Métodos de Simulación

# Distribuciones probabilísticas Parte II

Enrique E. Tarifa, Facultad de Ingeniería, UNJu

# Proceso Bernoulli

# Proceso de Bernoulli

- Es un experimento consistente de $n$ ensayos independientes, cada uno de los cuales puede ser un éxito o un fracaso. La probabilidad de éxito permanece constante de ensayo a ensayo y es igual a $p$.
- Ejemplos:
  - Lanzar una moneda y ver si sale Cara o no, $n = 1, p = \frac{1}{2}$.
  - Lanzar un dado hasta que salga el 1, $n \geq 1, p = \frac{1}{6}$.

# Distribución de Bernoulli

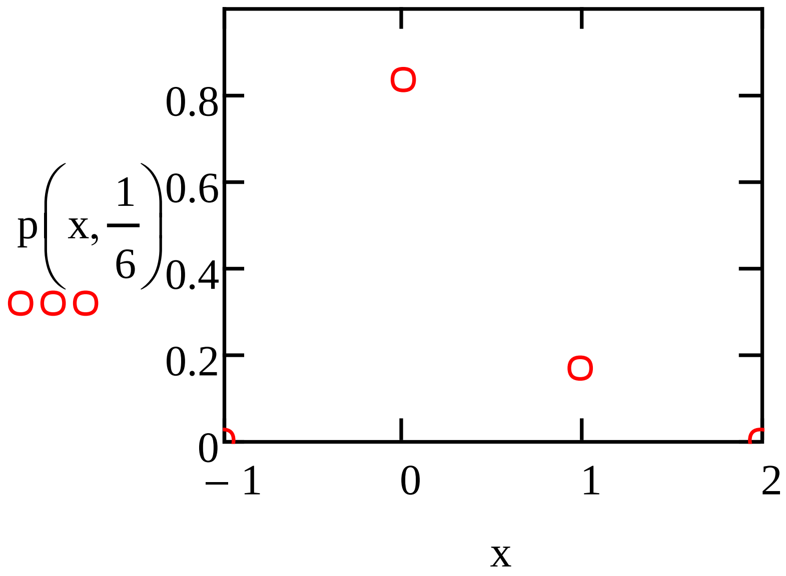
- $X$ es el resultado de un ensayo.
- S = {fracaso, éxito}
- $R_X = \{0,1\}$

$p = 1/6$

$$p(x) = \begin{cases} p & x = 1 \\ 1 - p = q & x = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

