



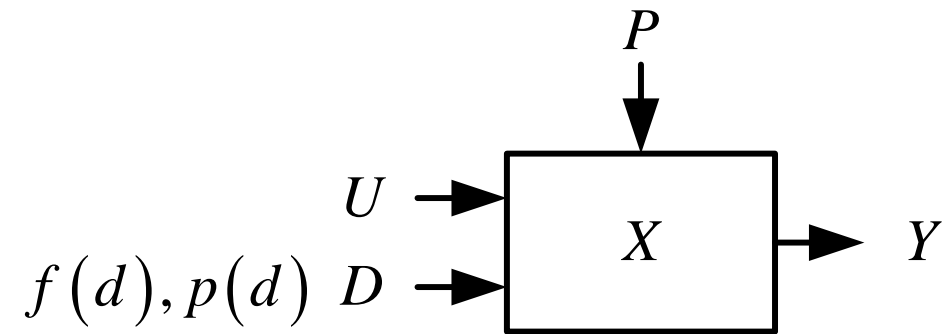
Generación de números aleatorios Parte I

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

Generación de números aleatorios

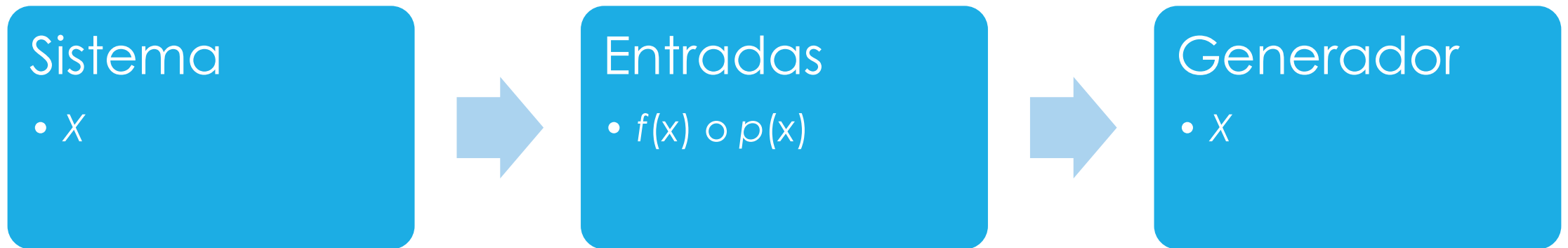
Clasificación de variables

- Parámetros (P)
- Variables de entrada:
 - Manipulables (U)
 - Perturbación (D)
- Variables de salida (Y)
- Variables internas (I)
- Variables de estado ($X \subseteq I$)



- Tiempo entre arribos de clientes
- Tipo de operación
- Monto de la operación

Estrategia



- Se atenúan errores de muestreo.
- Se puede generar cualquier cantidad de números.
- Se puede repetir una secuencia generada.

Números aleatorios

- Un número aleatorio R es aquel que se obtiene al azar.
- Es una variable continua.
- Propiedades de una secuencia de números aleatorios r_1, r_2, r_3, \dots :
 - Uniformidad
 - Independencia

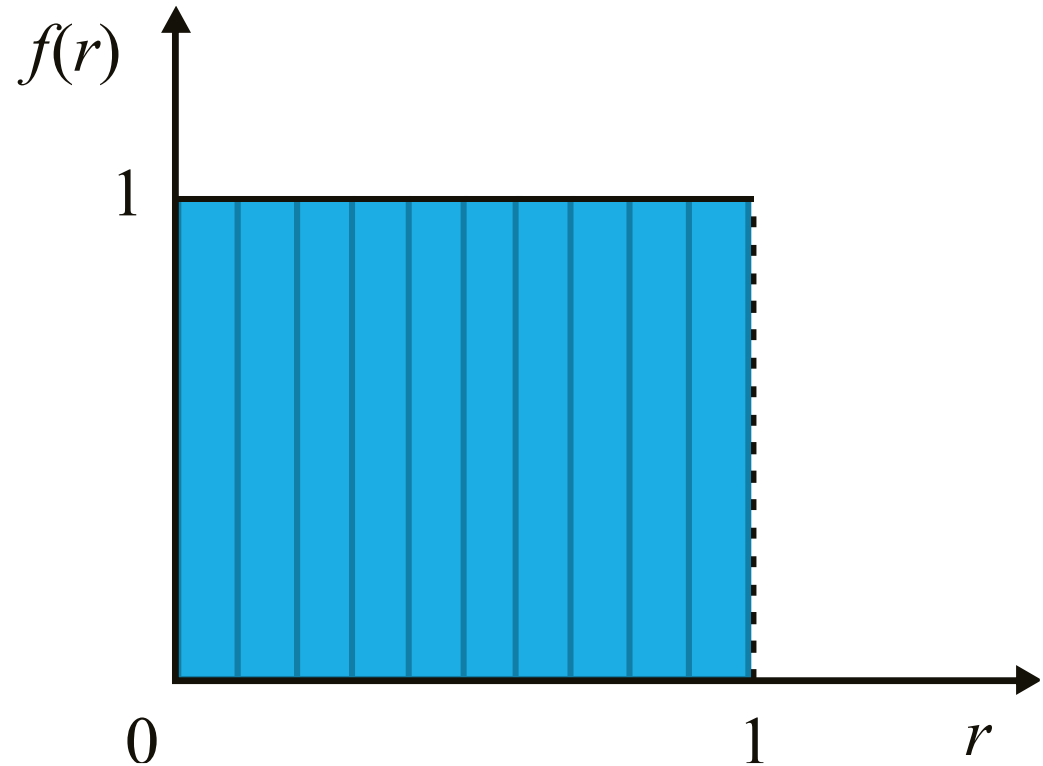
$$f(r) = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$E(R) = \int_0^1 r \, dr = \frac{r^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$




