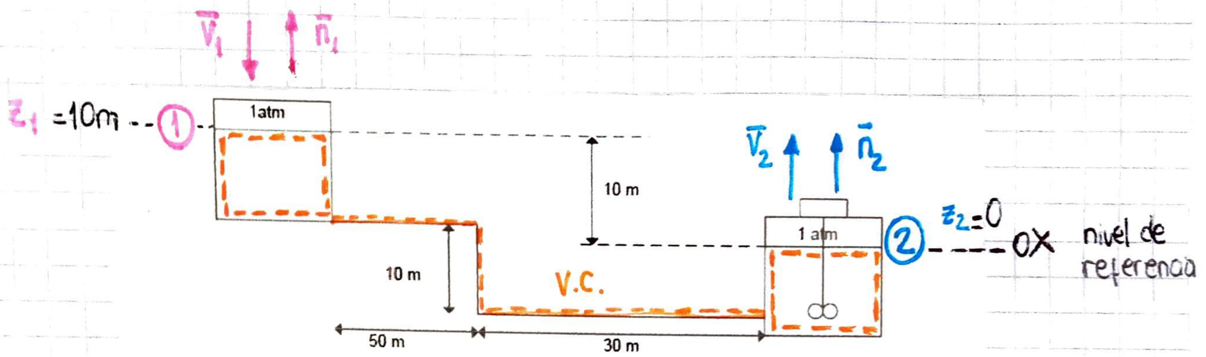
7

7. Se desea alimentar un tanque agitado con un caudal de 3 m^3/h de un concentrado de jugo de naranja procedente de un depósito elevado, tal como se muestra en la figura. Ambos depósitos se encuentran a presión atmosférica y la tubería que los conecta es lisa con un diámetro interno de 4 cm. Determinar si es necesario el uso de una bomba para conseguir transportar el caudal de fluido necesario. En caso afirmativo, calcular la potencia teoría de dicha bomba.

Considerar que las pérdidas de energía por rozamiento se producen únicamente en tramos rectos de tubería.

Temperatura del jugo a 15 °C y su densidad es de 1200 kg/m^3.



Datos

- $Q_V = 3\ \frac{m^3}{h} = 8{,}33 \times 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}$
- $L_{tubería} = 90m$
- $P_1 = P_2 = P_{atm} = 1atm$
- $D_i = 4\ cm = 0{,}04\ m \Rightarrow A_{tubería} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$
- $T_{jugo} = 15°C$
- $\rho_{jugo} = 1200\ Kg/m^3$

$A_{tubería} = 1{,}257 \times 10^{-3}\ m^2$

Incógnita

- ¿Se necesita una bomba para transportar el caudal de fluido?

- Se plantea la ecuación integral del Balance de Energía

$$\underbrace{\frac{\delta Q}{\partial t}}_{=0} - \frac{\delta W_s}{\partial t} = \iint_{S.C.} \left(e + \frac{P}{\rho}\right) \cdot \rho\ (\vec{V} \cdot \vec{n})\ dA + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C.} e \cdot \rho \cdot dV}_{=0} + \frac{\delta W_\mu}{\delta t}$$

porque no hay intercambio de calor entre el V.C. y el entorno.

$\frac{P}{\rho} = 0 \Rightarrow$ no hay efectos de Presión porque en ① y en ② actúa la Patm.

porque no hay acumulación, se considera estado estacionario

$e = e_i + e_c + e_p$

- $e_i = 0 \Rightarrow$ no hay variación de energía interna porque T = cte.
- $e_c = 0 \Rightarrow$ V_1 y V_2 son despreciables (por el gran tamaño de los tanques) en comparación a la velocidad del fluido que circula por la tubería.

Entonces:

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = \iint_{S.C.} (e_p)\cdot\rho\cdot(\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA + \frac{\partial W_\mu}{\partial t}$$

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = (g\cdot z_1)\cdot\rho_1\cdot v_1\cdot n_1\cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{=-1}\cdot A_1 + (g\cdot \underbrace{z_2}_{=0})\cdot\rho_2\cdot v_2\cdot n_2\cdot\cos 0^\circ\cdot A_2 + \frac{\partial W_\mu}{\partial t}$$

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = -g\cdot z_1\cdot\rho_1\cdot\overbrace{v_1\cdot A_1}^{Qv} + \frac{\delta W_\mu}{\partial t}$$

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = -Qv\cdot\rho\cdot g\cdot z_1 + \frac{\delta W_\mu}{\partial t}$$

Cálculo de la velocidad.
Por la ec. de continuidad

$$V = \frac{Qv}{A_{tubería}} = \frac{8{,}33\times10^{-4}\ \frac{m^3}{s}}{1{,}257\times10^{-3}\ m^2}$$

$$V = 0{,}663\ \frac{m}{s}$$

- Para calcular el término del trabajo viscoso:

$$\frac{\delta W_\mu}{\partial t} = 2\,f_f\cdot V_{prom}^2\left(\Sigma\frac{L}{D}\right)\cdot Q_v\cdot\rho$$

- Para determinar el f_f → determinar el n° de Reynolds.

Como jugo de naranja → es un FLUIDO NO NEWTONIANO

⇓

Se utiliza la ec. de la (pág 98) Libro Aguado para fluidos pseudoplásticos y dilatantes.

$$\boxed{Re_g = 2^{3-n}\cdot\left(\frac{n}{3n+1}\right)^n\cdot\frac{V^{2-n}\cdot D^n\cdot\rho}{K}}$$

⇓

Se utilizan los parámetros reológicos. → cuadro 3.1 → (pág 68) libro Aguado

Para el jugo de naranja a $T = 15°C$ → $n = 0{,}609$ (índice de comportamiento)
→ $K = 6{,}71\ \frac{N}{m^2\cdot s}$ (índice de consistencia)

$$Re_g = 2^{3-0{,}609}\left(\frac{0{,}609}{3\cdot0{,}609+1}\right)^{0{,}609}\cdot\frac{0{,}663^{2-0{,}609}\cdot0{,}04^{0{,}609}\cdot1200}{6{,}71}$$

$$\boxed{Re_g = 29{,}28}$$ ⇒ Como $Re_g < 2300$ ⇒ REGIMEN LAMINAR

Se puede calcular: $f_f = \frac{16}{Re_g}$ ⇒ $f_f = \frac{16}{29{,}28}$ ⇒ $\boxed{f_f = 0{,}546}$

Entonces:

$$\frac{\delta W_u}{\partial t} = 2 \cdot 0{,}546 \cdot \left(0{,}663 \frac{m}{s}\right)^2 \cdot \left(\frac{90m}{0{,}04m}\right) \cdot 8{,}33 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s} \cdot 1200 \frac{Kg}{m^3}$$

$$\frac{\delta W_u}{\partial t} = 1079{,}58 \, [W]$$

Reemplazando en la ec. del Balance de energía:

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = -Q_v \cdot \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\delta W_u}{\delta t}$$

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = -8{,}33 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s} \cdot 1200 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 10\,m + 1079{,}58 \, [W]$$

$$-\frac{\delta W_s}{\partial t} = 981{,}62 \, [W] \Rightarrow \boxed{\frac{\delta W_s}{\partial t} = -981{,}62 \, [W]}$$

$\Downarrow$

Es necesario el uso de una bomba para conseguir transportar el caudal de flujo.

$\Downarrow$

La potencia teórica de la bomba es de 981,62 [W].