



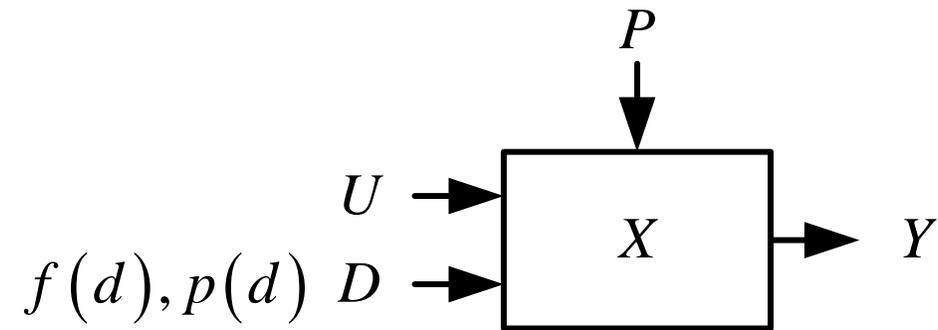
Sistemas estocásticos

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Sistemas estocásticos

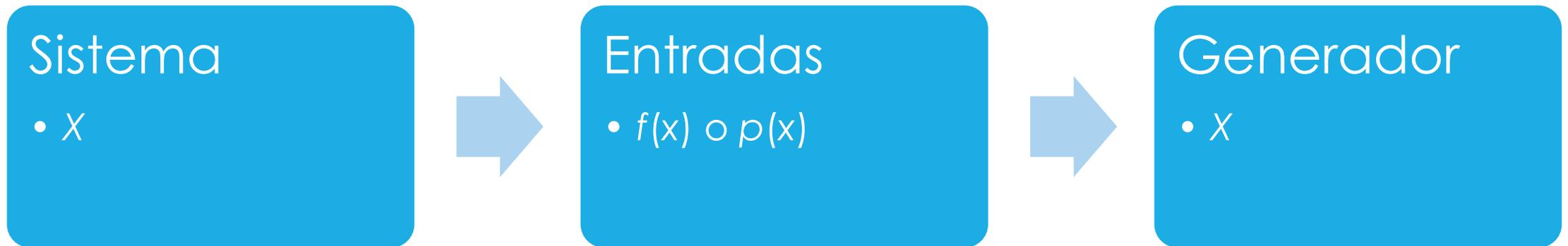
Clasificación de variables

- Parámetros (P)
- Variables de entrada:
 - Manipulables (U)
 - Perturbación (D)
- Variables de salida (Y)
- Variables internas (I)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



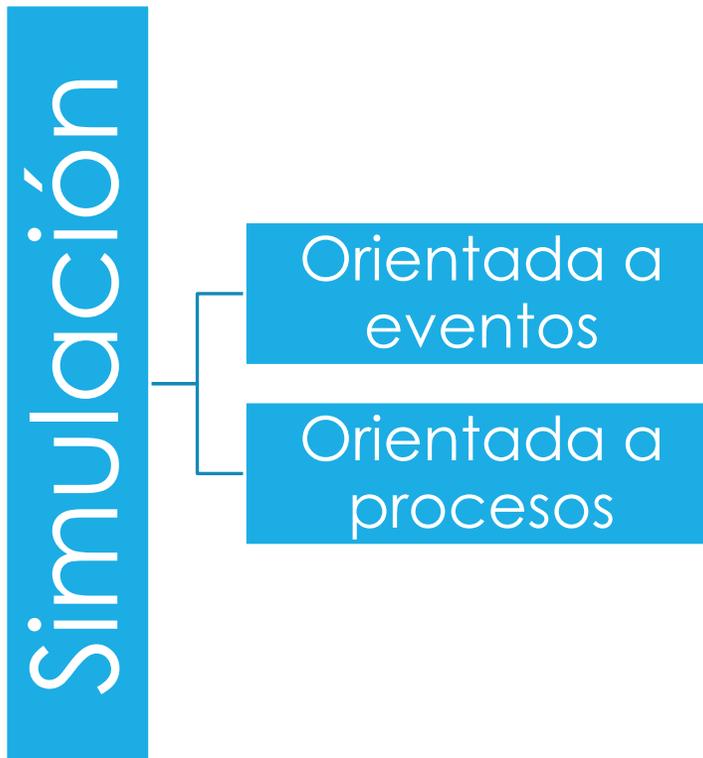
- Tiempo entre arribos de clientes
- Tipo de operación
- Monto de la operación

Estrategia

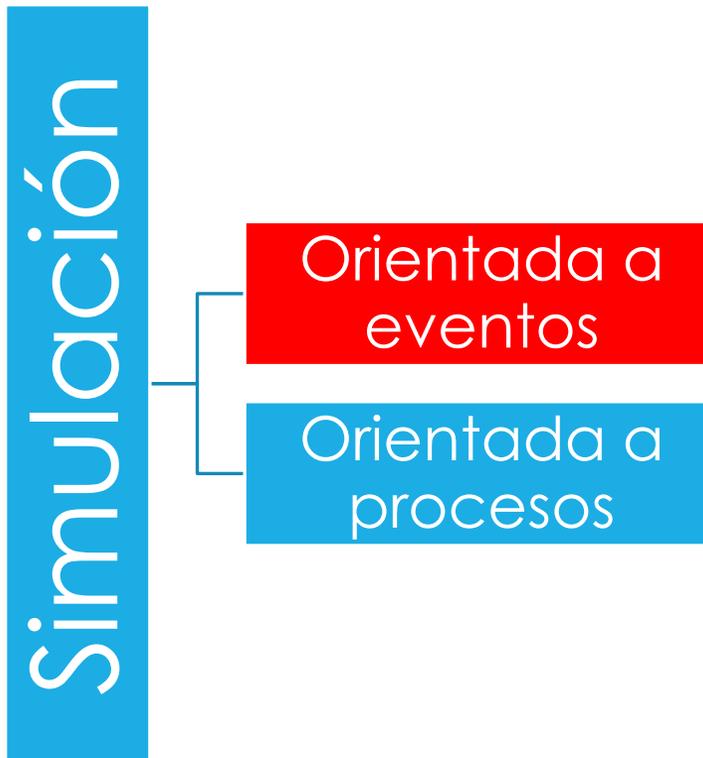


- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Enfoques para considerar el tiempo



Enfoques para considerar el tiempo



Enfoque orientado a eventos

Sistema estocástico

- El tiempo es protagonista.
- El *estado* se modifica cada vez que ocurre un *evento*.
- Evento: Causa instantánea de un cambio de estado en un sistema discreto.
 - Llegada de un cliente
 - Falla de un equipo
 - Finalización de la tarea de un servidor

Centro de cómputos

Una empresa posee dos equipos de computación que brindan idéntico servicio. Cada equipo tiene un tiempo medio de falla de 6 meses. Por cada mes que un equipo está fuera de servicio se pierden \$2000. Cuando ambos equipos fallan, las pérdidas son de \$10000 por mes. Estas pérdidas son causadas por multas que la empresa debe pagar a fin de mes dependiendo exclusivamente del estado de los equipos en ese momento sin importar en qué instante del mes fallaron. El costo de reparación es de \$1000 por equipo, y se abona al final de esta. El tiempo medio de reparación es de 2 meses. Se quiere determinar el fondo anual que la empresa deberá reservar para enfrentar los gastos provocados por las fallas de los equipos.

Modelado considerando eventos

Eventos

- F1: Falla equipo 1.
- F2: Falla equipo 2.
- R1: Se repara equipo 1.
- R2: Se repara equipo 2.
- FM: Fin de mes.