$$V(R) = \int_0^1 r^2 \, dx - [E(R)]^2 = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Números aleatorios

- Consecuencias:
 - Si el intervalo $(0,1)$ es dividido en c clases, el número esperado de n observaciones en cada intervalo es n/c .
 - La probabilidad de observar un valor en un intervalo en particular es independiente de los valores previamente observados: $1/c$.



Ejemplos

- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09 
- 0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 1.00, 0.99, 0.98, 0.97, 0.96 
- 0.14, 0.71, 0.65, 0.28, 0.21, 0.84, 0.66, 0.70, 0.67, 0.88 

Random Number Table

13962	70992	65172	28053	02190	83634	66012	70305	66761	88344
43905	46941	72300	11641	43548	30455	07686	31840	03261	89139
00504	48658	38051	59408	16508	82979	92002	63606	41078	86326
61274	57238	47267	35303	29066	02140	60867	39847	50968	96719
43753	21159	16239	50595	62509	61207	86816	29902	23395	72640
83503	51662	21636	68192	84294	38754	84755	34053	94582	29215
36807	71420	35804	44862	23577	79551	42003	58684	09271	68396
19110	55680	18792	41487	16614	83053	00812	16749	45347	88199
82615	86984	93290	87971	60022	35415	20852	02909	99476	45568
05621	26584	36493	63013	68181	57702	49510	75304	38724	15712

Números pseudoaleatorios

- Simulan los números aleatorios.
- Son generados por un algoritmo.
- Generan una gran cantidad de números.
- Se puede repetir una sucesión de valores.
- Importa la calidad del generador.

El gobierno porteño quiere reemplazar los tradicionales bolilleros de la Quiniela por un sistema que despierta sospechas

Lanzó una licitación para comprar dos computadoras cuyo código fuente será inaccesible para los técnicos. Un hombre del gobierno fue señalado por su interés en el tema

13 de Septiembre de 2019



Según las especificaciones técnicas del pliego, LOTBA, la sociedad del Estado que se creó para asumir las competencias que ejercía Lotería Nacional, pretende incorporar dos computadoras con el hardware y el software necesario para registrar todas las apuestas y realizar sorteos automáticos RNG (Random Number Generator).

[El caso de los Niños Cantores en 1942](#)

Método de congruencia lineal

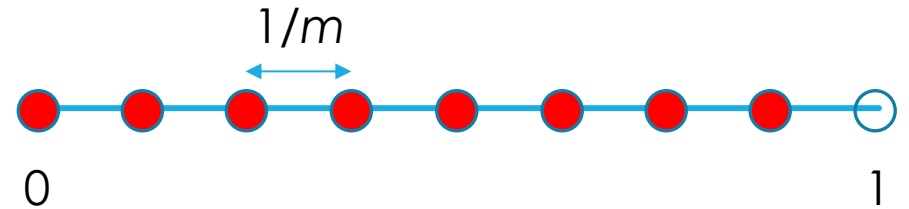
- $x_i \in \mathbb{N}$
- x_0 : semilla
- a : constante multiplicativa
- c : incremento
- m : módulo
- $c \neq 0$: congruencia mixta
- $c = 0$: congruencia multiplicativa

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

- $x_i \in \{0, 1, 2, \dots, (m-1)\}$
- $r_i \in \{0, 1/m, 2/m, \dots, (m-1)/m\}$
- Propiedades de r :
 - Es discreto
 - $m \rightarrow \infty, r \rightarrow 1$
 - gap mínimo = $1/m$
 - m valores distintos
 - $P \leq m$ periodo o longitud de ciclo

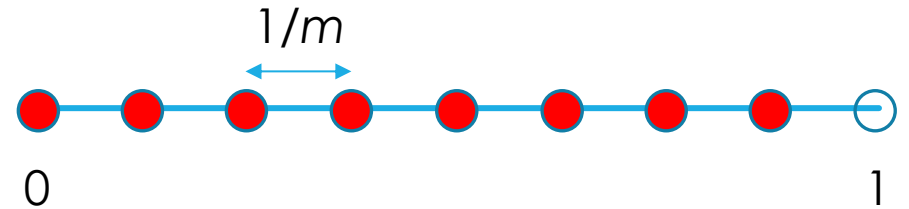


$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Método de congruencia lineal

- Calidad:
 - Uniformidad
 - Máxima densidad: $gaps \rightarrow 0$
 - P grande
- Requisitos:
 - m grande para máxima densidad.
 - m grande y a , c y X_0 apropiados para P grande.



