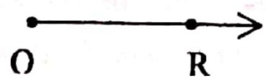
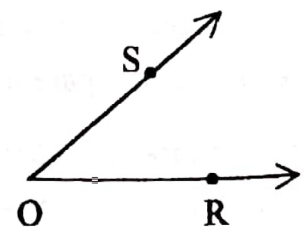
Medición de Ángulos

Angulo: En trigonometría, ángulo es la figura que se genera por la rotación de una semirrecta alrededor de su extremo, desde una posición inicial hasta una posición final.

La semirrecta con extremo en O y que pasa por R gira alrededor de O, desde su posición inicial hasta una posición final, generando el ángulo $R\hat{O}S$.



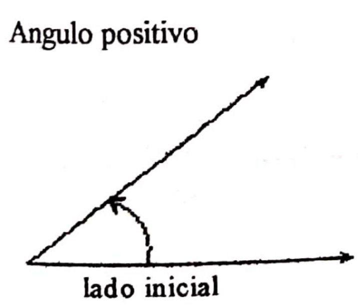


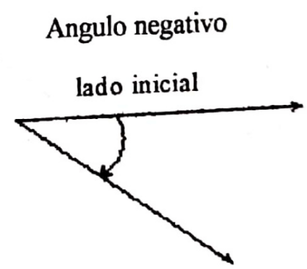
La amplitud de rotación es la **medida del ángulo.**

Los ángulos se designan generalmente con letras griegas α, β, etc. También suelen aparecer con otras letras como A, B, C; o como Ŝ, etc.

Signos de los ángulos.

Por convención tomamos como **positivos** a los ángulos que medimos en el sentido contrario al movimiento de las agujas (**sentido antihorario**) y como **negativos** los que van en el sentido del movimiento de las agujas del reloj (**sentido horario**).

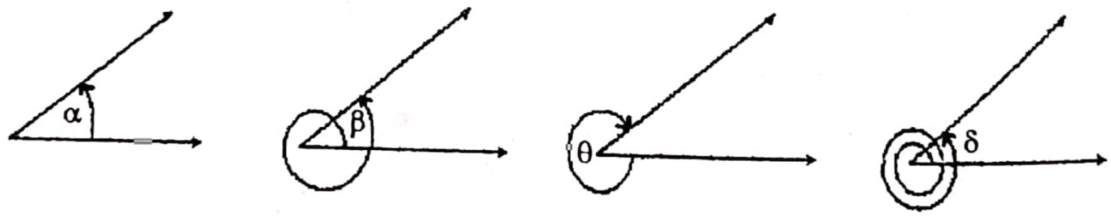




Angulo de un giro: Es el ángulo obtenido cuando una semirrecta efectúa un giro de forma tal que retorna a su posición de origen

Los ángulos congruentes difieren en un número entero de giros completos.

En el siguiente gráfico $\alpha, \beta, \theta\ y\ \delta$ son ejemplos de ángulos congruentes.



Observación: En trigonometría, el ángulo no tiene ese carácter restringido que en la geometría le impone la condición de ser menor que cuatro rectos; por el contrario puede tener un valor infinitamente grande, que depende del número de giros que haya descrito la semirrecta que lo genera, pudiendo además ser positivo o negativo.

Sistema de medición de ángulos

Sistema sexagesimal

En este sistema la unidad de medida es el grado sexagesimal (1°) y se obtiene dividiendo la medida de un ángulo de un giro en 360 partes iguales.

$$1^\circ = \frac{\text{medida de un ángulo de un giro}}{360}$$

Es decir que en el sistema sexagesimal un ángulo de un giro mide 360°.

Si a un ángulo de 1° se lo divide en 60 partes iguales, se obtiene un ángulo de 1 minuto (1')

$$1' = \frac{1^\circ}{60} \qquad \text{o bien} \qquad 1^\circ = 60'$$

Si a un ángulo de 1' se lo divide en 60 partes iguales, se obtiene un ángulo de 1 segundo (1")

$$1'' = \frac{1'}{60} \qquad \text{o bien} \qquad 1' = 60''$$

$$1'' = \frac{1^{\circ}}{3600} \qquad \text{o bien} \qquad 1^{\circ} = 3600''$$

A veces es conveniente trabajar con grados decimales en vez de con grados, minutos y segundos (Su calculadora tiene una tecla que realiza la conversión directa).