Velocidades

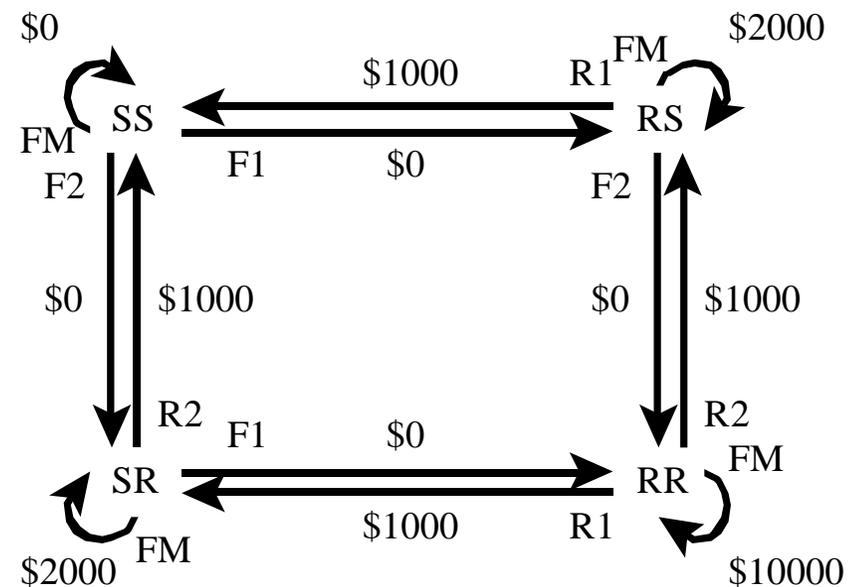
- $\lambda_{F1} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{F2} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{R1} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$
- $\lambda_{R2} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

Modelado considerando eventos

Estados

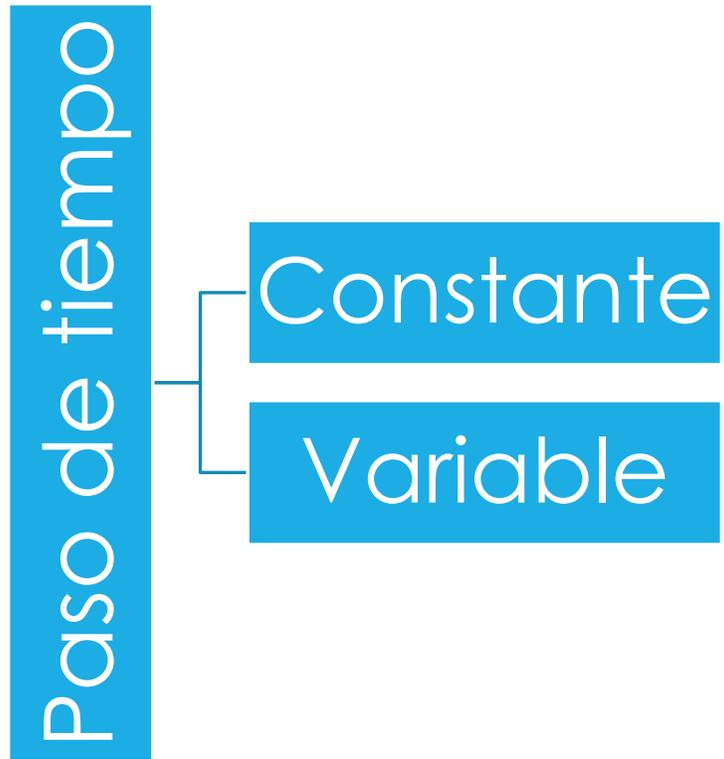
- SS: Los dos equipos en servicio.
- SR: El equipo 1 en servicio, el equipo 2 en reparación.
- RS: El equipo 2 en servicio, el equipo 1 en reparación.
- RR: Los dos equipos en reparación.

Red de Markov

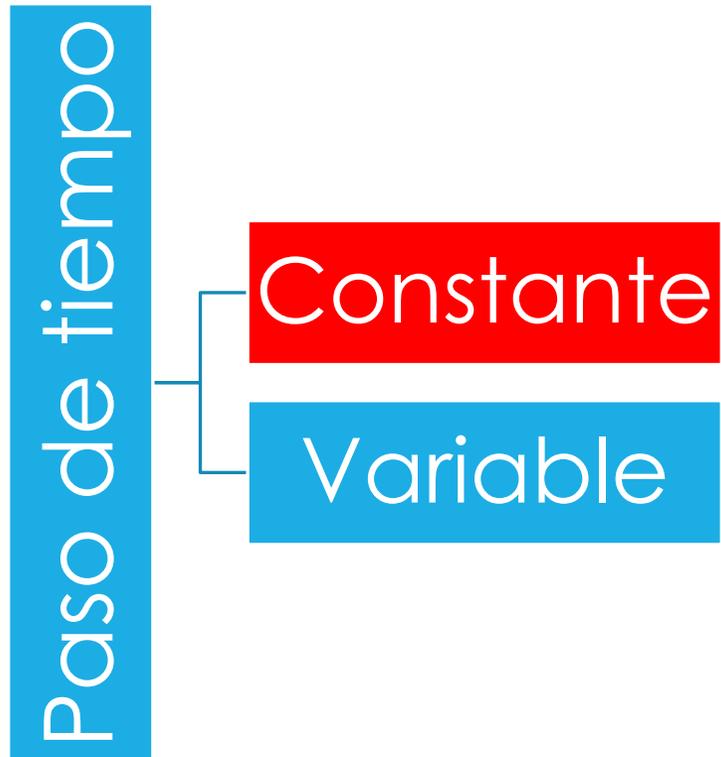


Paso de tiempo

Paso de tiempo

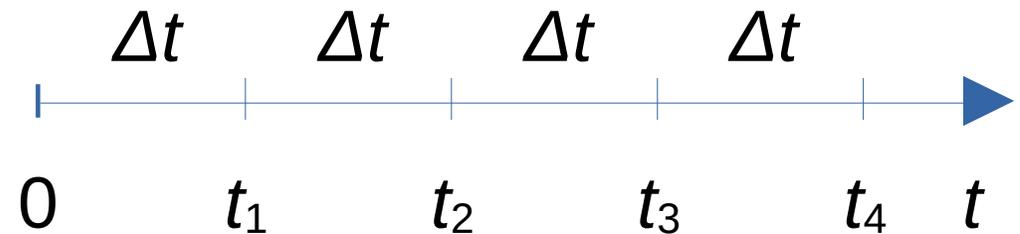


Paso de tiempo



Paso constante de tiempo

- Paso constante Δt
- Solo ocurre un evento por vez.
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Dar un paso Δt .
 3. Determinar el posible evento A.
 4. Generar r
 5. Si $r < P(A)$, ocurre A, modificar estado.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



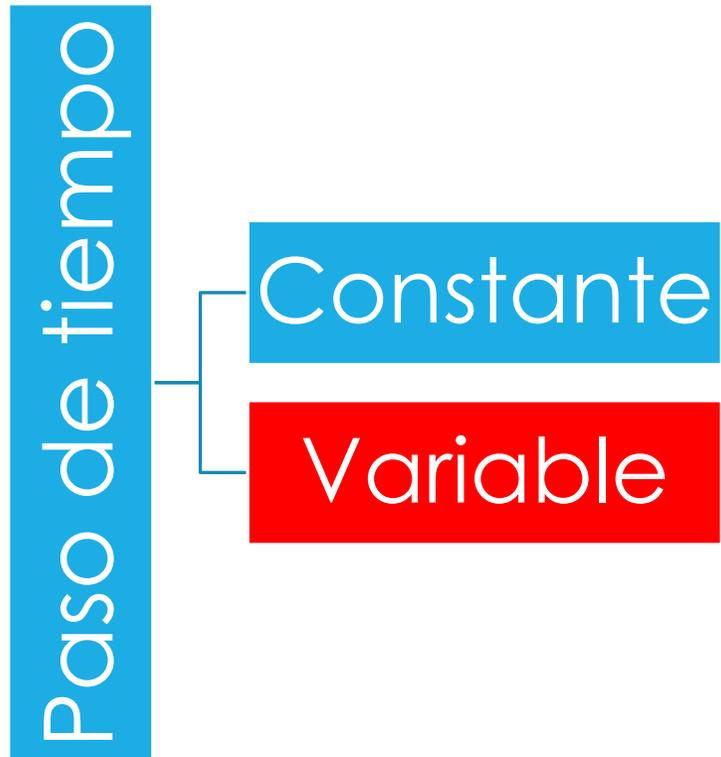
Requiere $P(A)$

Paso constante de tiempo

- Distribución exponencial:
 - $P(A) = \lambda_A \Delta t$
- Para $\Delta t = 0.25$ mes
 - $P(F1) = 0.04$
 - $P(F2) = 0.04$
 - $P(R1) = 0.12$
 - $P(R2) = 0.12$