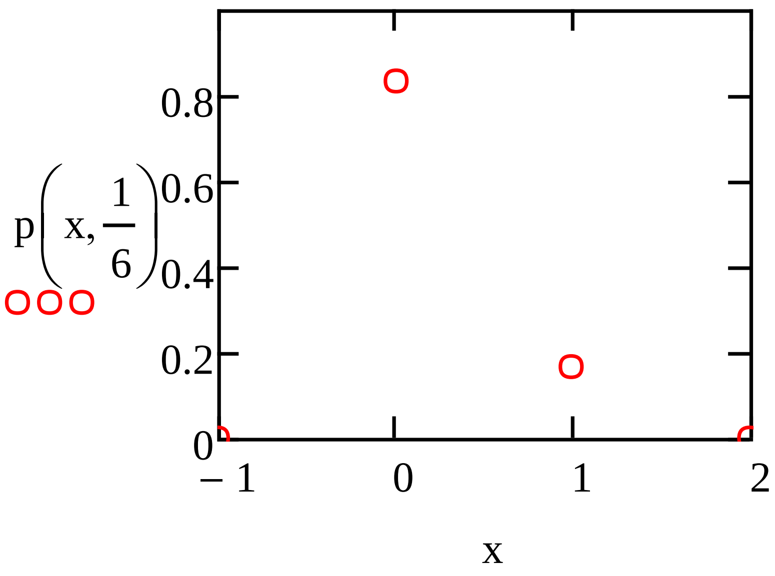
$$\mathrm{E}(X) = 0q + 1p = p$$

$$\mathrm{V}(X) = \left(0^2 q + 1^2 p\right) - p^2 = p(1-p) = pq$$

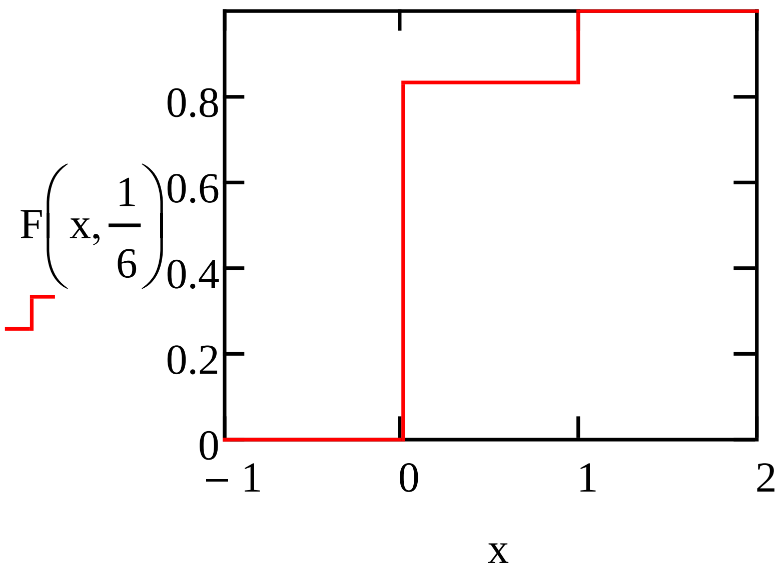


# Distribución de Bernoulli

$p(x)$




$F(x)$



# Distribución binomial

- $X$ es el número de éxitos en un proceso Bernoulli.
- $S = \{0,1,2,\ldots,n\}$
- $R_X = \{0,1,2,\ldots,n\}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 | 1 | 2 |

$n = 5,\ p = 1/6,\ X = 2$

$$p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & x = 0,1,2,\ldots,n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

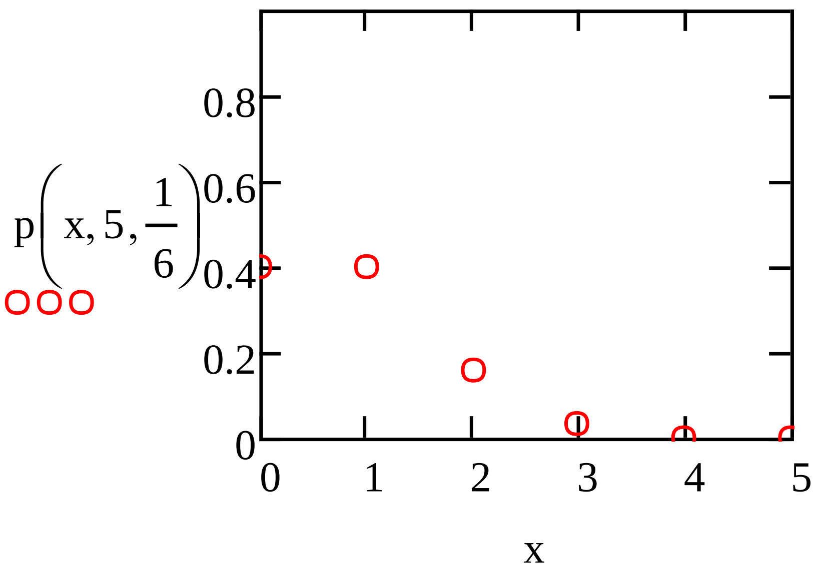
$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$\mathrm{E}(X) = p + p + \ldots + p = n\,p$$

