Métodos de Simulación

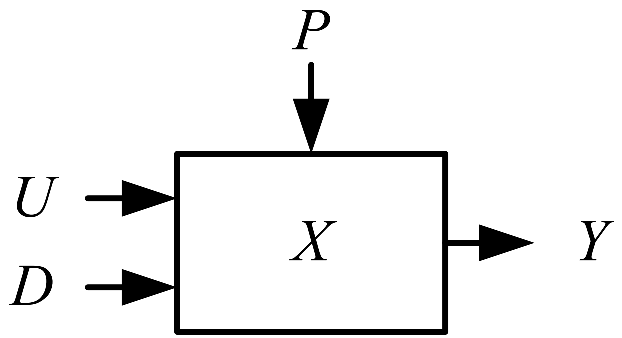
Generación de números aleatorios Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Generación de números aleatorios

Clasificación de variables

- Parámetros (*P*)
- Variables de entrada:
  - Manipulables (*U*)
  - Perturbación (*D*)
- Variables de salida (*Y*)
- Variables internas (*I*)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



Cajero automático

- El usuario es el banco.
- Objetivo: Determinar cuándo se debe recargar.
- Variables tipo *D*:
  - Tiempo entre arribos de clientes
  - Tipo de operación
  - Monto de operación

Simulador de vuelo

- Los usuarios son los pilotos.
- Objetivo: Capacitar a los pilotos.
- Variables tipo *D*:
  - Cantidad de pasajeros
  - Peso de cada pasajero
  - Peso de cada equipaje

Estrategia

Sistema
- *X*

→

Entradas
- $f(x)$ o $p(x)$

→

Generador
- *X*

- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Números aleatorios

Números aleatorios

- Un número aleatorio R es aquel que se obtiene al azar.
- Es una variable continua.
- Propiedades de una secuencia de números aleatorios $r_1, r_2, r_3, \ldots$:
  - Uniformidad
  - Independencia

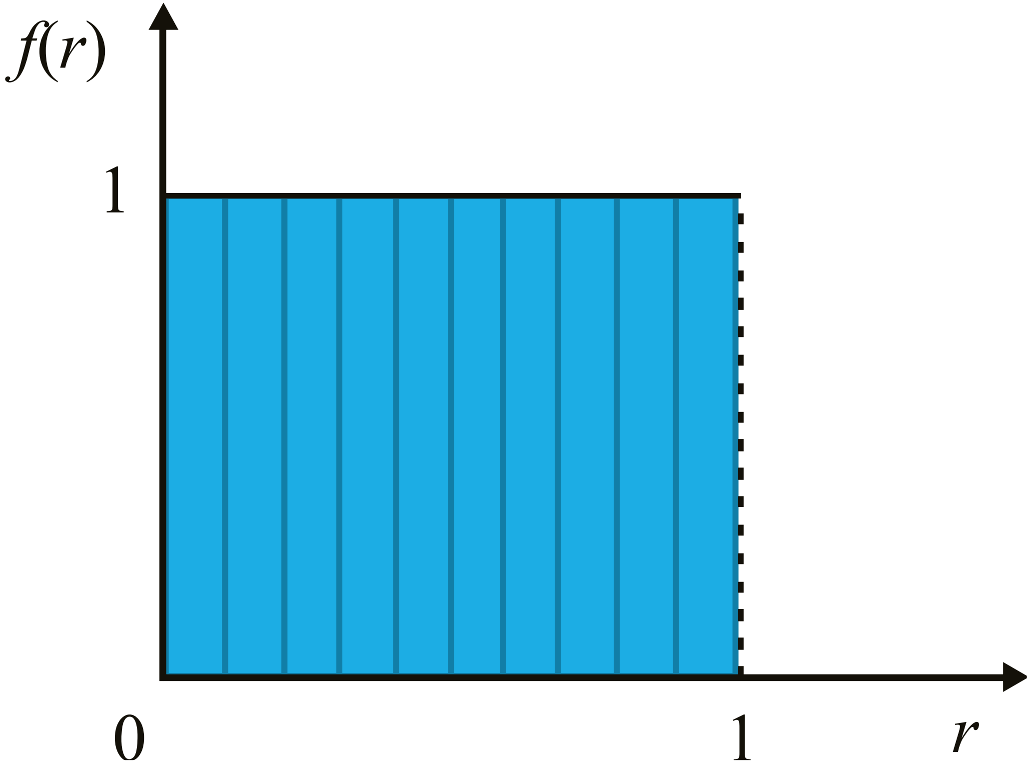
$$f(r) = \begin{cases} 1 & 0 \le r \le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mathrm{E}(R) = \int_0^1 r\,dr = \left.\frac{r^2}{2}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$\mathrm{V}(R) = \int_0^1 r^2\,dx - [\mathrm{E}(R)]^2 = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Números aleatorios

- Consecuencias:
  - Si el intervalo (0,1) es dividido en c clases, el número esperado de *n* observaciones en cada intervalo es n/c.
  - La probabilidad de observar un valor en un intervalo en particular es independiente de los valores previamente observados: $1/c$.



Ejemplos

- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09
- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 1.00, 0.99, 0.98, 0.97, 0.96
- 0.14, 0.71, 0.65, 0.28, 0.21, 0.84, 0.66, 0.70, 0.67, 0.88

Random Number Table

13962	70992	65172	28053	02190	83634	66012	70305	66761	88344
43905	46941	72300	11641	43548	30455	07686	31840	03261	89139
00504	48658	38051	59408	16508	82979	92002	63606	41078	86326
61274	57238	47267	35303	29066	02140	60867	39847	50968	96719
43753	21159	16239	50595	62509	61207	86816	29902	23395	72640
83503	51662	21636	68192	84294	38754	84755	34053	94582	29215
36807	71420	35804	44862	23577	79551	42003	58684	09271	68396
19110	55680	18792	41487	16614	83053	00812	16749	45347	88199
82615	86984	93290	87971	60022	35415	20852	02909	99476	45568
05621	26584	36493	63013	68181	57702	49510	75304	38724	15712

Las computadoras no pueden generar números aleatorios.

Números seudoaleatorios

Números seudoaleatorios

- Emulan a los números aleatorios.
- Son generados por un algoritmo.
- Son una cantidad limitada de números distintos.
- Se pueden volver a generar en una misma secuencia.
- Su utilidad depende de la calidad del generador.

El gobierno porteño quiere reemplazar los tradicionales bolilleros de la Quiniela por un sistema que despierta sospechas

Lanzó una licitación para comprar dos computadoras cuyo código fuente será inaccesible para los técnicos. Un hombre del gobierno fue señalado por su interés en el tema

13 de Septiembre de 2019

Según las especificaciones técnicas del pliego, LOTBA, la sociedad del Estado que se creó para asumir las competencias que ejercía Lotería Nacional, pretende incorporar dos computadoras con el hardware y el software necesario para registrar todas las apuestas y realizar sorteos automáticos RNG (Random Number Generator).