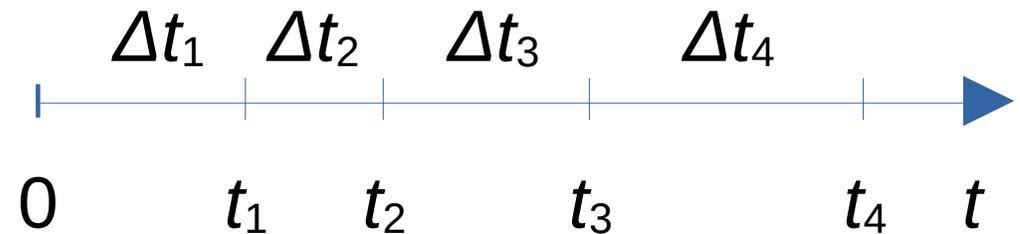
Mes	Evento	Estado	Pérdida (\$)
0.00		SS	
0.25		SS	
0.50		SS	
0.75		SS	
1.00	FM	SS	0
...
2.00	FM	SS	0
2.25	F2	SR	0
3.00	FM	SR	2000
4.00	FM	SR	2000
4.50	F1	RR	0
5.00	FM	RR	10000
5.25	R2	RS	1000
6.00	FM	RS	2000
6.50	R1	SS	1000
7.00	FM	SS	0
7.25	F1	RS	0
7.50	F2	RR	0
8.00	FM	RR	10000
9.00	FM	RR	10000
9.50	R2	RS	1000
10.00	FM	RS	2000
11.00	FM	RS	2000
12.00	FM	RS	2000
Total			\$45000

Paso de tiempo



Paso variable de tiempo

- Paso variable Δt
- $f(\Delta t) \rightarrow$ generadores
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Determinar el siguiente evento A.
 3. Dar un paso Δt hasta A.
 4. Modificar el estado.
 5. Agendar eventos futuros.
 6. Si no finalizó, ir a 2.



Requiere generador $f(\Delta t)$

Paso variable de tiempo

- Distribución exponencial:

- $\Delta t_A = -\frac{1}{\lambda_A} \ln(r_A)$

- Con velocidades:

- $\lambda_{F1} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$

- $\lambda_{F2} = \frac{1}{6} \text{mes}^{-1}$

- $\lambda_{R1} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

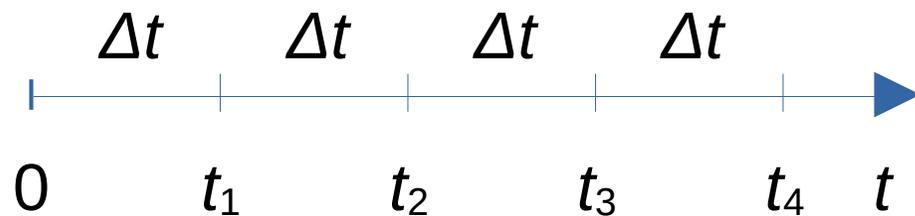
- $\lambda_{R2} = \frac{1}{2} \text{mes}^{-1}$

Mes	Evento	Estado	Pérdida (\$)
0.00		SS	
0.25		SS	
0.50		SS	
0.75		SS	
1.00	FM	SS	0
...
2.00	FM	SS	0
2.25	F2	SR	0
3.00	FM	SR	2000
4.00	FM	SR	2000
4.50	F1	RR	0
5.00	FM	RR	10000
5.25	R2	RS	1000
6.00	FM	RS	2000
6.50	R1	SS	1000
7.00	FM	SS	0
7.25	F1	RS	0
7.50	F2	RR	0
8.00	FM	RR	10000
9.00	FM	RR	10000
9.50	R2	RS	1000
10.00	FM	RS	2000
11.00	FM	RS	2000
12.00	FM	RS	2000
Total			\$45000

Comparación

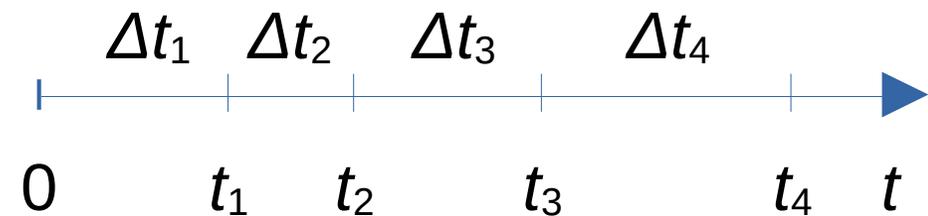
Paso constante

- Fácil programación
- Sistemas continuos y discretos
- Error Δt
- Ineficiente, varios pasos sin eventos



Paso variable

- Error nulo
- Eficiente
- Programación compleja
- Solo sistemas discretos



Mantenimiento de aviones

Mantenimiento de aviones

Al inicio de cada día, se revisa un avión. El tiempo de revisión es despreciable. Se decide si la unidad necesita mantenimiento o no. La empresa alquila un taller a \$2500 por día. Por cada día que pasa sin operar un avión, la empresa pierde \$5000. Se desea determinar si conviene alquilar un segundo taller.

Sistema

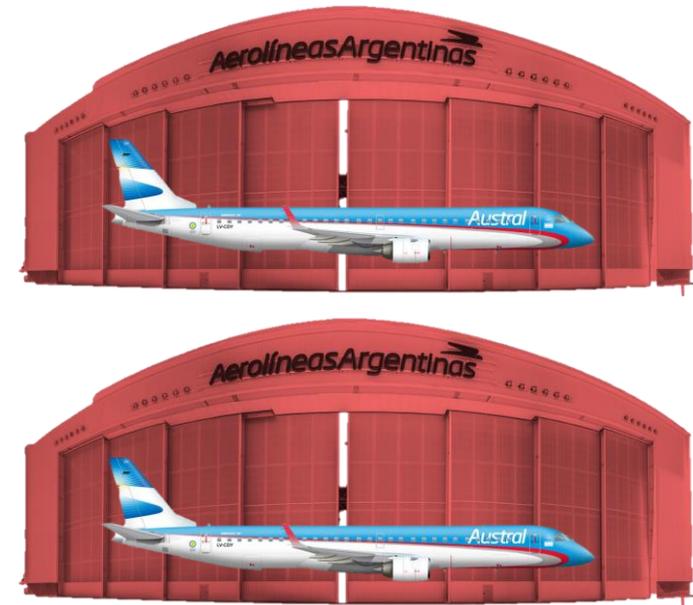


Casos

Un taller



Dos talleres



Pasos para la simulación

- Propósito: Determinar si conviene alquilar un segundo taller.
- Sistema: El sistema de mantenimiento de la empresa.
- Adquisición de datos: Registros de tiempo de ingreso de aviones al taller, tiempo de reparación.
- Construcción del modelo: Una maqueta.
- Validación del modelo: Verificación de los costos reales correspondientes al periodo de medición.
- Experimentación: Estudiar los costos con un taller y con dos talleres.
- Implementación de los resultados: Alquilar otro taller o no.