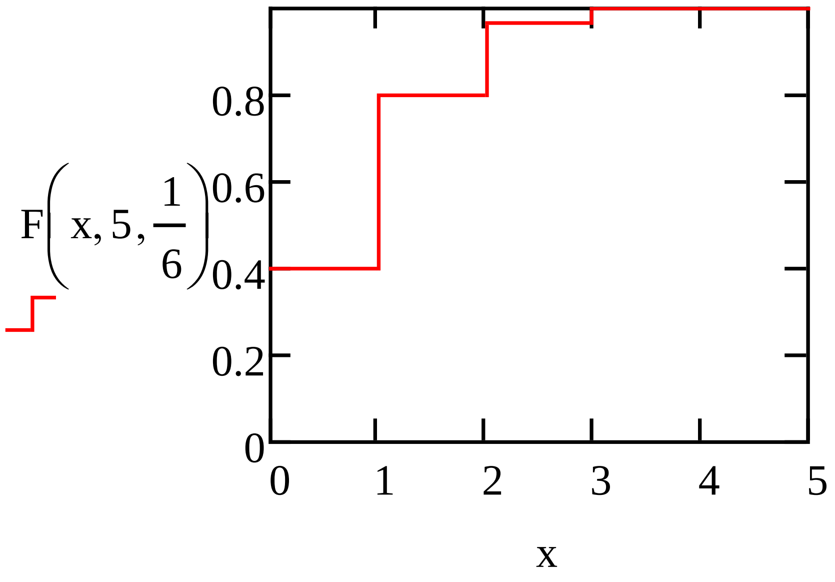
$$\mathrm{V}(X) = p\,q + p\,q + \ldots + p\,q = n\,p\,q$$

