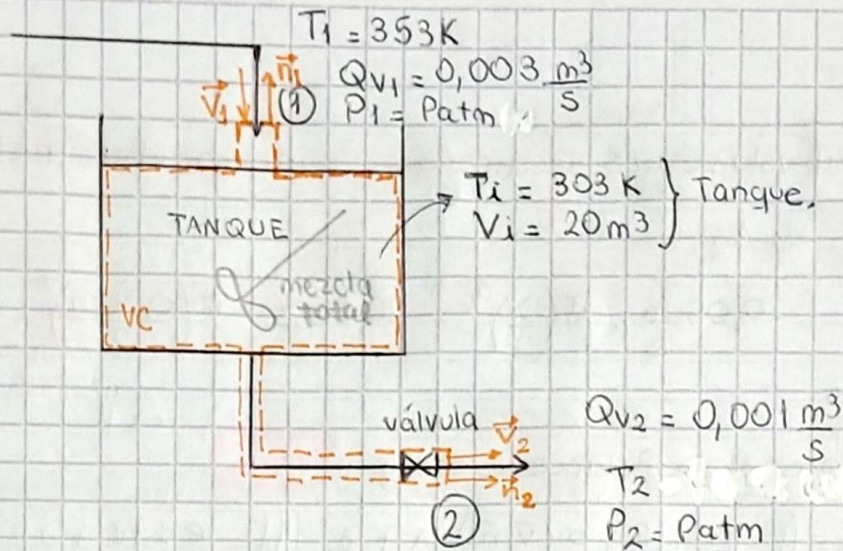


Problema 5



Planteo la Ec. Integral de Balance de energía VC

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial W_s}{\partial t} = \iint_{SC} \left(e + \frac{P}{\rho} \right) \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} e \rho dV + \frac{\partial W_u}{\partial t}$$

Consideraciones

- $\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$ Se desprecian las posibles pérdidas de calor al exterior
- $\frac{\partial W_s}{\partial t} = 0$ No hay bomba
- $\frac{\partial W_u}{\partial t} = 0$ despreciable
- Mezcla total en el tanque $\rightarrow \rho = \text{cte}$ FI fluido = Agua
 $\rightarrow T_2 = T_{\text{tanque}}$
- $e = e_p + e_c + e_i$
 - $e_p = 0$ Las energías e_p y e_c son despreciables
 - $e_c = 0$ frente a la e_i , estamos evaluando la
 - $e_i \neq 0$ variación de temperatura del agua.
- Efectos de presión $\left(\frac{P}{\rho} \right) = 0$ porque en la entrada y salida tenemos P_{atm} .

Entonces la Ec. Integral nos queda:

$$0 = e_{i1} \rho v_1 n_1 \cos 180^\circ A_1 + e_{i2} \rho v_2 n_2 \cos 0^\circ A_2 + \frac{de_i}{dt}$$

$$0 = -\bar{c}_p (T_1 - T_{\text{ref}}) Q_{m1} + \bar{c}_p (T_2 - T_{\text{ref}}) Q_{m2} + m \bar{c}_p \frac{dT}{dt}$$

Si $\bar{c}_p = \text{cte}$ y se toma como T_{ref} a la menor temperatura $T_2 = T_{\text{ref}}$

$$(T_1 - T_{\text{ref}}) Q_{m1} = m \frac{dT}{dt}$$

$$\int_{t_i=0 \text{ seg}}^t \frac{Q_{m1}}{m} dt = \int_{T_i=303 \text{ K}}^{T=T_{\text{ref}}} \frac{dT}{(T_1 - T_{\text{ref}})}$$

masa Variable

La masa va a variar por lo que necesitamos hacer un balance de masa

No tomamos T_i porque va a ir cambiando

Ec de Balance de masa VC

$$\iint_{sc} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \rho dV = 0$$

Teniendo en cuenta las condiciones del VC planteadas:

$$\rho V_1 \underbrace{n_1}_{Q_{m1}} \cos 180^\circ A_1 + \rho V_2 \underbrace{n_2}_{Q_{m2}} \cos 0^\circ A_2 + \frac{dm}{dt} = 0$$