Modelado de entradas

- Probabilidad de falla: 0.5
- Tiempo de reparación: 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3 días con una probabilidad de $1/6$.



Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
Días totales perdidos								

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
Días totales perdidos								

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
Días totales perdidos								

Simulación

		Un taller						
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total				
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5				
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

Simulación

Días	Días en taller	Un taller			Dos talleres			
		Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5				
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

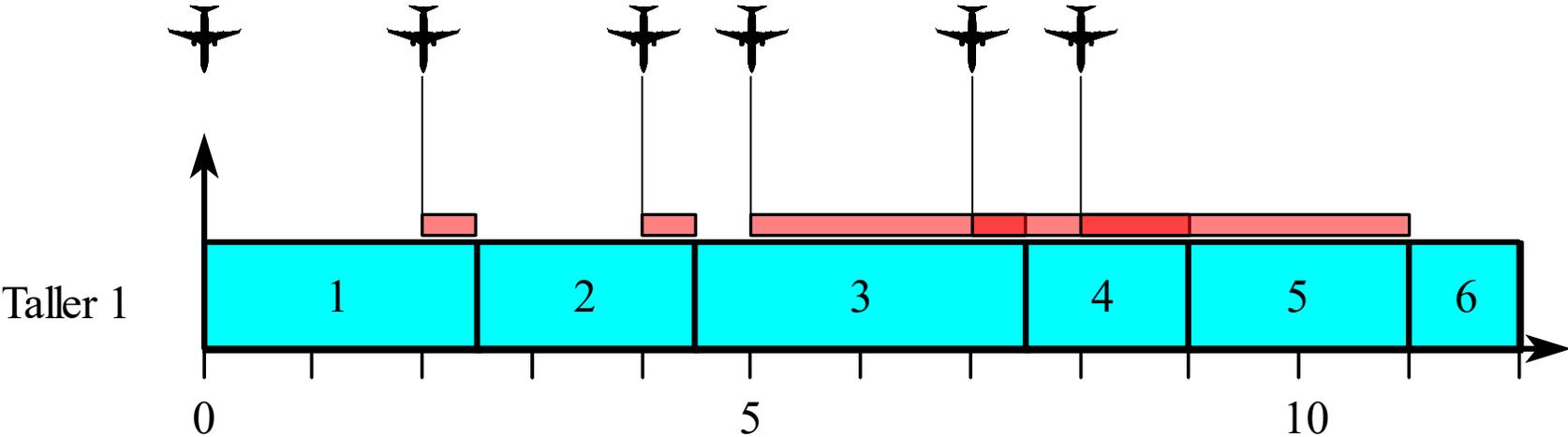
Simulación

		Un taller			Dos talleres			
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5	2	4	2	2
3								
4	3	4.5	7.5	3.5				
5	1.5	7.5	9	4				
6								
7	2	9	11	4				
8	1	11	12	4				
9								
Días totales perdidos				20.5				

Simulación

		Un taller			Dos talleres			
Días	Días en taller	Entrada	Salida	Total	Entrada	Salida	Total	Taller
0	2.5	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	1
1								
2	2	2.5	4.5	2.5	2	4	2	2
3								
4	3	4.5	7.5	3.5	4	7	3	1
5	1.5	7.5	9	4	5	6.5	1.5	2
6								
7	2	9	11	4	7	9	2	1
8	1	11	12	4	8	9	1	2
9								
Días totales perdidos				20.5			12.0	

Resultados



Costos para 10 días

- Costo Total 1 taller = $10 \times 2500 + 20.5 \times 5000 = \127500
- Costo Total 2 talleres = $10 \times 5000 + 12.0 \times 5000 = \110000

Procesamiento de resultados

Procesamiento de resultados

- Estadísticas basadas en observaciones: Se promedia un atributo de varias entidades.

$$Xm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2$$

<i>i</i>	<i>x</i>
1	x_1
2	x_2
...	...
<i>n</i>	x_n

Procesamiento de resultados

- Estadísticas basadas en el tiempo: Se promedia un atributo de una entidad en el tiempo.

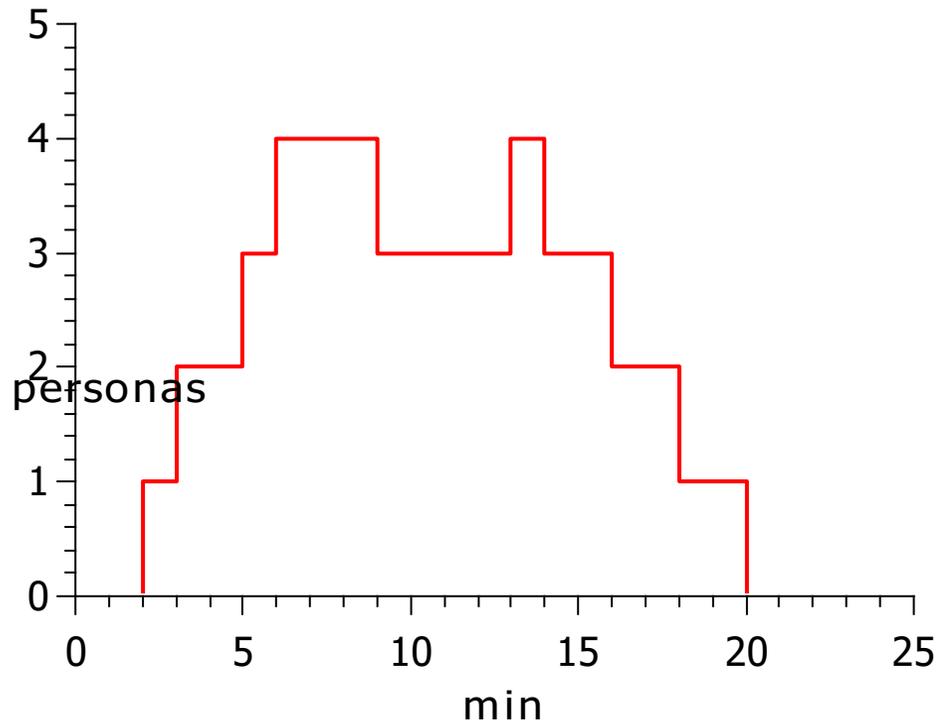
$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

i	x	Δt
1	x_1	Δt_1
2	x_2	Δt_2
...
n	x_n	Δt_n

Procesamiento de resultados



$$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$$

$$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$$

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$$

- $Xm = 2.4$
- $S^2 = 1.54$

Promedios para una fila.xlsx

i	x	Δt
1	0	2
2	1	1
3	2	2
4	3	1
5	4	3
6	3	4
7	4	1
8	3	2
9	2	2
10	1	2
11	0	0

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición Complementos Analizar datos