# Distribución binomial

$p(x)$

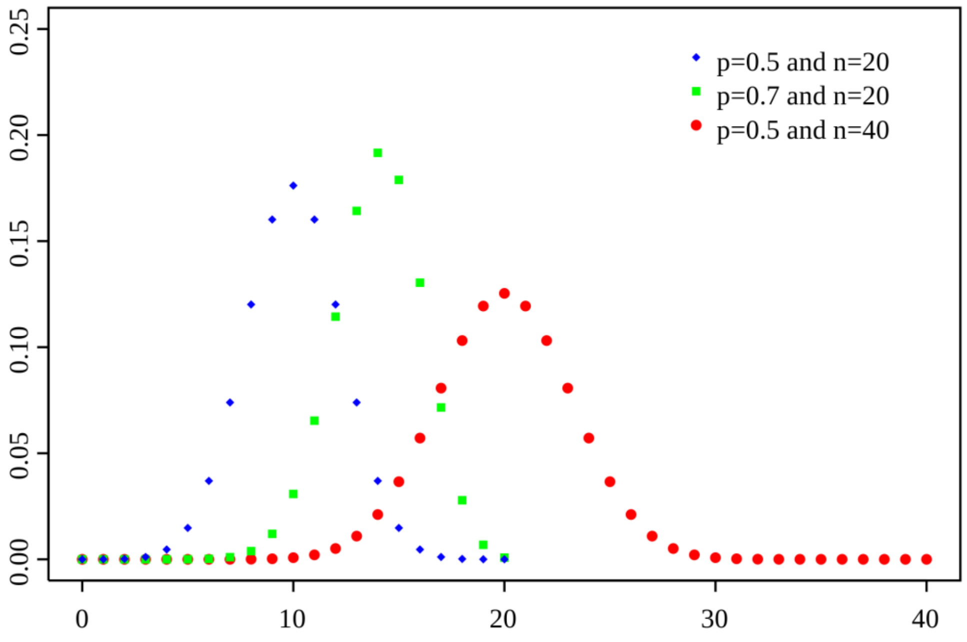



$F(x)$

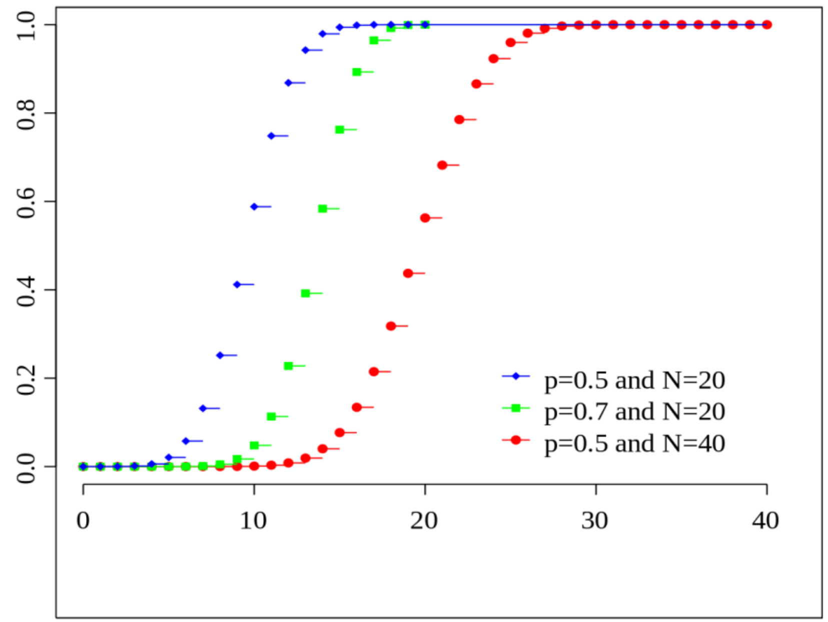


# Distribución binomial

$p(x)$




$F(x)$



# Distribución binomial

En una fábrica de chips para computadoras cuyo promedio de producción defectuosa es 2 %. Todos los días se toma una muestra de 50 chips en forma aleatoria. Si la cantidad de chips defectuosos en la muestra es mayor que dos, el proceso se detiene para su revisión completa. Determine la probabilidad de detención del proceso debido a este esquema de control.

# Distribución binomial

- $X$ es la cantidad de chips defectuosos.
- "Éxito": Un chip defectuoso.
- $n$ = 50
- $p$ = 0.02
- P(detención) = P($X$ > 2)
- P($X$ > 2) = 1-P($X \leq$ 2)

$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{50}{x} 0.02^{x}\, 0.98^{50-x} = 0.92$$

$$P(X > 2) = 1 - 0.92 = 0.08$$

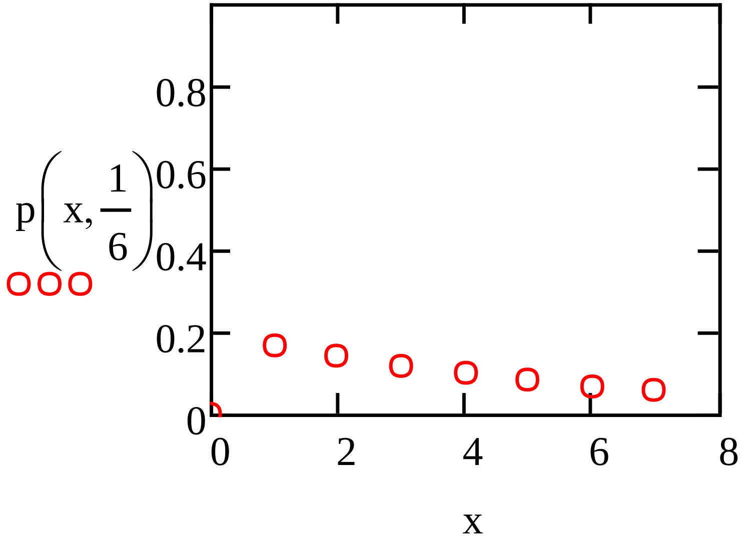
# Distribución geométrica

- $X$ es el orden del primer éxito en un proceso Bernoulli.
- $S = \{1,2,3,\ldots\}$
- $R_X = \{1,2,3,\ldots\}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 6 | 3 | 1 | ... |