El caso de los Niños Cantores en 1942

Método de congruencia lineal

Método de congruencia lineal

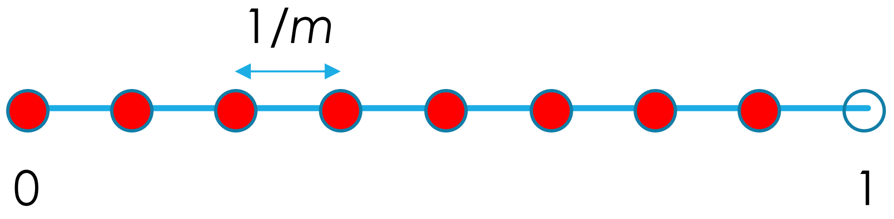
- $x_i \in N$
- x_0: semilla
- a: constante multiplicativa
- c: incremento
- m: módulo
- $c \neq 0$: congruencia mixta
- c = 0: congruencia multiplicativa

$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

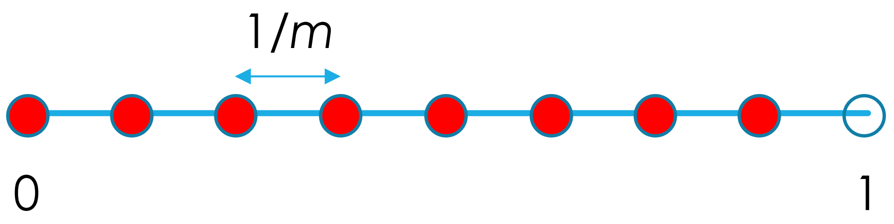
- $x_i \in \{0, 1, 2, \ldots, (m-1)\}$
- $r_i \in \{0, 1/m, 2/m, \ldots, (m-1)/m\}$
- Propiedades de R:
  - Es discreto.
  - Cuando $m \to \infty$, $\max(R) \to 1$.
  - El *gap* mínimo es $1/m$.
  - Son posibles m valores distintos.
  - El periodo o longitud de ciclo es $P \leq m$.



$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal



$$x_{i+1} = \left(a\,x_i + c\right) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

- Calidad:
  - Uniformidad
  - Máxima densidad: *gaps* → 0
  - *P* grande
- Requisitos:
  - *m* grande para máxima densidad.
  - *m grande y a*, *c* y X_0 apropiados para *P* grande.

Cálculo de *r*

- a = 17
- c = 43
- m = 100
- x_0 = 27

$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

i	x	*r*
0	27	---
1	2	0.02
2	77	0.77
3	52	0.52

Generador de congruencia lineal.xlsx

Generador de congruencia line... • Última modificación: 2/10/2020

i	*x*	*r*
0	27	- - -
1	2	0.02
2	77	0.77
3	52	0.52

Parámetros

a =	17
c =	43
m =	100
x0 =	27

$$x_{i+1} = (a\,x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Ejemplo 1 | Ejemplo 2

i	x	r
0	=F5	- - -
1	=RESIDUO(F$2*B2+F$3,F$4)	=B3/F$4
2	=RESIDUO(F$2*B3+F$3,F$4)	=B4/F$4
3	=RESIDUO(F$2*B4+F$3,F$4)	=B5/F$4

Parámetros

a =	17
c =	43
m =	100
x0 =	27

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Longitud de ciclo

- $a = 13$
- $c = 0$
- $m = 2^6 = 64$
- $x_0 = 1, 2, 3$ y 4
- $P = 16, 8, 16$ y 4
- $x \in \{1, 5, 9, 13, \ldots, 53, 57, 61\}$
- $r \in \{1/64, 5/64, 9/64, \ldots, 61/64\}$
- $gap = 5/64-1/64 = 4/64 = 0.0625$

i	x	x	x	x
0	1	2	3	4
1	13	26	39	52
2	41	18	59	36
3	21	42	63	20
4	17	34	51	4
5	29	58	23	
6	57	50	43	
7	37	10	47	
8	33	2	35	
9	45		7	
10	9		27	
11	53		31	
12	49		19	
13	61		55	
14	25		11	
15	5		15	
16	1		3	

Generador de congruencia line... • Última modificación: 2/10/2020

i	*x*	*x*	*x*	*x*
0	1	2	3	4
1	13	26	39	52
2	41	18	59	36
3	21	42	63	20
4	17	34	51	4
5	29	58	23	
6	57	50	43	
7	37	10	47	
8	33	2	35	
9	45		7	
10	9		27	
11	53		31	
12	49		19	
13	61		55	
14	25		11	
15	5		15	
16	1		3	

Parámetros	
a =	13
c =	0
m =	64
x0 =	27

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Ejemplo 1 | Ejemplo 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	***i***	***x***	***x***	***x***	***x***		**Parámetros**	
2	0	1	2	3	4		a =	13
3	1	=RESIDUO($H$2*B2+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C2+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D2+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E2+$H$3,$H$4)		c =	0
4	2	=RESIDUO($H$2*B3+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C3+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D3+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E3+$H$3,$H$4)		m =	=2^6
5	3	=RESIDUO($H$2*B4+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C4+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D4+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E4+$H$3,$H$4)		x0 =	27
6	4	=RESIDUO($H$2*B5+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C5+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D5+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*E5+$H$3,$H$4)			
7	5	=RESIDUO($H$2*B6+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C6+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D6+$H$3,$H$4)				
8	6	=RESIDUO($H$2*B7+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C7+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D7+$H$3,$H$4)				
9	7	=RESIDUO($H$2*B8+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C8+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D8+$H$3,$H$4)				
10	8	=RESIDUO($H$2*B9+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*C9+$H$3,$H$4)	=RESIDUO($H$2*D9+$H$3,$H$4)				
11	9	=RESIDUO($H$2*B10+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D10+$H$3,$H$4)				
12	10	=RESIDUO($H$2*B11+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D11+$H$3,$H$4)				
13	11	=RESIDUO($H$2*B12+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D12+$H$3,$H$4)				
14	12	=RESIDUO($H$2*B13+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D13+$H$3,$H$4)				
15	13	=RESIDUO($H$2*B14+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D14+$H$3,$H$4)				
16	14	=RESIDUO($H$2*B15+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D15+$H$3,$H$4)				
17	15	=RESIDUO($H$2*B16+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D16+$H$3,$H$4)				
18	16	=RESIDUO($H$2*B17+$H$3,$H$4)		=RESIDUO($H$2*D17+$H$3,$H$4)				

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Cálculo de *r*

- $a = 7^5 = 16807$
- $c = 0$
- $m = 2^{31}-1 = 2147483647$
- $x_0 = 123457$

i	*x*	*r*
0	123457	---
1	2074941799	0.9662
2	559872160	0.2607
3	1645535613	0.7662