G4

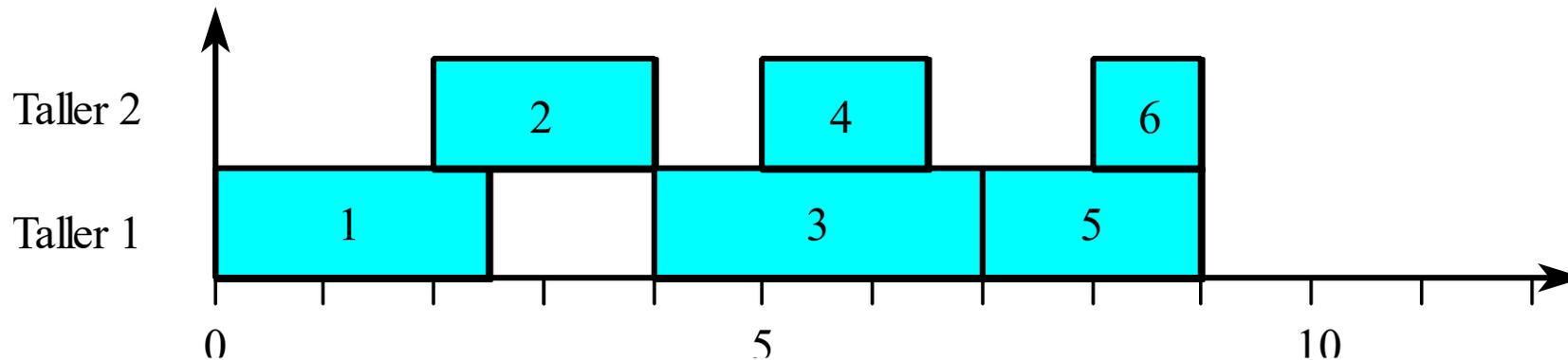
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	t (min)	X	Δt (min)	(X-Xm)²									
2	0	0	2	5.76		Xm =	2.4						
3	2	1	1	1.96		S ² =	1.54						
4	3	2	2	0.16									
5	5	3	1	0.36									
6	6	4	3	2.56	$T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$								
7	9	3	4	0.36									
8	13	4	1	2.56	$Xm = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n x_i \Delta t_i$								
9	14	3	2	0.36									
10	16	2	2	0.16	$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (x_i - Xm)^2 \Delta t_i$								
11	18	1	2	1.96									
12	20	0	0	5.76									
13			20										
14													
15													
16													
17													
18													

Resultados

- Número de aviones que entraron
- Número de aviones que salieron
- Tiempo total de espera
- Tiempo medio de espera
- Longitud media de la fila
- Tiempo de utilización del Taller

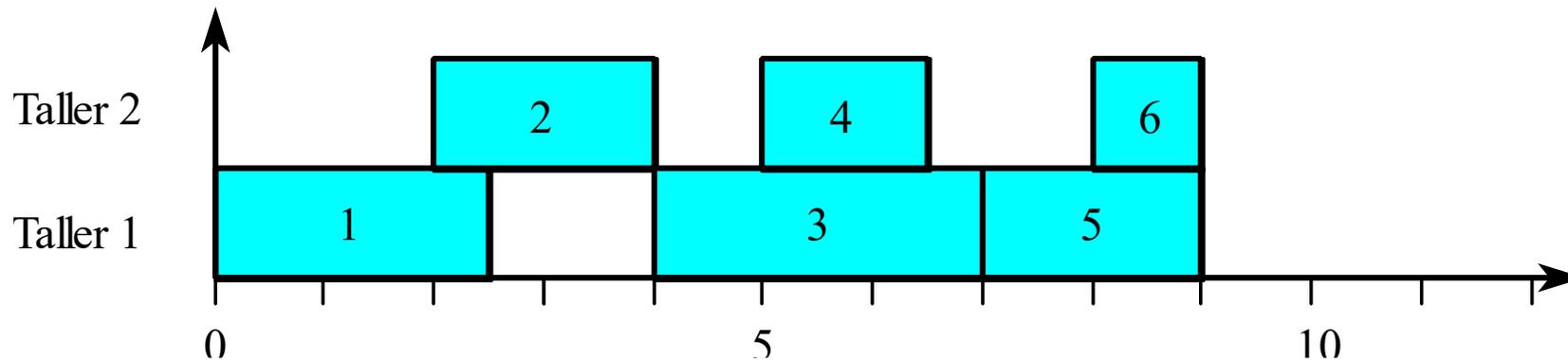
Utilización media

- Utilización: $x = Si(\text{Utilizado}, 1, 0)$
- Utilización media: Promedio basado en tiempo.
- Taller 1 = $(2.5+3+2)/10 = 0.75$
- Taller 2 = $(2+1.5+1)/10 = 0.45$
- Talleres utilizados = $0.75+0.45 = 1.2$



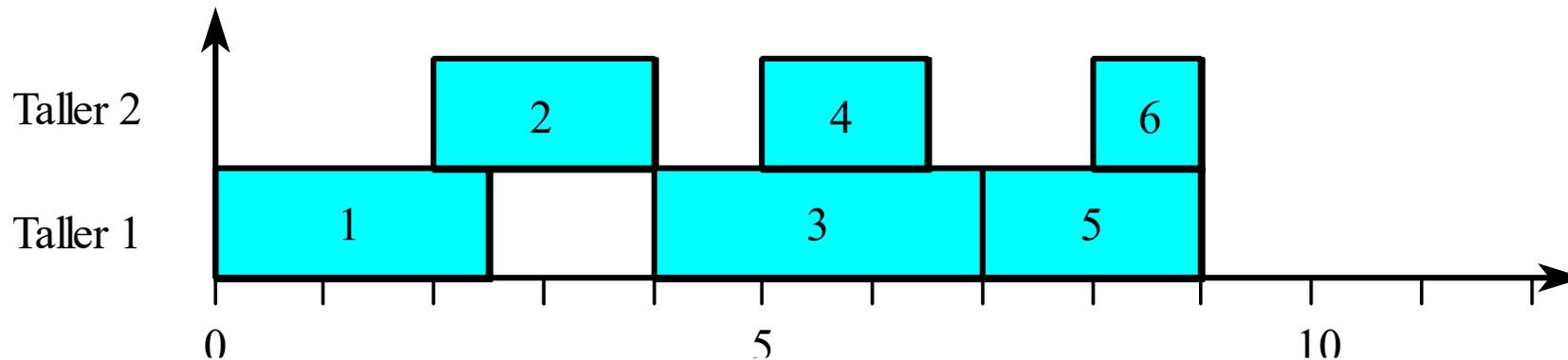
Tiempo de ocupación medio

- Promedio: Basado en observaciones (los servicios).
- Taller 1 = $(2.5+5)/2 = 3.25$ día/servicio
- Taller 2 = $(2+1.5 + 1)/3 = 1.5$ día/servicio
- Talleres = $(3.25+1.5)/2 = 2.375$ día/(servicio taller)



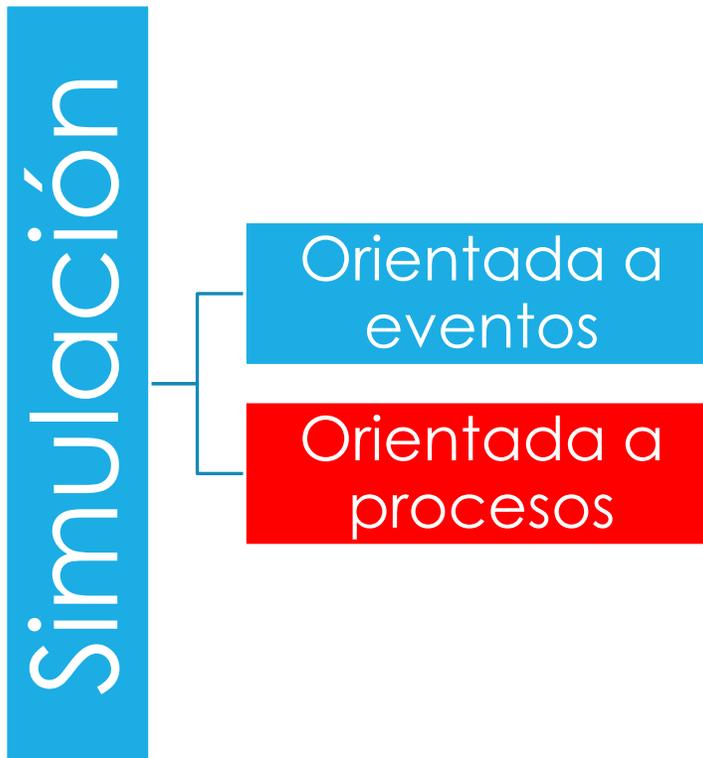
Tiempo ocioso medio

- Promedio: Basado en observaciones (detenciones).
- Taller 1 = $(1.5+1)/2 = 1.25$ día/detención
- Taller 2 = $(2 + 1+1.5+1)/4 = 1.375$ día/detención
- Talleres = $(1.25+1.375)/2 = 1.3125$ día/(detención taller)