$p = 1/6,\ X = 4$

$$p(x) = \begin{cases} q^{x-1}\,p & x = 1, 2, \ldots \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

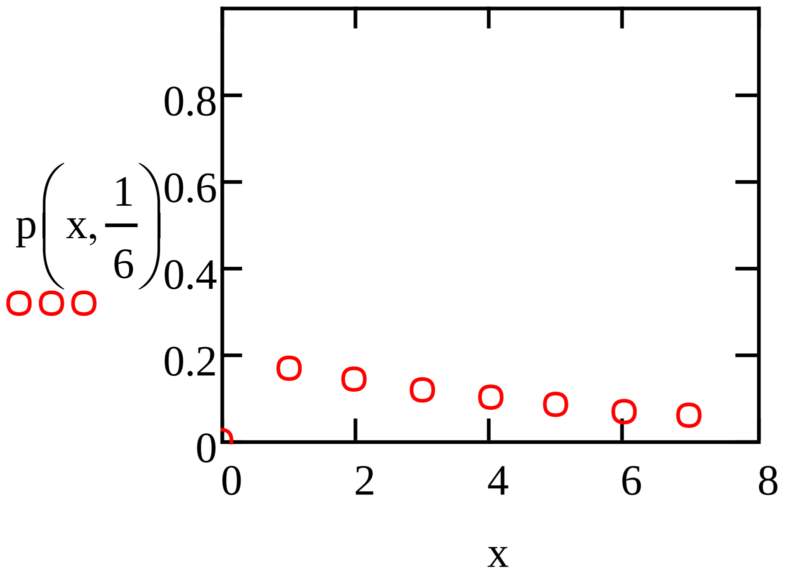



$$E(X) = \frac{1}{p}$$

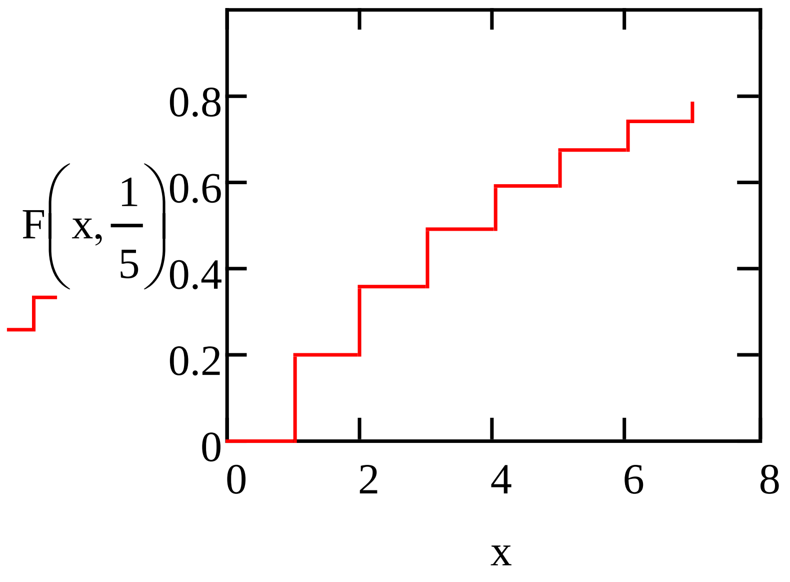
$$V(X) = \frac{q}{p^2}$$

# Distribución geométrica

$p(x)$




$F(x)$



# Distribución geométrica

- Una fábrica de impresoras rechaza el 40 % en la estación de inspección. Determine la probabilidad de que la primera impresora aceptada sea la tercera en ser inspeccionada.
- “Éxito”: impresora aceptada.
- $q = 0.4$ y $p = 0.6$
- $p(3) = 0.4^2\, 0.6 = 0.096$