$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

Cálculo de r

- $a = 17$
- $c = 43$
- $m = 100$
- $x_0 = 27$

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m$$

$$r_i = \frac{x_i}{m}$$

i	x	r
0	27	---
1	2	0.02
2	77	0.77
3	52	0.52

Generador de congruencia lineal.xlsx

Archivos Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición Complementos Analizar datos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>r</i>		Parámetros								
2	0	27	---		a =	17							
3	1	2	0.02		c =	43							
4	2	77	0.77		m =	100							
5	3	52	0.52		x0 =	27							
6													
7													
8													
9					$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$								
10													
11					$r_i = \frac{x_i}{m}$								
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													

Archivos Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Insertar función Σ Autosuma Lógica Texto Fecha y hora Financieras $\text{Usado recientemente}$ Lógicas Texto Fecha y hora Financieras Python Restablecer Diagnostics Inicialización Python (versión preliminar) Administrador de nombres Nombres definidos Asignar nombre Utilizar en la fórmula Crear desde la selección Rastrear precedentes Rastrear dependientes Quitar flechas Auditoría de fórmulas Ventana Inspección Opciones para el cálculo

E6 \times \checkmark fx

	A	B	C	D	E	F	G
1	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>r</i>		Parámetros		
2	0	=F5	---		a =	17	
3	1	=RESIDUO(F\$2*B2+F\$3,F\$4)	=B3/F\$4		c =	43	
4	2	=RESIDUO(F\$2*B3+F\$3,F\$4)	=B4/F\$4		m =	100	
5	3	=RESIDUO(F\$2*B4+F\$3,F\$4)	=B5/F\$4		x0 =	27	
6							
7							
8							
9					$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$		
10							
11					$r_i = \frac{x_i}{m}$		
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

Longitud de ciclo

- $a = 13$
- $c = 0$
- $m = 2^6 = 64$
- $x_0 = 1, 2, 3$ y 4
- $P = 16, 8, 16$ y 4
- $x \in \{1, 5, 9, 13, \dots, 53, 57, 61\}$
- $r \in \{1/64, 5/64, 9/64, \dots, 61/64\}$
- $gap = 5/64 - 1/64 = 4/64 = 0.0625$

i	x	x	x	x
0	1	2	3	4
1	13	26	39	52
2	41	18	59	36
3	21	42	63	20
4	17	34	51	4
5	29	58	23	
6	57	50	43	
7	37	10	47	
8	33	2	35	
9	45		7	
10	9		27	
11	53		31	
12	49		19	
13	61		55	
14	25		11	
15	5		15	
16	1		3	

Archivos Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Insertar función Σ Autosuma \square Lógicas \square Restablecer \square Asignar nombre \square Rastrear precedentes \square Rastrear dependientes \square Quitar flechas \square Ventana Inspección \square Opciones para el cálculo \square

Usado recientemente \square Texto \square Python \square Diagnósticos \square Utilizar en la fórmula \square Crear desde la selección \square

Financieras \square Fecha y hora \square Inicialización \square Nombres definidos \square Auditoría de fórmulas \square Cálculo \square

Biblioteca de funciones Python (versión preliminar)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	x	x	x	x		Parámetros						
2	0	1	2	3	4		a =	13					
3	1	13	26	39	52		c =	0					
4	2	41	18	59	36		m =	64					
5	3	21	42	63	20		x0 =	27					
6	4	17	34	51	4								
7	5	29	58	23									
8	6	57	50	43									
9	7	37	10	47			$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$						
10	8	33	2	35									
11	9	45		7			$r_i = \frac{x_i}{m}$						
12	10	9		27									
13	11	53		31									
14	12	49		19									
15	13	61		55									
16	14	25		11									
17	15	5		15									
18	16	1		3									

