Expresiones Algebraicas Racionales

Las Expresiones Algebraicas Racionales, son Expresiones de la forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$ donde $P(x)\ y\ Q(x)$ son polinomios de variable x, $y\ Q(x) \neq 0$. Son fracciones que tienen un polinomio en el numerador o en el denominador o en ambos. Aunque las expresiones racionales pueden parecer complicadas porque contienen variables, pueden ser simplificadas de la misma forma que las fracciones numéricas.

Es Racional, cuando las variables no están afectadas por la radicación. Ejemplos:

$a)\ \frac{(x^2-1)}{(x-1)}$ $\qquad b)\ \frac{(x^3-3x^2)}{(x^2-2x-3)}$

Simplificación de Expresiones Algebraicas Racionales

Primero Factoreamos la Expresión, numerador, denominador y luego, cancelamos los factores comunes del numerador y del denominador usando el principio fundamental de las fracciones o propiedad de cancelación. Ejemplos:

$a)\ \frac{(x^2-1)}{(x-1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = (x+1)$ $\qquad b)\ \frac{(x^3-3x^2)}{(x^2-2x-3)} = \frac{x^2(x-3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x^2}{(x+1)}$

Suma o Resta de Expresiones Algebraicas Racionales

Para realizar cualquier tipo de Suma o Resta de Expresiones Algebraicas Racionales es conveniente seguir los siguientes pasos:

1) Se deben simplificar las fracciones iniciales de las Expresiones, cuando esto sea posible (previamente Factoreado).
2) Si las fracciones son de distinto denominador, hay que calcular el común denominador (mcm) (Factores Comunes y No Comunes, con el mayor exponente).
3) Se realizan las divisiones y multiplicaciones indicadas (Dividimos el mcm del denominador resultante, con cada denominador de los términos de las fracciones y el resultante multiplicamos con el numerador correspondiente, quedando sumas algebraicas parciales).
4) Se realizan las sumas algebraicas de los numeradores de las fracciones resultantes quedando dividido entre el común denominador (mcm).
5) Se reducen términos semejantes en el numerador.
6) Simplificamos la fracción resultante, de ser posible.

Ejemplo:

$$\frac{1}{(3x+3)} + \frac{1}{(2x-2)} + \frac{1}{(x^2-1)} = \frac{1}{3(x+1)} + \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2(x-1)+3(x+1)+3}{3.2(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2x-2+3x+3+6}{6(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(5x+7)}{6(x-1)(x+1)}$$

Multiplicación y División de Expresiones Algebraicas Racionales

Para realizar estas operaciones debemos seguir los siguientes pasos:

1) Los términos de las fracciones que se van a multiplicar o dividir (transformado a multiplicación) son convertidas a sus factores primos comunes y no comunes (o sea Factoreados).
2) Se simplifican, reduciendo los factores comunes tanto de los numeradores como de los denominadores.
3) Se multiplican las expresiones restantes después de la simplificación de factores comunes tanto del numerador como del denominador.

Ejemplos:

A)

$$\frac{(a^2-1)}{(a^2+2a)}\cdot\frac{(a^2-a-6)}{(3a^2+7a+4)}\cdot\frac{(3a+4)}{(a^2-4a+3)}=\frac{(a-1)(a+1)}{a(a+2)}\cdot\frac{(a-3)(a+2)}{3(a+1)(a+\frac{4}{3})}\cdot\frac{(3a+4)}{(a-1)(a-3)}$$

$$=\frac{(a-1)(a+1)(a-3)(a+2)(3a+4)}{a(a+2)(a+1)(3a+4)(a-1)(a-3)}$$

$$=\frac{1}{a}$$

B) (Recordando que una división de fracciones se puede convertir en una multiplicación invirtiendo la segunda fracción)

$$\frac{x^2+4x}{8}:\frac{x^2-16}{4}=\frac{x^2+4x}{8}\cdot\frac{4}{x^2-16}$$

$$=\frac{x(x+4)}{8}\cdot\frac{4}{(x-4)(x+4)}$$

$$=\frac{x}{2(x-4)}$$

C)

$$\frac{(x^3-125)}{(x^2-64)}:\frac{(x^3-5x^2+25x)}{(x^2-x+56)}=\frac{(x^3-125)}{(x^2-64)}\cdot\frac{(x^2+x-56)}{(x^3-5x^2+25x)}$$

$$=\frac{(x+5)(x^2-5x+25)}{(x-8)(x+8)}\cdot\frac{(x+8)(x-7)}{x(x^2-5x+25)}$$

$$=\frac{(x+5)(x^2-5x+25)(x+8)(x-7)}{(x-8)(x+8)x(x^2-5x+25)}$$

$$=\frac{(x+5)(x-7)}{x(x-8)}$$