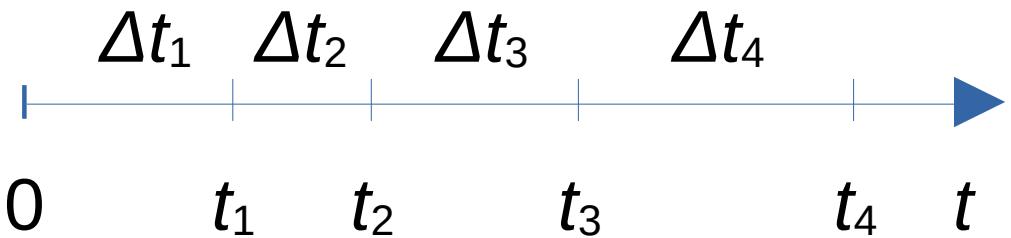


Avg Resource Utilization

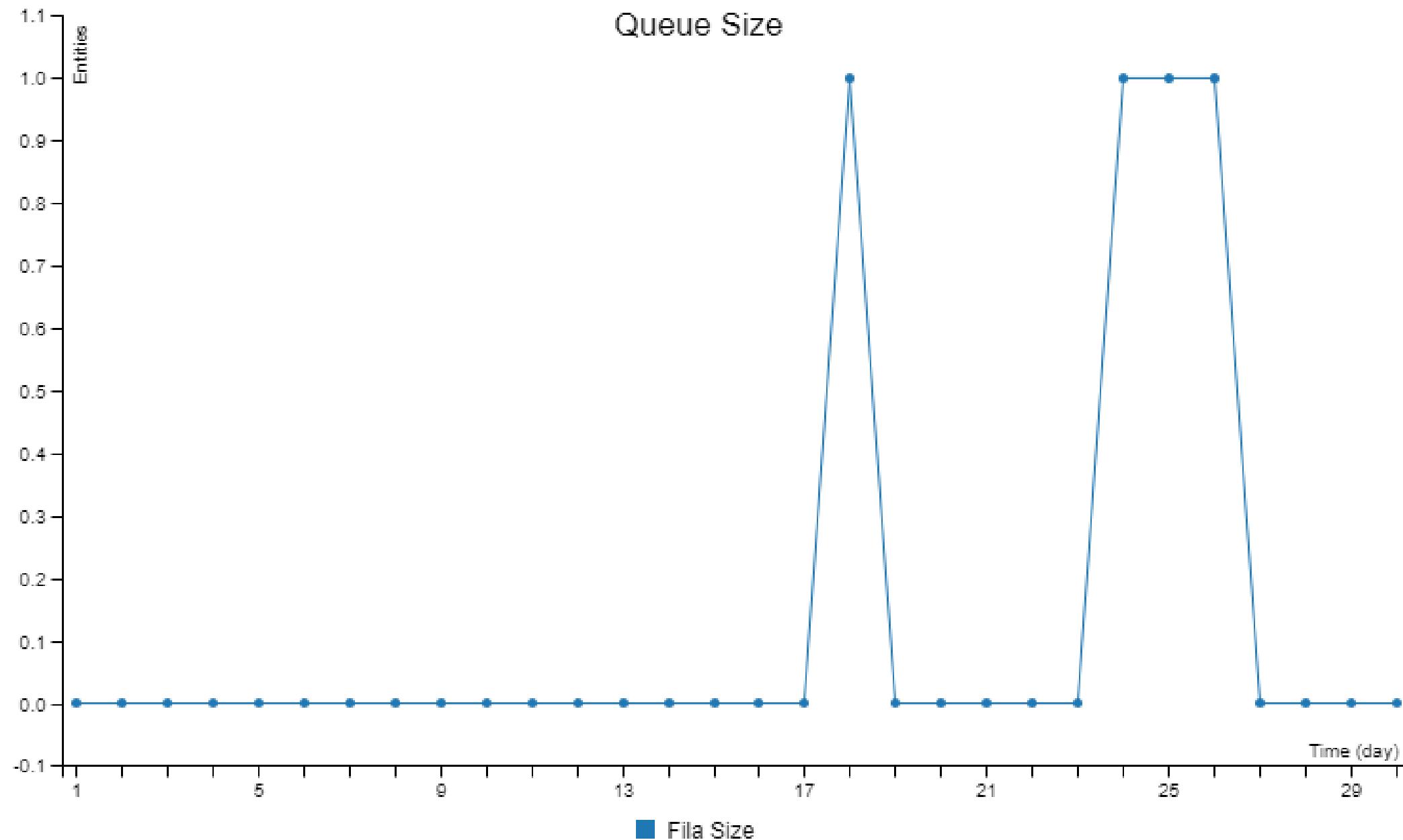


Paso variable de tiempo

- Paso variable Δt
- $f(\Delta t) \rightarrow$ generadores
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Determinar el siguiente evento A.
 3. Dar un paso Δt hasta A.
 4. Modificar el estado.
 5. Agendar eventos futuros.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



Requiere generador $f(\Delta t)$



Longitud de Simulación: 30 day

Repeticiones: 1

Entrada

Total Arrivals	7
----------------	---

Mantenimiento

Avg Process Time (day)	2.143
------------------------	-------

Total Idle Time (day)	15
-----------------------	----

Total Entities Processed	7
--------------------------	---

Salida

"Aviones" Exited	7
------------------	---

Total Exited	7
--------------	---

Fila

Entities Denied (Max Queue Size)	0
----------------------------------	---

Entities Balked (Wait Time Limit)	0
-----------------------------------	---

Dequeued	7
----------	---

Queue Max	2
-----------	---

Queue Final	0
-------------	---

Queue Avg	0.141
-----------	-------

Max Wait Time (day)	2
---------------------	---

Avg Wait Time (day)	0
---------------------	---

Talleres

Quantity Final	1
----------------	---

Max Utilization (%)	100
---------------------	-----

Avg Utilization (%)	50
---------------------	----

Aviones

Total Arrived	7
---------------	---

Total Exited	7
--------------	---

Total Dropped	0
---------------	---

Total Representing A Batch	0
----------------------------	---

Total Separated	0
-----------------	---

Avg Time In System (day)	2.71
--------------------------	------