Autoguardado Generador de congruencia lineal... Buscar

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

fx Insertar función
Σ Autosuma
📄 Usado recientemente
📄 Financieras
📄 Lógicas
📄 Texto
📄 Fecha y hora
🐍 Insertar Python
🔄 Restablecer
📄 Diagnósticos
📄 Inicialización
📄 Python (versión preliminar)
📄 Administrador de nombres
📄 Asignar nombre
📄 Utilizar en la fórmula
📄 Crear desde la selección
🔍 Rastrear precedentes
🔍 Rastrear dependientes
🔍 Quitar flechas
🔍 Auditoría de fórmulas
🔍 Ventana Inspección
🔍 Opciones para el cálculo
🔍 Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		Parámetros	
2	0	1	2	3	4		a =	13
3	1	=RESIDUO(\$H\$2*B2+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C2+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D2+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E2+\$H\$3,\$H\$4)		c =	0
4	2	=RESIDUO(\$H\$2*B3+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C3+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D3+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E3+\$H\$3,\$H\$4)		m =	=2^6
5	3	=RESIDUO(\$H\$2*B4+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C4+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D4+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E4+\$H\$3,\$H\$4)		x0 =	27
6	4	=RESIDUO(\$H\$2*B5+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C5+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D5+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*E5+\$H\$3,\$H\$4)			
7	5	=RESIDUO(\$H\$2*B6+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C6+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D6+\$H\$3,\$H\$4)				
8	6	=RESIDUO(\$H\$2*B7+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C7+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D7+\$H\$3,\$H\$4)				
9	7	=RESIDUO(\$H\$2*B8+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C8+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D8+\$H\$3,\$H\$4)			$x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$	
10	8	=RESIDUO(\$H\$2*B9+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*C9+\$H\$3,\$H\$4)	=RESIDUO(\$H\$2*D9+\$H\$3,\$H\$4)				
11	9	=RESIDUO(\$H\$2*B10+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D10+\$H\$3,\$H\$4)			$r_i = \frac{x_i}{m}$	
12	10	=RESIDUO(\$H\$2*B11+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D11+\$H\$3,\$H\$4)				
13	11	=RESIDUO(\$H\$2*B12+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D12+\$H\$3,\$H\$4)				
14	12	=RESIDUO(\$H\$2*B13+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D13+\$H\$3,\$H\$4)				
15	13	=RESIDUO(\$H\$2*B14+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D14+\$H\$3,\$H\$4)				
16	14	=RESIDUO(\$H\$2*B15+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D15+\$H\$3,\$H\$4)				
17	15	=RESIDUO(\$H\$2*B16+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D16+\$H\$3,\$H\$4)				
18	16	=RESIDUO(\$H\$2*B17+\$H\$3,\$H\$4)		=RESIDUO(\$H\$2*D17+\$H\$3,\$H\$4)				
19								
20								
21								
22								

Cálculo de r

- $a = 7^5 = 16807$
 - $c = 0$
 - $m = 2^{31}-1 = 2147483647$
 - $x_0 = 123457$
-
- ALEATORIO() en Excel
 - Rnd() en Visual Basic

i	x	r
0	123457	---
1	2074941799	0.9662
2	559872160	0.2607
3	1645535613	0.7662

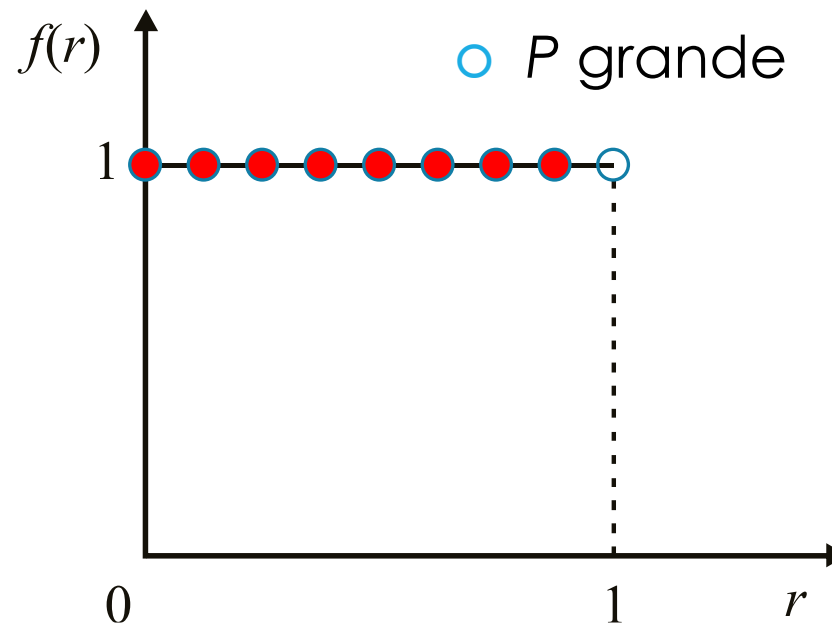
Prueba de calidad de un generador

Números aleatorios

- Uniformidad
- Independencia

Generador

- Uniformidad
- Máxima densidad: $gaps \rightarrow 0$
- P grande



Prueba de calidad de un generador

- Prueba de frecuencia: Usa el método de Kolmogorov-Smirnov o el método chi-cuadrado para comparar una distribución uniforme con la secuencia generada.
- Prueba de corridas o rachas (*runs test*): Utiliza el chi-cuadrado para determinar la presencia anormal de grupos de números ascendentes, descendentes, por encima del promedio, o por debajo del promedio.