- ALEATORIO() en Excel
- Rnd() en Visual Basic

Pruebas de calidad

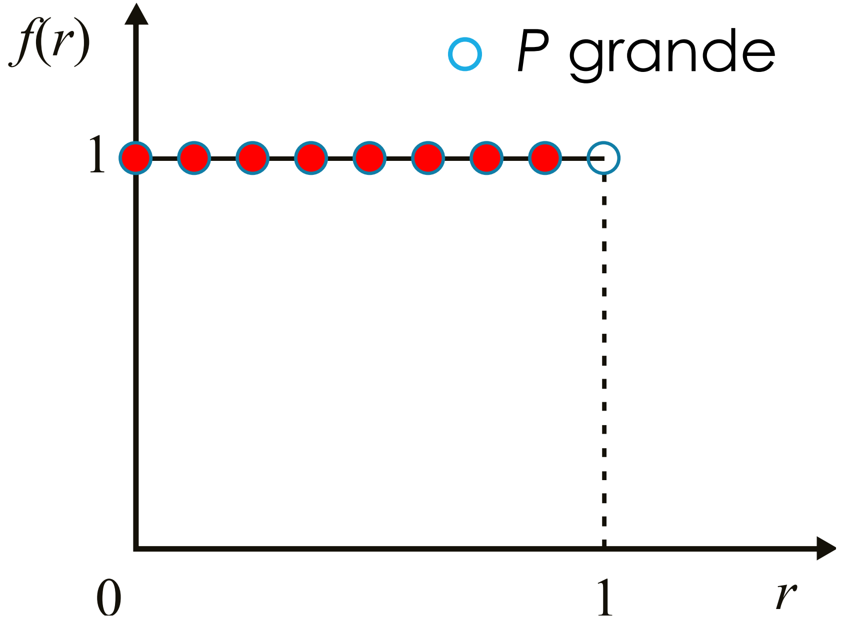
Prueba de calidad de un generador

Números aleatorios

- Uniformidad
- Independencia

Generador

- Uniformidad
- Máxima densidad: *gaps* → 0
- *P* grande



Prueba de calidad de un generador

- Prueba de frecuencia: Usa el método de Kolmogorov-Smirnov o el método chi-cuadrado para comparar una distribución uniforme con la secuencia generada.
- Prueba de corridas o rachas (*runs test*): Utiliza el chi-cuadrado para determinar la presencia anormal de grupos de números ascendentes, descendentes, por encima del promedio, o por debajo del promedio.

Prueba de calidad de un generador

- Prueba de autocorrelación: Compara la correlación existente entre los elementos de una secuencia con la correlación nula esperada.
- Prueba de huecos (*gap test*): Cuenta la cantidad de dígitos entre dos sucesivas repeticiones de un mismo dígito, y utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov para comparar esta cantidad con el valor esperado.
- Prueba de póker: Controla que la frecuencia de aparición de dígitos en una serie de números sea la esperada.

Generadores de variables aleatorias

Variables aleatorias

R

- Número aleatorio
- Distribución uniforme

X

- Variable aleatoria
- Cualquier distribución $f(x)$ o $p(x)$

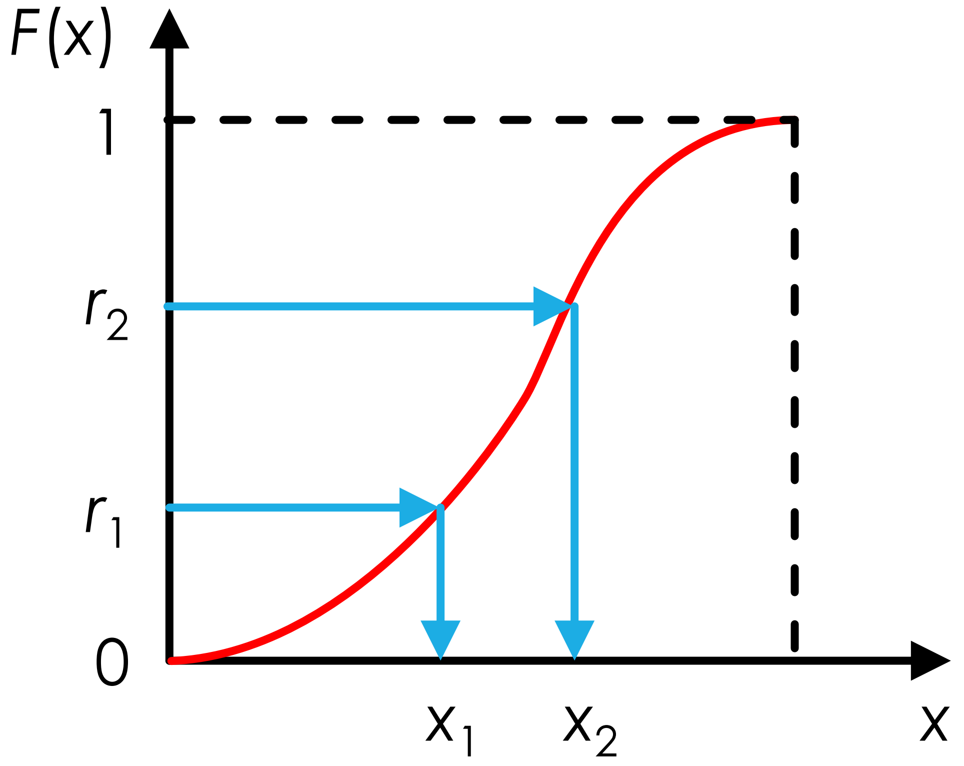
Método de la transformada inversa

Método de la transformada inversa

Método analítico

1. Dada $f(x)$ o $p(x)$
2. Obtener $F(x)$
3. $F(x) = r$
4. $x = F^{-1}(r)$

Método gráfico



Generador exponencial

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = r$$

$$x = F^{-1}(r) = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-r)$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{\lambda}\ln(r)}$$

- LN(x) en Excel
- Log(x) en Visual Basic

Generador exponencial.xlsx

Autoguardado Generador exponencial... • Guardado Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Pegar Portapapeles Calibri 11 N K S Fuente Alineación General $ % 000 Número Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Estilos Insertar Eliminar Formato Celdas Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar Edición Complementos Complementos Analizar datos

E2

	A	B	C	D	E	F
1	*i*	**r**	**x**		lambda =	2
2	1	0.3289907	0.5558629			
3	2	0.3630907	0.5065513			
4	3	0.6009745	0.2546014			
5	4	0.3493557	0.5258324			
6	5	0.2051338	0.7920465			
7	6	0.1327305	1.0097174			
8	7	0.6859705	0.1884603			
9	8	0.6858938	0.1885162			
10	9	0.1014607	1.1440418			
11	10	0.6745932	0.1968227			
12	11	0.2740653	0.6471944			
13	12	0.149306	0.9508786			
14	13	0.8391399	0.0876889			
15	14	0.2662652	0.6616312			
16	15	0.991549	0.0042435			
17	16	0.9424077	0.0296586			
18	17	0.2818279	0.6332293			