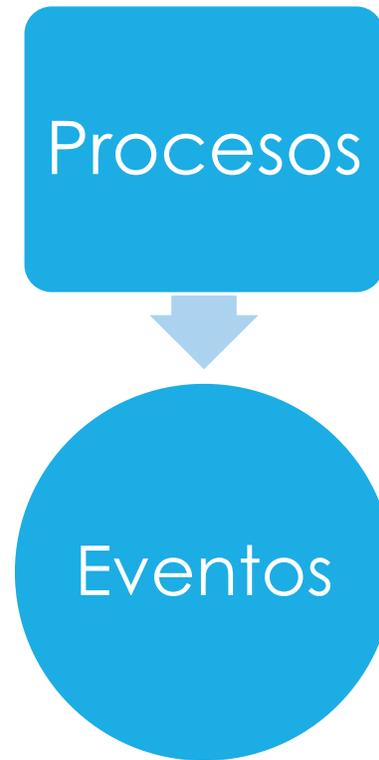


Enfoque orientado a procesos

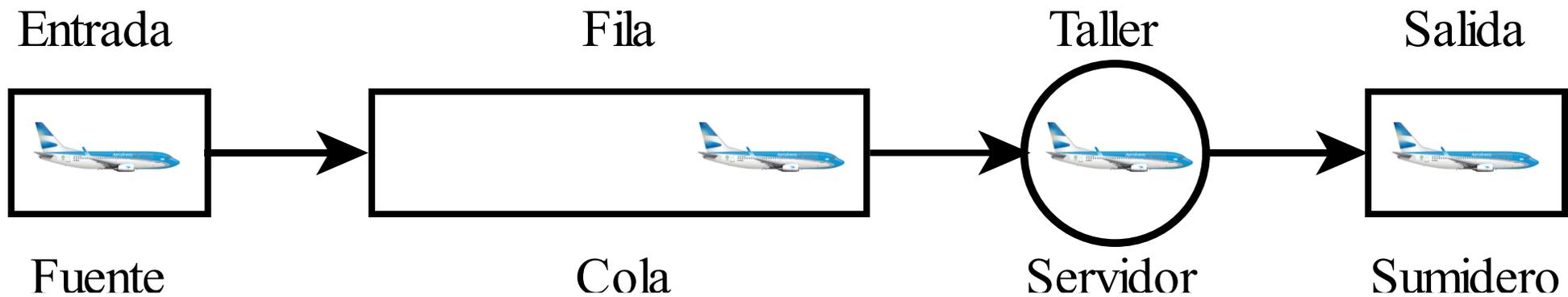
Enfoques para considerar el tiempo



Enfoque orientado a procesos

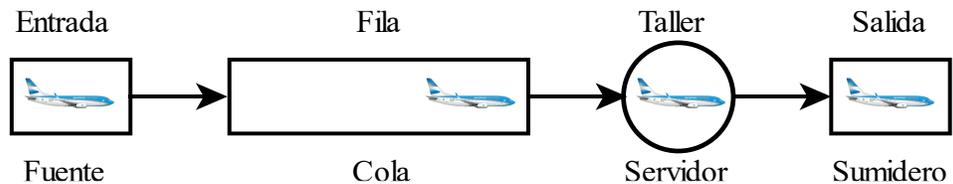


Simulación orientada a procesos



Simulación orientada a procesos

Procesos



Eventos

- Inicio de la revisión
- Finalización de la revisión
- Inició del mantenimiento
- Finalización del mantenimiento

Software para simulación

Lenguajes para simulación

- Propósito general:
 - FORTRAN
 - C
 - Pascal
- Orientados a eventos:
 - SIMSCRIPT
 - SLAM
- Orientados a procesos:
 - GPSS
 - SIMAN
 - SIMNET

SIMSCRIPT II.5 Main program Queueing Model

```
1 MAIN
2
3   READ MEAN.INTERARRIVAL.TIME,
4       MEAN.SERVICE.TIME, AND TOT.DELAYS
5
6   CREATE EVERY SERVER(1)
7   LET U.SERVER(1) = 1
8
9   ACTIVATE AN ARRIVAL.GENERATOR NOW
10
11  START SIMULATION
12
13 END
```


Project Home | Run | Drawing | Animation | View | Symbols | Help

Run: Stop | Step | Fast-Forward | Reset | Breakpoint

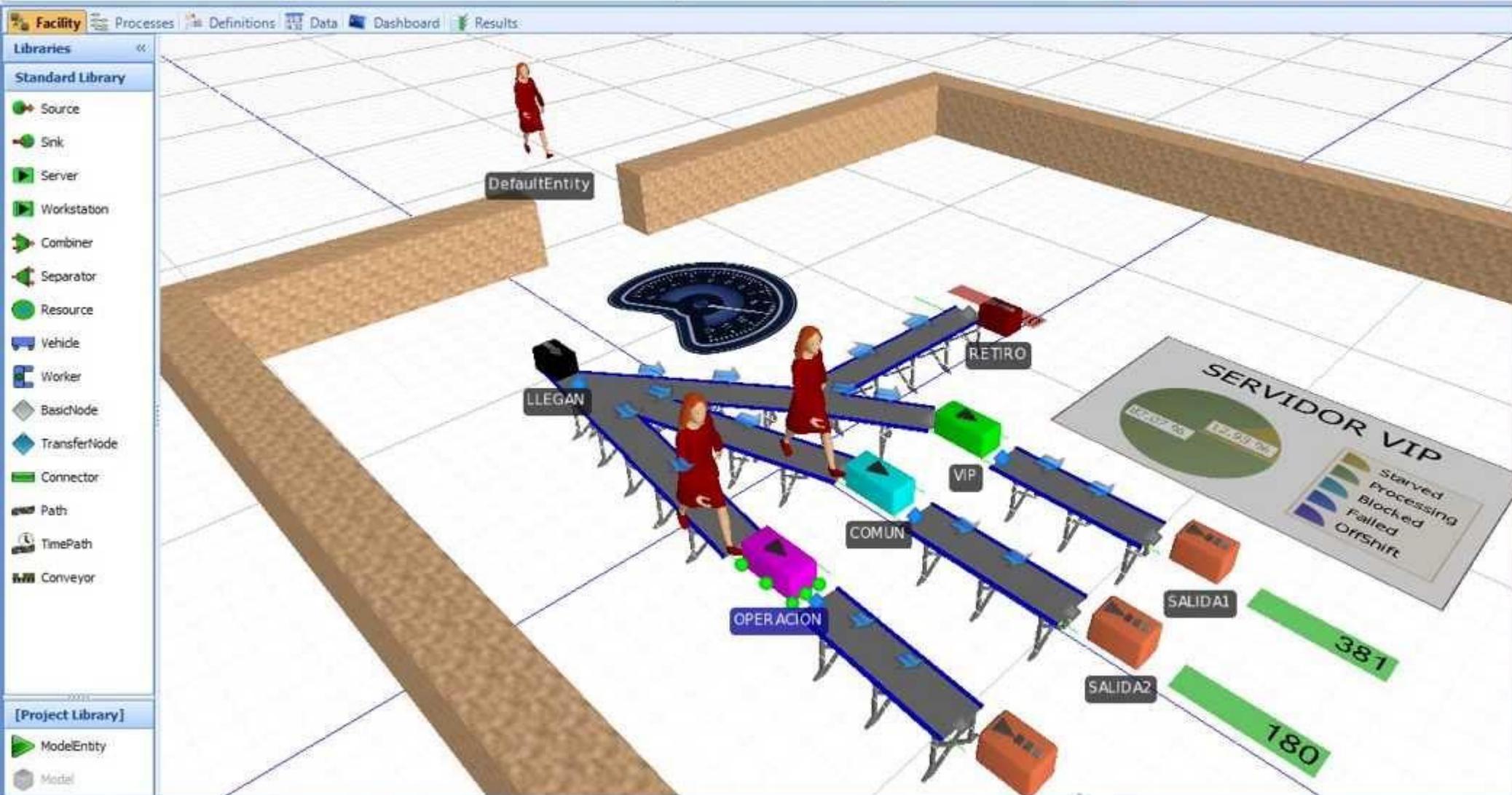
Starting Time: 23/01/2013 09:00:00 a.m. | Ending Type: 9 Hours