Prueba de calidad de un generador

- Prueba de autocorrelación: Compara la correlación existente entre los elementos de una secuencia con la correlación nula esperada.
- Prueba de huecos (*gap test*): Cuenta la cantidad de dígitos entre dos sucesivas repeticiones de un mismo dígito, y utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov para comparar esta cantidad con el valor esperado.
- Prueba de póker: Controla que la frecuencia de aparición de dígitos en una serie de números sea la esperada.

Generadores de variables aleatorias

Variables aleatorias

R

- Número aleatorio
- Distribución uniforme

X

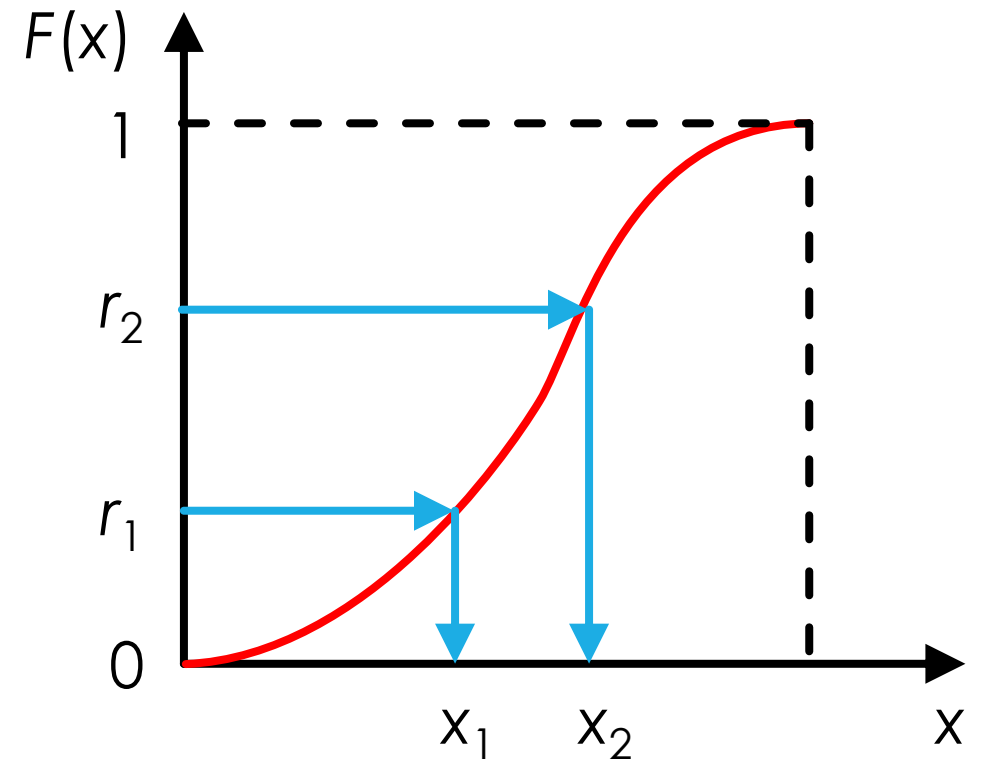
- Variable aleatoria
- Cualquier distribución $f(x)$ o $p(x)$

Método de la transformada inversa

Método analítico

1. Dada $f(x)$ o $p(x)$
2. Obtener $F(x)$
3. $F(x) = r$
4. $x = F^{-1}(r)$

Método gráfico



Generador exponencial

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = r$$

$$x = F^{-1}(r) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - r)$$

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(r)$$

- LN(x) en Excel
- Log(x) en Visual Basic

Generador exponencial.xlsx

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Comentarios Compartir

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición Complementos Analizar datos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	<i>r</i>	<i>x</i>		lambda =	2							
2	1	0.3289907	0.5558629										
3	2	0.3630907	0.5065513										
4	3	0.6009745	0.2546014										
5	4	0.3493557	0.5258324										
6	5	0.2051338	0.7920465										
7	6	0.1327305	1.0097174										
8	7	0.6859705	0.1884603										
9	8	0.6858938	0.1885162										
10	9	0.1014607	1.1440418										
11	10	0.6745932	0.1968227										
12	11	0.2740653	0.6471944										
13	12	0.149306	0.9508786										
14	13	0.8391399	0.0876889										
15	14	0.2662652	0.6616312										
16	15	0.991549	0.0042435										
17	16	0.9424077	0.0296586										
18	17	0.2818279	0.6332293										

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(r)$$

Archivos Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Insertar función Biblioteca de funciones: Autosuma, Usado recientemente, Financieras, Lógicas, Texto, Fecha y hora, Python, Restablecer, Diagnósticos, Inicialización, Python (versión preliminar)