$$-Q_{m1} + Q_{m2} + \frac{dm}{dt} = 0$$

$$\int_{m_i = \rho V_i}^m dm = \int_{t_i = 0 \text{ seg}}^t (Q_{m1} - Q_{m2}) dt$$

$$m \Big|_{20000}^m = 2t \Big|_0^t$$

$$m - 20.000 = 2t$$

$$m(t) = 20.000 + 2t$$

$$\begin{aligned} m_i &= \rho V_i \\ m_i &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 20 \text{ m}^3 \\ m_i &= 20.000 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{m1} &= \rho Q_{V1} = 3 \text{ kg/s} \\ Q_{m2} &= \rho Q_{V2} = 1 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

● Volviendo al Balance de energía

$$(T_i - T_{ref}) Q_{m1} = m \frac{dT}{dt} \Rightarrow (353 - T) \cdot 3 = m \frac{dT}{dt} \Rightarrow 1059 - 3T = \frac{m dT}{dt}$$

$$(1059 - 3T) dt = m dT$$

$$\frac{dt}{m} = \frac{dT}{(1059 - 3T)}$$

$$\int_0^t \frac{dt}{(20.000 + 2t)} = \int_{303}^T \frac{dT}{(1059 - 3T)}$$

Por sustitución

$$u = 1059 - 3T$$

$$du = -3 dT$$

$$-\frac{du}{3} = dT$$

$$\frac{1}{2} \ln(20.000 + 2t) \Big|_0^t = \int_{303}^T \frac{-1}{3} \frac{du}{u}$$

$$\frac{1}{2} \ln(20.000 + 2t) - \frac{1}{2} \ln(20.000) = -\frac{1}{3} \ln u \Big|_{303}^T = -\frac{1}{3} \ln(1059 - 3T) \Big|_{303}$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{20.000 + 2t}{20.000}\right) = -\frac{1}{3} \ln(1059 - 3T) + \frac{1}{3} \ln(1059 - 909)$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{20.000 + 2t}{20.000}\right) = \frac{1}{3} \ln \frac{(1059 - 909)}{(1059 - 3T)}$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{20.000 + 2t}{20.000}\right) = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{150}{1059 - 3T}\right)$$

$$3 \ln \left(\frac{20.000 + 2t}{20.000} \right) = 2 \ln \left(\frac{150}{1059 - 3T} \right)$$

$$\ln \left(\frac{20.000 + 2t}{20.000} \right)^3 = \ln \left(\frac{150}{1059 - 3T} \right)^2$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{20.000 + 2t}{20.000} \right)^3} = \sqrt[2]{\left(\frac{150}{1059 - 3T} \right)^2}$$

$$\left(\frac{20.000}{20.000 + 2t} \right)^{3/2} = \frac{1059 - 3T}{150} \quad \text{invertir}$$

$$-3T = 150 \left(\frac{20.000}{20.000 + 2t} \right)^{3/2} - 1059$$

a) Variación de la temperatura del agua del tanque con el tiempo.

$$T = 353 - 50 \left(\frac{20.000}{20.000 + 2t} \right)^{3/2}$$

b)

Para un $V_{\text{final}} = 25 \text{ m}^3$, reemplazo en la ecuación de Balance de masa:

$$\int_{m_1 = \rho V_i}^{m = \rho V_f} dm = \int_{t_i = 0 \text{ seg}}^t (Q_{m1} - Q_{m2}) dt$$

$$m = \rho V_f = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 25 \text{ m}^3$$

$$m = 25000 \text{ Kg}$$

$$m \Big|_{20.000}^{25.000} = 2t \Big|_0^t$$

$$25000 - 20.000 = 2t$$

$$\frac{5000}{2} = t$$

$$t = 2500 \text{ s}$$

Empleando Ecuación $T(t)$ obtenida del punto anterior

$$T = 353 - 50 \left(\frac{20.000}{20.000 + 2 \times 2500} \right)^{3/2}$$

$$T = 317,22 \text{ K}$$