Speed Factor: 100.000 | Adjust Speed: [-] [+]

Time Units: Hours | Length Units: Meters | Rate Units: Meters per Hour

Model Trace | Advanced Options

Run Setup | Animation Speed | Status Units



Facility | Processes | Definitions | Data | Dashboard | Results

Libraries

Standard Library

- Source
- Sink
- Server
- Workstation
- Combiner
- Separator
- Resource
- Vehicle
- Worker
- BasicNode
- TransferNode
- Connector
- Path
- TimePath
- Conveyor

[Project Library]

- ModelEntity
- Model

Browse: Model : OPERACION

Navigation: Model

- Start Page
- Sample SimBit Solutions
- MODELO DE COLAS2
- ModelEntity
- Model

Properties: OPERACION (Server)

Process Logic

Capacity Type	Fixed
Initial Capacity	2
Ranking Rule	First In First Out
Dynamic Selecto...	None
Transfer-In Time	0.0
Processing Time	Random.Exponential(20)

Buffer Capacity

Reliability Logic

State Assignments

Secondary Resources

Add-On Process Triggers

Advanced Options

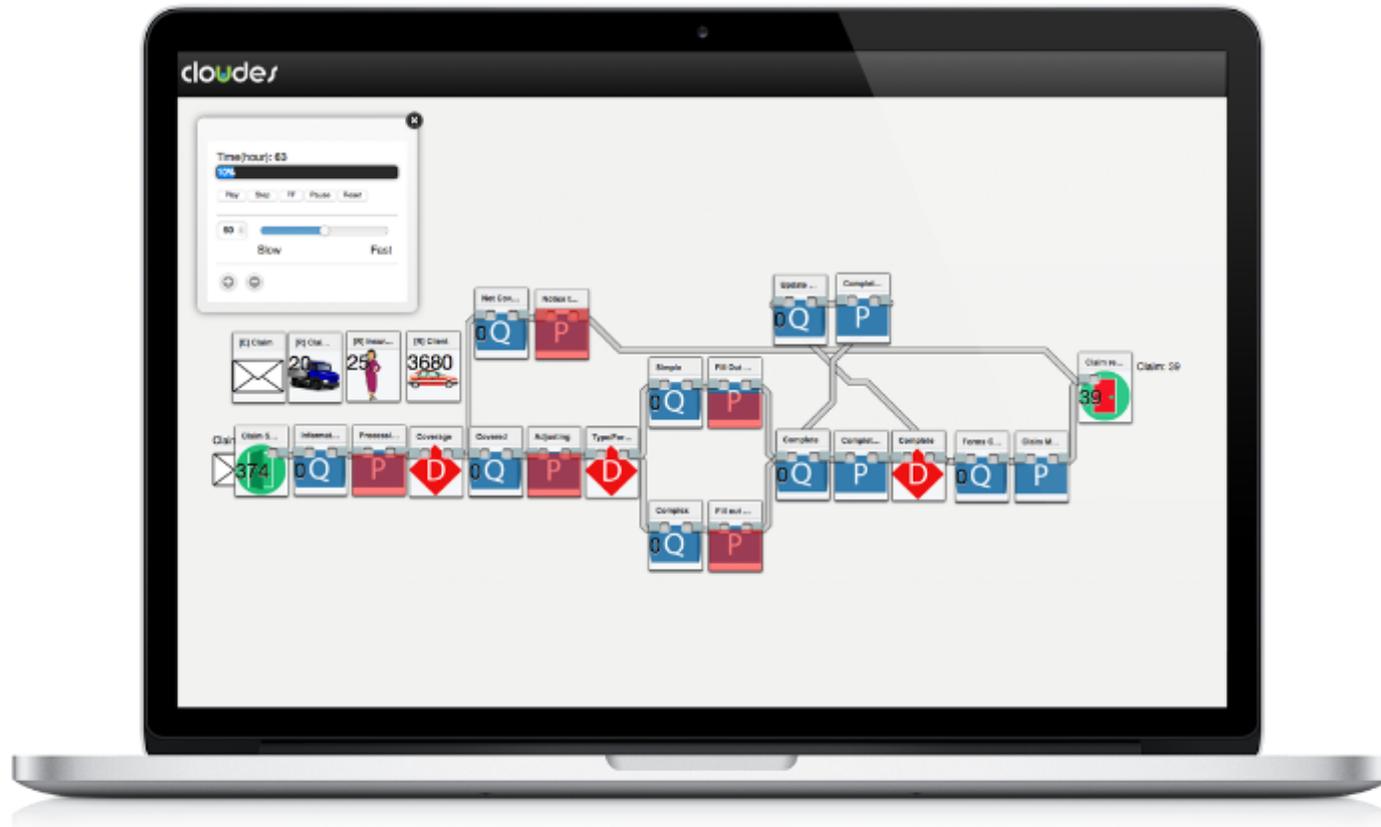
General

Animation

Process Logic

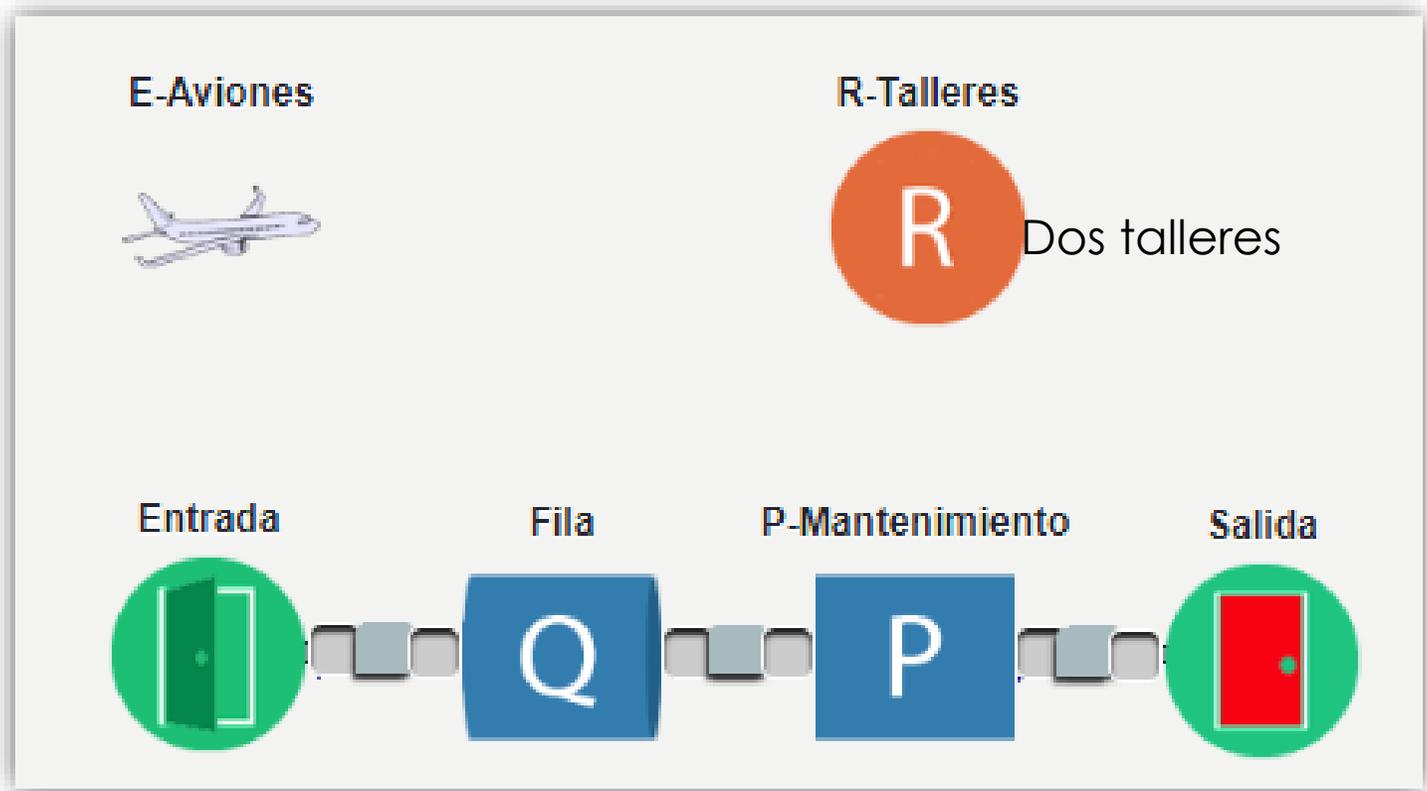