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(r)$$

Original Fijo

Listo Accesibilidad: es necesario investigar 130%

	A	B	C	D	E	F
1	*i*	***r***	**x**		lambda =	2
2	1	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B2)			
3	2	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B3)			
4	3	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B4)			
5	4	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B5)			
6	5	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B6)			
7	6	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B7)			
8	7	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B8)			
9	8	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B9)			
10	9	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B10)			
11	10	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B11)			
12	11	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B12)			
13	12	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B13)			
14	13	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B14)			
15	14	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B15)			
16	15	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B16)			
17	16	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B17)			
18	17	=ALEATORIO()	=-1/F$1*LN(B18)			

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(r)$$

Original | Fijo

Generador uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a \le x \le b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} = r$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \le x \le b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

$$\boxed{x = a + (b-a)r}$$

Generador triangular

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a\le x<b\\[2ex] \dfrac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & b\le x\le c\\[2ex] 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le a\\[1ex] \dfrac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & a<x\le b\\[2ex] 1-\dfrac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)} & b<x\le c\\[1ex] 1 & x>c\end{cases}$$

$$\boxed{x=\begin{cases}a+\sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0\le r<\dfrac{b-a}{c-a}\\[2ex] c-\sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a}\le r\le 1\end{cases}}$$

Generador triangular

1. *r* = ALEATORIO()
2. *xi* = *a*+RAIZ((*b*-*a*)*(*c*-*a*)**r*)
3. *xd* = *c*-RAIZ((*c*-*b*)*(*c*-*a*)*(1-*r*))
4. SI(*r* < (*b*-*a*)/(*c*-*a*),*xi*,*xd*)

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \le r < \dfrac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a} \le r \le 1 \end{cases}$$

Generador triangular.xlsx

Generador triangular... • Guardando...

i	r	xi	xd	x
1	0.0059836	0.2679618	1.1156993	0.2679618
2	0.1046629	1.120694	1.3644752	1.120694
3	0.1062198	1.1289986	1.3685073	1.1289986
4	0.6285756	2.7464353	3.0143366	3.0143366
5	0.358377	2.0737705	2.0758501	2.0758501
6	0.2337188	1.6747018	1.7115565	1.6747018
7	0.0207605	0.4991257	1.15214	0.4991257
8	0.6325252	2.7550502	3.0302532	3.0302532
9	0.1770185	1.4574712	1.5557278	1.4574712
10	0.0174828	0.4580319	1.1440332	0.4580319
11	0.5381349	2.5411844	2.6706212	2.6706212
12	0.487458	2.4185732	2.4927208	2.4927208
13	0.4520367	2.3290428	2.3735529	2.3735529
14	0.5606974	2.5939099	2.752961	2.752961
15	0.6216645	2.7312954	2.9866877	2.9866877
16	0.5752524	2.6273616	2.8072047	2.8072047
17	0.0343818	0.6423248	1.1859749	0.6423248

a =	0
b =	2
c =	6

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \le r < \dfrac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a} \le r \le 1 \end{cases}$$

Original | Fijo

Autoguardado Generador triangular... Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Insertar función | Autosuma | Usado recientemente | Financieras | Lógicas | Texto | Fecha y hora | Biblioteca de funciones

Insertar Python | Restablecer | Diagnósticos | Inicialización | Python (versión preliminar)

Administrador de nombres | Asignar nombre | Utilizar en la fórmula | Crear desde la selección | Nombres definidos

Rastrear precedentes | Rastrear dependientes | Quitar flechas | Ventana Inspección | Auditoría de fórmulas

Opciones para el cálculo | Cálculo

G4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	*i*	***r***	***xi***	***xd***	***x***		a =	0
2	1	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B2)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B2))	=SI(B2<(bt-at)/(ct-at),C2,D2)		b =	2
3	2	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B3)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B3))	=SI(B3<(bt-at)/(ct-at),C3,D3)		c =	6
4	3	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B4)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B4))	=SI(B4<(bt-at)/(ct-at),C4,D4)			
5	4	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B5)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B5))	=SI(B5<(bt-at)/(ct-at),C5,D5)			
6	5	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B6)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B6))	=SI(B6<(bt-at)/(ct-at),C6,D6)			
7	6	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B7)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B7))	=SI(B7<(bt-at)/(ct-at),C7,D7)			
8	7	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B8)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B8))	=SI(B8<(bt-at)/(ct-at),C8,D8)			
9	8	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B9)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B9))	=SI(B9<(bt-at)/(ct-at),C9,D9)			
10	9	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B10)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B10))	=SI(B10<(bt-at)/(ct-at),C10,D10)			
11	10	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B11)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B11))	=SI(B11<(bt-at)/(ct-at),C11,D11)			
12	11	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B12)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B12))	=SI(B12<(bt-at)/(ct-at),C12,D12)			
13	12	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B13)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B13))	=SI(B13<(bt-at)/(ct-at),C13,D13)			
14	13	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B14)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B14))	=SI(B14<(bt-at)/(ct-at),C14,D14)			
15	14	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B15)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B15))	=SI(B15<(bt-at)/(ct-at),C15,D15)			
16	15	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B16)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B16))	=SI(B16<(bt-at)/(ct-at),C16,D16)			
17	16	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B17)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B17))	=SI(B17<(bt-at)/(ct-at),C17,D17)			
18	17	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B18)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B18))	=SI(B18<(bt-at)/(ct-at),C18,D18)			

$$x = \begin{cases} a+\sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \le r < \dfrac{b-a}{c-a} \\ c-\sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \dfrac{b-a}{c-a} \le r \le 1 \end{cases}$$

Original | Fijo

Listo | Accesibilidad: es necesario investigar | 130%

Prompt para la fórmula de un generador

Presenta la fórmula del generador correspondiente a una variable aleatoria con distribución triangular con valor mínimo \a, moda en \b y valor máximo en \c.

ChatGPT 5 Thinking

Presenta la fórmula del generador correspondiente a una variable aleatoria con distribución triangular con valor mínimo \a, moda en \b y valor máximo en \c.

Para $X \sim \text{Triangular}(a, b, c)$ con $a \leq b \leq c$, usando el método de la transformada inversa:

1. Sea $U \sim \text{Uniform}(0, 1)$ y $p = \dfrac{b-a}{c-a}$.
2. El generador (inversa de la CDF) es

$$X = \begin{cases} a + \sqrt{U\,(b-a)(c-a)}, & \text{si } U \leq p, \\ c - \sqrt{(1-U)\,(c-b)(c-a)}, & \text{si } U > p. \end{cases}$$

Con esto, basta tomar un U uniforme en $[0, 1]$ y aplicar la fórmula para obtener una realización de la triangular (a, b, c).

¿Cómo podría implementarlo en Excel para generar 1000 valores?

Pensó durante 9s

¡Fácil! Te dejo dos formas en Excel (con y sin funciones “dinámicas”). Usa letras minúsculas a, b, c como parámetros.