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Ventana Inspección

Cálculo: Opciones para el cálculo

E2 fx

	A	B	C	D	E	F	G
1	<i>i</i>	<i>r</i>	<i>x</i>		lambda = 2		
2	1	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B2)				
3	2	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B3)				
4	3	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B4)				
5	4	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B5)				
6	5	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B6)				
7	6	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B7)				
8	7	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B8)				
9	8	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B9)				
10	9	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B10)				
11	10	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B11)				
12	11	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B12)				
13	12	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B13)				
14	13	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B14)				
15	14	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B15)				
16	15	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B16)				
17	16	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B17)				
18	17	=ALEATORIO()	=-1/F\$1*LN(B18)				

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(r)$$

Generador uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} = r$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

$$x = a + (b-a)r$$

Generador triangular

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a \leq x < b \\ \frac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & b \leq x \leq c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & a < x \leq b \\ 1 - \frac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)} & b < x \leq c \\ 1 & x > c \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

Generador triangular

- $r = \text{ALEATORIO}()$
- $xi = a + \text{RAIZ}((b-a) * (c-a) * r)$
- $xd = c - \text{RAIZ}((c-b) * (c-a) * (1-r))$
- $\text{SI}(r < (b-a)/(c-a), xi, xd)$

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

Generador triangular.xlsx

fx Insertar función Σ Autosuma 🔍 Lógicas 📄 Usado recientemente 📄 Texto 📄 Fecha y hora 🐍 Insertar Python 🔄 Restablecer 🔍 Diagnósticos 🔍 Inicialización 👤 Administrador de nombres 👤 Utilizar en la fórmula 👤 Crear desde la selección 🔍 Rastrear precedentes 🔍 Rastrear dependientes 🔍 Quitar flechas 🔍 Ventana Inspección 🔍 Opciones para el cálculo 🔍 Cálculo

G4 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	<i>r</i>	<i>xi</i>	<i>xd</i>	<i>x</i>		a =	0					
2	1	0.0059836	0.2679618	1.1156993	0.2679618		b =	2					
3	2	0.1046629	1.120694	1.3644752	1.120694		c =	6					
4	3	0.1062198	1.1289986	1.3685073	1.1289986								
5	4	0.6285756	2.7464353	3.0143366	3.0143366								
6	5	0.358377	2.0737705	2.0758501	2.0758501								
7	6	0.2337188	1.6747018	1.7115565	1.6747018								
8	7	0.0207605	0.4991257	1.15214	0.4991257								
9	8	0.6325252	2.7550502	3.0302532	3.0302532								
10	9	0.1770185	1.4574712	1.5557278	1.4574712								
11	10	0.0174828	0.4580319	1.1440332	0.4580319								
12	11	0.5381349	2.5411844	2.6706212	2.6706212								
13	12	0.487458	2.4185732	2.4927208	2.4927208								
14	13	0.4520367	2.3290428	2.3735529	2.3735529								
15	14	0.5606974	2.5939099	2.752961	2.752961								
16	15	0.6216645	2.7312954	2.9866877	2.9866877								
17	16	0.5752524	2.6273616	2.8072047	2.8072047								
18	17	0.0343818	0.6423248	1.1859749	0.6423248								

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<i>i</i>	<i>r</i>	<i>xi</i>	<i>xd</i>	<i>x</i>		a = 0	
2	1	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B2)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B2))	=SI(B2<(bt-at)/(ct-at),C2,D2)		b = 2	
3	2	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B3)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B3))	=SI(B3<(bt-at)/(ct-at),C3,D3)		c = 6	
4	3	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B4)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B4))	=SI(B4<(bt-at)/(ct-at),C4,D4)			
5	4	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B5)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B5))	=SI(B5<(bt-at)/(ct-at),C5,D5)			
6	5	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B6)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B6))	=SI(B6<(bt-at)/(ct-at),C6,D6)			
7	6	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B7)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B7))	=SI(B7<(bt-at)/(ct-at),C7,D7)			
8	7	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B8)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B8))	=SI(B8<(bt-at)/(ct-at),C8,D8)			
9	8	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B9)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B9))	=SI(B9<(bt-at)/(ct-at),C9,D9)			
10	9	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B10)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B10))	=SI(B10<(bt-at)/(ct-at),C10,D10)			
11	10	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B11)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B11))	=SI(B11<(bt-at)/(ct-at),C11,D11)			
12	11	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B12)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B12))	=SI(B12<(bt-at)/(ct-at),C12,D12)			
13	12	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B13)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B13))	=SI(B13<(bt-at)/(ct-at),C13,D13)			
14	13	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B14)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B14))	=SI(B14<(bt-at)/(ct-at),C14,D14)			
15	14	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B15)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B15))	=SI(B15<(bt-at)/(ct-at),C15,D15)			
16	15	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B16)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B16))	=SI(B16<(bt-at)/(ct-at),C16,D16)			
17	16	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B17)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B17))	=SI(B17<(bt-at)/(ct-at),C17,D17)			
18	17	=ALEATORIO()	=at+RAIZ((bt-at)*(ct-at)*B18)	=ct-RAIZ((ct-bt)*(ct-at)*(1-B18))	=SI(B18<(bt-at)/(ct-at),C18,D18)			