Process Logic

Simio



LEARN BUILD & PLAY
with Simulations

Cloudes

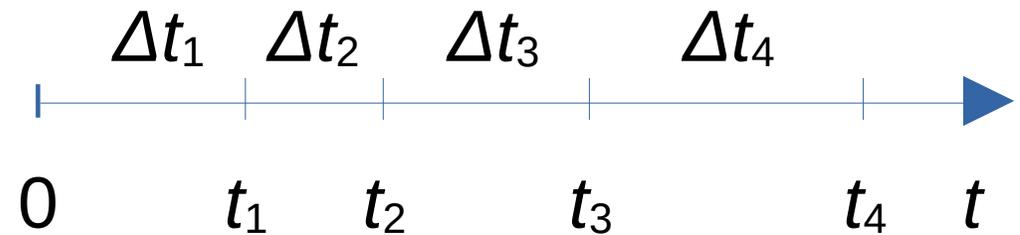


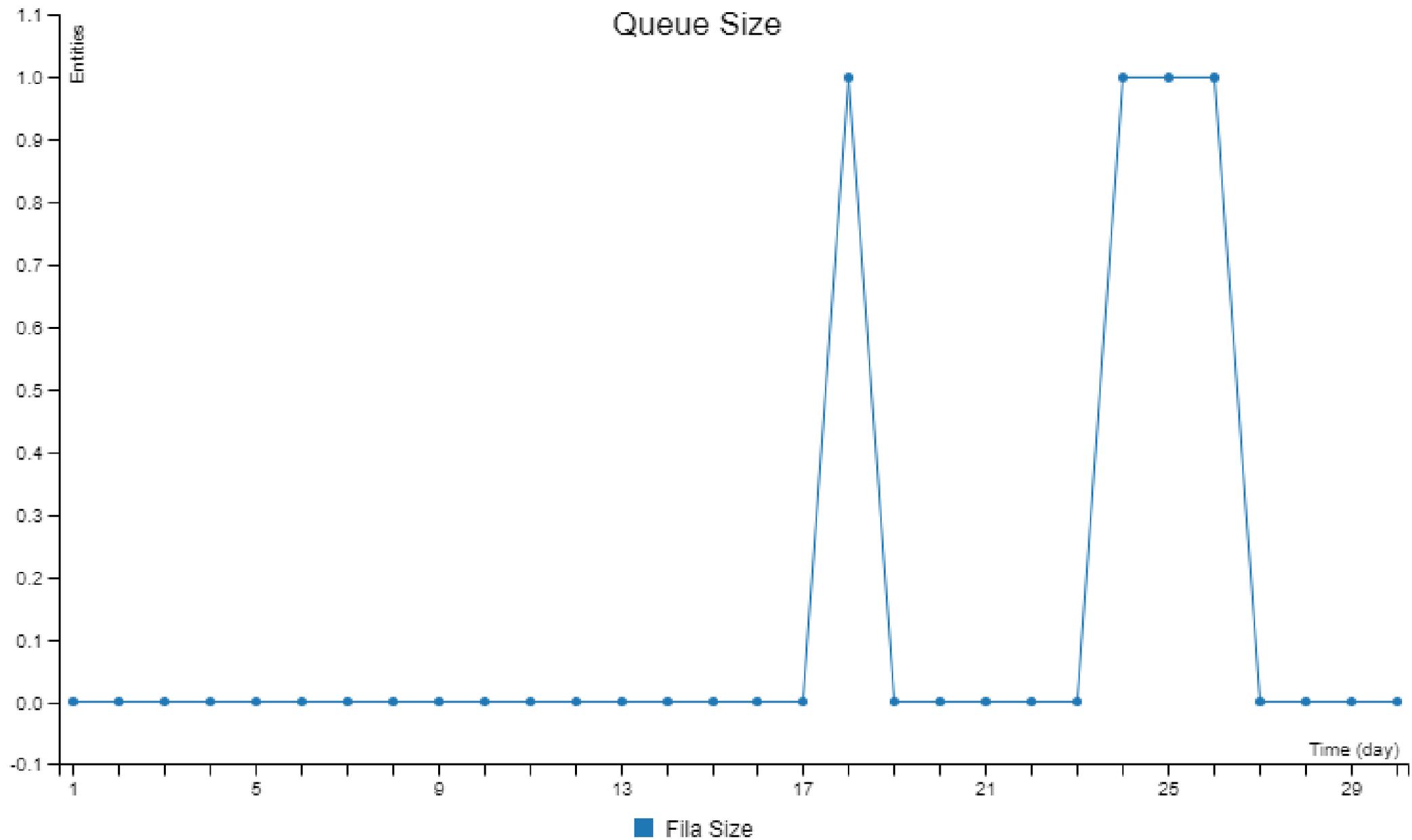
Exponencial(3)

Uniforme(1,3)

Paso de reloj variable

- Paso variable Δt
- $f(\Delta t) \rightarrow$ generadores
- Procedimiento:
 1. Inicializar
 2. Determinar el siguiente evento A.
 3. Dar un paso Δt hasta A.
 4. Modificar el estado.
 5. Agendar eventos futuros.
 6. Si no finalizó, ir a 2.





Longitud de Simulación: 30 day

Repeticiones: 1

Entrada	
Total Arrivals	7

Mantenimiento	
Avg Process Time (day)	2.143
Total Idle Time (day)	15
Total Entities Processed	7

Salida	
"Aviones" Exited	7
Total Exited	7

Fila	
Entities Denied (Max Queue Size)	0
Entities Balked (Wait Time Limit)	0
Dequeued	7
Queue Max	2
Queue Final	0
Queue Avg	0.141
Max Wait Time (day)	2
Avg Wait Time (day)	0

Talleres	
Quantity Final	1
Max Utilization (%)	100
Avg Utilization (%)	50

Aviones	
Total Arrived	7
Total Exited	7
Total Dropped	0
Total Representing A Batch	0
Total Separated	0
Avg Time In System (day)	2.71