Opción A — Microsoft 365 (fórmula que “desborda” 1000 filas)

1. Pon los parámetros:

- **B1** = a (mínimo)
- **B2** = b (moda)
- **B3** = c (máximo)

2. En **A6** pega esta fórmula y presiona Enter (generará 1000 valores en A6:A1005):

r

Copiar código

```
=LET(a,$B$1; b,$B$2; c,$B$3;
     p,(b-a)/(c-a);
     u, ALEATORIO.ARRAY(1000;1);
     SI(u<=p; a+RAIZ(u*(b-a)*(c-a)); c-RAIZ((1-u)*(c-b)*(c-a)))
)
```

> Notas:
>
> - **“En Excel en inglés, usa `RANDARRAY`, `IF`, `SQRT`.”**
> - **“Cada recálculo generará una nueva muestra.”**

Opción B — Cualquier Excel (método “clásico” en dos columnas)

1. Parámetros en **B1:B3** como arriba.
2. En **A6** (uniformes) escribe y copia hasta **A1005**:

```
=ALEATORIO()
```

3. En **B6** (triangular a partir de A6) escribe y copia hasta **B1005**:

```wasm
=SI(A6<=(($B$2-$B$1)/($B$3-$B$1));
    $B$1+RAIZ(A6*($B$2-$B$1)*($B$3-$B$1));
    $B$3-RAIZ((1-A6)*($B$3-$B$2)*($B$3-$B$1))
)
```

> Importante: en este método cada fila usa **el mismo u** (A6) en ambas ramas.

Prepara un archivo de Excel. En la Hoja 1, emplea la opción A. En la Hoja 2, emplea la opción B.

Pensó durante 5s

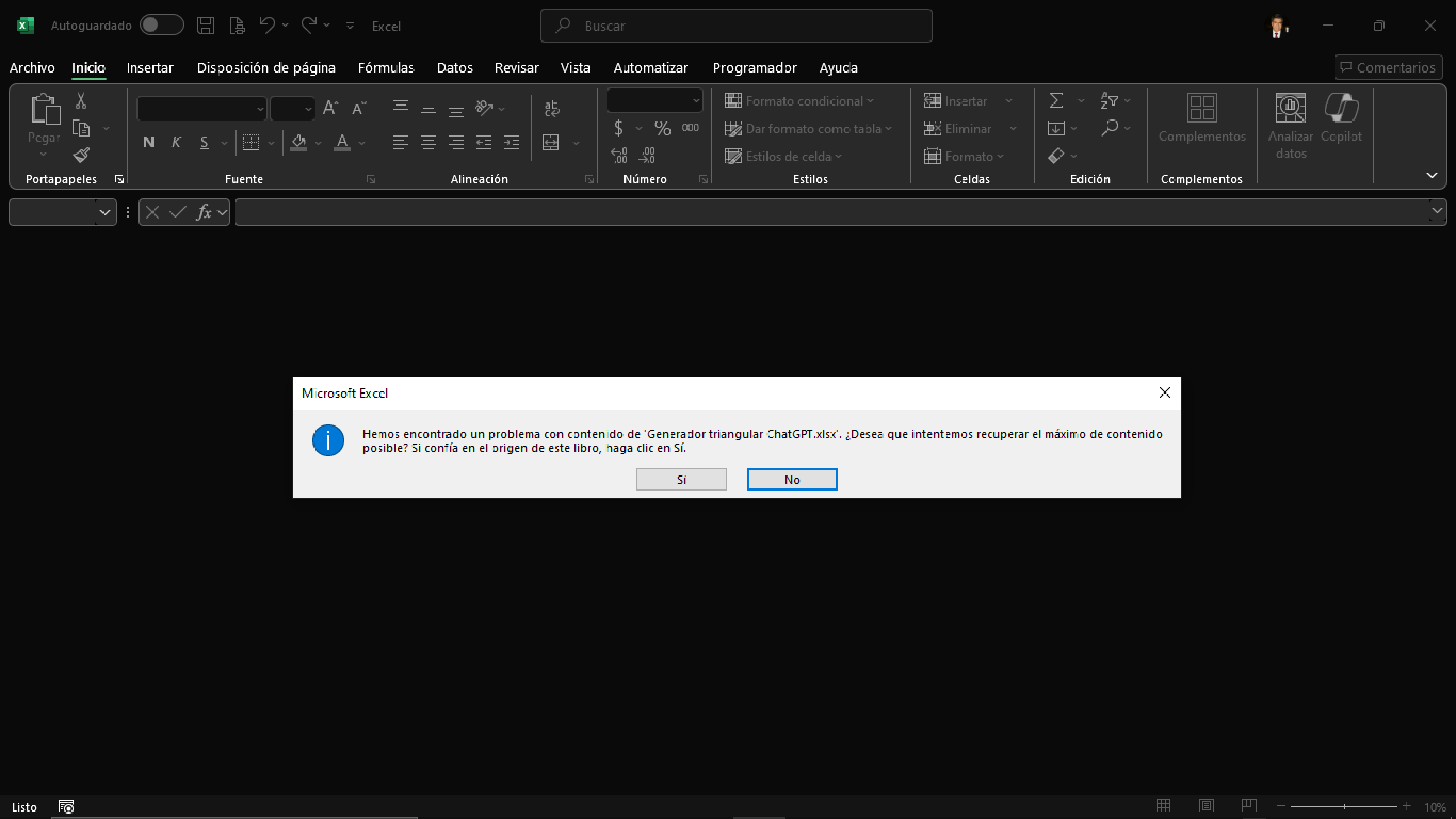
¡Listo! Preparé el archivo con ambas opciones:

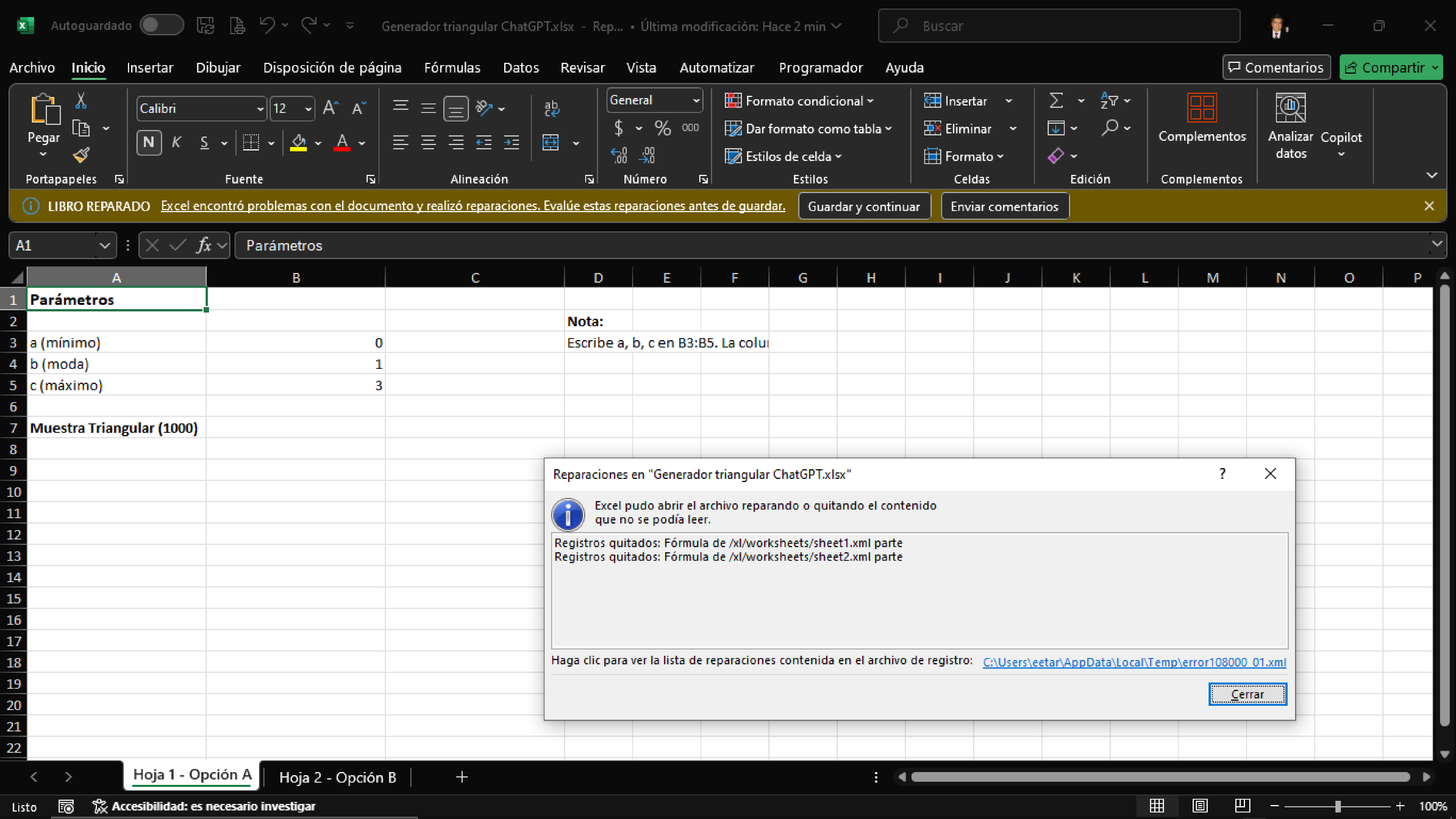
- **Hoja 1 – Opción A:** fórmula con `LET` + `ALEATORIO.ARRAY` que "desborda" 1000 valores desde **A8.** Carga a, b, c en **B3:B5.**
- **Hoja 2 – Opción B:** método clásico: **A8:A1007** genera $U \sim U(0,1)$ y **B8:B1007** transforma a triangular; incluye celdas de verificación de media/varianza teóricas.

Descargar el Excel

> Nota: Usé nombres de funciones en **español**. Si tu Excel está en inglés, puedo pasarte una versión con `RANDARRAY`, `RAND`, `LET`, `IF`, `SQRT`.

Generador triangular ChatGPT.xlsx


Autoguardado
Excel
Buscar
Archivo
Inicio
Insertar
Disposición de página
Fórmulas
Datos
Revisar
Vista
Automatizar
Programador
Ayuda
Comentarios
Pegar
Portapapeles
Fuente
Alineación
Número
Formato condicional
Dar formato como tabla
Estilos de celda
Estilos
Insertar
Eliminar
Formato
Celdas
Edición
Complementos
Complementos
Analizar datos
Copilot
Microsoft Excel
Hemos encontrado un problema con contenido de 'Generador triangular ChatGPT.xlsx'. ¿Desea que intentemos recuperar el máximo de contenido posible? Si confía en el origen de este libro, haga clic en Sí.
Sí
No
Listo
10%


Autoguardado
Generador triangular ChatGPT.xlsx - Rep... • Última modificación: Hace 2 min
Buscar
Archivo
Inicio
Insertar
Dibujar
Disposición de página
Fórmulas
Datos
Revisar
Vista
Automatizar
Programador
Ayuda
Comentarios
Compartir
Pegar
Calibri
12
General
Formato condicional
Dar formato como tabla
Estilos de celda
Insertar
Eliminar
Formato
Complementos
Analizar datos
Copilot
Portapapeles
Fuente
Alineación
Número
Estilos
Celdas
Edición
Complementos
LIBRO REPARADO
Excel encontró problemas con el documento y realizó reparaciones. Evalúe estas reparaciones antes de guardar.
Guardar y continuar
Enviar comentarios
A1
Parámetros
Parámetros
Nota:
a (mínimo)
0
Escribe a, b, c en B3:B5. La colu
b (moda)
1
c (máximo)
3
Muestra Triangular (1000)
Reparaciones en "Generador triangular ChatGPT.xlsx"
Excel pudo abrir el archivo reparando o quitando el contenido
que no se podía leer.
Registros quitados: Fórmula de /xl/worksheets/sheet1.xml parte
Registros quitados: Fórmula de /xl/worksheets/sheet2.xml parte
Haga clic para ver la lista de reparaciones contenida en el archivo de registro:
C:\Users\eetar\AppData\Local\Temp\error108000_01.xml
Cerrar
Hoja 1 - Opción A
Hoja 2 - Opción B
Listo
Accesibilidad: es necesario investigar
100%

Generador triangular ChatGPT... • Guardado

A1 Parámetros

	A	B	C	D	E	F
1	**Parámetros**					
2				**Nota:**		
3	a (mínimo)	0		Escribe a, b, c en B3:B5. La colu		
4	b (moda)	1				
5	c (máximo)	3				
6						
7	**Muestra Triangular (1000)**					

Hoja 1 - Opción A | Hoja 2 - Opción B

Listo · Accesibilidad: es necesario investigar · 100%

Autoguardado Generador triangular ChatGPT... • Guardado Buscar

Archivo Inicio Insertar Dibujar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Automatizar Programador Ayuda Comentarios Compartir

Pegar Calibri 12 General Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Insertar Eliminar Formato Complementos Analizar datos Copilot

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición Complementos

A1 Parámetros

	A	B	C	D	E	F
1	**Parámetros**					
2						
3	a (mínimo)	0		**Comprobaciones (opcionales)**		
4	b (moda)	1		Media mu	########	
5	c (máximo)	3		Media teó	1.333333	
6				Varianza t	0.388889	
7	**U ~ Uniforme(0,1)**	**Triangular(a,b,c)**				
8	#¿NOMBRE?					
9	#¿NOMBRE?					
10	#¿NOMBRE?					
11	#¿NOMBRE?					
12	#¿NOMBRE?					
13	#¿NOMBRE?					
14	#¿NOMBRE?					
15	#¿NOMBRE?					
16	#¿NOMBRE?					
17	#¿NOMBRE?					
18	#¿NOMBRE?					
19	#¿NOMBRE?					
20	#¿NOMBRE?					
21	#¿NOMBRE?					
22	#¿NOMBRE?					
23	#¿NOMBRE?					
24	#¿NOMBRE?					