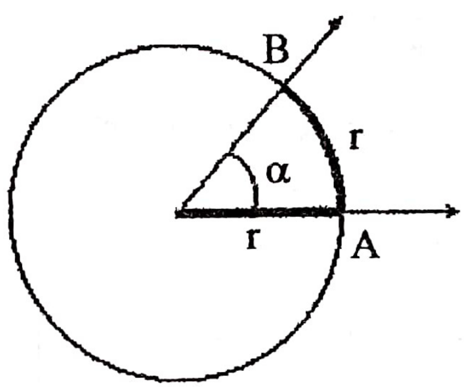
Ejemplo: 128º 45' 18'' = 120,756 º

Nota: si no tiene calculadora científica hay un procedimiento para realizar el cálculo, en el aula virtual encontrará un **video explicativo**.

Sistema radial

El sistema radial fue introducido en los comienzos del siglo pasado, siendo su unidad de medida el radian (1 radian o bien 1r).

Se llama **radian** a la medida de un ángulo central que corresponde a un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de la misma.



Un ángulo de un giro es igual a 2π radianes.

Relación entre grados y radianes

Conversión de grados a radianes:

Sabemos que un ángulo de un giro mide, en el sistema sexagesimal, $360°$ y en el sistema radial 2π radianes. Luego, realizamos el siguiente planteo:

$$360° \text{ ———— } 2\pi$$

$$1° \text{ ———— } x \text{ radianes} = \frac{2\pi\, 1°}{360°} = \frac{\pi}{180} \cong 0{,}017453292 \text{ radianes}$$

Para convertir el ángulo α, medido en grados, a radianes se debe multiplicar el ángulo α por $\frac{\pi}{180}$

Conversión de radianes a grados:

$$2\pi \text{ radianes ———— } 360°$$

$$1 \text{radian ———— } x° = \frac{360°.\, 1 \text{ radian}}{2\pi \text{ radianes}} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{0} \cong 57{,}29577951°$$

Para convertir el ángulo α, medido en radianes, a grados se debe multiplicar el ángulo α por $\frac{180}{\pi}$

Nota: Si no nos acordamos el factor por el que hay que multiplicar el ángulo dado, podemos plantear una regla de tres simple

180º = π radianes.

En el aula virtual encontrará un **video explicativo** sobre como pasar de un sistema a otro.

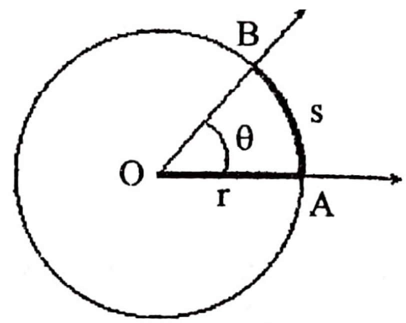
Cálculo de la longitud de un arco de circunferencia

Una de las muchas aplicaciones del radian como unidad angular, es el cálculo de longitudes de arco. Veamos como realizar dicho cálculo.

$$\frac{2\pi}{\theta} = \frac{\text{long. del arco AA}}{\text{long. del arco AB}} = \frac{2\,\pi\,r}{s}$$

$$s = \frac{\theta\,2\,\pi\,r}{2\,\pi}$$

$$\therefore \quad s = \theta\,r \quad ; \text{ con } \theta \text{ en radianes} \qquad (1)$$



Por otro lado, si conocemos la longitud, s , del arco y queremos hallar el valor en radianes del ángulo θ; nos bastará despejar dicho valor de (1) . Quedando entonces

$$\theta = s\,/\,r$$

Es decir que el valor de un ángulo, en radianes, es igual a la longitud del arco que subtiende sobre el radio de la circunferencia.