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)r} & 0 \leq r < \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-r)} & \frac{b-a}{c-a} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

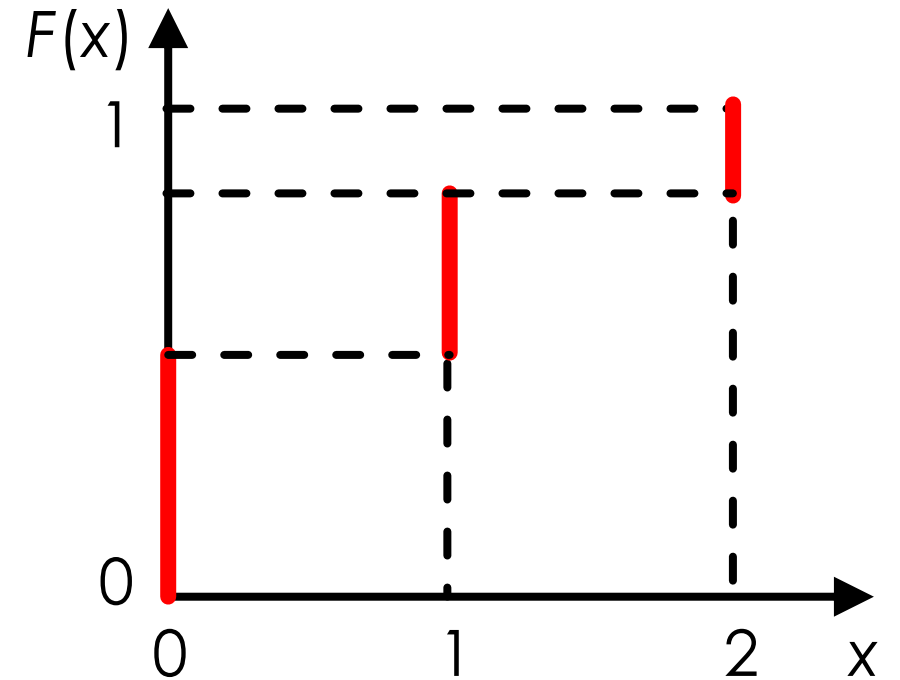
Distribuciones discretas

i	x	$p(x)$
1	0	0.5
2	1	0.3
3	2	0.2

Distribuciones discretas

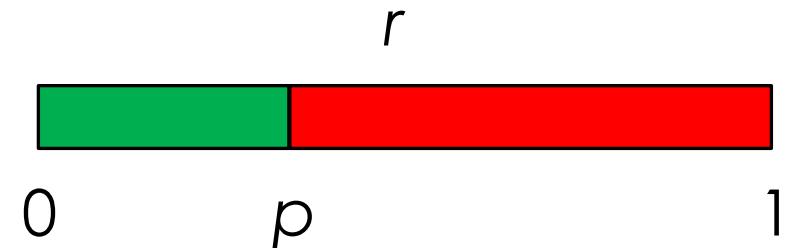
i	x	$p(x)$	$F(x)$
1	0	0.5	0.5
2	1	0.3	0.8
3	2	0.2	1.0

$$x = \begin{cases} 0 & r \leq 0.5 \\ 1 & 0.5 < r \leq 0.8 \\ 2 & 0.8 < r \leq 1.0 \end{cases}$$



Evento con probabilidad p

1. Generar r
2. Si $r < p$, ocurre el evento.



Simulación de un evento.xlsx

Archivo Inicio Insertar Disposición de página **Fórmulas** Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Biblioteca de funciones: Insertar función, Autosuma, Usado recientemente, Financieras, Lógicas, Texto, Fecha y hora

Python (versión preliminar): Restablecer, Diagnósticos, Inicialización

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas

Cálculo: Ventana Inspección, Opciones para el cálculo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Evento		p =	0.2							
2	1	0.20977	No										
3	2	0.07787969	Sí										
4	3	0.20894378	No										
5	4	0.52106351	No										
6	5	0.50733879	No										
7	6	0.46282214	No										
8	7	0.97529174	No										
9	8	0.68368535	No										
10	9	0.68360541	No										
11	10	0.9222139	No										
12	11	0.0350755	Sí										
13	12	0.35447703	No										
14	13	0.07599234	Sí										
15	14	0.55148454	No										
16	15	0.97937021	No										
17	16	0.30810945	No										
18	17	0.02158742	Sí										

Archivos Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda

Insertar función Biblioteca de funciones: Autosuma, Usado recientemente, Financieras, Lógicas, Texto, Fecha y hora, Restablecer, Diagnósticos, Inicialización, Python (versión preliminar)

Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Ventana Inspección

Cálculo: Opciones para el cálculo

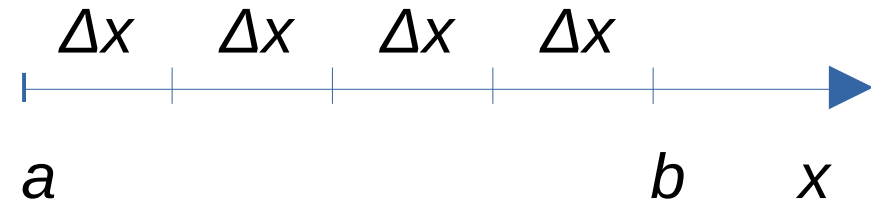
E2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Evento		p = 0.2			
2	1	=ALEATORIO()	=SI(B2<F\$1,"Sí","No")					
3	2	=ALEATORIO()	=SI(B3<F\$1,"Sí","No")					
4	3	=ALEATORIO()	=SI(B4<F\$1,"Sí","No")					
5	4	=ALEATORIO()	=SI(B5<F\$1,"Sí","No")					
6	5	=ALEATORIO()	=SI(B6<F\$1,"Sí","No")					
7	6	=ALEATORIO()	=SI(B7<F\$1,"Sí","No")					
8	7	=ALEATORIO()	=SI(B8<F\$1,"Sí","No")					
9	8	=ALEATORIO()	=SI(B9<F\$1,"Sí","No")					
10	9	=ALEATORIO()	=SI(B10<F\$1,"Sí","No")					
11	10	=ALEATORIO()	=SI(B11<F\$1,"Sí","No")					
12	11	=ALEATORIO()	=SI(B12<F\$1,"Sí","No")					
13	12	=ALEATORIO()	=SI(B13<F\$1,"Sí","No")					
14	13	=ALEATORIO()	=SI(B14<F\$1,"Sí","No")					
15	14	=ALEATORIO()	=SI(B15<F\$1,"Sí","No")					
16	15	=ALEATORIO()	=SI(B16<F\$1,"Sí","No")					
17	16	=ALEATORIO()	=SI(B17<F\$1,"Sí","No")					
18	17	=ALEATORIO()	=SI(B18<F\$1,"Sí","No")					

Generador discreto uniforme

- Para simular un dado:
 - $a = 1$
 - $b = 6$
 - $\Delta x = 1$
- ENTERO(x) en Excel
- Int(x) en Visual Basic

[El redondeo en VB de Excel](#)



$$x = \text{Int} \left(r \left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

Generador de un dado.xlsx

Archivos Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Ayuda Comentarios Compartir

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición Complementos Analizar datos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Dado										
2	1	0.9628827	6										
3	2	0.1030668	1										
4	3	0.7945868	5										
5	4	0.7921989	5										
6	5	0.8061083	5										
7	6	0.9357804	6										
8	7	0.0279988	1										
9	8	0.0619518	1										
10	9	0.6836413	5										
11	10	0.4943526	3										
12	11	0.137428	1										
13	12	0.553522	4										
14	13	0.7572526	5										
15	14	0.7918489	5										
16	15	0.7781381	5										
17	16	0.4925692	3										
18	17	0.6893235	5										

$$x = \text{Int} \left(r \left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$

fx Insertar función Biblioteca de funciones: Autosuma, Usado recientemente, Financieras, Lógicas, Texto, Fecha y hora, Python, Restablecer, Diagnósticos, Inicialización, Python (versión preliminar), Nombres definidos: Administrador de nombres, Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección, Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Ventana Inspección, Opciones para el cálculo

D2 fx

	A	B	C	D	E	F	G
1	<i>i</i>	<i>r</i>	Dado				
2	1	=ALEATORIO()	=ENTERO(B2*6)+1				
3	2	=ALEATORIO()	=ENTERO(B3*6)+1				
4	3	=ALEATORIO()	=ENTERO(B4*6)+1				
5	4	=ALEATORIO()	=ENTERO(B5*6)+1				
6	5	=ALEATORIO()	=ENTERO(B6*6)+1				
7	6	=ALEATORIO()	=ENTERO(B7*6)+1				
8	7	=ALEATORIO()	=ENTERO(B8*6)+1				
9	8	=ALEATORIO()	=ENTERO(B9*6)+1				
10	9	=ALEATORIO()	=ENTERO(B10*6)+1				
11	10	=ALEATORIO()	=ENTERO(B11*6)+1				
12	11	=ALEATORIO()	=ENTERO(B12*6)+1				
13	12	=ALEATORIO()	=ENTERO(B13*6)+1				
14	13	=ALEATORIO()	=ENTERO(B14*6)+1				
15	14	=ALEATORIO()	=ENTERO(B15*6)+1				
16	15	=ALEATORIO()	=ENTERO(B16*6)+1				
17	16	=ALEATORIO()	=ENTERO(B17*6)+1				
18	17	=ALEATORIO()	=ENTERO(B18*6)+1				

$$x = \text{Int} \left(r \left(\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \right) \right) \Delta x + a$$