Hoja 1 - Opción A Hoja 2 - Opción B

Listo Accesibilidad: es necesario investigar 100%

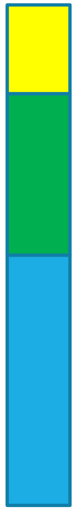
Distribuciones discretas

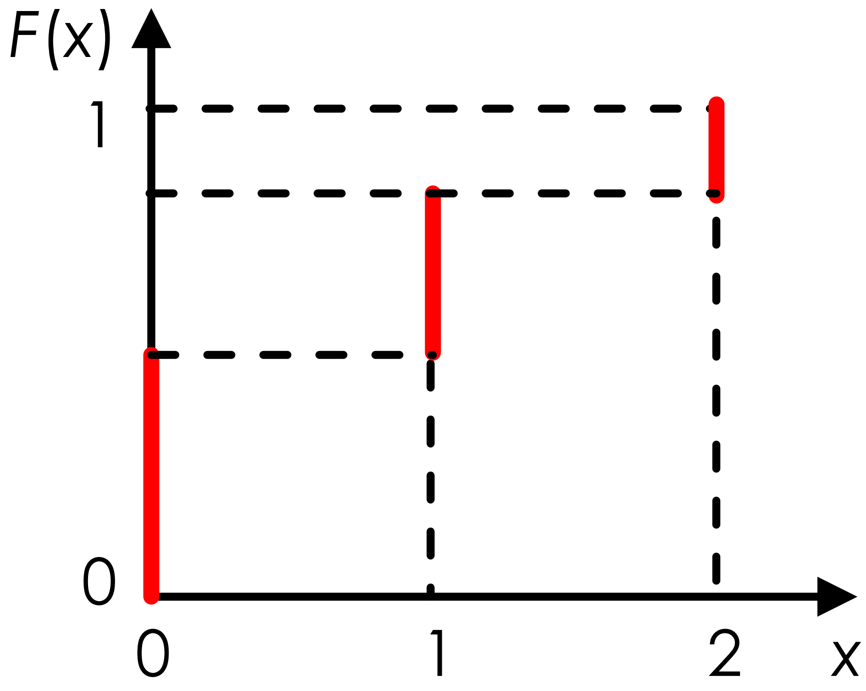
i	x	$p(x)$
1	0	0.5
2	1	0.3
3	2	0.2

Distribuciones discretas

i	x	*p*(x)	*F*(x)
1	0	0.5	0.5
2	1	0.3	0.8
3	2	0.2	1.0

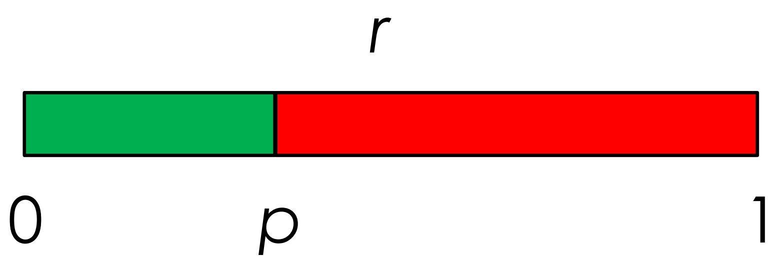
$$x = \begin{cases} 0 & r \le 0.5 \\ 1 & 0.5 < r \le 0.8 \\ 2 & 0.8 < r \le 1.0 \end{cases}$$





Evento con probabilidad p

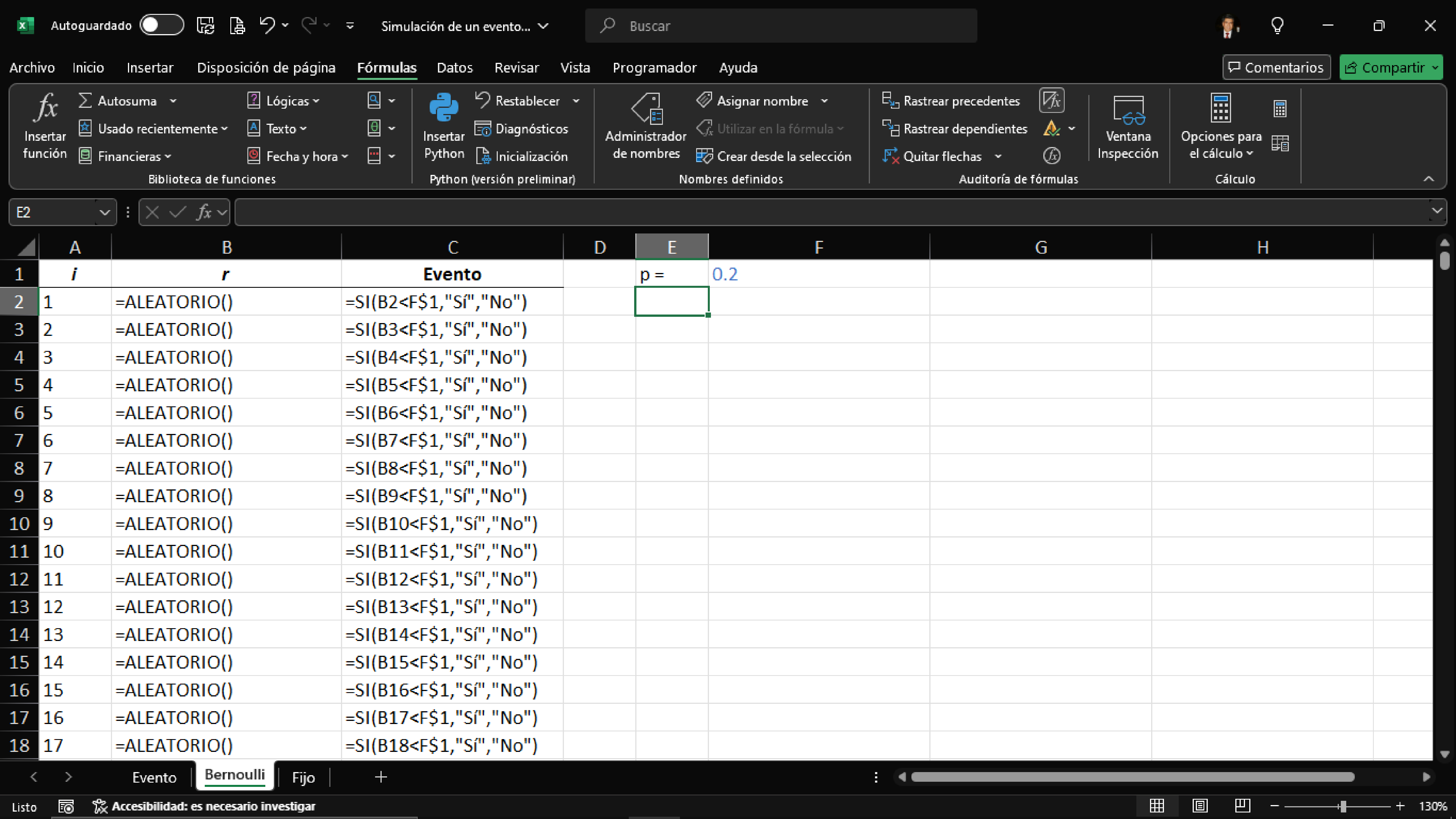
1. Generar r.
2. Si $r < p$, ocurre el evento.



Simulación de un evento.xlsx

i	r	Evento		p =	0.2
1	0.20977	No			
2	0.07787969	Sí			
3	0.20894378	No			
4	0.52106351	No			
5	0.50733879	No			
6	0.46282214	No			
7	0.97529174	No			
8	0.68368535	No			
9	0.68360541	No			
10	0.9222139	No			
11	0.0350755	Sí			
12	0.35447703	No			
13	0.07599234	Sí			
14	0.55148454	No			
15	0.97937021	No			
16	0.30810945	No			
17	0.02158742	Sí			

Evento | Bernoulli | Fijo



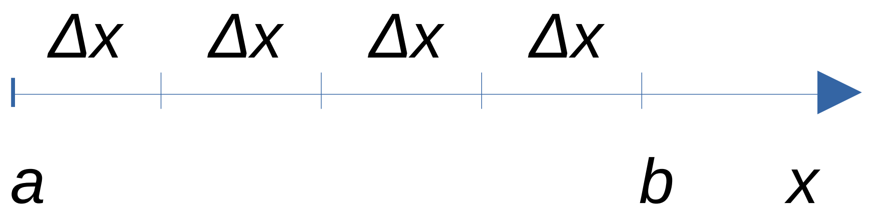
	A	B	C	D	E	F
1	*i*	*r*	**Evento**		p =	0.2
2	1	=ALEATORIO()	=SI(B2<F$1,"Sí","No")			
3	2	=ALEATORIO()	=SI(B3<F$1,"Sí","No")			
4	3	=ALEATORIO()	=SI(B4<F$1,"Sí","No")			
5	4	=ALEATORIO()	=SI(B5<F$1,"Sí","No")			
6	5	=ALEATORIO()	=SI(B6<F$1,"Sí","No")			
7	6	=ALEATORIO()	=SI(B7<F$1,"Sí","No")			
8	7	=ALEATORIO()	=SI(B8<F$1,"Sí","No")			
9	8	=ALEATORIO()	=SI(B9<F$1,"Sí","No")			
10	9	=ALEATORIO()	=SI(B10<F$1,"Sí","No")			
11	10	=ALEATORIO()	=SI(B11<F$1,"Sí","No")			
12	11	=ALEATORIO()	=SI(B12<F$1,"Sí","No")			
13	12	=ALEATORIO()	=SI(B13<F$1,"Sí","No")			
14	13	=ALEATORIO()	=SI(B14<F$1,"Sí","No")			
15	14	=ALEATORIO()	=SI(B15<F$1,"Sí","No")			
16	15	=ALEATORIO()	=SI(B16<F$1,"Sí","No")			
17	16	=ALEATORIO()	=SI(B17<F$1,"Sí","No")			
18	17	=ALEATORIO()	=SI(B18<F$1,"Sí","No")			

Generador discreto uniforme

- Para simular un dado:
  - $a = 1$
  - $b = 6$
  - $\Delta x = 1$

- ENTERO(x) en Excel
- Int(x) en Visual Basic

El redondeo en VB de Excel



$$\boxed{x = \mathrm{Int}\left(r\left(\frac{b-a}{\Delta x}+1\right)\right)\Delta x + a}$$

Generador de un dado.xlsx

Autoguardado Generador de un dado... • Última modificación: 6/10/2023 Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

D6

i	***r***	**Dado**
1	0.9628827	6
2	0.1030668	1
3	0.7945868	5
4	0.7921989	5
5	0.8061083	5
6	0.9357804	6
7	0.0279988	1
8	0.0619518	1
9	0.6836413	5
10	0.4943526	3
11	0.137428	1
12	0.553522	4
13	0.7572526	5
14	0.7918489	5
15	0.7781381	5
16	0.4925692	3
17	0.6893235	5

$$x = \mathrm{Int}\left(r\left(\frac{b-a}{\Delta x}+1\right)\right)\Delta x + a$$

Original Histograma Fijo

Listo Accesibilidad: es necesario investigar 130%

Autoguardado   Generador de un dado...   Buscar

Archivo   Inicio   Insertar   Disposición de página   Fórmulas   Datos   Revisar   Vista   Programador   Ayuda   Comentarios   Compartir

Insertar función   Autosuma   Usado recientemente   Financieras   Lógicas   Texto   Fecha y hora   Biblioteca de funciones
Insertar Python   Restablecer   Diagnósticos   Inicialización   Python (versión preliminar)
Administrador de nombres   Asignar nombre   Utilizar en la fórmula   Crear desde la selección   Nombres definidos
Rastrear precedentes   Rastrear dependientes   Quitar flechas   Ventana Inspección   Auditoría de fórmulas
Opciones para el cálculo   Cálculo

D2

	A	B	C	D
1	*i*	*r*	**Dado**	
2	1	=ALEATORIO()	=ENTERO(B2*6)+1	
3	2	=ALEATORIO()	=ENTERO(B3*6)+1	
4	3	=ALEATORIO()	=ENTERO(B4*6)+1	
5	4	=ALEATORIO()	=ENTERO(B5*6)+1	
6	5	=ALEATORIO()	=ENTERO(B6*6)+1	
7	6	=ALEATORIO()	=ENTERO(B7*6)+1	
8	7	=ALEATORIO()	=ENTERO(B8*6)+1	
9	8	=ALEATORIO()	=ENTERO(B9*6)+1	
10	9	=ALEATORIO()	=ENTERO(B10*6)+1	
11	10	=ALEATORIO()	=ENTERO(B11*6)+1	
12	11	=ALEATORIO()	=ENTERO(B12*6)+1	
13	12	=ALEATORIO()	=ENTERO(B13*6)+1	
14	13	=ALEATORIO()	=ENTERO(B14*6)+1	
15	14	=ALEATORIO()	=ENTERO(B15*6)+1	
16	15	=ALEATORIO()	=ENTERO(B16*6)+1	
17	16	=ALEATORIO()	=ENTERO(B17*6)+1	
18	17	=ALEATORIO()	=ENTERO(B18*6)+1	

$$x = \mathrm{Int}\left(r\left(\frac{b-a}{\Delta x}+1\right)\right)\Delta x + a$$

Original   Histograma   Fijo

Listo   Accesibilidad: es necesario investigar   130%